

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 537.874;621.396

**УПРАВЛЕНИЕ ИНТЕРФЕРОГРАММОЙ В МЕТА-ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ  
С МЕТАСТРУКТУРОЙ ИЗ ЛИНЕЙНЫХ ПРОВОДОВ В КАЧЕСТВЕ  
ОТРАЖАТЕЛЯ РЕЗОНАТОРА ФАБРИ–ПЕРО**

© 2021 г. Г. А. Крафтмахер<sup>а</sup>, \*, В. С. Бутылкин<sup>а</sup>, Ю. Н. Казанцев<sup>а</sup>,  
В. П. Мальцев<sup>а</sup>, И. П. Никитин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: gkraft@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 14.06.2020 г.

После доработки 14.06.2020 г.

Принята к публикации 27.06.2020 г.

Предложен и апробирован в диапазоне 3...6 ГГц путь для селективного управления многополосной фильтрацией микроволн, основанный на применении метаструктуры в качестве одного из отражателей резонатора Фабри–Перо, содержащегося в модифицированном  $h$ -плоскостном волноводном тройниковом интерферометре. Метаструктура содержит решетку линейных резонансных проводов в комбинации с ортогонально и асимметрично расположенной медной полоской с разрывом, нагруженным элементом управления (варактор или фиксированная емкость). Обнаружена возможность селективного управления частотой и глубиной интерференционной полосы запрета в трехполосном резонаторе Фабри–Перо и модифицированном семиполосном тройниковом интерферометре. Показано, что перестройка полос резонатора и интерферометра связана с влиянием резонанса в метаструктуре и происходит при приближении частоты резонанса в метаструктуре к соответствующей интерференционной полосе.

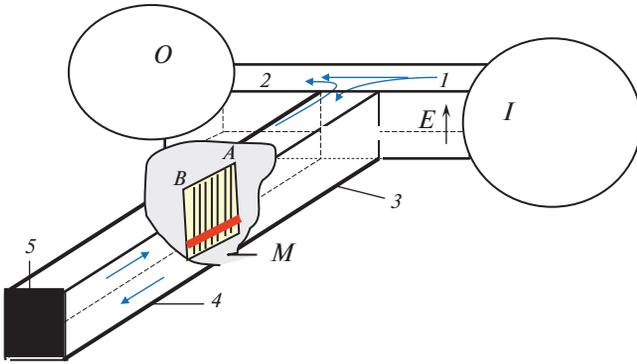
DOI: 10.31857/S0033849421010058

## ВВЕДЕНИЕ

Управляемые многополосные фильтры электромагнитных волн постоянно востребованы в многоканальных телекоммуникационных системах, поэтому интерес к новым разработкам не уменьшается со временем [1]. Базой таких фильтров служит каскад разнодиапазонных резонаторов в комбинации с линией передачи. В качестве резонаторов предлагаются метаатомы, метаповерхности на основе проводящих кольцевых элементов, совместимых с элементами перестройки, многослойные структуры. Для управления и перестройки используются методы, апробированные в однополосных фильтрах. Они основаны на электромеханических, магнитных с использованием ферритов, электрических эффектах с использованием ферроэлектрических конденсаторов и полупроводниковых варакторов. Предлагаются невзаимные резонансные метаструктуры, содержащие феррит и проводящие элементы с варакторами, как основа невзаимных фильтров с совместным использованием магнитных и электрических методов управления [2, 3].

Активно исследуются резонаторы Фабри–Перо в качестве элементов антенн. Для их перестройки, как правило, меняют оптическую длину между зеркалами, используя подвижное зеркало, связанное с пьезокерамическим приводом, либо заполняют между зеркалами средой и меняют ее диэлектрическую проницаемость с помощью внешнего воздействия. Рассматриваются резонаторы Фабри–Перо с использованием метаматериала или метаповерхности [4, 5]. Для достижения необходимых параметров предлагаются резонаторы Фабри–Перо, в которых в качестве отражателей используются брэгговские решетки [6] или частотно-селективные и метаповерхности [7]. Возможность управления в микроволновых резонаторах Фабри–Перо до сих пор практически не исследована.

В настоящее время развиваются многополосные фильтры, в которых используют каскад разнодиапазонных резонаторов и осуществляют скачкообразное переключение с одной конструкции на другую и затем плавную перестройку в рамках каждой конструкции [8, 9].



**Рис. 1.** Схема метаинтерферометра:  $I$  и  $O$  – вход и выход,  $1$  и  $2$  – входное и выходное плечи,  $M$  – метаструктура с границами  $A$  и  $B$ ,  $3$  и  $4$  – полые отрезки короткозамкнутого  $h$ -плеча (до передней границы  $A$  и между задней границей  $B$  и короткозамыкателем  $5$ ).

Однако, как отмечается в [10], существуют определенные трудности управления в случае многополосной (трехполосной и более) фильтрации.

Наряду с успешно развиваемой управляемой оптической интерферометрией предлагаются микроволновые интерферометры в качестве управляемых многополосных фильтров [11, 12]. В [11] исследуется интерферометр Маха–Цендера на электромагнитно-спиновых волнах, содержащий феррит-сегнетоэлектрическую структуру. В [12–14] предложен модифицированный волноводный тройниковый интерферометр (мета-интерферометр) с метаструктурой (феррит/нагруженные варакторы резонансные проводящие элементы) в качестве разделителя пучка и показана возможность магнитного и электрического управления многополосной интерферограммой на микроволнах.

Данная работа посвящена развитию управляемой микроволновой многополосной фильтрации в волноводном тройниковом мета-интерферометре, который содержит резонатор Фабри–Перо с метаструктурой из линейных проводов в качестве одного из отражателей. Метаструктура представляет собой сэндвич, содержащий частопериодическую решетку параллельных медных проводов, внедренных в диэлектрическую пленку, и ортогонально асимметрично расположенную медную полосу с разрывом. Свойства аналогичной метаструктуры из линейных проводов исследовались в [15–17]. Применение ее в комбинации с ферритовой пластиной качестве разделителя пучка в метаинтерферометре было предложено в [12]. Возможность применения метаструктур в качестве отражателей резонатора Фабри–Перо рассматривалась в [18].

