

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.315.61

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ  
КОМПЛЕКСНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ  
ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ В СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОМ  
ДИАПАЗОНЕ ВОЛНОВОДНЫМ МЕТОДОМ

© 2020 г. М. П. Пархоменко<sup>а, \*</sup>, Д. С. Каленов<sup>а</sup>, И. С. Еремин<sup>а</sup>, Н. А. Федосеев<sup>а</sup>,  
В. М. Колесникова<sup>а</sup>, О. А. Дьяконова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190, Российская Федерация

\*E-mail: pamikle@yandex.ru

Поступила в редакцию 22.03.2019 г.

После доработки 24.12.2019 г.

Принята к публикации 30.12.2019 г.

Рассмотрен улучшенный волноводный метод определения комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей материалов, не требующий измерения расстояния от плоскостей образца до плоскостей калибровки. Проведенная проверка этого метода и сравнение полученных результатов с классическим волноводным методом на примере образца из высокоомного кремния показали уменьшение ошибки в определении тангенсов углов диэлектрических и магнитных потерь, а также действительной составляющей комплексной магнитной проницаемости.

DOI: 10.31857/S0033849420080112

## ВВЕДЕНИЕ

Для определения электромагнитных параметров материалов широко используются резонаторные, волноводные методы и метод свободного пространства [1–9]. Резонаторные методы определяют параметры материалов на отдельных частотах. Основное преимущество волноводного метода заключается в том, что он позволяет определять электромагнитные параметры материалов в широкой полосе частот. Но существует ряд причин, которые ограничивают применение классического волноводного метода, главные из которых — это наличие воздушного зазора между образцом и стенками волновода (особенно между образцом и широкой стенкой волновода) и погрешность, связанная с неточностью определения фазы коэффициентов отражения и прохождения. Последняя обусловлена главным образом ошибкой в определении расстояний от границ образца до границ измерительной секции. Для уменьшения влияния на результаты измерений зазора между образцом и широкой стенкой волновода предложено заполнять его непроводящей пастой, составленной из мелкодисперсного медного порошка, перемешанного с вазелином [7, 9]. Другую погрешность, связанную с неточностью определения расстояний от границ образца до границ измерительной секции, можно уменьшить, используя секции-фланцы, длина которых равнялась бы длине исследуемого образца [9].

Однако существует методическая возможность уменьшения этой погрешности. Эта возможность базируется на том, что современные анализаторы цепей позволяют измерять все четыре  $S$ -параметра измерительной секции с образцом за один цикл (два коэффициента отражения и два коэффициента прохождения). Получаемое при этом число уравнений превышает число неизвестных. Это позволяет при определении комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей составить комбинацию уравнений, при решении которых отпадает необходимость определения указанных выше расстояний. Такая комбинация, определяющая *улучшенный* волноводный метод, рассмотрена в [10].

Цель данной работы — повышение точности измерений диэлектрической и магнитной проницаемостей в СВЧ-диапазоне с помощью волноводного методом.

## 1. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛОВ В КЛАССИЧЕСКОМ И УЛУЧШЕННОМ ВОЛНОВОДНЫХ МЕТОДАХ

В волноводном методе, который строится на базе использования в эксперименте векторного анализатора цепей, измеряются комплексные ко-

