

**ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС
В РАДИОФИЗИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ**

УДК 537.86

**ТРАЕКТОРИИ ЗАРЯДОВ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПУЧКЕ
С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ
И ВИХРЕВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ**

© 2020 г. В. Б. Байбурина^а, А. С. Розов^{а, *}, В. П. Мещанов^б, С. Л. Чернышев^с^аСаратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., ул. Политехническая, 77, Саратов, 410054 Российская Федерация^бНаучно-производственное предприятие «НИКА–СВЧ», ул. Московская, 66, Саратов, 410012 Российская Федерация^сМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: fog545@mail.ru

Поступила в редакцию 20.03.2019 г.

После доработки 20.03.2019 г.

Принята к публикации 19.04.2019 г.

Проведен анализ траекторий в цилиндрическом пучке с учетом переменной магнитной индукции и вихревых электрических полей. Показано что учет вихревых полей при моделировании стабилизирует траекторию.

DOI: 10.31857/S0033849420060042

Заряженные электронные пучки присутствуют во многих устройствах со скрещенными электрическими магнитными полями [1–4]. В работе [1] рассмотрены траектории зарядов с учетом неоднородного и переменного во времени магнитного поля в условиях наличия и отсутствия пространственного заряда. Показано, что траектория в этом случае хаотична как в случае наличия пространственного заряда, так и в его отсутствие. Однако, при этом не учитывалось влияние вихревых электрических полей, которые возникают под воздействием переменной магнитной индукции. В данной работе проведено моделирование траекторий зарядов в заряженном цилиндрическом пучке с учетом вихревых полей.

Моделирование проводилось применительно к схеме, показанной на рис. 1, где B_z – переменная во времени магнитная индукция, E_z – постоянное электрическое поле вдоль оси пучка, ρ – плотность зарядов в пучке.

Уравнения движения заряда применительно к схеме рис. 1, имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \eta E_x + \eta B_z \dot{y}, & \ddot{y} &= -\eta E_y + \eta B_z \dot{x}, \\ \ddot{z} &= \eta E_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где E_x, E_y – составляющие электрических полей (полей пространственного заряда и вихревых по-

лей), $\eta = q/m_0$ – отношение заряда частицы к его массе.

Переменную во времени магнитную индукцию представим в виде

$$B_z = B_{0z} + \Delta B_z \sin(\omega t), \quad (2)$$

где B_{0z} – статическая магнитная индукция, ΔB_z – амплитуда изменения переменной компоненты

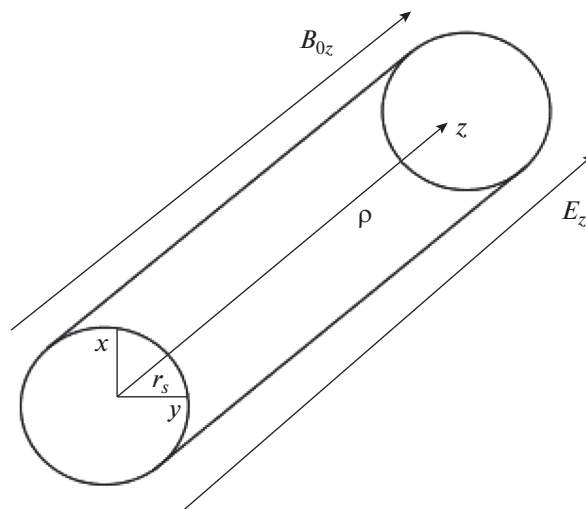


Рис. 1. Схема пучка.

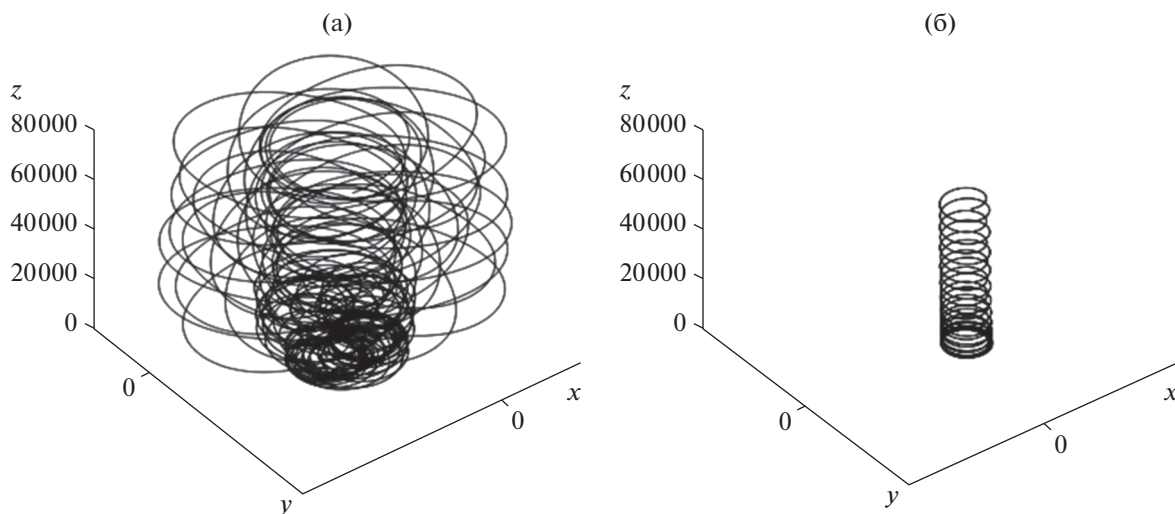


Рис. 2. Траектория заряда при $\omega = 0.5 \cdot \eta B_0$ без учета (а) и с учетом (б) вихревой составляющей.

