

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.574.6

СИНТЕЗ АНИЗОТРОПНОЙ ИМПЕДАНСНОЙ ПЛОСКОСТИ  
ПО ЗАДАННОМУ НАПРАВЛЕНИЮ  
И ПОЛЯРИЗАЦИИ ОТРАЖЕННОЙ ВОЛНЫ

© 2020 г. Ю. В. Юханов<sup>а</sup>, \*, Т. Ю. Привалова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Южный федеральный университет,  
ул. Большая Садовая, 105/42, Ростов-на-Дону, 344006 Российская Федерация

\*E-mail: yu\_yukhanov@mail.ru

Поступила в редакцию 12.11.2019 г.

После доработки 21.11.2019 г.

Принята к публикации 25.11.2019 г.

Решена задача синтеза неоднородной анизотропной импедансной плоскости, отражающей однородную плоскую волну в заданном направлении с требуемой трансформацией поляризации. Для неоднородной анизотропной импедансной плоскости получены коэффициенты отражения. Впервые сформулированы ограничения на класс диаграмм рассеяния, реализуемых с помощью частой решетки ортогональных реактансных полос с неизменной ориентацией вдоль структуры. Задача синтеза решена для заданных направлений отражения волны и по заданным однородным плоским волнам, отраженным в заданном направлении с требуемой поляризацией. Приведены численные результаты.

DOI: 10.31857/S0033849420040117

ВВЕДЕНИЕ

Одним из способов создания стелс-объектов является размещение на их поверхности электродинамических структур с управляемыми характеристиками излучения и рассеяния, так называемых “умных” обшивок [1–5]. Концепция умных поверхностей, связанная с управляемым рассеянием объектов, сформировалась еще в 60–70-е гг. XX в. [6–9]. Электрофизические свойства многих из таких структур можно описать с помощью импедансных граничных условий [10–12]. Обоснованность применения импедансных граничных условий подтверждена как для плоских, так и для криволинейных поверхностей, в том числе для сверхпроводников гладких и шероховатых поверхностей, и устройств на их основе [13]. В работах [14, 15] впервые продемонстрирована возможность эффективного управления полем рассеяния объектов с помощью сосредоточенных и распределенных комплексных импедансных нагрузок.

Проектирование объектов с заданными излучающими и рассеивающими свойствами предполагает постановку и решение обратных задач электродинамики или задач синтеза. Известно немало работ, посвященных синтезу граничных условий на телах различной формы по заданным характеристикам излучения и рассеяния (например, [16–25]), где рассмотрены задачи синтеза двумерных изотропных импедансных поверхно-

стей по заданным характеристикам излучения и рассеяния на согласованной поляризации. Так, в работе [16] предложен метод решения обратной задачи для импедансной антенны, реактансный рельеф которой выбирался параллельным вещественной части вектора Пойнтинга. На найденной поверхности затем определялся закон распределения реактанса. Позднее в работе [17] предложенный в [16] метод был обобщен на случай синтеза цилиндрических импедансных рассеивателей. Здесь по известному падающему полю и заданной диаграмме рассеяния из уравнений Максвелла определена форма реактансного рассеивателя, совпадающая с одной из замкнутых поверхностей, на которой вещественная часть вектора Пойнтинга равна нулю. В работах [18, 19] форма объекта полагалась заданной (плоская [18] или цилиндрическая [19]), а поверхностный реактанс определялся по требуемой диаграмме направленности (ДН). Условие чистой реактивности импеданса достигнуто за счет специально вводимых медленных (непространственных) волн. Система ограничений на значения комплексных амплитуд токов, связанная с условием чистой реактивности импеданса, сведена к поиску условного экстремума квадратичной формы при наличии квадратных ограничений типа равенств на значения неизвестных.

В [20, 21] рассмотрены задачи синтеза пассивного импеданса ( $\text{Re}Z \geq 0$ ), что, по замыслу авторов,

должно было дать дополнительные возможности по управлению характеристиками рассеяния объектов. Задача решалась приближенно — методом линейного программирования путем сведения интегрального уравнения к переопределенной системе алгебраических уравнений.

В работах [22, 23] строго и в приближении физической оптики решены задачи синтеза для плоскости и для двумерных тел произвольной формы. В отличие от работ [16–21] здесь законы распределения изотропного неоднородного импеданса найдены в явном виде. Получены выражения для коэффициентов отражения, определен класс реализуемых диаграмм для пассивных отражателей ( $\text{Re}Z \geq 0$ ).

Функциональные возможности импедансных отражателей с управляемыми характеристиками можно дополнительно расширить за счет перевода отраженной волны на кросс-поляризацию [24–26]. Так, в [24] методом интегральных уравнений исследовано анизотропное импедансное “умное” покрытие (смарт-покрытие), обеспечивающее перевод поля рассеяния произвольного цилиндра на кросс-поляризацию. Показано, что при этом на согласной поляризации цилиндрическая поверхность эквивалентна “черному” телу закона Кирхгофа [27]. В работах [25, 26] в результате решения задачи синтеза удалось в явном виде получить законы распределения реактансов частой решетки ортогональных импедансных полос и их ориентации на плоскости, которые обеспечивают переотражение падающей волны линейной поляризации в заданном направлении с одновременным поворотом плоскости поляризации на  $90^\circ$ .

Дальнейшее совершенствование умных покрытий возможно за счет трансформации поляризации отраженного поля по любому наперед заданному закону.

Работы, посвященные этой проблематике, существуют и связаны в основном с антенной тематикой (см., например, [28–33]). Так, в [28] дана обширная библиография работ по разработке поляризаторов отражательного типа. В [30] сообщается о свойствах поляризационного преобразования частотно-селективных поверхностей на примере микрополосковых структур, преобразующих линейную поляризацию в круговую. Однако они рассчитаны на ограниченный диапазон углов падения. Преимущества отражательного поляризатора, предложенного в работах [28, 29], включают в себя: низкий профиль, небольшие масса и размер, широкополосная работа, низкие тепловые потери и угловая стабильность. В [31] разработан аналитический метод синтеза бианизотропных рассеивателей, расположенных в узлах квадратной сетки, для проектирования поляризационных трансформаторов. Для упрощения синтеза предложенный метод рассматривается только для нормального

падения волны. Численные результаты показали хорошее соответствие экспериментальных результатов и теории. Однако в работах [28–31] рассмотрены структуры, работающие только при нормальном падении волны либо на зеркально отраженных лучах.