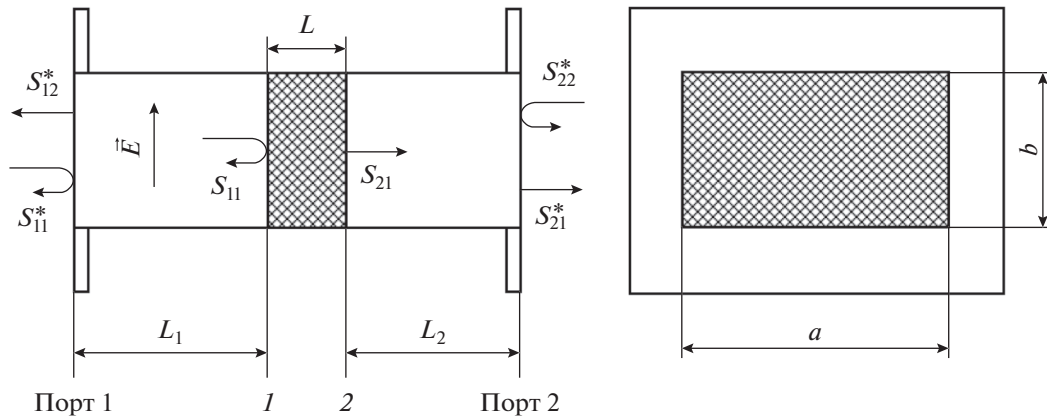


Рис. 1. Волноводная секция с исследуемым образцом:  $a \times b$  – поперечные размеры волновода,  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $L$  – длина образца; вид спереди (слева) и вид сбоку (справа).

эффиценты отражения и прохождения измерительной секции с образцом исследуемого материала (см. рис. 1). В этом случае при *отсутствии* воздушного зазора аналитическое решение задачи позволяет определить комплексные диэлектрическую и магнитную проницаемости этого материала [5, 6].

Классический волноводный метод основан на приведенных ниже формулах для комплексных коэффициентов отражения  $S_{11}$  и прохождения  $S_{21}$  на границах 1-го и 2-го образцов (см. рис. 1), т.е. он фактически использует только два  $S$ -параметра:

$$S_{11} = \frac{\Gamma(1 - P^2)}{1 - \Gamma^2 P^2}, \tag{1}$$

$$S_{21} = \frac{P(1 - \Gamma^2)}{1 - \Gamma^2 P^2}, \tag{2}$$

где  $\Gamma$  – коэффициент отражения в волноводе на границе воздух–образец (в случае образца *бесконечной* длины, т.е. при отсутствии интерференции в образце);  $P$  – коэффициент распространения через материал образца в волноводе. Он определяется следующим соотношением:

$$P = \exp(-\gamma L) = \exp[-(\alpha + j\beta)L]. \tag{3}$$

Здесь  $\gamma = \alpha + j\beta$  постоянная распространения волны в волноводе, заполненном исследуемым материалом, которая складывается из постоянной затухания  $\alpha$  [Нп/м] и фазовой постоянной  $\beta$  [м<sup>-1</sup>],  $L$  – толщина образца.

В реальной измерительной секции комплексные коэффициенты отражения  $S_{11}^*$  и прохождения  $S_{21}^*$  измеряются на границах измерительной

волноводной секции (см. рис. 1) и связаны с коэффициентами  $S_{11}$  и  $S_{21}$  формулами

$$S_{11} = \frac{S_{11}^*}{R_1^2}, \tag{4}$$

$$S_{21} = \frac{S_{21}^*}{R_1 R_2}. \tag{5}$$

Здесь  $R_1 = \exp(-\gamma_0 L_1)$  и  $R_2 = \exp(-\gamma_0 L_2)$ , где

$$\gamma_0 = j\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2} -$$

постоянная распространения в волноводе с воздушным заполнением,  $\lambda_0$  – длина волны в свободном пространстве,  $\lambda_c$  – критическая длина волны в волноводе. В выражения для  $R_1$  и  $R_2$  входят величины  $L_1$  и  $L_2$ , которые надо измерять с достаточной точностью.