В данной работе впервые экспериментально обнаружена возможность управления многочастотным спектром резонатора Фабри–Перо не

только изменением его геометрической или оптической длины, что традиционно, но и с помощью внешнего воздействия на резонансные свойства метаструктуры. Для управления используем разные способы: подачей электрического напряжения на варактор в разрыве полосы, вариацией стационарной емкости в разрыве либо изменением длины полосы.

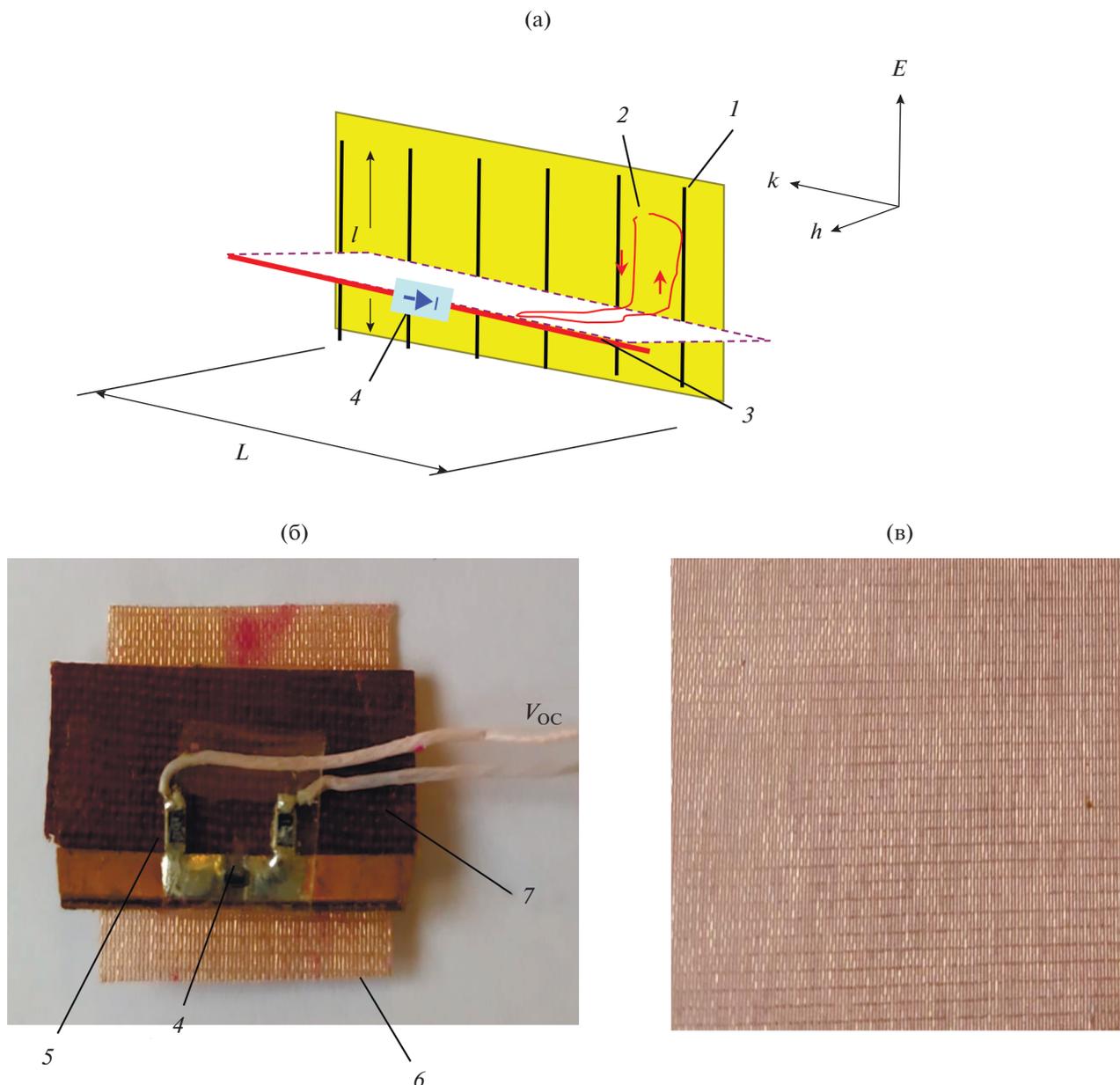
Исследуется степень влияния резонатора на интерферограмму в интерферометре. Показано, что предлагаемый интерферометр, содержащий селективно управляемый резонатор Фабри–Перо, обладает широкими возможностями формирования разнообразных многополосных фильтров и селективного электрического управления.

## 1. ИНТЕРФЕРОМЕТР

Интерферометр (рис. 1) выполнен на базе  $h$ -плоскостного волноводного тройника с управляемой метаструктурой из линейных проводов. Метаструктура  $M$  с границами  $A$  и  $B$  помещается вдоль направления распространения волны в замкнутое  $h$ -плечо на определенном расстоянии от короткозамыкателя  $5$ , образуя конфигурацию управляемого резонатора Фабри–Перо отражательного типа. В отсутствие метаструктуры тройник трансформируется в интерферометр и обладает свойствами многополосного фильтра. Увеличивая длину плеча, можно увеличить число интерференционных полос.

Метаструктура (рис. 2а, 2б) представляет собой частопериодическую решетку параллельных медных проводов в комбинации с ортогонально асимметрично расположенной медной полоской с разрывом, нагруженным варактором. Решетка изготовлена из фабричного материала на основе внедренных в диэлектрическую пленку медных проводов (рис. 2в). Полоска расположена на подложке, изолированно от решетки. Длина решетки  $L = 20$  мм, длина провода  $l = 16$  мм и ширина  $0.1$  мм, расстояние между проводами  $0.2$  мм, длина медной полоски  $25$  и ширина  $1.5$  мм.

