РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 7, с. 725–728

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.382+621.391.822

ПРИРОДА ТОКОВ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ИЗМЕНЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗЦА. ЕМКОСТНЫЕ И НЕЕМКОСТНЫЕ ТОКИ

© 2020 г. С. Г. Дмитриев*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

**E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru*

Поступила в редакцию 08.07.2018 г.
После доработки 08.07.2019 г.
Принята к публикации 28.07.2019 г.

В развитие идей теоремы Рамо рассмотрена природа токов во внешней цепи, возникающих при изменении параметров образца. Показано, что кроме токов, индуцированных движением зарядов в образце, и емкостных токов, возможны дополнительные. Приведены формулы и поясняющий пример, в котором при изменении параметров структуры токи во внешней цепи есть, хотя емкостные токи и индуцированные движением зарядов токи отсутствуют.

DOI: 10.31857/S0033849420060091

1. ТЕОРЕМА РАМО

Работа приборов в электронике определяется, как правило, движением зарядов в их активных частях. Поэтому формулы, описывающие связь между зарядами и токами в вакууме или в твердом теле (в полупроводниках и диэлектриках), с одной стороны, и токами, возникающими при этом во внешней цепи, – с другой, представляют особый интерес. Такие формулы, известные под названием теоремы Рамо (или Шокли–Рамо) [1, 2], рассматривалась в ряде работ для различных применений [1–10]. Впервые вклад в ток от двигающегося в вакууме одиночного заряда изучался в самом общем виде в работах [1, 2] в связи с дробовыми шумами в вакуумных электронных приборах. Эти результаты были обобщены и использованы для анализа работы вакуумных СВЧ-приборов во многих статьях и монографиях (см., например, [3–6] и цитированную там литературу). Применения к структурам с диэлектриками предложены в работах [7–9] для описания датчиков жесткого излучения [7–10]. Вопросы диагностики структур металл–диэлектрик–полупроводник (МДП), интегральных схем и анизотропных образцов рассматривались в работах [11–15].

Отметим, что при классическом рассмотрении движения отдельных электронов в рамках теоремы Рамо на электродах согласно теории индуцируются дробные заряды. Необходимы обобщения на одноэлектронный и вообще на квантовый случаи.

В наиболее общем виде для некоторой твердотельной структуры с N металлическими электродами и протекающими в ней токами теорема Рамо выражается следующим равенством [3, 4] (см. также [15]):

$$\sum_{k=1}^{N} \Phi_k^{(1)} I_k = \iiint (\vec{E}^{(1)} \cdot \vec{j}_{\text{п}}) dV, \tag{1}$$

где $\vec{j}_{\text{п}}(t, \vec{r})$ – плотность полного тока, определяемая известной формулой:

$$\vec{j}_{\text{п}} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t, \tag{2}$$

$\vec{j}(t, \vec{r})$ – плотность конвективного тока, $\vec{D}(t, \vec{r})$ – электрическая индукция, которая в отсутствие спонтанной поляризации равна

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j, \tag{3}$$

$\varepsilon_{ij}(t, \vec{r})$ – тензор диэлектрической проницаемости (по одинаковым тензорным индексам здесь и далее предполагается суммирование), $E_j(t, \vec{r})$ – электрическое поле, $\vec{E}^{(1)} = -\text{grad}\varphi^{(1)}$, $\varphi^{(1)}(t, \vec{r})$ – соответственно электрическое поле и его потенциал, $\Phi_k^{(1)}(t)$ – потенциал k-го электрода (k = 1, 2, ..., N) из некоторой вспомогательной задачи (которую мы уточним ниже), I_k – ток, втекающий в k-й электрод из внешней цепи, определяемый равенством

$$I_k = \partial Q_k / \partial t - i_k, \tag{4}$$

где i_k – ток, втекающий из рассматриваемой области в k-й электрод:

$$i_k = -\iint_{S_k} (\vec{j} \cdot \vec{n}) dV, \tag{5}$$

Q_k – заряд k-го электрода, равный

$$Q_k = \iint\limits_{S_k} (\vec{D} \cdot \vec{n}) dV, \tag{6}$$

S_k – поверхность k-го электрода, $\vec{n}$ – внешняя нормаль к ней.

Полезную формулу для тока на отдельный (α-й) электрод можно получить, выбирая вспомогательную задачу с $\Phi_k^{(1)} = 0$ при $k \neq \alpha$ и $\Phi_\alpha^{(1)} = \Phi_0 = 1$ В [9, 10]. Тогда из (1) следует :

$$\Phi_0 I_\alpha = \iiint (\vec{E}^{(1\alpha)} \cdot \vec{j}_{\text{п}}) dV, \tag{7}$$

где $\vec{E}^{(1\alpha)}$ – поле во вспомогательной задаче в рассматриваемом случае.