В отличие от указанных выше работ в [32, 33] рассмотрены задачи синтеза анизотропных структур, переотражающих падающие поля в заданном (незеркальном) направлении с поворотом (трансформацией) ее плоскости поляризации, безотносительно к реализующим их конструкциям. Показано, что такой эффект возможно достичь только с помощью частой решетки ортогональных неоднородных реактансных полос, имеющих помимо неоднородного реактанса еще и переменную на импедансной плоскости ориентацию. Законы распределения реактанса и ориентации полос получены в явном виде. Очевидно, что в практических приложениях реализация реактансных структур с переменной ориентацией может оказаться весьма трудоемкой, неоправданно дорогостоящей задачей, особенно на поверхности рассеивателя сложной формы. Таким образом, ранее решались задачи синтеза анизотропной плоскости, переводящей отраженную волну на кросс-поляризацию. Задача синтеза анизотропной импедансной структуры по заданному направлению и поляризации (трансформации поляризации падающей волны в требуемую, в том числе круговую) при ограничениях на конструкцию реализующей импеданс (конструктивный синтез) ставится впервые.

Цель данной работы — решение задачи синтеза анизотропной плоскости в виде частой решетки ортогональных реактансных полос фиксированной ориентации, по заданному направлению отражения электромагнитной волны с требуемой трансформацией поляризации.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на идеально проводящей плоскости  $S(y=0)$  (рис. 1а, 1б) реализована анизотропная структура в виде частой решетки ортогональных импедансных полос (лент)  $Z_E, Z_M$ , вплотную прилегающих друг к другу и ориентированных под углом  $\alpha$  к оси  $z$  (см. рис. 1б). В этом случае на плоскости  $S$  выполняются импедансные граничные условия Леонтовича [12]:

$$[\vec{n}, \vec{E}] = -\hat{Z}[\vec{n}[\vec{n}, \vec{H}]], \quad (1)$$

где в системе координат  $\{\vec{v}, \vec{u}, \vec{n} = -\vec{i}_y\}$  (см. рис. 1б) тензор импеданса  $\hat{Z}$  имеет диагональный вид

$$\hat{Z} = \begin{vmatrix} Z_E & 0 \\ 0 & Z_M \end{vmatrix}; \quad (2)$$

$$E_u = -Z_E H_v; \quad E_v = Z_M H_u. \quad (3)$$

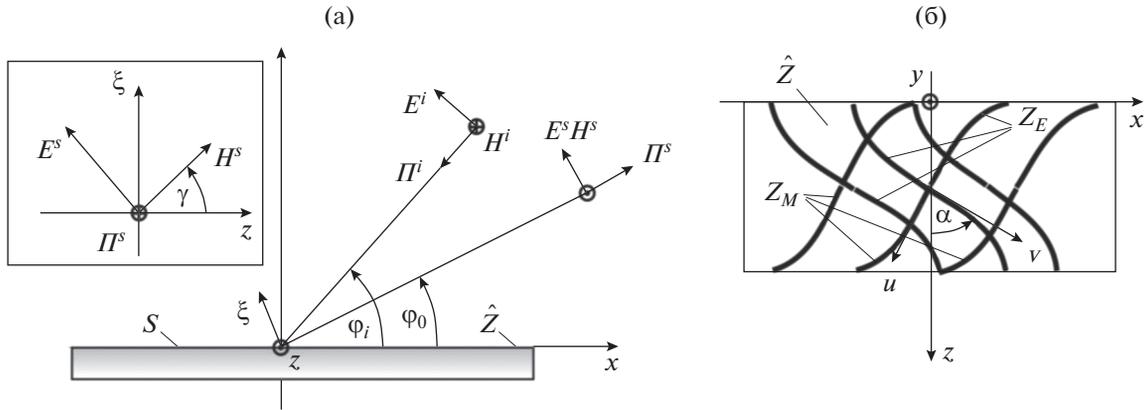


Рис. 1. Постановка задачи.

Здесь и далее компоненты тензора импеданса и вектор напряженности электрического поля нормированы на характеристическое сопротивление свободного пространства  $W = 120\pi$  Ом. В общем случае, как показано в работах [32, 33], параметры структуры могут меняться вдоль оси  $x$  ( $Z_E(x)$ ,  $Z_M(x)$  и  $\alpha(x)$ ). Вдоль оси  $z$  система однородна (см. рис. 1), следовательно, задача двумерна.

На плоскость  $S$  с направления  $\varphi_i$  падает плоская электромагнитная волна (см. рис. 1а) с векторами  $\vec{E}^i, \vec{H}^i$ :

$$\begin{aligned} E_z^i &= E_0^i \exp(ikx \cos \varphi_i); & H_x^i &= -\sin \varphi_i E_z^i; \\ H_z^i &= H_0^i \exp(ikx \cos \varphi_i); & E_x^i &= \sin \varphi_i H_z^i, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  – длина падающей волны).

Необходимо найти компоненты  $Z_E(x)$ ,  $Z_M(x)$  тензора (2) реактанса

$$Z_E = iX_E(x); \quad Z_M = iX_M(x); \quad (5)$$

с постоянной ориентацией полос системы  $(x) = \text{const}$ , обеспечивающие отражение волны  $\vec{E}^s, \vec{H}^s$  от плоскости  $y=0$  в заданном направлении  $\varphi_0$  с требуемой поляризацией:

$$\begin{aligned} H_z^s &= H_0 \exp(i\Psi_0 - ikx \cos \varphi_0); \\ E_x^s &= -\sin \varphi_0 H_z^s; \\ E_z^s &= E_0 \exp(i\Phi_0 - ikx \cos \varphi_0); \\ H_x^s &= \sin \varphi_0 E_z^s, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $E_0 = YH_0$  и  $\Phi_0, \Psi_0$  – заданные амплитуды и фазы ортогональных составляющих отраженного поля, определяющие поляризацию отраженной волны.

## 2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ИМПЕДАНСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Поскольку падающие (4) и отраженные (6) волны являются однородными плоскими волнами, то можно ввести в рассмотрение коэффициенты отражения  $P_{m,n}$  ( $m = 1, 2; n = 1, 2$ ) [34] следующим образом:

$$E_z^s = P_{11}E_z^i + P_{12}H_z^i; \quad H_z^s = P_{21}E_z^i + P_{22}H_z^i. \quad (7)$$

Запишем импедансные граничные условия (3) в декартовой системе координат:

$$E_x \cos \alpha - E_z \sin \alpha = Z_E H_x \sin \alpha + Z_E H_z \cos \alpha; \quad (8)$$

$$E_x \sin \alpha + E_z \cos \alpha = -Z_M H_x \cos \alpha + Z_M H_z \sin \alpha. \quad (9)$$

