

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРЕ С КУСОЧНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ СЕЧЕНИЯ

© 2020 г. В. А. Калошин^{a, *}, Д. Т. Луу^{b, **}

^aИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 7, корп. 11, Москва, 125009 Российская Федерация

^bМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

*E-mail: vak@cplire.ru

**E-mail: luuductho@phystech.edu

Поступила в редакцию 21.06.2019 г.

После доработки 21.06.2019 г.

Принята к публикации 01.07.2019 г.

Рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем цилиндре, поперечное сечение которого образовано прямыми и дугами окружностей. Для решения задачи использован гибридный метод, сочетающий метод собственных функций, последовательных дифракций и принцип эквивалентности. Проведено сравнение результатов расчета гибридным методом, методом моментов и методом Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа.

DOI: 10.31857/S0033849420050071

ВВЕДЕНИЕ

При решении задач рассеяния акустических и электромагнитных волн на телах с кусочно-аналитической формой границы применяются как строгие численные методы: моментов, конечных элементов, Т-матриц, так и асимптотические: метод Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа (ГФК), геометрическая теория дифракции, метод параболического уравнения [1–5].

В случае когда все характерные электрические размеры задачи относительно небольшие эффективно применение численных методов. Однако если хотя бы один из характерных электрических размеров задачи велик, то использование численных методов требует больших размеров оперативной памяти компьютера.

В случае когда все характерные электрические размеры задачи, большие по сравнению с длиной волны, для ее решения можно эффективно использовать асимптотические методы, в частности метод ГФК. Если поверхность тела можно разбить на участки, являющиеся координатными поверхностями в одной из ортогональных систем координат, в которых волновое уравнение можно решить методом разделения переменных, то для вычисления интеграла Кирхгофа целесообразно применять метод функций Грина [5]. При этом поля на каждом таком участке, как и в приближении ГФК, полагаются равными падающему полю, а затем эти поля и функция Грина представляются в виде рядов по собственным функциям,

что облегчает процесс вычисления интеграла Кирхгофа. Однако, если хотя бы один из характерных электрических размеров задачи мал, такой подход приводит к серьезным погрешностям.

В данной работе для решения задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на бесконечном цилиндре, поперечное сечение которого образовано прямыми и дугами окружностей, использован новый гибридный метод решения подобных задач, предложенный в работе [6]. Он основан на сочетании метода собственных функций, последовательных дифракций и принципа эквивалентности (строгой формулировки метода ГФК). Проведено сравнение результатов расчета диаграмм рассеяния гибридным методом, гибридным методом без учета взаимодействия, методом моментов и методом ГФК для различных углов падения и двух типов поляризации падающей плоской волны.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим рассеяние плоской электромагнитной волны, падающей под углом φ_0 на идеально-проводящий бесконечный цилиндр, поперечное сечение которого образовано прямыми и дугами окружностей (рис. 1), где a_1, a_2 – радиусы окружностей, h – расстояние между центрами окружностей, l – длина прямых ($l = h \sin(-\beta + \pi/2)$, $\beta = \pi/2 - \arccos[(a_1 - a_2)/h]$).

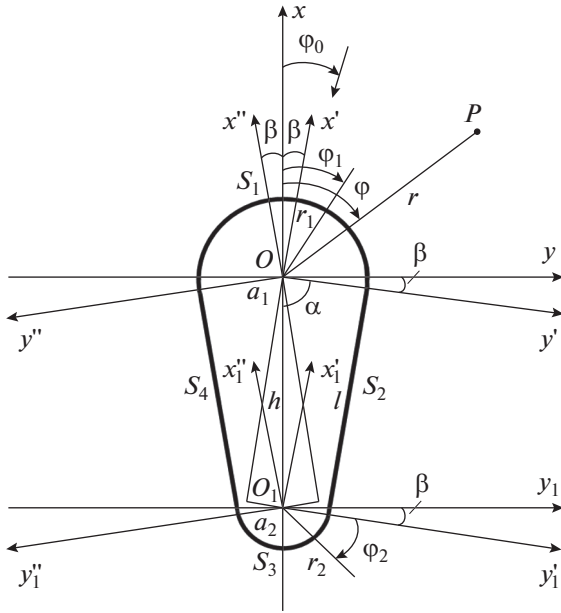


Рис. 1. Геометрия задачи.

В силу цилиндрической симметрии пластины задача рассеяния в общем случае сводится к двум двумерным задачам: для E -поляризации (электрическое поле параллельно образующей цилиндра) и H -поляризации (электрическое поле ортогонально образующей цилиндра). Будем искать решение этих задач в форме диаграммы рассеяния.

В силу наличия плоскости симметрии $y = 0$ без ограничения общности будем рассматривать область углов падения $0 \leq \varphi_0 \leq \pi$.

2. ГИБРИДНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ БЕЗ УЧЕТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Разобьем границу поперечного сечения цилиндра S на четыре участка: S_1 и S_3 — дуги окружности, S_2 и S_4 — отрезки прямых (см. рис. 1).

Решение задачи рассеяния плоской волны на идеально-проводящем цилиндре можно представить в виде ряда Рэлея [1]. Компоненты полного поля для случая E -поляризации в цилиндрических координатах (r_1, φ_1) с центром в точке O имеют вид

$$\begin{aligned} E_{z_1} &= E_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m \cos(m(\varphi_1 - \varphi_0)) [J_m(kr_1) - \\ &\quad - J_m(ka_1) H_m^{(2)}(kr_1) / H_m^{(2)}(ka_1)], \\ H_{r_1} &= \frac{i\omega \varepsilon_a}{k^2 r_1} \frac{\partial E_{z_1}}{\partial \varphi_1}, \quad H_{\varphi_1} = \frac{-i\omega \varepsilon_a}{k^2} \frac{\partial E_{z_1}}{\partial r_1}, \end{aligned} \quad (1)$$

где E_0 — амплитуда падающего электрического поля, $\varepsilon_0 = 1$ и $\varepsilon_0 = 2$ при $m \geq 1$.

Компоненты полного поля для случая H -поляризации имеют вид

$$\begin{aligned} H_{z_1} &= H_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m \cos(m(\varphi_1 - \varphi_0)) [J_m(kr_1) - \\ &\quad - J'_m(ka_1) H_m^{(2)}(kr_1) / H_m^{(2)'}(ka_1)], \\ E_{r_1} &= \frac{-i\omega \mu_a}{k^2 r_1} \frac{\partial H_{z_1}}{\partial \varphi_1}, \quad E_{\varphi_1} = \frac{i\omega \mu_a}{k^2} \frac{\partial H_{z_1}}{\partial r_1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где H_0 — амплитуда падающего магнитного поля.

Ток на дуге S_1 определяется по формуле $j = [H, n]$. Отсюда при $r_1 = a_1$ получаем для случая E - и H -поляризации соответственно:

$$j_{z_1}^1 = -H_{\varphi_1}, \quad j_{\varphi_1}^1 = H_{z_1}. \quad (3)$$

При падении плоской волны под углом φ_0 , лежащем в пределах $\beta < \varphi_0 \leq \pi - \beta$, как будет показано далее, можно пренебречь взаимодействием токов на разных участках образующей пластины в рамках гибридного метода. В этом случае токи на обеих дугах S_1 и S_3 полагаются равными токам на полных окружностях при рассеянии плоской волны, ток на освещенной прямой S_2 находится по формуле $j = 2[H^{\text{пад}}, n]$, а ток на прямой S_4 полагается равным нулю. В результате компоненты тока на прямой S_2 в повернутой на угол β системе декартовых координат $x' y'$ с центром в точке O (см. рис. 1) имеют вид:

$$\begin{aligned} j_{z'}^2 &= -2E_0 \frac{\omega \varepsilon_a}{k} \sin(\varphi_0) \exp \left[ik \sqrt{(x')^2 + (a_1)^2} \times \right. \\ &\quad \times \cos \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{x'}{a_1} \right) + \beta - \varphi_0 \right) \Big], \\ j_{x'}^2 &= -2H_0 \exp \left[ik \sqrt{(x')^2 + (a_1)^2} \times \right. \\ &\quad \times \cos \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{x'}{a_1} \right) + \beta - \varphi_0 \right) \Big]. \end{aligned} \quad (4)$$

Компоненты тока на дуге S_3 в цилиндрической системе координат (r_2, φ_2) с центром в точке O_1 имеют вид

$$\begin{aligned} j_{z_2}^3 &= -\exp(-ikh \cos(\varphi_0)) H_{\varphi_2}, \\ j_{\varphi_2}^3 &= \exp(-ikh \cos(\varphi_0)) H_{z_2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} H_{\varphi_2} &= \frac{-i\omega \varepsilon_a}{k^2} \frac{\partial}{\partial r_2} \left[E_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m \cos(m(\varphi_2 - \varphi_0)) \times \right. \\ &\quad \times [J_m(kr_2) - J_m(ka_2) H_m^{(2)}(kr_2) / H_m^{(2)}(ka_2)] \Big], \\ H_{z_2} &= H_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m \cos(m(\varphi_2 - \varphi_0)) \times \\ &\quad \times [J_m(kr_2) - J'_m(ka_2) H_m^{(2)}(kr_2) / H_m^{(2)'}(ka_2)]. \end{aligned}$$

Далее находим диаграмму рассеяния по известным формулам [1]:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \left[k^2 A^3 + \text{grad div } A^3 \right] - \text{rot } A^M, \\ H &= \frac{1}{i\omega\mu_a} \left[k^2 A^M + \text{grad div } A^M \right] + \text{rot } A^3, \end{aligned} \quad (6)$$

где $A^3 = \oint_S j^3 G ds$, $A^M = \oint_S j^M G ds$, соответственно, электрический и магнитный потенциалы,

$$\begin{aligned} G &= -i \sqrt{\frac{8}{\pi k}} \frac{\exp(-ikr(P))}{\sqrt{r(P)}} \exp(i\pi/4) \times \\ &\times \exp[ikr(S) \cos(\varphi(P) - \varphi(S))] \end{aligned}$$

— функция Грина свободного пространства, P — точка наблюдения в полярных координатах (r, φ) с центром в точке O .