Обычно теорему Рамо понимают в более узком смысле, удерживая в правых частях формул (1) и (7) только конвективные токи:

$$\Phi_0 I_\alpha^{(\text{к})} = \iiint (\vec{E}^{(1\alpha)} \cdot \vec{j}) dV, \tag{8}$$

($I_\alpha^{(\text{к})}$ – вклад во внешний ток на α-й электрод от конвективных токов в образце), или даже, как это делалось в первых работах, рассматривая движение только одного точечного заряда [1, 2].

Для вывода обсуждаемых формул можно использовать интеграл

$$J_1 = -\iiint \operatorname{div}(\varphi^{(1)} \vec{j}_{\text{п}}) dV, \tag{9}$$

где интегрирование проводится по всему пространству, за исключением металлических электродов. Искомые формулы получаются отсюда с помощью формул векторного анализа и равенства $\operatorname{div}\vec{j}_{\text{п}} = 0$ (предполагается также, что поверхностный интеграл по бесконечности равен нулю). Вспомогательная задача должна содержать те же электроды, что и в основной задаче, а поле в ней должно быть потенциальным (чтобы обеспечить постоянство потенциала на поверхностях электродов). Обычно в качестве вспомогательной рассматривается та же задача (в той же среде), но без зарядов и токов в образце. Временные изменения параметров вспомогательной задачи должны быть достаточно медленными, чтобы не нарушать потенциальность. В задачах диагностики, например, используются квазистационарные режимы. Поле же в исследуемой (основной) задаче может и не быть потенциальным.

Однако токи во внешней цепи индуцируются не только конвективными токами, но и (см. формулы (1) и (2)) изменениями индукции, включая изменения спонтанной поляризации, тензора диэлектрической проницаемости, включая и изменения ориентаций осей тензора (см. формулы в [11, 13, 15]). Изменения поляризации имеют ту же природу, что и конвективные токи, а токи, связанные с изменениями второй части индукции (см. (3)), относят обычно к токам емкостной природы. В книгах по электронике можно найти много конкретных примеров на этот счет (см., например, [16–18]). Однако возникает вопрос, верно ли это в общем случае. Это рассматривается в следующих разделах.

2. ЕМКОСТНЫЕ ТОКИ

Рассмотрим сначала вопрос о точности. Вернемся к равенствам (4)–(6), описывающим сохранение заряда в k-м электроде. Сохранение заряда здесь обеспечивается равенством нулю потока полного тока $\vec{j}_{\text{п}}$ через поверхность электрода (что в свою очередь, связано с равенством $\operatorname{div}\vec{j}_{\text{п}} = 0$ и, следовательно, с обращением в нуль объемного интеграла, в который преобразуется с помощью теоремы Остроградского–Гаусса поверхностный интеграл). Следовательно, соотношение (4) выполняется строго, если поверхность интегрирования охватывает весь электрод, кроме его контактов с подводящими заряд проводами (поверхность S_k), через которые и проходит в электрод ток I_k. Но тогда не выполняется уравнение (6) (хотя неточность, конечно, мала). Это можно подправить с помощью формального приема, проводя дополнительно в интегралах с $\partial\vec{D}/\partial t$ в области контактов две совпадающие геометрически поверхности (но с противоположными внешними нормалями), дополняющие поверхности S_k до полных. Тогда в левой части уравнения (1) появятся дополнительные слагаемые, но другого вида, так как поверхности проводов неэквипотенциальны. В пренебрежении неэквипотенциальностью электроды со сквозными токами (и непроницаемыми для зарядов поверхностями) дают, очевидно, нулевой вклад в левую часть (1).

Однако уравнение (7) для тока на отдельный электрод можно получить только для уединенного электрода. В первых работах [1, 2] и была предложена модель с разъединенными электродами, в рамках которой индуцированные заряды на электродах определялись при различных положениях неподвижного точечного заряда. Токи получались путем дифференцирования координаты заряда по времени. Вопрос же о влиянии подвода заряда не обсуждался.