Представляя полные поля в виде суммы падающих (4) и отраженных (6) волн и выражая  $E_x$  и  $H_x$  через  $H_z$  и  $E_z$  (см. формулы (4), (6)), из (8) и (9) получим представление рассеянных полей  $E_z^s, H_z^s$  через падающие  $E_z^i, H_z^i$ :

$$\begin{aligned} E_z^s &= \frac{(Z_{22} \sin \varphi_0 - 1) \sin \varphi_0 + \sin \varphi_i Z_E Z_M - Z_{11}}{\Delta} E_z^i + \\ &+ \sin \alpha \cos \alpha \frac{(\sin \varphi_0 + \sin \varphi_i)(Z_M - Z_E)}{\Delta} H_z^i; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} H_z^s &= \sin \alpha \cos \alpha \frac{(\sin \varphi_0 + \sin \varphi_i)(Z_M - Z_E)}{\Delta} E_z^i + \\ &+ \frac{\sin \varphi_i (1 + Z_{22} \sin \varphi_0) - \sin \varphi_0 Z_M Z_E - Z_{11}}{\Delta} H_z^i, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \cos^2 \alpha Z_E + \sin^2 \alpha Z_M; \\ Z_{22} &= \cos^2 \alpha Z_M + \sin^2 \alpha Z_E; \\ \Delta &= \{ \cos^2 \alpha (\sin \varphi_0 + Z_E)(\sin \varphi_0 Z_M + 1) + \\ &+ \sin^2 \alpha (\sin \varphi_0 + Z_M)(1 + \sin \varphi_0 Z_E) \}. \end{aligned}$$

Сопоставляя формулы (10) и (11) с формулами (7) и учитывая формулы Вайнштейна–Сивова для  $Z_{11}$  и  $Z_{22}$ , получим выражения для  $P_{m,n}$  неоднородной анизотропной плоскости с системой ортогональных полос (лент)  $Z_M, Z_E$  (см. рис. 1б):

$$\begin{aligned} P_{11} &= \frac{\sin^2 \alpha (\sin \varphi_0 + Z_M)(\sin \varphi_i Z_E - 1) - \cos^2 \alpha (\sin \varphi_0 + Z_E)(1 - \sin \varphi_i Z_M)}{\Delta}, \\ P_{22} &= \frac{\sin^2 \alpha (1 + \sin \varphi_0 Z_E)(\sin \varphi_i - Z_M) + \cos^2 \alpha (\sin \varphi_0 Z_M + 1)(\sin \varphi_i - Z_E)}{\Delta}, \\ P_{12} = P_{21} &= \sin \alpha \cos \alpha (Z_M - Z_E) \frac{\sin \varphi_i + \sin \varphi_0}{\Delta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Формулы (12) для однородной импедансной плоскости, когда  $\varphi_0 = \pi - \varphi_i$ , переходят в общеизвестные [34].

Строго говоря, полученные соотношения справедливы только в том случае, когда импедансная структура обеспечивает отражение единственной однородной плоской волны (6). На самом деле, в силу требований физической ( $\operatorname{Re}(Z_E) \geq 0; \operatorname{Re}(Z_M) \geq 0$ ) и технической (например,  $\alpha(x) = \text{const}$ ) реализации пассивного импеданса (не требующего размещения на поверхности синтезируемого рефлектора дополнительных источников ЭМВ) создать структуру, обеспечивающую условия (6) возможно, как показано в работе [23] на примере решения задач синтеза и анализа неоднородной изотропной плоскости, только для направления обратного рассеяния. В остальных случаях помимо заданного луча появляется как минимум еще одна плоская однородная волна, отраженная в зеркальном направлении. В общем же случае [23] помимо заданной неоднородная импедансная плоскость будет порождать множество других отраженных однородных плоских и поверхностных волн, тогда выражения (12) уже нельзя считать строгими.

На данном же этапе считаем, что полученные коэффициенты отражения являются неоднородными функциями (зависящими от координаты  $x$ ) и содержат в общем случае неизвестные пока функции  $Z_E(x); Z_M(x)$  и  $\alpha(x)$ . О них известно лишь то, что они должны обеспечить синтезируемой структуре заданный режим отражения однородной плоской волны и подлежат определению из требуемых диаграмм рассеяния. В процессе решения задачи синтеза (см. далее разд. 4) будут определены условия реализации таких структур (класс реализуемых диаграмм рассеяния).

### 3. ДИАГРАММА РАССЕЯНИЯ

В точке наблюдения  $p(r, \varphi)$ , расположенной в дальней зоне ( $r \rightarrow \infty$ ), в цилиндрической системе координат диаграммы рассеяния в  $E$ - и  $H$ -плоскостях ( $F_E(\varphi)$  и  $F_H(\varphi)$ ) для фрагмента реактансной

плоскости  $x \in [-L, L]$  можно представить через коэффициенты отражения (7) и соотношения (4), (6) в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_z^s(p) &= H_0^{(2)}(kr) F_E(\varphi); \\ H_z^s(p) &= H_0^{(2)}(kr) F_H(\varphi), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} F_E(\varphi) &= F_{E\parallel}(\varphi) + F_{E\perp}(\varphi); \\ F_H(\varphi) &= F_{H\parallel}(\varphi) + F_{H\perp}(\varphi); \\ F_{E\parallel}(\varphi) &= F_{\tau E} + \frac{k}{4} \int_{-L}^L (\sin \varphi + \sin \varphi_0) \times \\ &\quad \times P_{11} E_z^i \exp(ikx \cos \varphi) dx; \\ F_{H\parallel}(\varphi) &= F_{\tau H} + \frac{k}{4} \int_{-L}^L (\sin \varphi + \sin \varphi_0) \times \\ &\quad \times P_{22} H_z^i \exp(ikx \cos \varphi) dx; \\ F_{\tau E, H}(\varphi) &= \frac{k}{4} \left\{ \begin{matrix} E_0^i \\ H_0^i \end{matrix} \right\} \int_{-L}^L (\sin \varphi - \sin \varphi_i) \times \\ &\quad \times \exp(ikx (\cos \varphi + \cos \varphi_i)) dx; \\ F_{H\perp}(\varphi) &= \frac{k}{4} \int_{-L}^L (\sin \varphi + \sin \varphi_0) \times \\ &\quad \times P_{12} H_z^i \exp(ikx \cos \varphi) dx; \\ F_{E\perp}(\varphi) &= \frac{k}{4} \int_{-L}^L (\sin \varphi + \sin \varphi_0) \times \\ &\quad \times P_{21} E_z^i \exp(ikx \cos \varphi) dx. \end{aligned}$$

Как видим, составляющие  $F_{\tau E, H}(\varphi)$  диаграммы направленности определяют теневой лепесток (поле рассеяния “черного” тела Кирхгофа) и не зависят ни от поверхностного импеданса, ни от поляризации падающей волны, имеют одинаковую форму и отличаются только комплексными амплитудами.

Полученные формулы позволят найти пока еще неизвестные законы распределения импеданса полос  $Z_M, Z_E$ , обеспечивающих заданный режим отражения волн на согласной и крессовой поляризациях.