Микроволновые свойства метаструктуры в волноводе связаны с тремя резонансными эффектами [15]. Один из них (I) – это дипольный резонанс в проводах решетки (при длине провода  $\lambda/2$ ), возбуждаемый микроволновым электрическим полем  $E$ . Другой резонансный эффект (II) связан с возбуждением индукционных антипараллельных токов в пространственных  $U$  образных LC-контурах с емкостными связями, образованных парой соседних проводов решетки и соответствующей секцией медной полоски, возбуждаемых микроволновым магнитным полем, направленным перпендикулярно плоскости решетки. При этом вдоль медной полоски распространяется суммар-



**Рис. 2.** Схема метаструктуры (а) и фото метаструктуры с варактором (б): 1 – провод в решетке, 2 – LC-контур, 3 – продольная полоска, 4 – варактор, 5 – резистор  $R_L$ , 6 – решетка, 7 – подложка; а также фото материала для изготовления решетки (в).

ный резонансный ток за счет вкладов одинаково направленных токов от каждого из контуров, который и определяет третий резонансный отклик (III) в частотно-амплитудной зависимости  $T$ . Разные типы резонансов можно возбуждать отдельно в заданных диапазонах длин волн, выбирая необходимые размеры проводов и полоски. Резонанс III в полоске можно смещать, подавая напряжение обратного смещения  $V_{OC}$  на варактор, внедренный в разрыв. К выходам варактора подключены резисторы  $R_L = 100$  кОм, чтобы уменьшить влияние

наведенных постоянных токов и, соответственно, паразитных резонансных эффектов. Размеры структуры выбраны так, чтобы в диапазоне панорамного измерителя КСВН 3...6 ГГц возбуждался управляемый резонанс III в медной полоске, а резонансы I и II – за пределами этого диапазона, на более высоких частотах и не увеличивали бы потери в интерферометре. Резонанс III легко идентифицируется изменением длины полоски.

Для описания метаинтерферометра по аналогии с [12] введем S-матрицу с элементами  $S_{mn} =$

=  $s_{mn} \exp(i\varphi_{mn})$ . Индексы  $m$  и  $n$  относятся к соответствующим волноводным отрезкам (см. рис. 1).

Амплитудный коэффициент передачи сигнала со входа  $I$  на выход  $O$

$$S_{OI} = \{s_{21} + s_{23}r^{(FP)} \times \\ \times s_{31} \exp(-2ik_3L_3)\} / [1 - r^{(FP)}s_{33} \exp(-2ik_3L_3)] \times (1) \\ \times \exp(-i(k_1L_1 + k_2L_2))$$

складывается из амплитудного коэффициента прямого прохождения излучения из входного плеча  $I$  в выходное плечо  $2$  и амплитудного коэффициента передачи сигнала, ответвившегося из входного плеча в плечо  $3$  и затем после него тоже поступившего в выходное плечо. Эта часть сигнала испытывает множество переотражений между областью соединения плеч интерферометра и резонатором Фабри–Перо, включающим метаструктуру от границы  $A$ , полый отрезок волновода  $4$  и короткозамыкатель  $5$ . Коэффициент отражения по амплитуде от резонатора Фабри–Перо приведен в [19] при выводе формул Эйри и в наших обозначениях имеет вид

$$r^{(FP)} = r_{33}^{(M)} + t_{43}^{(M)}r_5t_{34}^{(M)} \times \\ \times \exp(-2ik_4L_4) / [1 - r_{44}^{(M)}r_5 \exp(-2ik_4L_4)]. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) введены следующие обозначения: индексы  $1$  и  $2$  относятся к входному и выходному плечам интерферометра,  $3$  и  $4$  – к полым отрезкам закороченного плеча;  $k_m$  – константа распространения для  $m$ -го участка мета-интерферометра,  $L_m$  – путь, пройденный в нем излучением (в частности,  $L_4$  – длина полого отрезка волновода в резонаторе Фабри–Перо,  $k_4$  – константа распространения для этого участка),  $r_5 = |r_5| \exp(i\varphi_5)$  – коэффициент отражения по амплитуде от короткозамыкателя. Величины  $r_{mn}^{(M)} = |r_{mn}^{(M)}| \exp(i\varphi_{mn}^r)$  и  $t_{mn}^{(M)} = |t_{mn}^{(M)}| \exp(i\varphi_{mn}^t)$  – амплитудные коэффициенты отражения и пропускания метаструктуры, расположенной между волноводными отрезками с индексами  $m$  и  $n$ , а именно:  $r_{33}^{(M)}$  – коэффициент отражения от метаструктуры сигнала, поступившего со стороны волновода  $3$ ,  $r_{44}^{(M)}$  – коэффициент отражения от метаструктуры сигнала, подошедшего из полости резонатора (со стороны короткозамыкателя),  $t_{34}^{(M)}$  и  $t_{43}^{(M)}$  – коэффициенты пропускания метаструктуры для сигналов, пришедших со сторон короткозамыкателя и волновода  $3$  соответственно.