При интегрировании по дугам S_1 и S_3 используем полярные координаты (r_1, φ_1) и (r_2, φ_2) соответственно, а при интегрировании по прямой S_2 — декартовую систему координат $x' y'$.

В результате для диаграммы рассеяния в случае E - и H -поляризации получаем

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{k^2}{i\omega\epsilon_a} \left[a_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{z_1}^1 G d\varphi_1 + \exp(ikh \cos(\pi - \varphi)) \times \right. \\ &\times a_2 \int_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{z_2}^3 G d\varphi_2 + \int_0^l j_z^2 G dx' + \left. \int_{-\beta+3\pi/2}^{\pi} j_{z_2}^3 G d\varphi_2 \right] + \\ &+ \exp(ikh \cos(\pi + \varphi)) a_2 \int_{\pi}^{\beta+\pi/2} j_{z_2}^3 G d\varphi_2, \\ H_z &= -ik \left[a_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G \cos(\varphi - \varphi_1) d\varphi_1 + \right. \\ &+ \exp(ikh \cos(\pi - \varphi)) a_2 \int_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G \cos(\varphi - \varphi_2) d\varphi_2 - \\ &- \sin(\varphi - \beta) \int_0^l j_x^2 G dx' + \exp(ikh \cos(\pi + \varphi)) \times \\ &\times a_2 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G \cos(\varphi - \varphi_2) d\varphi_2 \left. \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

При падении плоской волны под малыми углами $\varphi_0 \leq \beta$ компоненты тока на поверхности S_2 , S_3 , S_4 полагаются равными нулю. В результате для диаграммы рассеяния в случае E - и H -поляризации получаем

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{k^2 a_1}{i\omega\epsilon_a} \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{z_1}^1 G d\varphi_1, \\ H_z &= -ika_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G \cos(\varphi - \varphi_1) d\varphi_1. \end{aligned} \quad (8)$$

При падении плоской волны под углами $(\pi - \beta < \varphi_0)$ компоненты тока на прямой S_4 в повернутой на угол β декартовой системе координат $x'' y''$ (рис. 1) имеют вид

$$\begin{aligned} j_{z''}^4 &= -2E_0 \frac{\omega\epsilon_a}{k} \sin(\varphi_0) \exp \left[ik \sqrt{(x'')^2 + (a_1)^2} \times \right. \\ &\times \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \arctg \left(\frac{x''}{a_1} \right) - \beta - \varphi_0 \right) \left. \right], \\ j_{x''}^4 &= -2H_0 \exp \left[ik \sqrt{(x'')^2 + (a_1)^2} \times \right. \\ &\times \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \arctg \left(\frac{x''}{a_1} \right) - \beta - \varphi_0 \right) \left. \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

При интегрировании по прямой S_4 используем систему декартовых координат $x'' y''$ центром в точке O .

В результате для диаграммы рассеяния в случае E - и H -поляризации получаем

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{k^2}{i\omega\epsilon_a} \left[a_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{z_1}^1 G d\varphi_1 + \exp(ikh \cos(\pi - \varphi)) \times \right. \\ &\times a_2 \int_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{z_2}^3 G d\varphi_2 + \int_0^l j_z^2 G dx' + \int_l^0 j_{z''}^4 G dx'' + \\ &+ \exp(ikh \cos(\pi + \varphi)) a_2 \int_{\pi}^{\beta+\pi/2} j_{z_2}^3 G d\varphi_2 \left. \right], \\ H_z &= -ik \left[a_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G \cos(\varphi - \varphi_1) d\varphi_1 - \right. \\ &- \sin(\varphi - \beta) \int_0^l j_x^2 G dx' - \sin(\varphi + \beta) \int_l^0 j_{x''}^4 G dx'' + \\ &+ \exp(ikh \cos(\pi + \varphi)) a_2 \int_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G \cos(\varphi - \varphi_2) d\varphi_2 + \\ &+ \exp(ikh \cos(\pi - \varphi)) a_2 \int_{\pi}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G \cos(\varphi - \varphi_2) d\varphi_2 \left. \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

3. ГИБРИДНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Рассмотрим случай падения плоской волны под углом $\varphi_0 < \pi/2$. Будем искать распределение токов на S_1 , S_2 , S_3 , S_4 последовательно. Сначала найдем поля на линиях $x' = 0$, $y' > a_1$ и $x'' = 0$, $y'' < -a_1$. Для этого воспользуемся решением задачи рассеяния плоской волны на идеально-проводящем цилиндре по формулам (1) и (2).