#### 4. СИНТЕЗ РЕАКТАНСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Рассмотрим задачу синтеза на примере анизотропной плоскости, переотражающей падающую с направления  $\varphi_i$  однородную плоскую  $H$ -поляризованную волну (4) ( $E_z^i = 0, H_0^i = 1 A/m$ ) в отраженную волну заданной поляризации ( $Y, \Delta\Psi = \Phi_0 - \Psi_0$ ) в направлении  $\varphi_0$ . Необходимые законы распределения чисто реактивного импеданса (реактанса) полос (3)  $Z_E = iX_E(x), Z_M = iX_M(x)$  и их ориентацию  $\alpha$  на плоскости  $S$ , обеспечивающие максимумы диаграмм рассеяния в направлении  $\varphi = \varphi_0$ , можно найти непосредственно из подынтегральных выражений для диаграмм рассеяния (13), которые с учетом (7) примут вид

$$F_{H\perp}(\varphi) = \frac{k}{4}(\sin\varphi + \sin\varphi_0) \times \int_{-L}^L P_{12}(x) \exp(i\chi(x, \varphi)) dx; \quad (14)$$

$$F_H(\varphi) = F_{shH}(\varphi) + F_{H\parallel}(\varphi) = \frac{k}{4} \int_{-L}^L U(x, \varphi) \Delta^{-1} \exp(i\chi(x, \varphi)) dx, \quad (15)$$

где  $U(x, \varphi) = \{(\sin\varphi - \sin\varphi_i)\Delta + (\sin\varphi + \sin\varphi_0)P_{22}\Delta\}; \chi(x, \varphi) = kx(\cos\varphi + \cos\varphi_i)$ .

Подынтегральные выражения в формулах (14) и (15) представляют собой в общем случае быстро осциллирующие функции. Очевидно, что максимальная амплитуда отраженной волны в заданном направлении может быть достигнута за счет такого выбора реактансов, при которых в (14) и (15) будут выполняться условия:

$$\begin{cases} U(x, \varphi_0) \Delta^{-1} \exp(i\chi(x, \varphi_0)) = H_0 \exp(i\Psi_0); \\ 2 \sin\varphi_0 P_{12}(x) \exp(i\chi(x, \varphi_0)) = E_0 \exp(i\Phi_0). \end{cases} \quad (16)$$

Равенства (16) в подынтегральных выражениях (14) и (15) означают, что реактансная структура (см. рис. 1) создает в заданном направлении  $\varphi = \varphi_0$  однородную плоскую волну. Это система двух комплексных уравнений относительно четырех неизвестных действительных функций:  $X_E(x), X_M(x), \alpha(x)$  и  $H_0$ .

Исследования [23] показывают, что отражение на согласной поляризации только однородной плоской волны возможно лишь для углов  $\varphi_0 = \varphi_i$  и  $\varphi_0 = \pi - \varphi_i$ . При этом ее амплитуда равна амплитуде падающей волны  $H_0 = H_0^i$ .

Отраженная однородная плоская волна только на крессовой поляризации (твист-эффект) возможна [25] в любом направлении, но с амплитудой  $E_0 = \sqrt{\sin\varphi_i/\sin\varphi_0} H_0^i$ . Ориентация полос в этом случае оказывается переменной величиной  $\alpha(x)$ . Система (16) для реактансной структуры (3), поворачивающей плоскость поляризации отраженной волны на произвольный угол ( $E_0$  и  $H_0 \neq 0$ ) в заданном направлении ( $\varphi_0 \neq \varphi_i$  и  $\varphi_0 \neq \pi - \varphi_i$ ), строгого решения не имеет [33].

Рассмотрим приближенное решение системы (16). Условия возникновения отраженных лучей на обеих поляризациях в направлении  $\varphi = \varphi_0$  можно получить и непосредственно из равенства только аргументов в формулах (16):

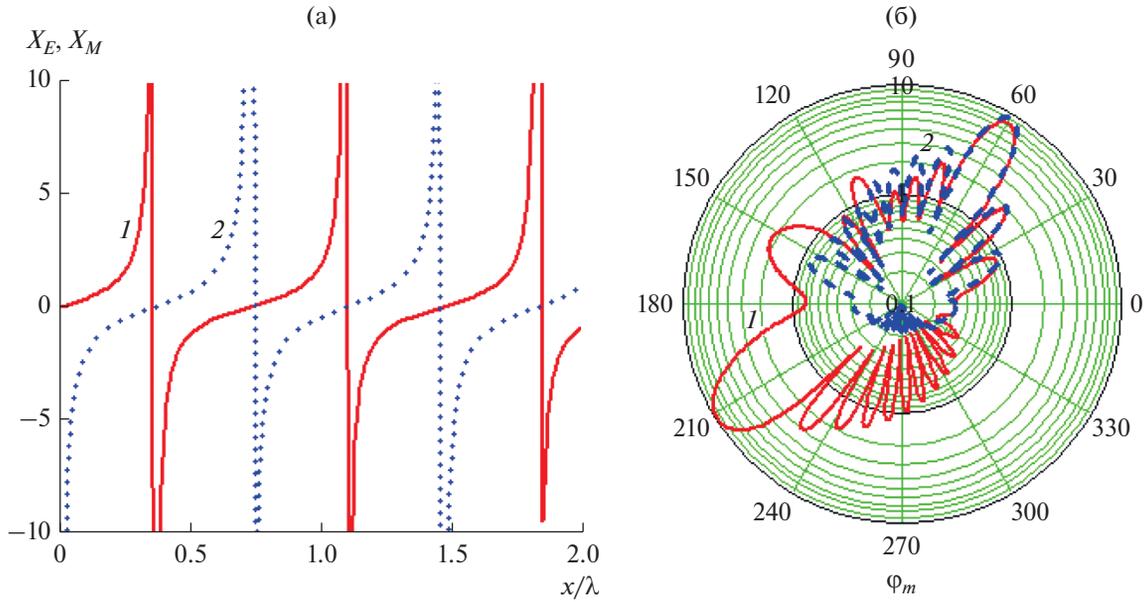
$$\begin{cases} \arg(U(x, \varphi_0)) - \arg\Delta + \chi(x, \varphi_0) = \Psi_0; \\ \arg(P_{12}) + \chi(x, \varphi_0) = \Phi_0, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\arg(P_{12}) = \pi/2 - \arg\Delta$ .