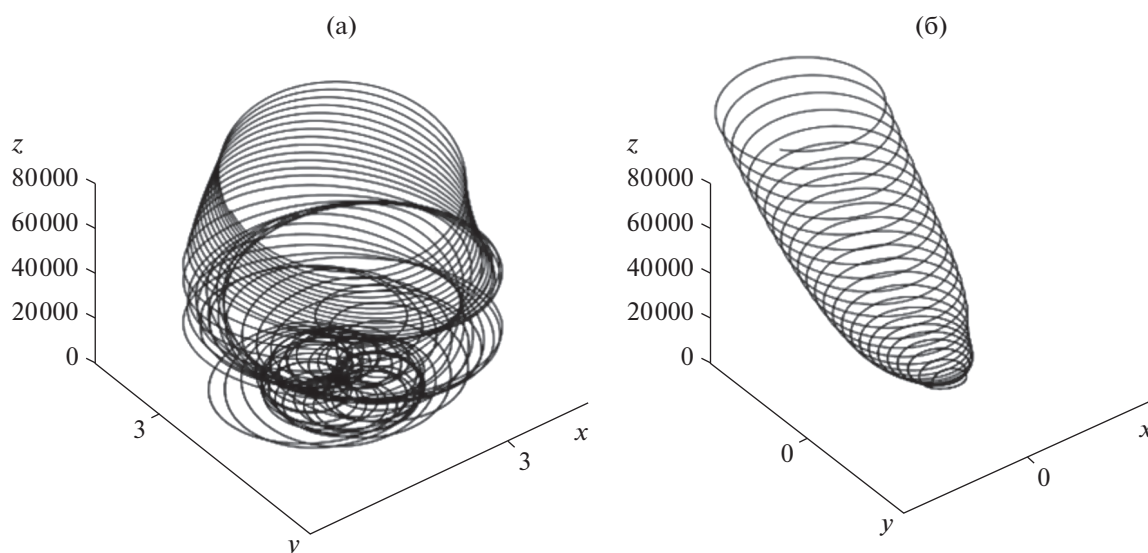


Рис. 3. Траектория заряда при $\omega = \eta B_0$ без учета (а) с учетом (б) вихревой составляющей.

магнитной индукции, ω – частота изменения переменной компоненты магнитной индукции.

Электрические поля E_x и E_y представляют собой сумму полей пространственного заряда (индексы x_s, y_s) и вихревых полей (индексы x_{φ}, y_{φ}):

$$E_x = E_{x_s} + E_{x_{\varphi}}, \quad E_y = E_{y_s} + E_{y_{\varphi}}. \quad (3)$$

Для составляющих поля пространственного заряда можно записать [1]:

$$E_{x_s} = \begin{cases} \frac{\rho r_s^2 x}{2\epsilon_0 r^2}, & r > r_s \\ \frac{\rho x}{2\epsilon_0}, & r < r_s \end{cases}, \quad E_{y_s} = \begin{cases} \frac{\rho r_s^2 y}{2\epsilon_0 r^2}, & r > r_s \\ \frac{\rho y}{2\epsilon_0}, & r < r_s \end{cases}, \quad (4)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

здесь r_s – радиус пучка, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Вихревые поля определяются как [2]:

$$E_{x_{\varphi}}(x, y, t) = \begin{cases} y \Delta B_z \omega \cos(\omega t), & r < 2r_s \\ 0, & r > 2r_s \end{cases}, \quad (5)$$

$$E_{y_{\varphi}}(x, y, t) = \begin{cases} -x \Delta B_z \omega \cos(\omega t), & r < 2r_s \\ 0, & r > 2r_s \end{cases}.$$

Рассмотрим траектории с учетом плотности зарядов в пучке и при различных частотах изменения магнитного поля: $\omega = 0.5 \cdot \eta B_0$ и $\omega = \eta B_0$.

Система уравнений (1) решалась численно методом Рунге–Кутты IV порядка точности [3] в безразмерных единицах, нормировка величин описана в работе [1].

В расчетах примем следующие значения параметров:

$$E_z = 5, \quad B_{0z} = 1, \quad \Delta B = 0.5, \quad r_s = 1, \quad \rho = 1.$$

Рассмотрим траектории для случая $\omega = 0.5 \cdot \eta B_0$ (рис. 2). Как видно из траектории на рис. 2а, без учета вихревой составляющей траектория нерегулярна, носит хаотический характер, что подтверждается, как и в работе [1], соответствующим видом спектра мощности, и положительным значением показателя Ляпунова [4] ($\Lambda = 2.031$), а под действием вихревых полей (рис. 2б) траектория регулярна.

Рассмотрим траектории для случая $\omega = \eta B_0$ (рис. 3). Как видно из рис. 3а, начальная часть траектории носит хаотический характер, а затем характер траектории регуляризируется. Траекто-

рия заряда с учетом вихревой составляющей поля рис. 3б регулярна.

Таким образом, влияние вихревых электрических полей способствует регуляризации траекторий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розов А.С., Байбурин В.Б. // РЭ. 2014. Т. 59. № 9. С. 872.
2. Байбурин В.Б., Куцько П.П., Мещанов В.П., Розов А.С., Терентьев А.А. // Электромагнитные волны и электрон. системы. 2015. Т. 20. № 2. С. 77.
3. Турчак Л.И. Основы численных методов М.: Физматлит, 2003.
4. Анищенко В.С. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы. Саратов: Изд-во СГУ, 1999.