Токи на дуге S_1 определяется по формуле $j = [H, n]$. Отсюда при $r_1 = a_1$ получаем для случая E - и H -поляризации соответственно:

$$j_{z_1}^1 = -H_{\varphi_1}, \quad j_{\varphi_1}^1 = H_{z_1}. \quad (11)$$

Запишем компоненты полного поля, выраженные формулами (1) и (2), в повернутых на угол β прямоугольных системах координат $x' y'$ и $x'' y''$ (см. рис. 1). В результате получаем

$$\begin{aligned} E_{z'} &= E_{z_1}, & H_{x'} &= -H_{\varphi_1}, & H_{y'} &= H_{r_1}, \\ H_{z'} &= H_{z_1}, & E_{x'} &= -E_{\varphi_1}, & E_{y'} &= E_{r_1}, \\ E_{z''} &= E_{z_1}, & H_{x''} &= H_{\varphi_1}, & H_{y''} &= -H_{r_1}, \\ H_{z''} &= H_{z_1}, & E_{x''} &= E_{\varphi_1}, & E_{y''} &= -E_{r_1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее определим векторные потенциалы в области между прямыми $x' = 0, y' > a_1$ и $x'' = -l, y_1'' < -a_1$, а также между прямыми $x'' = 0, y'' < -a_1$ и $x' = -l, y_1' > a_1$. В результате получаем

$$\begin{aligned} A_{z''}^3 &= \int_{-\infty}^{-a_1} -H_{y'} G_E dy'', & A_{z'}^3 &= \int_{a_1}^{\infty} -H_{y'} G_E dy', \\ A_{y''}^M &= \int_{-\infty}^{-a_1} -E_{z'} G_E dy'', & A_{y'}^M &= \int_{a_1}^{\infty} -E_{z'} G_E dy', \\ A_{y''}^3 &= \int_{-\infty}^{-a_1} H_{z''} G_H dy'', & A_{y'}^3 &= \int_{a_1}^{\infty} H_{z'} G_H dy', \\ A_{z''}^M &= \int_{-\infty}^{-a_1} E_{y''} G_H dy'', & A_{z'}^M &= \int_{a_1}^{\infty} E_{y'} G_H dy', \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} G_E &= \frac{-i}{4} [H_0^{(2)}(k\rho) - H_0^{(2)}(k\tilde{\rho})], \\ G_H &= \frac{-i}{4} [H_0^{(2)}(k\rho) + H_0^{(2)}(k\tilde{\rho})], \\ \rho &= \sqrt{(y' - y_1')^2 + (x')^2}, \\ \tilde{\rho} &= \sqrt{(y' + y_1' - 2a_1)^2 + (x')^2}, \\ \rho &= \sqrt{(y'' - y_1'')^2 + (x'')^2}, \\ \tilde{\rho} &= \sqrt{(y'' + y_1'' + 2a_1)^2 + (x'')^2}. \end{aligned}$$

Здесь G_E и G_H — функции Грина для плоскости в случае E - и H -поляризации соответственно.

Компоненты полного поля выражаются через векторные потенциалы по формулам

$$\begin{aligned} E_{z'}^1 &= \frac{k^2 A_{z'}^3}{i\omega\epsilon_a} - \frac{\partial A_{y'}^M}{\partial x'}, & H_{x'}^1 &= \frac{1}{i\omega\mu_a} \frac{\partial^2 (A_{y'}^M)}{\partial x' \partial y'} + \frac{\partial A_{z'}^3}{\partial y'}, \\ H_{y'}^1 &= \frac{1}{i\omega\mu_a} \left[k^2 A_{y'}^M + \frac{\partial^2 (A_{y'}^M)}{\partial y' \partial y'} \right] - \frac{\partial A_{z'}^3}{\partial x'}, \\ E_{y'}^1 &= \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \left[k^2 A_{y'}^3 + \frac{\partial^2 (A_{y'}^3)}{\partial y' \partial y'} \right] + \frac{\partial A_{z'}^M}{\partial x'}, \\ H_{z'}^1 &= \frac{k^2 A_{z'}^M}{i\omega\mu_a} + \frac{\partial A_{y'}^3}{\partial x'}, & E_{z''}^{11} &= \frac{k^2 A_{z''}^3}{i\omega\epsilon_a} - \frac{\partial A_{y''}^M}{\partial x''}, \\ H_{x''}^{11} &= \frac{1}{i\omega\mu_a} \frac{\partial^2 (A_{y''}^M)}{\partial x'' \partial y''} + \frac{\partial A_{z''}^3}{\partial y''}, & H_{y''}^{11} &= \frac{1}{i\omega\mu_a} \times \\ &\times \left[k^2 A_{y''}^M + \frac{\partial^2 (A_{y''}^M)}{\partial y'' \partial y''} \right] - \frac{\partial A_{z''}^3}{\partial x''}, & E_{y''}^{11} &= \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \times \\ &\times \left[k^2 A_{y''}^3 + \frac{\partial^2 (A_{y''}^3)}{\partial y'' \partial y''} \right] + \frac{\partial A_{z''}^M}{\partial x''}, & H_{z''}^{11} &= \frac{k^2 A_{z''}^M}{i\omega\mu_a} + \frac{\partial A_{y''}^3}{\partial x''}. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя в формулу (14) значения $y' = a_1$ при $-h\sin(-\beta + \pi/2) \leq x' \leq 0$ и $y'' = -a_1$ при $-h\sin(-\beta + \pi/2) \leq x'' \leq 0$, находим компоненты магнитного поля и тока на прямых S_2 и S_4 :