В связи с этим отметим, что модель с изолированными электродами можно использовать только во вспомогательной задаче (не трогая основную). Левая часть уравнения (8) и в этом случае будет не точной (из-за проводов). Но влияние проводов обычно мало. В пренебрежении эффектами такого рода можно выделить емкостные токи, определив с этой целью и сами емкости отдельных электродов. Необходимо также, чтобы поле в основной задаче было потенциальным. Тогда

$$I_\alpha = \iiint E_i^{(\alpha)}\left(j_i + \frac{\partial\varepsilon_{ij}}{\partial t}E_j\right)dV + \sum_{k=1}^{N} C_k^\alpha \frac{\partial\Phi_k}{\partial t}, \quad (10)$$

$$E_i^{(\alpha)} = E_i^{(1\alpha)}\big/\Phi_0, \quad (11)$$

$$C_k^\alpha = Q_k^{(1\alpha)}\big/\Phi_0, \quad (12)$$

где Φ_k – потенциалы электродов в основной задаче, $E_i^{(\alpha)}$ – вспомогательное нормированное поле, $Q_k^{(1\alpha)}$ – заряд k-го электрода в вспомогательной задаче в рассматриваемом случае, C_k^α – коэффициенты емкости (при $\alpha = k$) и коэффициенты электростатической индукции (при $\alpha \neq k$) (см., например, [19]). Мы предполагаем здесь также, что заряды и поляризация в образце во вспомогательной задаче отсутствуют, а тензор диэлектрической проницаемости симметричен ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$). Более общее рассмотрение этого вопроса представлено в [15].

Отметим, что в уравнении (10) кроме емкостного слагаемого (последнее слагаемое в правой части (10)) и индуцированных движением зарядов в образце токов (первое слагаемое под интегралом) присутствует еще одно слагаемое с производной $\partial\varepsilon_{ij}/\partial t$ (второе под интегралом). Это и не удивительно: ведь изменения емкости тоже индуцируют токи, а емкость конденсатора, например, зависит от диэлектрической проницаемости. Поэтому возникает вопрос – не связано ли обсуждаемое слагаемое с изменениями емкостей. Интересующая нас здесь формула (при тех же предположениях и с теми же замечаниями, что и выше) имеет вид

$$I_\alpha = \sum_{k=1}^{N}\frac{\partial}{\partial t}(C_k^\alpha\Phi_k) + \iiint\left\{E_i^{(\alpha)}j_i - \frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t}\varepsilon_{ji}E_j\right\}dV \quad (13)$$

(подробнее см. в [20]). Здесь слагаемое

$$I_{\alpha1} = \iiint (E_i^{(\alpha)}j_i)dV \quad (14а)$$

описывает вклад от конвективных токов в образце. Слагаемое

$$I_{\alpha2} = \sum_{k=1}^{N}\frac{\partial}{\partial t}(C_k^\alpha\Phi_k), \quad (14б)$$

обычно тоже относят к емкостным токам (см., например, [17]), хотя токи здесь связаны не только с изменениями потенциалов электродов (традиционный вклад), но и с изменениями емкостных коэффициентов, которые зависят в том числе и от диэлектрической проницаемости (явная зависимость токов от изменений тензора диэлектрической проницаемости представлена в [15]). Если емкостные коэффициенты зависят только от потенциалов электродов, то можно ввести более привычные понятия дифференциальных емкостей $C_{k,\text{д}}^\alpha$, определяемых следующим равенством:

$$C_{k,\text{д}}^\alpha = C_k^\alpha + \sum_{j=1}^{N}\Phi_j\frac{\partial C_j^\alpha}{\partial\Phi_k}. \quad (14в)$$

Тогда (14б) принимает вид

$$I_{\alpha2} = \sum_{k=1}^{N} C_{k,\text{д}}^\alpha(\partial\Phi_k/\partial t). \quad (14г)$$

Однако, как видно из (13), дополнительное слагаемое к емкостным и индуцированным движением зарядов токам (второе слагаемое в правой части под интегралом), хотя и другого вида, все равно остается:

$$I_{\alpha3} = \iiint\left(-\frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t}\varepsilon_{ji}E_j\right)dV. \quad (15)$$

В следующем разделе рассматривается пример, в котором возникают такие токи (т.е. токи неемкостного характера).

3. НЕЕМКОСТНЫЕ ТОКИ

Рассмотрим одномерную структуру с двумя смежными диэлектриками с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 и с двумя полубесконечными металлами, контактирующими с этими диэлектриками. Толщина диэлектриков $d/2$. Ось Ox направим от первого диэлектрика ко второму, начало координат поместим на контакте первого диэлектрика с металлом. Если теперь поверхностная плотность заряда на границе второго электрода $\sigma_0 > 0$ при $x = d$, то

$$\sigma_0 = \varepsilon_0\varepsilon_2E_2 = \varepsilon_0\varepsilon_1E_1, \quad (16)$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, а $E_1 > 0$ и $E_2 > 0$ – амплитуды электрических полей в первом и втором диэлектрике соответственно (поверхностная плотность заряда на границе с первым электродом равна $-\sigma_0$). Тогда (как видно из (16)) потенциал второго электрода $\varphi(d) = \varphi_0 > 0$ относительно первого электрода равен

$$\varphi_0 = \sigma_0/C, \quad (17)$$

где

$$C = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}{d(\varepsilon_1+\varepsilon_2)} \quad (18)$$