Рассмотрим, как пример, в качестве метаструктуры отрезок волновода, заполненного метаматериалом. С учетом переотражений амплитудные коэффициенты отражения и пропускания

метаструктуры можно выразить через коэффициенты отражения  $r_{mn}^{(A,B)}$  и прохождения  $t_{mn}^{(A,B)}$  сигнала на границах  $A$  и  $B$ , длину метаструктуры  $L_M$  и постоянную  $k_M$  распространения сигнала в заполненном метаматериалом волноводе:

$$r_{33}^{(M)} = r_{33}^{(A)} + t_{M3}^{(A)}r_{MM}^{(B)}t_{3M}^{(A)} \times \\ \times \exp(-2ik_ML_M) / [1 - r_{MM}^{(A)}r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_ML_M)], \quad (3a)$$

$$r_{44}^{(M)} = r_{44}^{(B)} + t_{M4}^{(B)}r_{MM}^{(A)}t_{4M}^{(B)} \times \\ \times \exp(-2ik_ML_M) / [1 - r_{MM}^{(B)}r_{MM}^{(A)} \exp(-2ik_ML_M)], \quad (3b)$$

$$t_{43}^{(M)} = t_{M3}^{(A)}t_{4M}^{(B)} \times \\ \times \exp(-ik_ML_M) / [1 - r_{MM}^{(A)}r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_ML_M)], \quad (3в)$$

$$t_{34}^{(M)} = t_{M4}^{(B)}t_{3M}^{(A)} \times \\ \times \exp(-ik_ML_M) / [1 - r_{MM}^{(B)}r_{MM}^{(A)} \exp(-2ik_ML_M)]. \quad (3г)$$

Волны в заполненных метаматериалом волноводах, прямоугольных и планарных, рассматривались, например, в [20–23]. Из формул (1)–(3) видно, что изменения внешними воздействиями элементов  $S$ -матрицы, константы распространения  $k_M$  и коэффициентов  $r_{mn}^{(A,B)}$  и  $t_{mn}^{(A,B)}$ , определяющих  $r_{mn}^{(M)}$  и  $t_{mn}^{(M)}$ , а через них –  $r^{(FP)}$ , влияют на частотную зависимость коэффициента передачи излучения по мощности  $T(\omega) = |S_{OI}|^2$ , что в опытах проявляется как управление интерферограммой. Очевидно также, что результирующий спектр существенно богаче спектров тройникового интерферометра и резонатора Фабри–Перо по отдельности.

С метаструктурой интерферометр приобретает новые функциональные возможности, связанные с резонансными свойствами метаструктуры и соответственно резонатора Фабри–Перо, а также с суперпозицией прошедших, отраженных и переотраженных волн. При этом наблюдается нарушение периодичности интерференционных полос, изменение вида, ширины, глубины, частоты в зависимости от свойств метаструктуры (ширины, интенсивности и частоты резонанса).

## 2. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Были реализованы метаструктуры, позволяющие использовать разные способы управления резонансными свойствами – варакторами, применением стационарных емкостей или вариационной размерности (см. рис. 2 и 3). Отметим, что в зависимости от типа варактора может изменяться необходимая длина медной полоски для возбуждения резонанса в заданном диапазоне, а также материал и

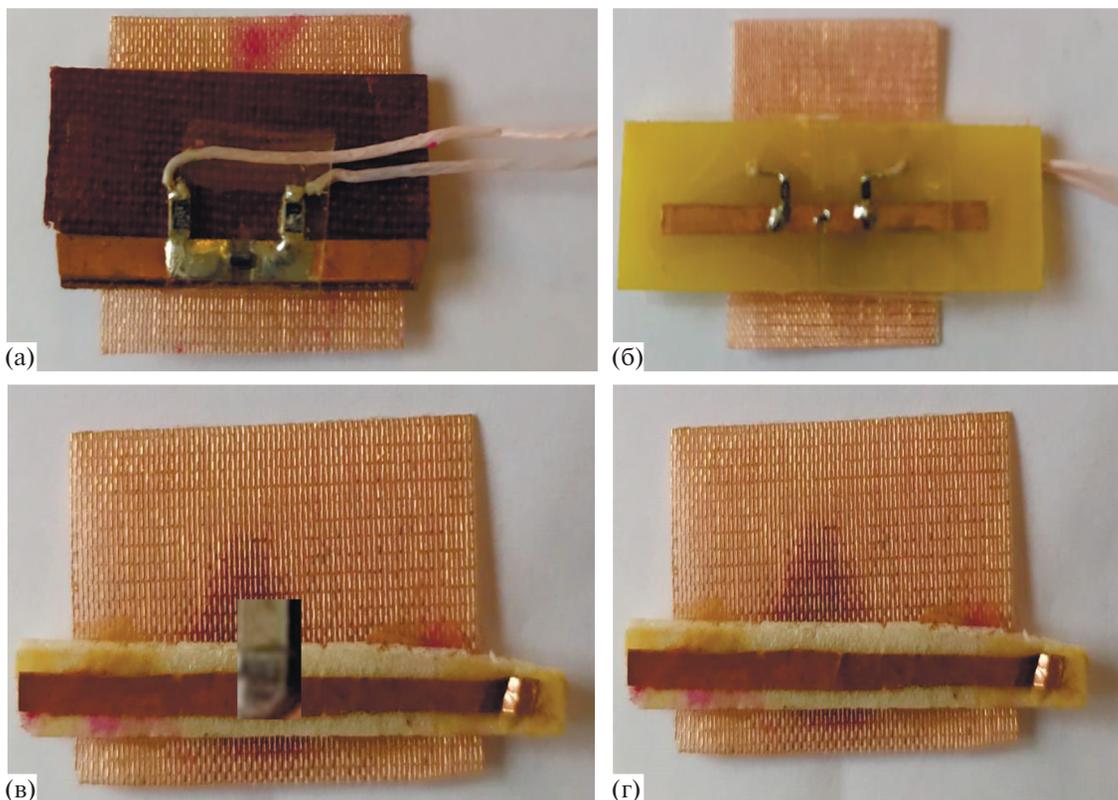


Рис. 3. Фото исследованных метаструктур с медной полоской, нагруженной варактором BB857 (а) и MA46H120 (б); нагруженной фиксированной емкостью (в); длиной  $l_{\text{П}}$  (г).

толщина подложки для обеспечения механической прочности метаструктуры.

Исследовали динамику управляемого резонанса III в медной полоске и свойства интерферометра, используя измеритель коэффициентов стоячей волны по напряжению P2-58 (3...5.5 ГГц). Измеряли динамику частотной зависимости коэффициентов прохождения  $T$  на выходе  $O$  интерферометра при внешнем воздействии  $V_{\text{OC}}$  на варакторе. Проводили сравнительный анализ с поведением резонанса III, измеряя коэффициенты прохождения  $T$  и отражения  $R = |s_{11}|^2$  в прямоугольном волноводе  $48 \times 24$  мм. Анализировали связь с динамикой  $R$  от резонатора Фабри–Перо.