Это система двух действительных уравнений, и из нее можно найти только две действительные функции,  $X_E(x)$  и  $X_M(x)$ . В этом случае неизвестный угол  $\alpha(x)$  либо необходимо задавать, либо находить из дополнительных условий, например, из условия получения максимальной амплитуды отраженного в заданном направлении поля. Параметры  $\Upsilon$  и  $H_0$  в уравнениях не входят и поэтому будут неконтролируемыми. В результате амплитуда  $H_0$  отраженной волны на импедансной поверхности ( $|U(x, \varphi_0) \Delta^{-1}|$ ) будет функцией координаты  $x (H_0(x))$ , т.е. отраженная волна окажется неоднородной. Поскольку мы синтезируем поляризатор с заданным параметром  $\Upsilon$ , то эту систему следует дополнить еще одним уравнением, содержащим  $\Upsilon$ . Так, разделив в системе (16) одно уравнение на другое, получим еще одно комплексное уравнение:

$$2 \sin\varphi_0 P_{12}(x) \Delta = \Upsilon \exp(i\Delta\Psi) U(x, \varphi_0). \quad (18)$$

Выражения (17), (18) представляют собой систему четырех действительных уравнений относительно



**Рис. 2.** Распределения (а)  $X_E(x)$  (кривая 1) и  $X_M(x)$  (кривая 2) и диаграммы рассеяния  $Fh_m$  (кривая 1) и  $Fe_m$  (кривая 2) (б) для  $\varphi_i = 30^\circ$ ,  $\varphi_0 = 60^\circ$ ,  $\Delta\Psi = 0$ ,  $\alpha(x) = 22.6^\circ$  и  $\Upsilon = 1$ .

но трех неизвестных действительных функций  $X_E(x)$ ,  $X_M(x)$ ,  $\alpha(x)$ :

$$\begin{cases} -\frac{2}{\Upsilon} \sin \varphi_0 \operatorname{tg} \alpha (X_M - X_E) \cos \Delta\Psi = \\ = (\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \varphi_0) X_M + (1 - \sin^2 \varphi_0 \operatorname{tg}^2 \alpha) X_E; \\ \sin 2\alpha (X_M - X_E) \sin \Delta\Psi = \Upsilon (1 + X_M X_E); \\ (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \sin \varphi_i \sin \varphi_0) X_E + \\ + (\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin \varphi_i \sin \varphi_0) X_M = \\ = -\operatorname{ctg} \Delta\Psi (\sin \varphi_i + \sin \varphi_0 X_E X_M); \\ (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \varphi_0) X_E + (\operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \varphi_0) X_M = \\ = -\sin \varphi_0 (1 - X_M X_E) \operatorname{ctg} (\chi - \Delta\Psi). \end{cases} \quad (19)$$

Таким образом, система (19) оказывается переопределенной, ее можно решить приближенно – методом “обмена” Штифеля [35].

В качестве примера рассмотрим два частных случая: отраженное поле имеет линейную поляризацию и имеет круговую поляризацию. Поскольку задача синтеза здесь решена приближенно, то диаграммы рассеяния получены строго [36] (методом интегральных уравнений) для фрагмента импедансной структуры длиной  $L$  (см. рис. 1).

1. *Линейная поляризация* –  $\Delta\Psi = 0$ . В соответствии с [35] получим приближенную взаимосвязь между реактансами полос, дающую равную невязку (разность между их решениями) решений второго и третьего уравнений системы (19):

$$X_M = -\frac{1 + \sin \varphi_i}{1 + \sin \varphi_0} \frac{1}{X_E}. \quad (20)$$

Из первого уравнения системы (19) с учетом (20) найдем ориентацию системы полос на плоскости в допущении, что она фиксирована  $\alpha(x) = \operatorname{const}$ :

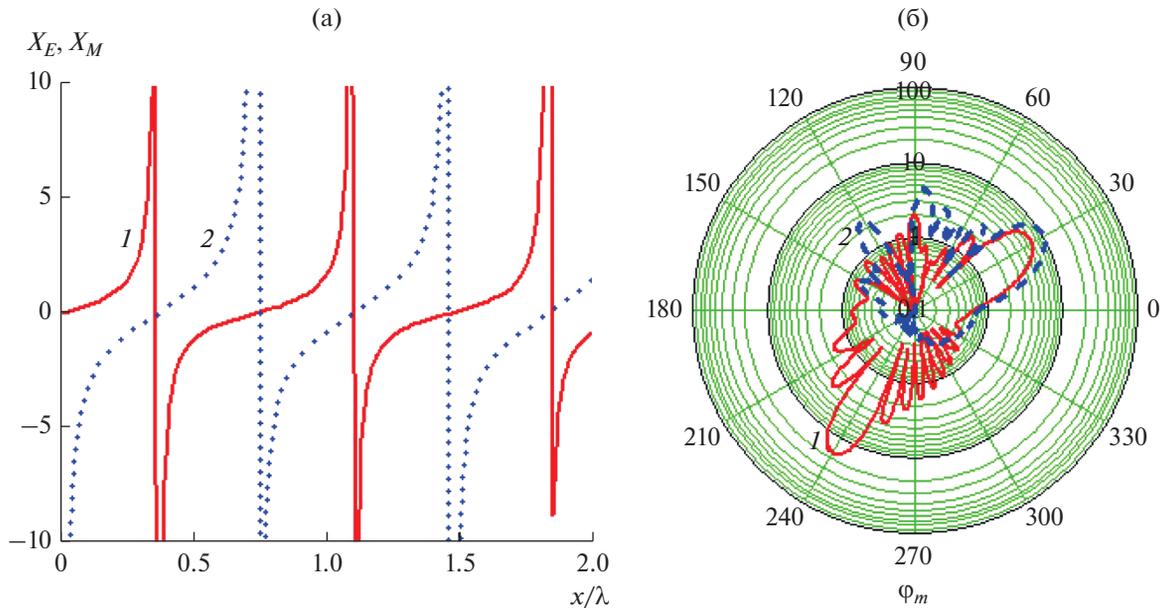
$$\operatorname{tg} 2\alpha \approx \frac{\Upsilon (1 + \sin^2 \varphi_0)}{2 \sin \varphi_0}. \quad (21)$$

В результате из четвертого уравнения (17) найдем искомые значения реактанса полос:

$$X_E = \sqrt{\frac{(1 + \sin \varphi_i)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \varphi_0)}{(1 + \sin \varphi_0)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi_0)}} \operatorname{tg} \frac{\chi}{2}. \quad (22)$$

В качестве примера рассмотрим синтез реактансной структуры, поворачивающей параллельно поляризованную падающую под углом  $\varphi_i = 30^\circ$  волну на  $45^\circ$  ( $\Upsilon = 1$ ), переотражая ее в направлении  $\varphi_0 = 60^\circ$ . Законы распределения  $X_E(x)$  и  $X_M(x)$  приведены на рис. 2а, а диаграммы рассеяния для фрагмента плоскости  $L = 6$  с такой структурой – на рис. 2б. В соответствии с (21) угол  $\alpha$  в этом случае равен  $22.6^\circ$ . Здесь кривая 1 соответствует диаграмме на согласной поляризации  $Fh(\varphi)$ , а кривая 2 – крессовой  $Fe(\varphi)$ .

Для структуры с заданными  $\varphi_i = 60^\circ$ ,  $\varphi_0 = 30^\circ$  и  $\Upsilon = 1$  на рис. 3а приведены распределения реактанса, а на рис. 3б – диаграммы рассеяния.