$$\begin{aligned} j_{z'}^2 &= H_{x'}^1, & j_{x'}^2 &= -H_{z'}^1, \\ \text{и } j_{z''}^4 &= H_{x''}^{11}, & j_{x''}^4 &= -H_{z''}^{11}. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя в формулу (14) значения $x' = -h\sin(-\beta + \pi/2)$ и $x'' = -h\sin(-\beta + \pi/2)$, находим компоненты полного поля на прямых $x_1' = 0, y_1' > a_2$ и $x_1'' = 0, y_1'' < -a_2$.

Далее находим токи на дуге S_3 . Векторные потенциалы при этом по-прежнему определены в формуле (6), где функции Грина окружности в полярной системе координат (r_2, φ_2) с центром в точке O_1 имеют вид [2]

$$\begin{aligned} G_{E,H} &= \frac{-i}{4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \left[-im \left(\varphi_2 \mp \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) \right) \right] \times \\ &\times \left[J_m(kr_<) - \frac{\Omega J_m(ka_2)}{\Omega H_m^{(2)}(ka_2)} H_m^{(2)}(kr_<) \right] H_m^{(2)}(kr_>). \end{aligned} \quad (16)$$

Для электрической поляризации $\Omega = 1$, а для магнитной $\Omega = \partial/\partial a_2, r_< = r_2', r_> = r_2$ при $r_2 > r_2'$ и $r_< = r_2, r_> = r_2'$ при $r_2 < r_2'$. Здесь $r_2' = y_1'$ и $r_2'' = y_1''$.

В результате для компонент тока на дуге S_3 получаем

$$j_{z_2}^3 = \frac{-1}{i\omega\mu_a} \times \left[k^2 A_{\varphi_2}^M + \frac{1}{r_2} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi_2} \left(\frac{1}{r_2} \frac{\partial(r_2 A_{r_2}^M)}{\partial r_2} + \frac{1}{r_2} \frac{\partial A_{\varphi_2}^M}{\partial \varphi_2} \right) \right] \right] - \frac{\partial A_{z_2}^3}{\partial r_2}, \quad (17)$$

$$j_{\varphi_2}^3 = \frac{k^2 A_{z_2}^M}{i\omega\mu_a} + \frac{1}{r_2} \left[\frac{\partial(r_2 A_{\varphi_2}^3)}{\partial r_2} - \frac{\partial A_{r_2}^3}{\partial \varphi_2} \right],$$

где

$$A_{z_2}^3 = - \int_{-\infty}^{-a_2} H_y^{11} G_E dr_2' - \int_{a_2}^{\infty} H_y^1 G_E dr_2',$$

$$A_{z_2}^M = \int_{-\infty}^{-a_2} E_y^{11} G_H dr_2' + \int_{a_2}^{\infty} E_y^1 G_H dr_2',$$

$$A_{r_2}^M = -\sin(\varphi_2) \left[\int_{-\infty}^{-a_2} E_z^{11} G_H dr_2' + \int_{a_2}^{\infty} E_z^1 G_H dr_2' \right],$$

$$A_{\varphi_2}^M = -\cos(\varphi_2) \left[\int_{-\infty}^{-a_2} E_z^{11} G_H dr_2' + \int_{a_2}^{\infty} E_z^1 G_H dr_2' \right],$$

$$A_{r_2}^3 = \sin(\varphi_2) \left[\int_{-\infty}^{-a_2} H_z^{11} G_E dr_2' + \int_{a_2}^{\infty} H_z^1 G_E dr_2' \right],$$

$$A_{\varphi_2}^3 = \cos(\varphi_2) \left[\int_{-\infty}^{-a_2} H_z^{11} G_E dr_2' + \int_{a_2}^{\infty} H_z^1 G_E dr_2' \right].$$