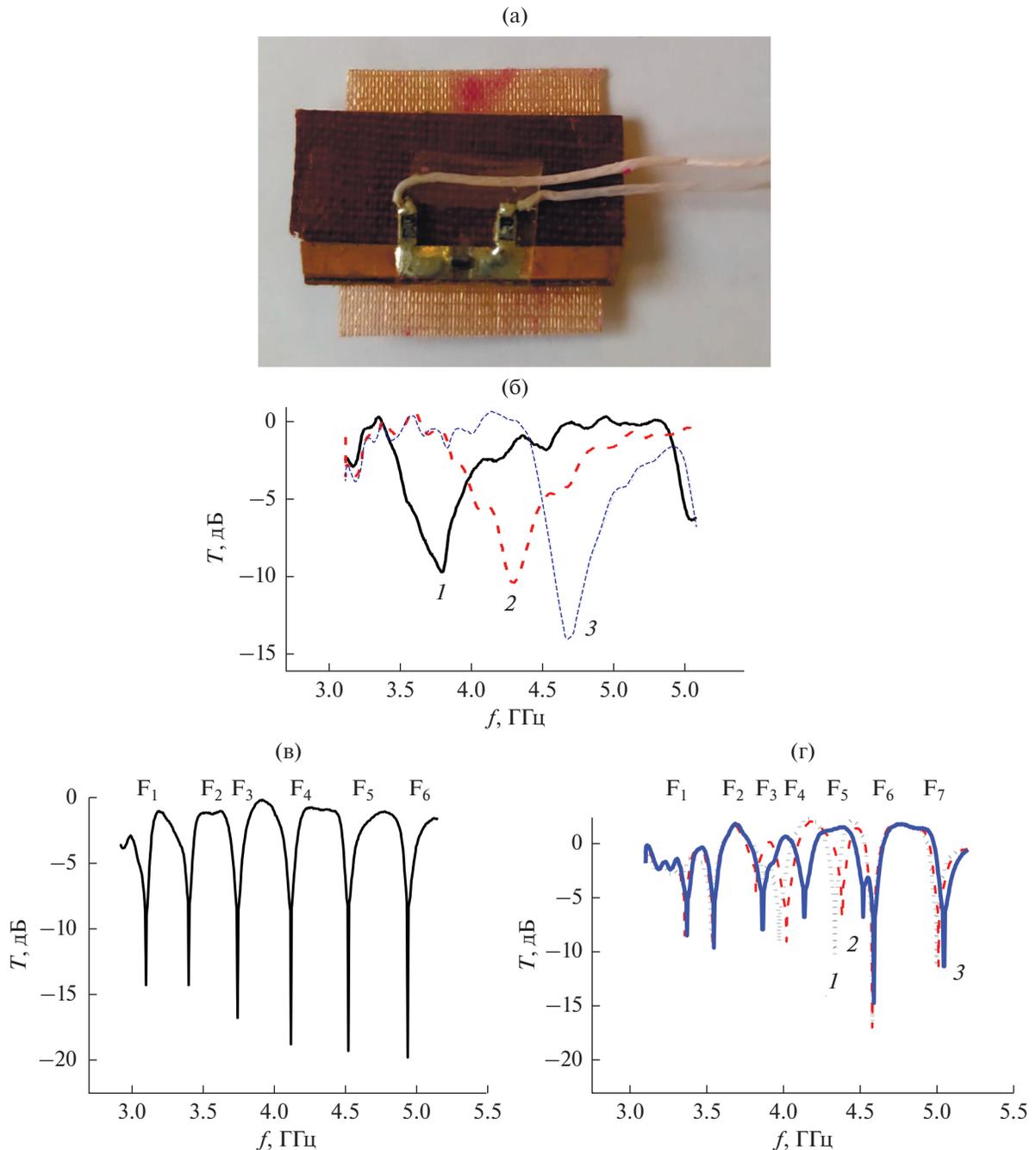
Частоту интерференционной полосы определяли, измеряя частоту минимального прохождения  $T_{\text{мин}}$ , глубину – величиной  $T_{\text{мин}}$ .

### 2.1. Управление варакторами

**Варактор BB857.** Приведем результаты исследований с метаструктурой (см. рис. 3а и рис. 4а), содержащей на 0.5-миллиметровой подложке из гетинакса нагруженную варактором BB857 медную полоску  $25 \times 1.5$  мм, расстояние от короткозамыкателя  $s = 110$  мм.

Динамика управляемого резонанса III с метаструктурой в прямоугольном волноводе  $48 \times 24$  мм представлена на рис. 4б. Видим, что при изменении  $V_{\text{OC}}$  от 0 до 29 В, когда емкость варактора меняется в пределах 6.5...0.55 пФ, резонанс III в медной полоске плавно смещается от 3.68 до 4.44 ГГц, т.е. на 0.76 ГГц.