**Рис. 3.** Распределения (а)  $X_E(x)$  (кривая 1) и  $X_M(x)$  (кривая 2) и диаграммы рассеяния  $Fh_m$  (кривая 1) и  $Fe_m$  (кривая 2) (б) для  $\varphi_i = 60^\circ$ ,  $\varphi_0 = 30^\circ$ ,  $\alpha = 25.7^\circ$  и  $\Upsilon = 1$ .

Анализ полученных результатов показывает, что помимо основного лепестка в отраженном поле появляются ярко выраженные дополнительные лепестки. В первом случае (см. рис. 2) это зеркальный лепесток на согласной поляризации. Во втором случае (см. рис. 3) – зеркальный лепесток на кросс-поляризации и лепесток на обеих поляризациях в направлении, близком к нормали ( $\varphi \approx 90^\circ$ ).

2. *Круговая поляризация* –  $\Delta\Psi = \pi/2$ ,  $\Upsilon = 1$ . В системе уравнений (19) положим  $\Psi_0 = 0$ ;  $\Phi_0 = \Delta\Psi$ . Из первого и третьего уравнений системы (19) для угла ориентации реактансных полос получим [32] следующее решение:

$$\text{tg}^2 \alpha = \frac{\sin \varphi_0 (\sin \varphi_0 + \sin \varphi_i) X_M - 2X_E}{2X_M - \sin \varphi_0 (\sin \varphi_0 + \sin \varphi_i) X_E}. \quad (23)$$

Закон распределения реактансов полос можно найти из второго и четвертого уравнений (21).

$$X_E = \frac{-((\sin \varphi_0 + \sin \varphi_i) \cos \chi + \Upsilon \sin \chi) + \sqrt{(\Upsilon^2 + 1)(1 + 2 \sin \varphi_0 \sin \varphi_i \cos^2 \chi)}}{(\sin \chi - \Upsilon (\sin \varphi_0 + \sin \varphi_i) \cos \chi)},$$

$$X_M = \frac{\Upsilon + X_E}{1 - \Upsilon X_E}.$$

На рис. 4а–4в приведены результаты синтеза структуры по заданным параметрам  $\varphi_i = 30^\circ$ ,  $\varphi_0 = 60^\circ$ ,  $\Delta\Psi = 90^\circ$ ,  $\alpha(x) = 45^\circ$  и  $\Upsilon = 1$ .

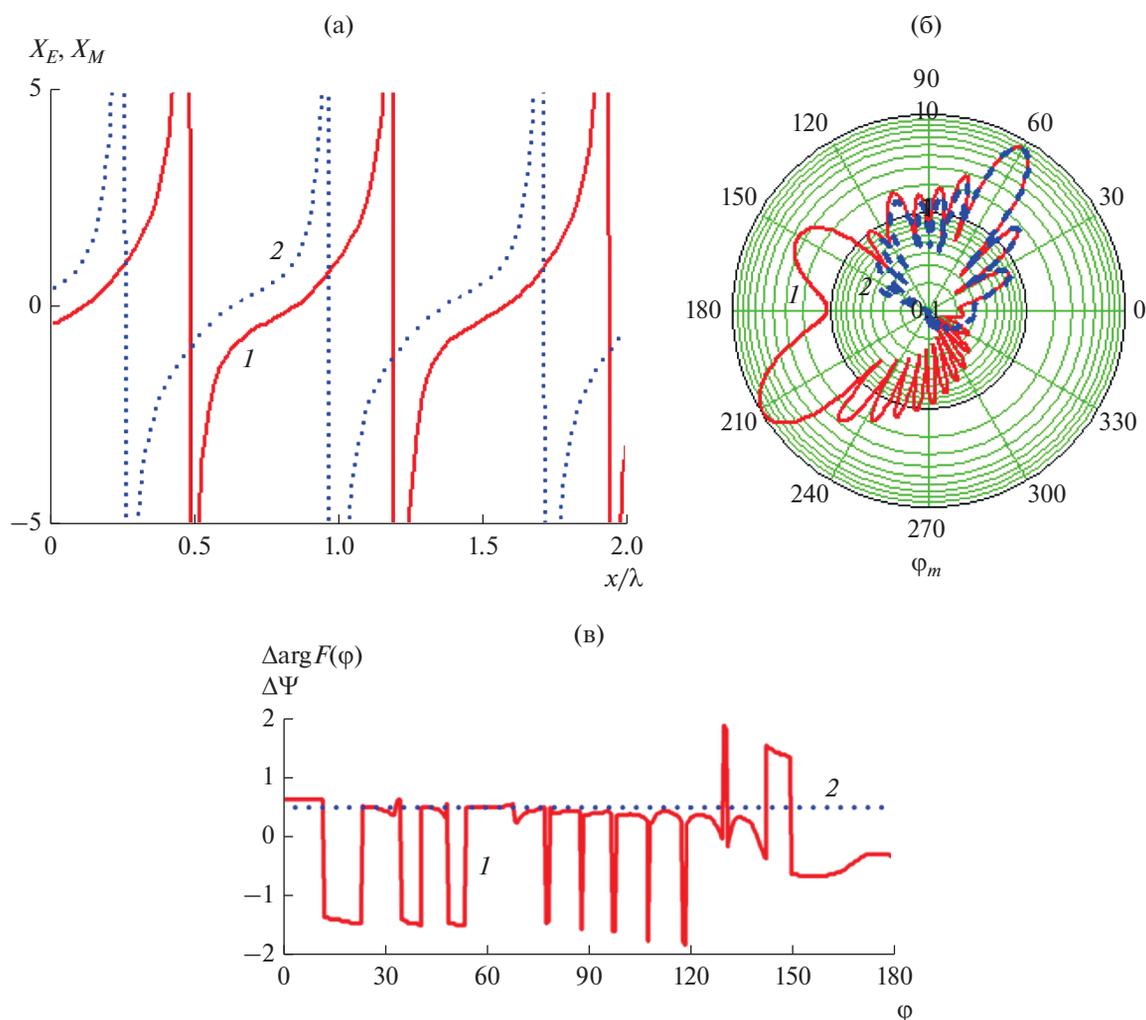
При этом  $X_E(x)$ ,  $X_M(x)$  являются функциями координаты  $x$  импедансной плоскости. В соответствии с (23) угол  $\alpha(x)$  также является переменной величиной. Приближенное решение для постоянной ориентации реактансных полос ( $\alpha = \text{const}$ ) примет [32] вид

$$\text{tg}^2 \alpha = 1. \quad (24)$$

Таким образом, если для постоянной ориентации полос в случае линейной поляризации эта величина зависит от угла  $\varphi_0$  (см. (21)), то для круговой поляризации вне зависимости от углов падения и отражения система имеет постоянную ориентацию на плоскости, равную  $\alpha = \pi/4$ . Из (23), строго говоря, это решение следует только при углах  $\varphi_i = \varphi_0 = \pi/2$ .