Таким образом, мы нашли токи на S . В результате для диаграммы рассеяния в случае E - и H -поляризации получаем

$$E_z = \frac{k^2}{i\omega\epsilon_a} \left[a_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{z_1}^1 G d\varphi_1 + \int_0^l j_{z_2}^2 G dx' + \right. \\ \left. + \exp(ikh \cos(\pi - \varphi)) a_2 \int_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{z_2}^3 G d\varphi_2 + \int_l^0 j_{z_2}^4 G dx'' + \exp(ikh \cos(\pi + \varphi)) a_2 \int_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{z_2}^3 G d\varphi_2 \right],$$

$$H_z = -ik \left[a_1 \int_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G \cos(\varphi - \varphi_1) d\varphi_1 - \right. \quad (18) \\ \left. - \sin(\varphi - \beta) \int_0^l j_{x_2}^2 G dx' - \sin(\varphi + \beta) \int_l^0 j_{x_2}^4 G dx'' + \right. \\ \left. + \exp(ikh \cos(\pi - \varphi)) a_2 \int_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G \cos(\varphi - \varphi_2) d\varphi_2 + \right. \\ \left. + \exp(ikh \cos(\pi + \varphi)) a_2 \int_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G \cos(\varphi - \varphi_2) d\varphi_2 \right].$$

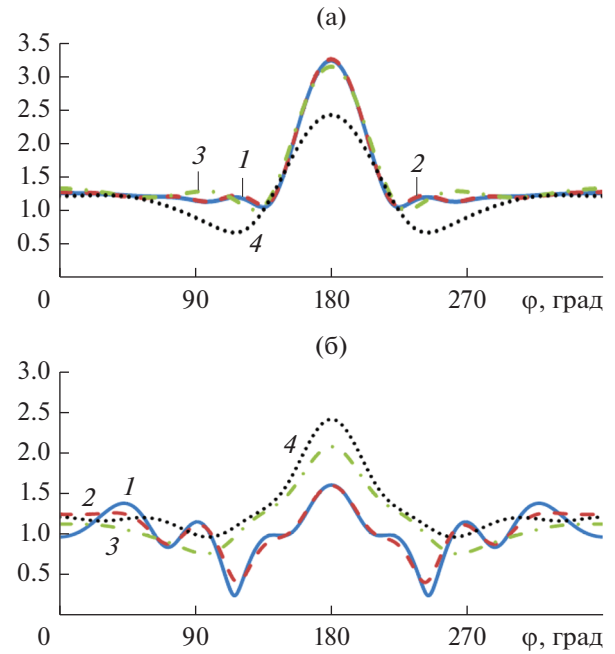


Рис. 2. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 0$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 1$.

Построение решения при падении плоской волны под углами $\varphi_0 > \pi/2$ производится по аналогичной схеме.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2–9 приведены результаты расчета диаграмм рассеяния на цилиндре с параметрами $kh = 5$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 1$ и 0.1 для E - и H -поляризации при четырех значениях угла падения плоской волны: $\varphi_0 = 0, 20^\circ, 45^\circ, 180^\circ$. На всех рисунках кривая 1 показывает результаты расчета методом моментов, 2 – гибридным методом с учетом взаимодействия, 3 – гибридным методом без учета взаимодействия, 4 – методом Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа.

На рис. 2–9 видно, что результаты расчета диаграмм рассеяния методом моментов (кривая 1) и гибридным методом с учетом взаимодействия (кривая 2) хорошо совпадают для всех углов падения и обоих значений параметра ka_2 . Результаты расчета гибридным методом без учета взаимодействия (кривая 3) совпадают с ними только при значениях угла φ_0 , лежащих в пределах $\beta < \varphi_0 \leq \pi - \beta$. Результаты точного расчета и методом ГФК (кривая 4) совпали только для одного угла падения $\varphi_0 = \pi/4$ для E -поляризации и только в области главного лепестка диаграммы рассеяния.

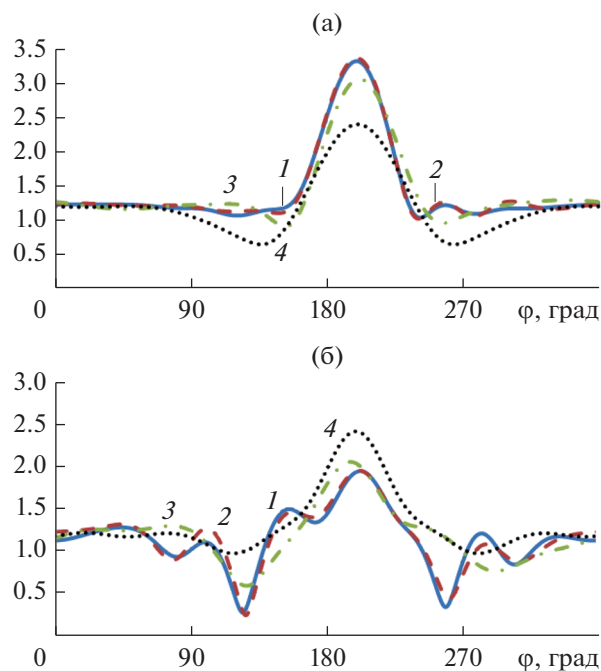


Рис. 3. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 20^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 1$.