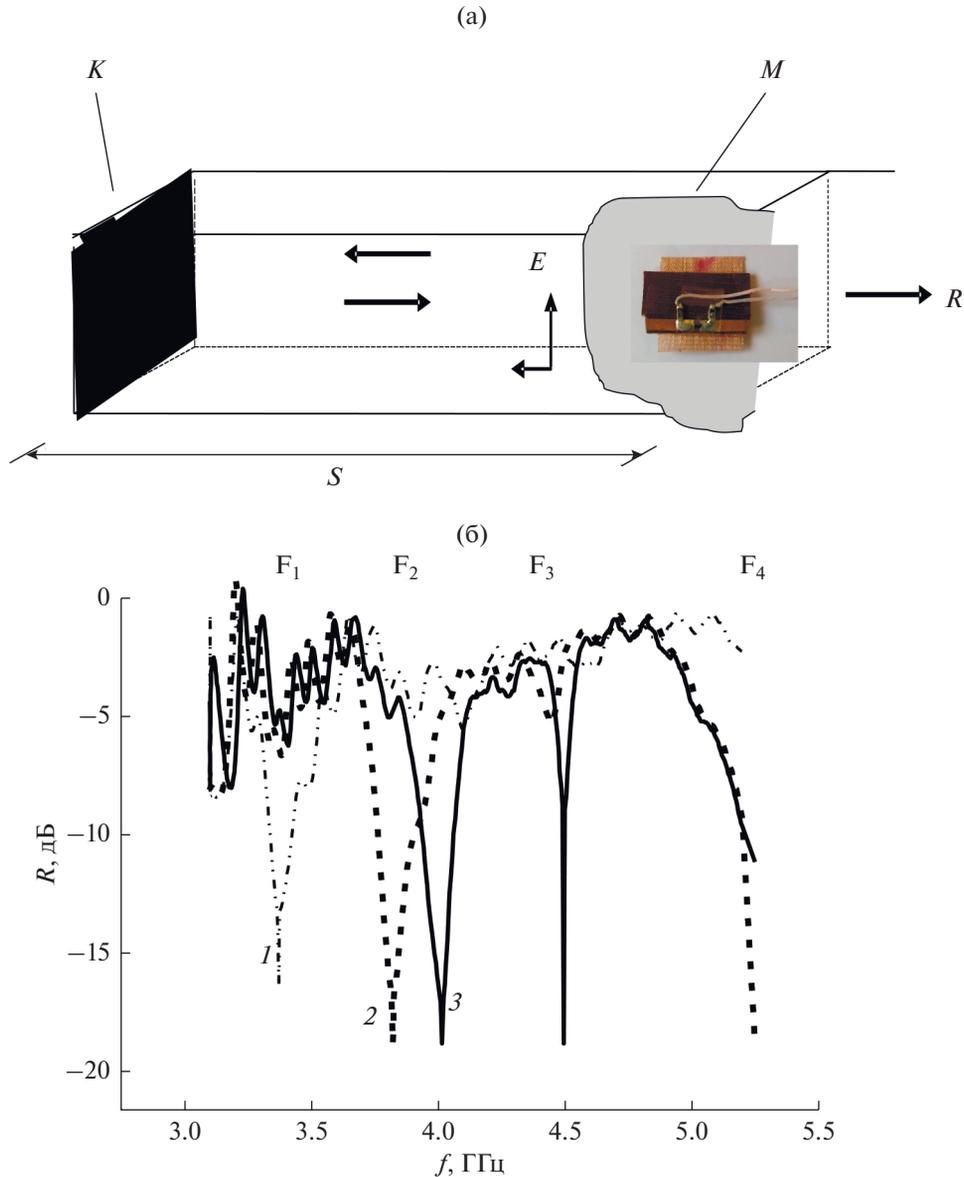
На рис. 4в представлены измеренные частотные зависимости прохождения  $T$  на выходе 2 интерферометра без метаструктуры и с метаструктурой (рис. 4г) при разных величинах  $V_{\text{OC}}$ . С метаструктурой в отсутствие напряжения обратного смещения ( $V_{\text{OC}} = 0$  В) интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость  $T$  от частоты с полосами запрета  $F_1^{\text{OB}}$  (частота  $f_1^{\text{OB}} = 3.37$  ГГц, глубина  $T_{\text{мин}}^{\text{OB}} = -4.6$  дБ),  $F_2^{\text{OB}}$  (3.54 ГГц, -9.5 дБ),  $F_3^{\text{OB}}$  (3.87 ГГц, -6 дБ),  $F_4^{\text{OB}}$  (3.97 ГГц, -10 дБ),  $F_5^{\text{OB}}$  (4.33 ГГц, -11 дБ),  $F_6^{\text{OB}}$  (4.58 ГГц, -16.5 дБ),  $F_7^{\text{OB}}$  (5.01 ГГц, -12 дБ). С метаструктурой пропадает периодичность и в интерферограмме появляется дополнительная полоса запрета. С подачей напряжения  $V_{\text{OC}}$  происходит селективное электрическое управление полос  $F_4$  и  $F_5$ ; смещение частоты при небольшом изменении глубины ( $T_{\text{мин}}$ ).



**Рис. 4.** Фото метаструктуры с медной полоской, нагруженной варактором ВВ857 (а), и измеренные частотные зависимости прохождения  $T$  в волноводе (б) при  $V_{OC} = 0$  (1), 10 (2), 29 В (3); в интерферометре без метаструктуры (в); в интерферометре (г) при  $V_{OC} = 0$  (1), 10 (2), 29 В (3), расстояние до короткозамыкателя  $s = 110$  мм.

При  $V_{OC} = 29$  В полоса  $F_4^{29B}$  смещается на 0.16 ГГц ( $f_4^{29B} = 4.13$  ГГц, глубина  $T_{4\text{мин}}^{29B} = -8$  дБ), полоса  $F_5^{29B}$  смещается на 0.19 ГГц ( $f_5^{29B} = 4.52$  ГГц,  $T_{5\text{мин}}^{29B} = -8$  дБ). Полосы  $F_1^{29B}$  (3.37 ГГц,  $-9.5$  дБ),  $F_2^{29B}$  (3.54 ГГц,  $-10.5$  дБ),  $F_3^{29B}$  (3.86 ГГц,  $-9$  дБ),

$F_6^{29B}$  (4.58 ГГц,  $-15$  дБ),  $F_7^{29B}$  (5.04 ГГц,  $-12$  дБ) практически сохраняют свое положение. При этом на месте полос запрета  $F_4^{0B}$  и  $F_5^{0B}$  наблюдаются полосы прозрачности. Диапазон перестройки интерференционных полос (около 0.2 ГГц) существенно уже, чем перестройка резонанса Ш (0.8 ГГц). Можно предположить, что перестройка



**Рис. 5.** Схема резонатора Фабри–Перо с медной полоской, нагруженной варактором ВВ857 (а), и измеренные частотные зависимости отражения  $R$  (б) при  $V_{OC} = 0$  (1), 10 (2), 20 В (3).