Соотношения для определения комплексных диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостей в *классическом* волноводном методе находятся в такой последовательности. На первом этапе из системы уравнений (1) и (2) выражаем  $P$  и  $\Gamma$  через известные величины  $S_{11}$  и  $S_{21}$  [6]:

$$\Gamma = \frac{S_{11}^2 - S_{21}^2 + 1}{2S_{11}} \pm \sqrt{\frac{(S_{11}^2 - S_{21}^2 + 1)^2}{4S_{11}^2} - 1}, \tag{6}$$

$$P = \frac{S_{21} + S_{11} - \Gamma}{1 - (S_{21} + S_{11})\Gamma}. \tag{7}$$

Далее, используя дисперсионное уравнение для волновода с заполнением ( $\epsilon$  и  $\mu$  – параметры материала заполнения) [11] и выражение для коэффициента отражения  $\Gamma$  на границе воздух–исследуемый образец, находим искомые соотношения для определения комплексных диэлектрической

$\varepsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостей исследуемого и материала:

$$\mu = -\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \frac{1}{\gamma_0 L} [\ln|P| + j(\varphi - 2\pi k)], \quad (8)$$

$$\varepsilon = \frac{\lambda_0^2}{\mu} \left\{ \frac{1}{\lambda_c^2} - \left( \frac{1}{2\pi L} \right)^2 [\ln|P| + j(\varphi - 2\pi k)]^2 \right\}, \quad (9)$$

где  $\varphi = \arg P$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Значение  $k$  определяется путем анализа группового времени задержки сигнала в образце [6].

Теперь обратимся к улучшенному волноводному методу, который позволяет исключить погрешность, связанную с неточностью определения размеров  $L_1$  и  $L_2$ . В реальной измерительной установке, измеряя комплексные коэффициенты отражения  $S_{11}^*$ ,  $S_{22}^*$  и прохождения  $S_{21}^*$ ,  $S_{12}^*$  на границах измерительной волноводной секции, получаем систему из трех уравнений (при двух неизвестных  $P$  и  $\Gamma$ ) [10]:

$$S_{11}^* = R_1^2 \left( \frac{\Gamma(1-P^2)}{1-\Gamma^2 P^2} \right), \quad (10)$$

$$S_{22}^* = R_2^2 \left( \frac{\Gamma(1-P^2)}{1-\Gamma^2 P^2} \right), \quad (11)$$

$$S_{21}^* = S_{12}^* = R_1 R_2 \left( \frac{P(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 P^2} \right). \quad (12)$$

Используя эту систему, можно составить комбинацию уравнений, которая не зависит от размеров  $L_1$  и  $L_2$  [10]:

$$\begin{aligned} S_{11}^* S_{22}^* - S_{21}^* S_{12}^* &= \\ &= \exp[-2\gamma_0(L_{\text{возд}} - L)] \left( \frac{\Gamma^2 - P^2}{1-\Gamma^2 P^2} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{S_{21}^* + S_{12}^*}{2} = \exp[-\gamma_0(L_{\text{возд}} - L)] \frac{P(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 P^2}, \quad (14)$$

где  $L_{\text{возд}} = L_1 + L_2 + L$  — длина измерительной секции, которая может быть измерена с хорошей точностью (см. рис. 1).

Теперь выражения для  $P$  и  $\Gamma$  находим из вновь полученной системы:

$$P = \frac{x+1}{2y} \pm \sqrt{\left( \frac{x+1}{2y} \right)^2 - 1}, \quad (15)$$

$$\Gamma = \pm \sqrt{\frac{x-P^2}{xP^2-1}}, \quad (16)$$

где

$$x = \left( S_{21}^* S_{12}^* - S_{11}^* S_{22}^* \right) \exp[2\gamma_0(L_{\text{возд}} - L)]$$

$$y = \left( \frac{S_{21}^* + S_{12}^*}{2} \right) \exp[\gamma_0(L_{\text{возд}} - L)].$$

Заметим, что в этом случае  $P$  и  $\Gamma$  уже не зависят от  $L_1$  и  $L_2$ . Из (15) выбираются те решения, при которых выполняется условие  $|P| \leq 1$ .

Для правильного выбора знака в (16) получим коэффициент отражения  $\Gamma$  другим путем. Обозначим его  $\Gamma_1$  и выразим из (10):

$$\Gamma_1 = \frac{\alpha(P^2 - 1) \pm \sqrt{\alpha^2 P^4 + 2P^2(2S_{11}^{*2} - \alpha^2) + \alpha^2}}{2S_{11}^* P^2}, \quad (17)$$

где  $\alpha = \exp(-2\gamma_0 L_1)$ .