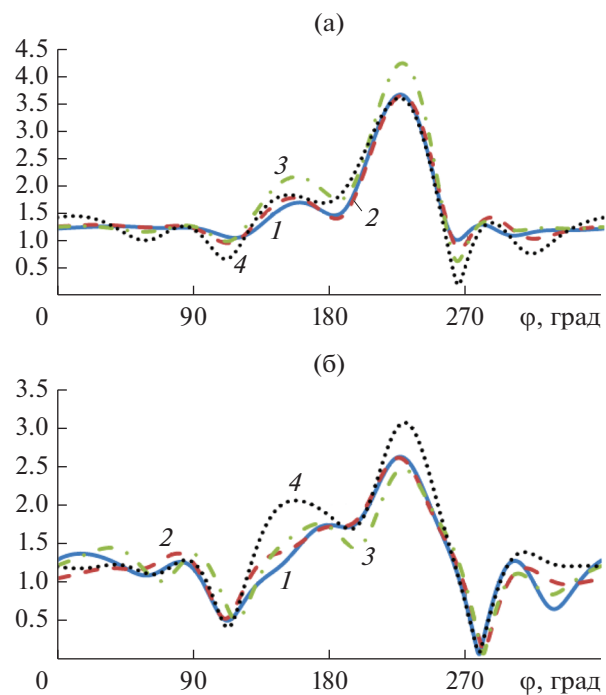


Рис. 4. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 45^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 1$.

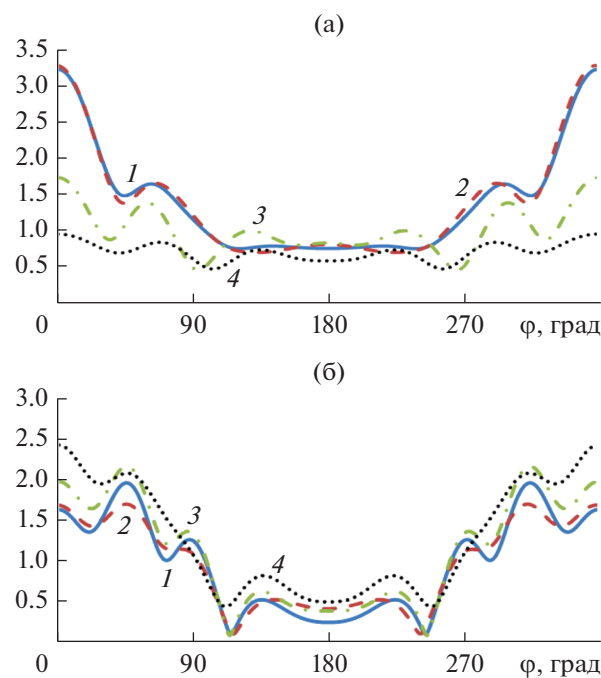


Рис. 5. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 180^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 1$.

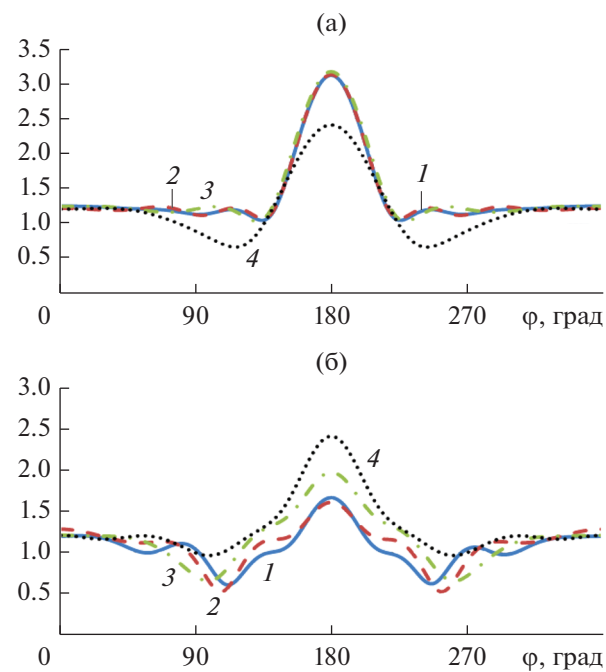


Рис. 6. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 0^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 0.1$.