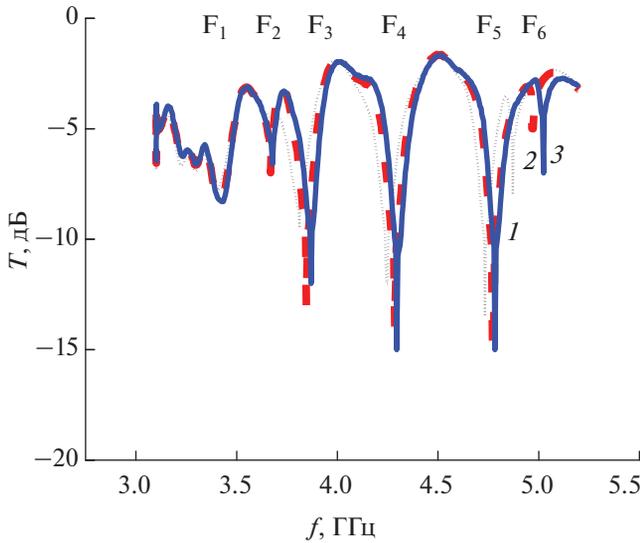
полос в основном связана с перестройкой резонатора Фабри–Перо, частота которого определяется не только его геометрическими размерами, но и резонансными свойствами метаструктуры. Для выяснения проведем прямые измерения управляемых характеристик резонатора (рис. 5а, 5б), что представляет и самостоятельный интерес.

Резонатор (см. рис. 5а) представляет собой отрезок волновода, подсоединенный к основному волноводному тракту панорамного измерителя КСВН. На одном конце установлен короткозамыкатель, а на другом конце вдоль оси волновода на расстоянии  $s = 110$  мм расположена метаструктура.

Измеряем коэффициенты отражения  $R$  в зависимости от частоты при разных  $V_{OC}$  на варакторе.

Частотная зависимость  $R$  (рис. 5б) представляет собой многополосный электрически управляемый резонансный спектр с полосами  $F_{1p}, F_{2p}, F_{3p}$ , (полоса  $F_{4p}$  наблюдается частично). При  $V_{OC} = 0$  наблюдается полоса  $F_{1p}$  (частота  $f_{1p}^{0B} = 3.37$  ГГц, глубина  $R_{1p}^{0B} = -17$  дБ), полосы  $F_{2p}, F_{3p}$  и  $F_{4p}$  имеют небольшую глубину и слабо проявляются.

При увеличении напряжения до  $V_{OC} = 10$  В глубина  $R_{1p}$  минимума полосы  $F_{1p}$  значительно уменьшается без изменения частоты ( $R_{1p}^{10B} = -5$  дБ,  $f_{1p}^{10B} =$



**Рис. 6.** Измеренные частотные зависимости прохождения  $T$  в интерферометре с медной полоской, нагруженной варактором ВВ857, при  $V_{OC} = 0$  (1), 10 (2), 20 В (3), расстояние до короткозамыкателя  $s = 90$  мм.

$= 3.37$  ГГц), полоса  $F_{2p}$  углубляется ( $R_{2p\min}^{10B} = -19.5$  дБ,  $f_{2p}^{10B} = 3.82$  ГГц), полоса  $F_{3p}$  отчетливо проявляется ( $R_{3p\min}^{10B} = -5.5$  дБ,  $f_{3p}^{10B} = 4.44$  ГГц).

При  $V_{OC} = 29$  В полоса  $F_{1p}$  остается без изменения, полоса  $F_{2p}$  смещается на 0.19 ГГц без изменения глубины ( $f_{2p}^{29B} = 4.01$  ГГц,  $R_{2p\min}^{29B} = -19.5$  дБ) полоса  $F_{3p}$  углубляется, практически не смещаясь ( $R_{3p\min}^{29B} = -19.5$  дБ,  $f_{3p}^{29B} = 4.49$  ГГц).

Видим, что в зависимости от величины  $V_{OC}$  меняются как резонансные свойства метаструктуры (см. рис. 4б), так и характеристики резонатора в соответствующем диапазоне частот.

Эффект проявляется, когда частота резонанса III метаструктуры приближается к частоте резонансной полосы резонатора. Наибольшему влиянию подвергается полоса  $F_{2p}$  по мере продвижения резонанса III, охватывающего весь заданный диапазон. В этом случае изменяется глубина и частота полосы  $F_{2p}$ . При этом перестраиваемый диапазон и частота полосы  $F_{2p}$  резонатора соответствуют диапазону перестройки и частотам управляемых полос интерферометра  $F_4$  и  $F_5$  (см. рис. 4г). Метаструктура из линейных проводников, как один из отражателей резонатора, легко реализуется и практически не вносит диэлектрические потери в интерферограмму, поскольку резонансы I и II (в решетке и LC-контурах) вынесены за пределы исследуемого диапазона частот. Управляемый же (и одновременно управляющий) резонанс III в

продольной полоске возбуждается магнитным микроволновым полем  $h$ , и в полоске не наводятся токи полем  $E$ .