– емкость структуры на единицу площади (потенциал первого электрода равен $\varphi(0) = 0$). Добавим далее на границу между диэлектриками ($x = d/2$) отрицательный заряд с поверхностной плотностью $-\sigma_1 < 0$. Если потенциалы электродов при этом неизменны, то добавленный заряд индуцирует на первом и втором электродах дополнительные положительные заряды σ_{11} и σ_{12} соответственно:

$$\sigma_{11} = \frac{\varepsilon_1\sigma_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{\sigma_1 Cd}{2\varepsilon_0\varepsilon_2}, \tag{19а}$$

$$\sigma_{12} = \frac{\varepsilon_2\sigma_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{\sigma_1 Cd}{2\varepsilon_0\varepsilon_1}. \tag{19б}$$

При этом сохраняется электронейтральность:

$$\sigma_{11} + \sigma_{12} = \sigma_1. \tag{19в}$$

Изменения диэлектрических проницаемостей приводят к изменению емкости построенной структуры, которое описывается следующей формулой:

$$\frac{\delta C}{C} = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\left(\frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2} + \frac{\delta\varepsilon_2}{\varepsilon_2^2}\right). \tag{20}$$

Отсюда следует, что емкость остается неизменной, когда

$$\frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2} = -\frac{\delta\varepsilon_2}{\varepsilon_2^2}. \tag{21}$$

Если это условие выполняется, то изменение плотности заряда σ_{12} описывается выражением

$$\frac{\delta\sigma_{12}}{\sigma_{12}} = -\frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1}. \tag{22}$$

Напомним, что при постоянных емкости C и потенциале φ_0 не меняется также и плотность заряда σ_0. Тогда изменение полной плотности заряда $\Sigma_2 = \sigma_0 + \sigma_{12}$ на втором электроде сводится к $\delta\Sigma_2 = \delta\sigma_{12}$ и может быть отлично от нуля, если выполняется условие (21) (при этом обсуждаемое изменение заряда на электроде обеспечивается токами из внешней цепи). Но если емкость и потенциал постоянны, то емкостных токов нет. Отсутствуют здесь и токи, обусловленные движением зарядов в образце (так как нет движения).

Таким образом, поясняющий пример с неемкостными токами построен: а именно описана структура с изменяющимися параметрами, в которой емкостные токи и токи, индуцированные движением зарядов в образце, отсутствуют, а ток во внешней цепи все же есть. Результаты этого раздела можно получить и более формальным образом с помощью формул общей теории из предыдущего раздела (см. формулы (13)–(15)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы условия применимости теоремы Рамо и ее обобщений. Рассмотрена природа токов, возникающих при изменении параметров образца. Показано, что кроме емкостных токов и индуцированных движением зарядов токов возможны токи иной природы. Приведен поясняющий пример с токами неемкостного характера. Дополнительные токи могут сопутствовать, например, физическим процессам в образце, которые сопровождаются изменениями диэлектрической проницаемости (структурные изменения, фазовые переходы, химические реакции и т.д.). Их изучение полезно при диагностике процессов в электронных приборах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shockley W.* // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. № 10. P. 635.
2. *Ramo S.* // Proc. IRE. 1939. V. 27. № 9. P. 584.
3. *Beck A.H.W.* Thermionic Valves: Their Theory and Design. Cambridge: Cambridge University Press, 1953.
4. *Jen C.K.* // Proc. IRE. 1941. V. 29. P. 345.
5. *Gabor D.* // J. Inst. Electr. Engrs. 1944. V. 91. Pt. 3. № 15. P. 128.
6. *Гвоздовер С., Лопухин В.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1946. Т. 10. № 1. С. 29.
7. *Cavalleri G., Fabri G. et al.* // Nucl. Instr. Meth. 1963. V. 21. P. 177.
8. *Cavalleri G., Gatti E.* // Nucl. Instr. Meth. 1971. V. 92. P. 137.
9. *He Z.* // Nucl. Instr. Meth. 2001. V. A463. № 1–2. P. 250.
10. *Tavernier S.* Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics. London: Springer, 2010.
11. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2009. Т. 43. № 6. С. 854.
12. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2011. Т. 45. № 2. С. 192.
13. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1229.
14. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2013. Т. 58. № 9. С. 983.
15. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1115.
16. *Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г.* Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
17. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984.
18. *Nicollian E.R., Brews J.R.* MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology. N.Y.: J. Wiley & Sons, 1982.
19. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
20. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 926.