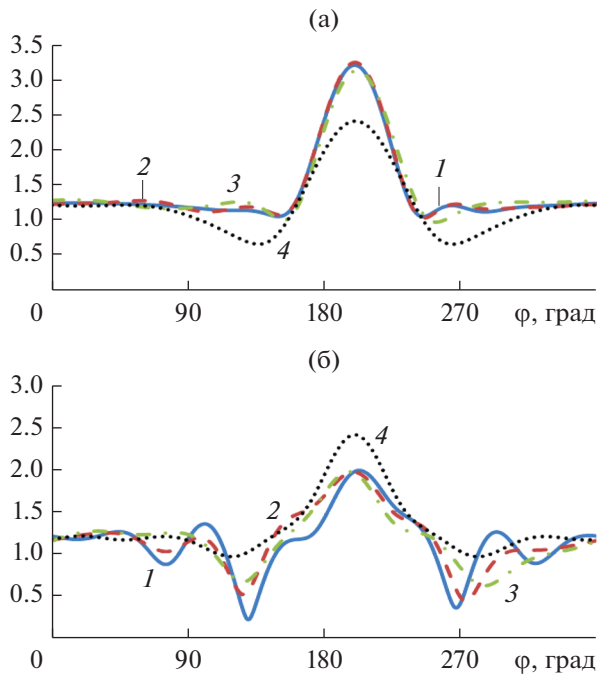


Рис. 7. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 20^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 0.1$.

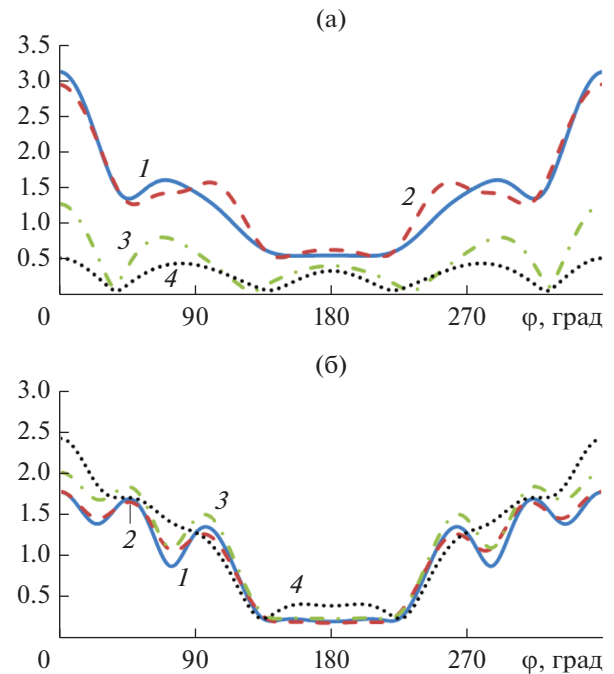


Рис. 9. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 180^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 0.1$.

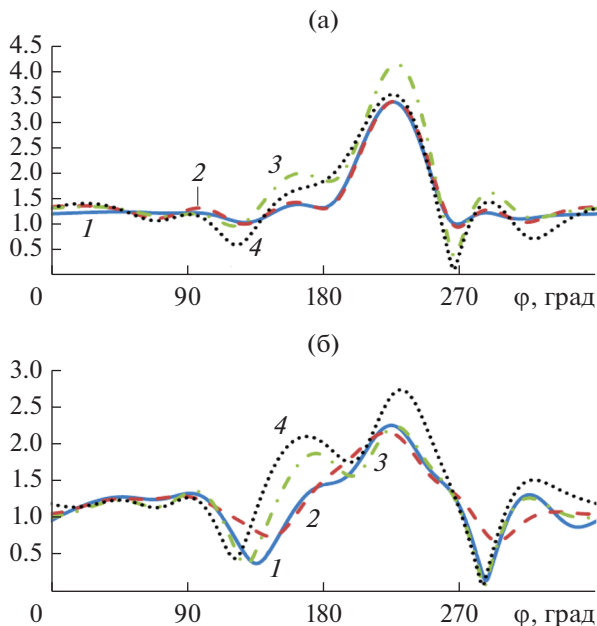


Рис. 8. Диаграммы рассеяния для E -поляризации (а) и H -поляризации (б) при $\varphi_0 = 45^\circ$, $ka_1 = 3$, $ka_2 = 0.1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в результате сравнения результатов расчета четырьмя методами можно сделать следующие выводы:

1. Предложенный гибридный метод с учетом взаимодействия позволяет решать задачи рассеяния

плоской электромагнитной волны на цилиндрических телах с кусочно-аналитической формой образующей и произвольными характерными электрическими размерами при любых углах падения.

2. Гибридный метод без учета взаимодействия позволяет решать задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на цилиндрических телах с кусочно-аналитической формой образующей с произвольными характерными электрическими размерами для углов падения, не близких к скользким.

3. Метод Гюйгенса—Френеля—Кирхгофа даже качественно не описывает диаграмму рассеяния плоской волны на цилиндре при радиусах кривизны границы поперечного сечения цилиндра менее половины длины волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л.: Энергия, 1967.
2. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978.
3. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978.
4. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.
5. Kleshchev A.A. // J. Acoust. 2016. V. 6. P. 45.
6. Kaloshin V.A., Luu D.T. // Intern. Sci. Conf. "Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves RSEMW-2019", Divnomorskoe, Russia. June, 2019. P. 232.