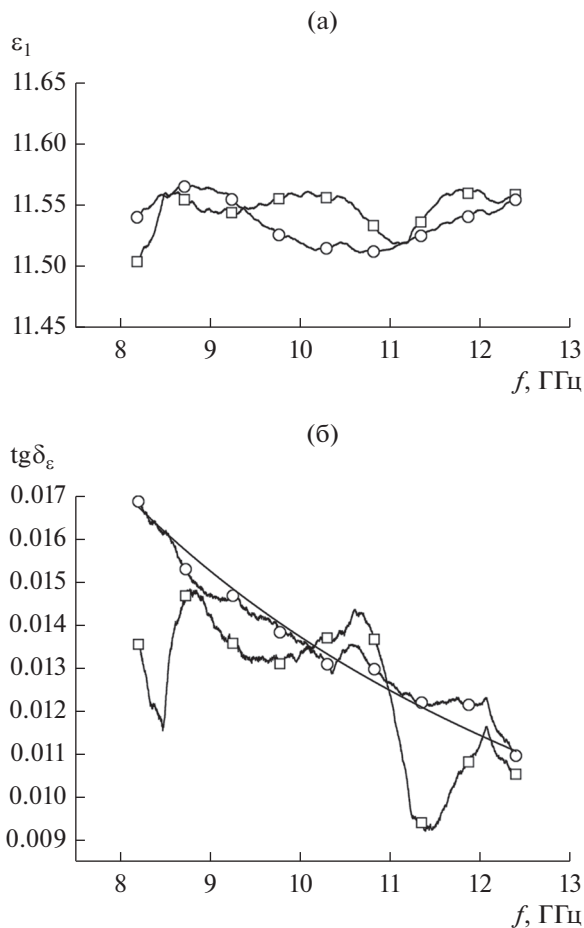
Знак плюс или минус в выражении (17) выбирают исходя из условия  $|\Gamma_1| \leq 1$ , а знак в выражении (16) — из условия  $\Gamma \approx \Gamma_1$ .

Далее, по методике, описанной выше, получаем выражения (8) и (9) для определения  $\varepsilon$  и  $\mu$ , в которых  $P$  и  $\Gamma$  задаются соотношениями (15) и (16). Ниже приведены экспериментальные результаты по определению комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей высокоомного кремния, полученные по обоим методам, и проведено их сравнение.

## 2. ИЗМЕРЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВЫСОКООМНОГО КРЕМНИЯ

Экспериментальная проверка описанных выше волноводных методик проводилась на высокоомном кремнии. Из заготовки кремния с удельным сопротивлением около  $\rho = 1.1$  кОм см изготавливали образец с поперечными размерами  $22.72 \times 10.09$  мм<sup>2</sup> и длиной 15.98 мм, который вставляли в волноводную секцию с поперечными размерами волновода  $a \times b = 22.86 \times 10.16$  мм<sup>2</sup>. Для волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе критическая длина  $\lambda_c = 2a$ . Длина волноводной секции была равна 50.07 мм. Воздушный зазор между образцом и широкой стенкой волновода, который не превышал 0.07 мм, заполняли непроводящей пастой, составленной из мелкодисперсного медного порошка, перемешанного с вазелином. Измерения проводили в полосе частот 8.2...12.4 ГГц, а обработку результатов измерений — двумя приведенными выше способами. Полученные зависимости действительной составляющей  $\varepsilon_1$  и тангенса угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta_\varepsilon$  кремния от частоты представлены на рис. 2а, 2б.