С учетом (20) из второго и четвертого уравнений системы (19) для реактанса получим

Как видим, диаграммы на согласной и кроссовой поляризациях практически полностью совпадают в секторе  $\pm 60^\circ$  относительно основного ле-



**Рис. 4.** Распределения (а)  $X_E(x)$  (кривая 1) и  $X_M(x)$  (кривая 2), диаграммы рассеяния  $Fh$  (кривая 1) и  $Fe$  (кривая 2) (б) и разность фаз диаграмм рассеяния  $\Delta \arg F(\phi) = \frac{\arg(Fe) - \arg(Fh)}{\pi}$  (кривая 1),  $\Delta \Psi$  (кривая 2) (в) структуры с параметрами  $\phi_i = 30^\circ$ ,  $\phi_0 = 60^\circ$ ,  $\Delta \Psi = 90^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  и  $\Upsilon = 1$ .

пестка  $\phi_0 = 60^\circ$ . Кроме того, разность фаз (см. рис. 4в) между ними в этом же секторе составляет  $\Delta \Psi = 90^\circ$  (скачки кривой равны  $2\pi$ ). Следовательно, отраженное поле в секторе углов  $0^\circ \dots 120^\circ$  имеет круговую поляризацию. Вместе с тем на согласной поляризации наблюдается зеркальный луч (см. рис. 4а и 4б).

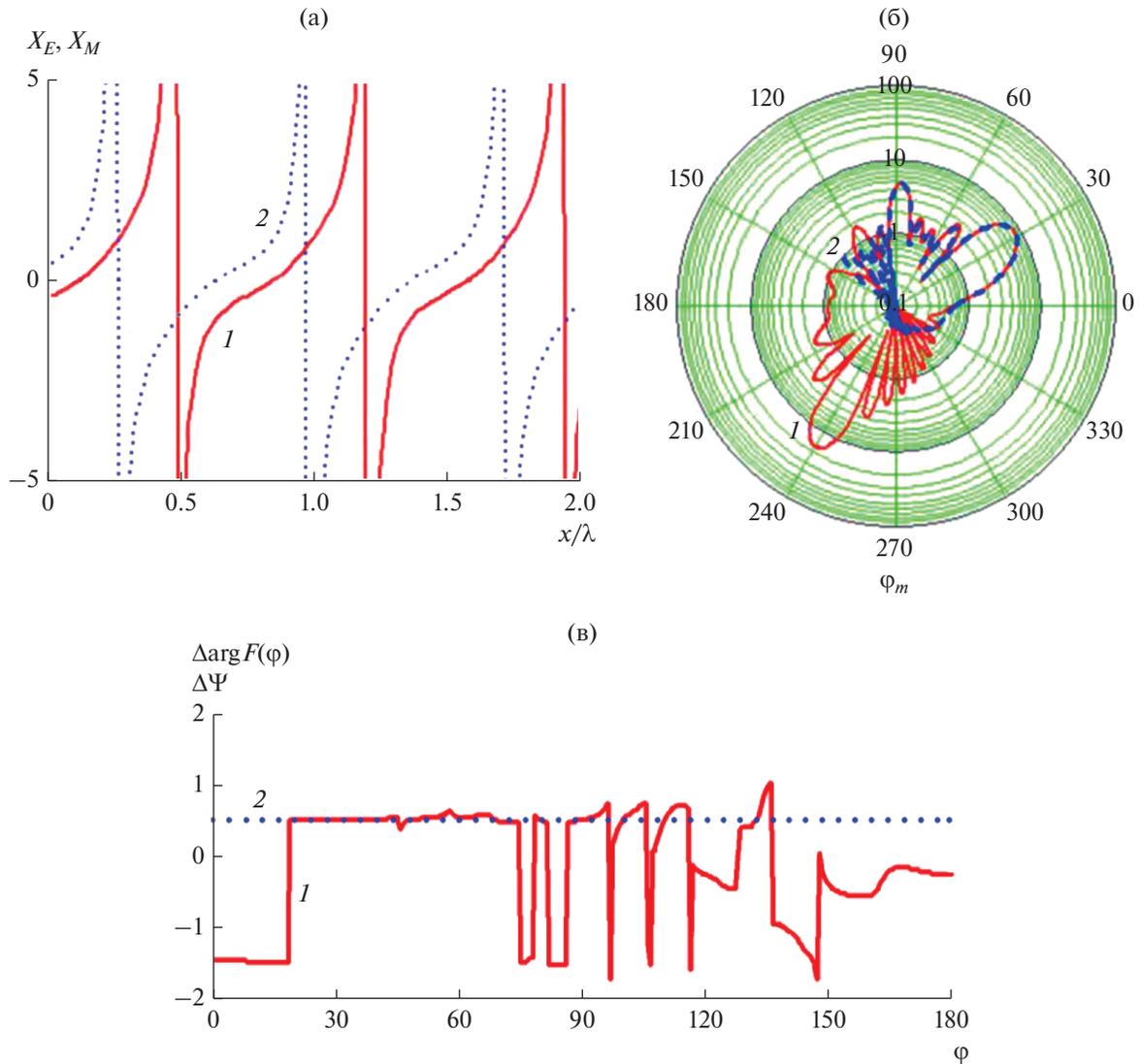
На рис. 5а–5в приведены результаты синтеза структуры с параметрами  $\phi_i = 60^\circ$ ,  $\phi_0 = 30^\circ$ ,  $\Delta \Psi = 90^\circ$ ,  $\alpha(x) = 45^\circ$  и  $\Upsilon = 1$ . И в данном случае в отраженном поле на обеих поляризациях появляются неконтролируемые лепестки. Причем в направлении нормали амплитуда дополнительного лепестка становится соизмеримой с уровнем основного. На согласной поляризации появляются

дополнительно еще и лепестки в направлениях  $120^\circ$  и  $150^\circ$ .

Отраженное поле в секторе углов  $\phi_0 \pm 60^\circ$  ( $-30^\circ \dots 110^\circ$ ) имеет круговую поляризацию (амплитуды лучей на обеих поляризациях одинаковы, а сдвиг фаз  $\Delta \Psi$  равен  $90^\circ$ ) (см. рис. 5в).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, впервые решена задача синтеза анизотропной реактансной структуры, ориентированной под фиксированным углом, переотражающей падающую линейно поляризованную волну в заданном направлении на требуемой поляризации. Получены выражения для коэффициентов отражения. В явном виде найдены компоненты



**Рис. 5.** Распределения (а)  $X_E(x)$  (кривая 1) и  $X_M(x)$  (кривая 2), диаграммы рассеяния  $Fh$  (кривая 1) и  $Fe$  (кривая 2) (б) и разность фаз диаграмм рассеяния  $\Delta \arg F(\phi) = \frac{\arg(Fe) - \arg(Fh)}{\pi}$  (кривая 1),  $\Delta \Psi$  (кривая 2) (в) структуры с параметрами  $\phi_i = 60^\circ$ ,  $\phi_0 = 30^\circ$ ,  $\Delta \Psi = 90^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  и  $\Upsilon = 1$ .