Проведем анализ полученных результатов. Как известно, в рассматриваемом частотном диапазоне действительная составляющая  $\varepsilon_1$  диэлектрической проницаемости кремния не обнаружи-

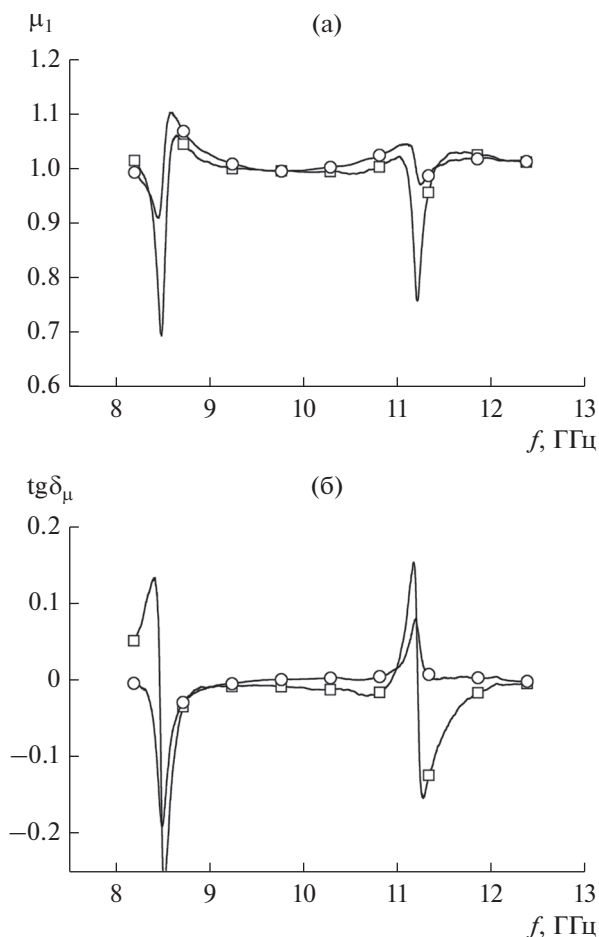


**Рис. 2.** Частотные зависимости  $\epsilon_1$  (а) и  $\text{tg} \delta_\epsilon$  (б) для образца кремния (поперечные размеры –  $22.72 \times 10.09 \text{ мм}^2$ , длина – 15.98 мм), полученные экспериментально классическим волноводным методом (квадратики) и улучшенным волноводным методом (кружочки); расчет по формуле (18) для образца с  $\rho = 1.13 \text{ кОм см}$  и  $\epsilon_1 = 11.6$  (сплошная кривая на рис. 2б).

вает дисперсии и равняется 11.6. Вычисленные значения  $\epsilon_1$  в нашем случае находятся в пределах от 11.5 до 11.56, т.е. погрешность не превышает 1%. Что касается тангенса угла диэлектрических потерь, то их частотные зависимости заметно отличаются (см. рис. 2б). При обработке классическим методом полученная зависимость отображается волнообразной кривой. В улучшенном волноводном методе экспериментальная зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от частоты достаточно хорошо описывается уравнением (18). Этому есть объяснение. В высокоомном кремнии решеточные потери существенно ниже потерь на свободных носителях, а тангенс угла потерь на свободных носителях уменьшается с ростом частоты по закону [12]:

$$\text{tg} \delta_\epsilon = 1/(\epsilon \epsilon_0 \omega \rho), \quad (18)$$

где  $\omega$  – круговая частота электромагнитной волны,  $\rho$  – удельное сопротивление материала,  $\epsilon$  –



**Рис. 3.** Частотные зависимости  $\mu_1$  (а) и  $\text{tg} \delta_\mu$  (б) для образца кремния (поперечные размеры образца –  $22.72 \times 10.09 \text{ мм}^2$ , длина – 15.98 мм), полученные экспериментально классическим волноводным методом (квадратики) и улучшенным волноводным методом (кружочки).

относительная диэлектрическая проницаемость,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$  – диэлектрическая постоянная (на рис. 2б эта зависимость показана сплошной кривой). Заметим, что формула (18) позволяет уточнить значение удельного сопротивления кремния, которое составило  $\rho = 1.13 \text{ кОм см}$ . Мы видим, что с учетом поправки на удельное сопротивление отклонение экспериментальной зависимости от расчетной минимально, т.е. не превышает  $7 \times 10^{-4}$  (см. рис. 2б). При обработке классическим методом отклонение на порядок больше и достигает величины  $5 \times 10^{-3}$ .

Кремний – немагнитный материал, поэтому при обработке результатов измерений мы полагали  $\mu_1 = 1, \mu_2 = 0$ . Изложенные выше волноводные методы позволяют определять комплексную магнитную проницаемость материала. Найденные зависимости для  $\mu_1$  и  $\text{tg} \delta_\mu$  показаны на рис. 3а, 3б.

Значения  $\mu_1$ , полученные разными методами, примерно совпадают. Наблюдаемые на графиках выбросы в значении  $\mu_1$  и  $\text{tg}\delta_\mu$  объясняются приборной погрешностью измерений значений коэффициента отражения в точках его минимумов на частотах, определяемых условием  $l = k\lambda_v/2$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\lambda_v$  – длина волны в волноводе на заданной частоте минимума коэффициента отражения). В нашем эксперименте в полосе частот 8.2...12.4 ГГц располагаются два минимума – на частотах 8.5 и 11.2 ГГц – и выбросы при обработке по улучшенному волноводному методу меньше. В окрестностях максимума коэффициента отражения в районе частоты 10 ГГц результаты, полученные обоими способами, примерно одинаковы.

Что касается тангенса угла магнитных потерь, то здесь преимущество улучшенного волноводного метода очевидно: значение  $\text{tg}\delta_\mu$  в окрестностях максимума коэффициента отражения, определенное по улучшенному методу, равняется  $1 \times 10^{-3}$  а в классическом методе оно принимает отрицательную величину с порядком  $10^{-2}$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены два способа определения комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей материалов волноводным методом. Экспериментальная проверка на примере образца из высокоомного кремния показала, что при обработке улучшенным волноводным методом уменьшается ошибка в определении тангенсов углов диэлектрических  $\text{tg}\delta_\epsilon$  и магнитных  $\text{tg}\delta_\mu$  потерь, а также действительной составляющей  $\mu_1$  комплексной магнитной проницаемости.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандт А.А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. М.: Физматгиз, 1963.
2. Chen L.F., Ong C.K., Neo C.P. et al. Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 2004.
3. Пархоменко М.П., Калёнов Д.С., Федосеев Н.А. и др. // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 651.
4. Parkhomenko M.P., Kalenov D.S., Fedoseev N.A. et al. // Phys. Wave Phenomena. 2015. V. 23. № 3. P. 202.
5. Nicolson A.M., Ross G.F. // IEEE Trans. 1970. V. IM-19. № 4. P. 377.
6. Weir W.B. // Proc. IEEE. 1974. V. 62. № 1. P. 33.
7. Пархоменко М.П., Калёнов Д.С., Ерёмин И.С. и др. // Журн. Радиоэлектроники. 2018. № 9. <http://jre.cplire.ru/jre/sep18/6/text.pdf>.
8. Пархоменко М.П., Савельев С.В., фон Гратовски С.В. // РЭ. 2017. Т. 62. № 3. С. 276.
9. Parkhomenko M.P., Kalenov D.S., Eremin I.S. et al. // Phys. Wave Phenomena. 2019. V. 27. № 4. P. 299.
10. Baker-Jarvis J., Janezic M.D., Grosvenor J.H., Jr., Geyer R.G. Transmission/Reflection and Short-Circuit Line of Methods for Measuring Permittivity and Permeability. NIST Technical Note 1355-R. Boulder: NIST, 1993. 124 p. <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/TN/nbstechnicalnote1355r.pdf>.
11. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. Т. 1. М.: Высш. шк., 1970.
12. Гарин Б.М., Копнин А.Н., Пархоменко М.П. и др. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. № 21. С. 56.