тензора анизотропного импеданса. Найден класс реализуемых с помощью реактансной структуры диаграмм рассеяния. Предложенные решения дают высокую точность в основном и ближайших боковых лепестках. При  $\phi_i < \phi_0$  в секторе углов  $\phi_0 \pm 60^\circ$ . Вне этих углов могут появляться неконтролируемые лепестки значительной амплитуды. Показано, что если необходимо получить результаты в более широком секторе углов, то необходимо решать задачу синтеза по заданной диаграмме рассеяния в данном секторе с привлечением методов оптимизации. В этом случае предложенные решения могут выступать в качестве первого приближения решения задачи. Как показали много-

численные расчеты при  $\phi_i < \phi_0$  точность предложенных решений достаточна.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-10537). Исследования проведены в Центре коллективного пользования “Прикладная электродинамика и антенные измерения” (<http://aedam.rtf.sfedu.ru/>) Южного федерального университета при финансовой поддержке Министерства образования Российской Федерации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Thomas T.L.* // Proc. 40th Conf. Electronic Components and Technology. Las Vegas. 20–23 May 1990. N.Y.: IEEE, 1990. V. 1. P. 131.
2. *Klingler E.H.* Tunable Absorber. Pat. US 3309704A. Publ. 14.03.1967.
3. *Warren K.A.J.* Reducing Reflections of Electromagnetic Signals. UK Patent The General Electric Co pls. № 84109479. Publ. 19.8.98.
4. *Chambers B.* // Smart Mater. Struct. 1999. № 1. P. 1.
5. *Chambers B., Ford K.L.* // Electron. Lett. 2000. V. 36. № 15. P. 1304.
6. *Schindler J.K., Mack R.B., Blacksmith P., Jr.* // Proc. IEEE. 1965. V. 53. P. 993.
7. *Harrington R., Mautz J.* // IEEE Trans. 1972. V. AP-20. № 4. P. 446.
8. *Петров Б.М., Семенухин А.И.* // Зарубеж. радиоэлектрон. 1994. № 6. С. 9.
9. *Kasyanov A.O., Obukhovets V.A.* // Антенны. 2001. № 4. С. 4.
10. *Whites K.W., Mittra R.* // Digest Antennas and Propagation Society Int. Symp. “Merging Technologies for the 90’s”. Dallas. 7–11 May. 1990. N.Y.: IEEE, 1990. V. 2. P. 870.  
<https://doi.org/10.1109/APS.1990.115246>
11. *Smith P.D., Rawlins A.D.* // Proc. 15th Int. Conf. on Electromagnetics in Advanced Appl. (ICEAA). Turin. 9–13 Sept. 2013. N.Y.: IEEE, 2013. P. 1297  
<https://doi.org/10.1109/ICEAA.2013.6632459>
12. *Miller M.A., Talanov V.I.* // Radiophysics. 1961. V. 4. № 5. С. 795.
13. *Кравченко В.Ф.* Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. М.: Физматлит, 2006.
14. *Lawrie R.E., Peters L.* // IEEE Trans. 1966. V. AP-14. № 6. P. 798.
15. *Short J.R., Chen K.M.* // IEEE Trans. 1969. V. AP-17. № 3. P. 315.
16. *Терешин О.Н.* // РЭ. 1963. Т. 6. № 1. С. 65.
17. *Ерохин Г.А., Кочержевский В.Г.* // РЭ. 1974. V. 19. № 1. P. 30.
18. *Чаплин А.Ф., Аксельрод А.М.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 12. С. 1905.
19. *Чаплин А.Ф., Кондратьев А.С.* // РЭ. 1977. Т. 22. № 3. С. 505.
20. *Петров Б.М., Шарварко В.Г.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1975. Т. 18. № 9. С. 90.
21. *Петров Б.М., Шарварко В.Г.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1979. Т. 22. С. 1.
22. *Петров Б.М., Юханов Ю.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1980. Т. 23. № 9. С. 59.
23. *Юханов Ю.В.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 4. С. 404.
24. *Semenikhin A.I.* // Антенны. 2001. № 4. P. 20.
25. *Yukhanov Y.V.* // 4th Intern. Conf. on Antenna Theory and Techniques. Sevastopol. 9–12 Sept. 2003. N.Y.: IEEE, 2003. V. 1. P. 121.  
<https://doi.org/10.1109/ICATT.2003.1239164>
26. *Yukhanov Y.V., Privalova T.Y.* // Proc. Asia-Pacific Microwave Conf. (APMC). Seoul 5–8 Nov. 2013. N.Y.: IEEE, 2013. P. 582.  
<https://doi.org/10.1109/APMC.2013.6694871>
27. *Захарьев Л.Н., Леманский А.А.* Рассеяние волн “черными” телами. М.: Сов. радио, 1972.
28. *Doumanis E., Goussetis G., Gomez-Tornero J.L. et al.* // Proc. 5th Europ. Conf. on Antennas and Propagation (EUCAP). Rome 11–15 Apr. 2011. N.Y.: IEEE, 2011. P. 1666.
29. *Doumanis E., Goussetis G., Gomez-Tornero J.L. et al.* // IEEE Trans. 2012. V. AP-60. № 1. P. 212.
30. *Kärkkäinen K., Stuchly M.* // IEE Proc. Microwave and Antennas Propagation. 2002. V. 149. № 5. P. 248.
31. *Niemi T., Karilainen A., Tretyakov S.* // IEEE Trans. 2013. V. AP-61. № 6. P. 3102.
32. *Yukhanov Y.V., Privalova T.Y.* // Proc. 24th Telecommunications Forum (TELFOR). Belgrade. 22–23 Nov. 2016. N.Y.: IEEE, 2016. P. 7818848.  
<https://doi.org/10.1109/TELFOR.2016.7818848>
33. *Privalova T.Yu.* // Proc. 2016 IEEE 5th Asia-Pacific Conf. on Antennas and Propagation (APCAP). Kaohsiun. 26–29 July 2016. N.Y.: IEEE, 2016. P. 233.  
<https://doi.org/10.1109/APCAP.2016.7843185>
34. *Курушин Е.П., Нефедов Е.И., Фиалковский А.Т.* Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах. М.: Наука, 1975.
35. *Stiefel E.I.* // Numerische Mathematik. 1959. V. 1. S. 1.
36. *Юханов Ю.В., Климов А.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1989. Т. 32. № 11. С. 86.