На рис. 6 представлена динамика интерферограммы интерферометра с метаструктурой при  $s = 90$  мм. Интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость  $T$  от частоты с полосами запрета  $F_1$  (3.41 ГГц, -7.9 дБ),  $F_2$  (3.67 ГГц, -4.6 дБ),  $F_3$  (3.81 ГГц, -9.5 дБ),  $F_4$  (4.24 ГГц, -12 дБ),  $F_5$  (4.73 ГГц, -13.5 дБ),  $F_6$  (4.87 ГГц, -8 дБ). В отличие от  $s = 110$  мм при изменении  $V_{OC}$  от 0 до 20 В смещается полоса  $F_6$  на 0.15 ГГц к частоте 5.023 ГГц, полосы  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  сдвигаются незначительно, приблизительно на 0.05 ГГц:  $F_1^{20B}$  (3.41 ГГц, -8.2 дБ),  $F_2^{20B}$  (3.67 ГГц, -6.6 дБ),  $F_3^{20B}$  (3.87 ГГц, -12 дБ),  $F_4^{20B}$  (4.29 ГГц, -15 дБ),  $F_5^{20B}$  (4.78 ГГц, -15 дБ),  $F_6^{20B}$  (5.023 ГГц, -7 дБ). Поскольку при изменении расстояния  $s$  меняется длина резонатора Фабри–Перо и, соответственно, его частотный спектр, то меняются также условия и возможности селективной перестройки резонансных кривых, что проявляется на интерферограмме интерферометра.

*Варактор МА46Н120.* Исследуем свойства интерферометра с метаструктурой, нагруженной варактором МА46Н120, емкость которого меняется в пределах 1.15...0.1 пФ при изменении  $V_{OC}$  от 0 до 20 В. Полоска  $30 \times 1.5$  мм расположена на 1-миллиметровой подложке из текстолита (см. рис. 3б и рис. 7а). Длина медной полоски с данным варактором выбрана равной 30 мм для наблюдения резонанса III в заданном диапазоне длин волн (3...5 ГГц). Результаты исследований приведены на рис. 7б, 7в. Динамика управляемого резонанса III с метаструктурой в прямоугольном волноводе продемонстрирована на частотных зависимостях прохождения  $T$  и отражения  $R$ , изменяющихся при внешнем воздействии  $V_{OC}$  (рис. 7б). Легко видеть, что резонанс III, который проявляется как резонансный минимум коэффициента прохождения  $T_{\min}$ , которому соответствует максимум коэффициента отражения  $R_{\max}$ , плавно смещается на 0.9 ГГц, от 3.3 ГГц ( $T_{\min}^{0B} = -6$  дБ, и  $R_{\max}^{0B} = -5$  дБ) до 4.2 ГГц ( $T_{\min}^{20B} = -23$  дБ, и  $R_{\max}^{20B} = -0.5$  дБ). Отметим, что наряду с широким максимумом отражения наблюдается узкий резонансный минимум  $R_{\min} = -22$  дБ на более низких частотах, что характерно при магнитном возбуждении резонанса. При этом изменения резонансных свойств наблюдаются уже при малых значениях  $V_{OC}$  (2, 5 В), что связано с отличительными характеристиками варактора МА46Н120.

Исследуем состояние интерферограммы ( $s = 110$  мм), измеряя частотную зависимость  $T$  на выходе интерферометра при разных величинах напряжения  $V_{OC}$  (рис. 7в). В отсутствие  $V_{OC}$  интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость  $T$  от частоты с узкими полосами запрета  $F_1 F_2 F_3 F_4 F_5$  и широкими полосами прозрачности:  $F_1^{OB}$  (частота  $f_1^{OB} = 3.26$  ГГц, глубина  $T_{мин}^{OB} = -9.5$  дБ),  $F_2^{OB}$  (3.47 ГГц,  $-9.5$  дБ),  $F_3^{OB}$  (3.82 ГГц,  $-12$  дБ),  $F_4^{OB}$  (4.02 ГГц,  $-3.7$  дБ),  $F_5^{OB}$  (4.16 ГГц,  $-8.2$  дБ),  $F_6^{OB}$  (4.6 ГГц,  $-14$  дБ) и  $F_7^{OB}$  (5 ГГц,  $-16$  дБ).

Подача напряжения  $V_{OC} = 10, 20$  В приводит к селективной перестройке интерферограммы в частотной области 4...4.5 ГГц, соответствующей области возбуждения резонанса в полоске. При  $V_{OC} = 10$  В интерферограмма представляет интерференционную зависимость  $T$  от частоты с полосами запрета  $F_1^{10B}$  (частота  $f_1^{10B} = 3.23$  ГГц, глубина  $T_{мин}^{10B} = -12$  дБ),  $F_2^{10B}$  (3.47 ГГц,  $-10.5$  дБ),  $F_3^{10B}$  (3.81 ГГц,  $-9$  дБ),  $F_4^{10B}$  (4.06 ГГц,  $-11.5$  дБ),  $F_5^{10B}$  (4.36 ГГц,  $-8$  дБ),  $F_6^{10B}$  (4.6 ГГц,  $-11$  дБ) и  $F_7^{10B}$  (5 ГГц,  $-15$  дБ). Видим, что полоса запрета  $F_5^{10B}$  смещается относительно  $F_5^{OB}$  на 0.2 ГГц. При этом меняется  $T_{мин}$  полосы  $F_4^{10B}$  и на месте полосы  $F_5^{OB}$  наблюдается полоса прозрачности ( $-0.5$  дБ). Увеличение  $V_{OC} = 20$  В незначительно меняет состояние полос  $F_4^{20B}$  (4.05 ГГц,  $-14$  дБ) и  $F_5^{20B}$  (4.42 ГГц,  $-11$  дБ).

Видим, что применение варактора МА46Н120 приводит к возможности перестройки при меньших значениях  $V_{OC}$ , качественно не изменив динамику селективной перестройки интерферограммы, когда со смещением определенных полос запрета на их первоначальном месте наблюдается полоса прозрачности. Потери, наблюдаемые в интерферометре, связаны в основном с потерями в варакторе при низких напряжениях.

## 2.2. Управление интерферограммой стационарными емкостями

Было изучено, как меняются функциональные свойства интерферометра, когда в разрыв медной полоски впаивалась вместо варактора стационарная емкость с необходимым номиналом, обеспечивающим возбуждение резонанса в заданном диапазоне. Подобрал соответствующую емкость и изменяя ее величину, можно смещать резонанс в полоске, так же как и в случае с варактором при изменении напряжения. Необходимые исследо-

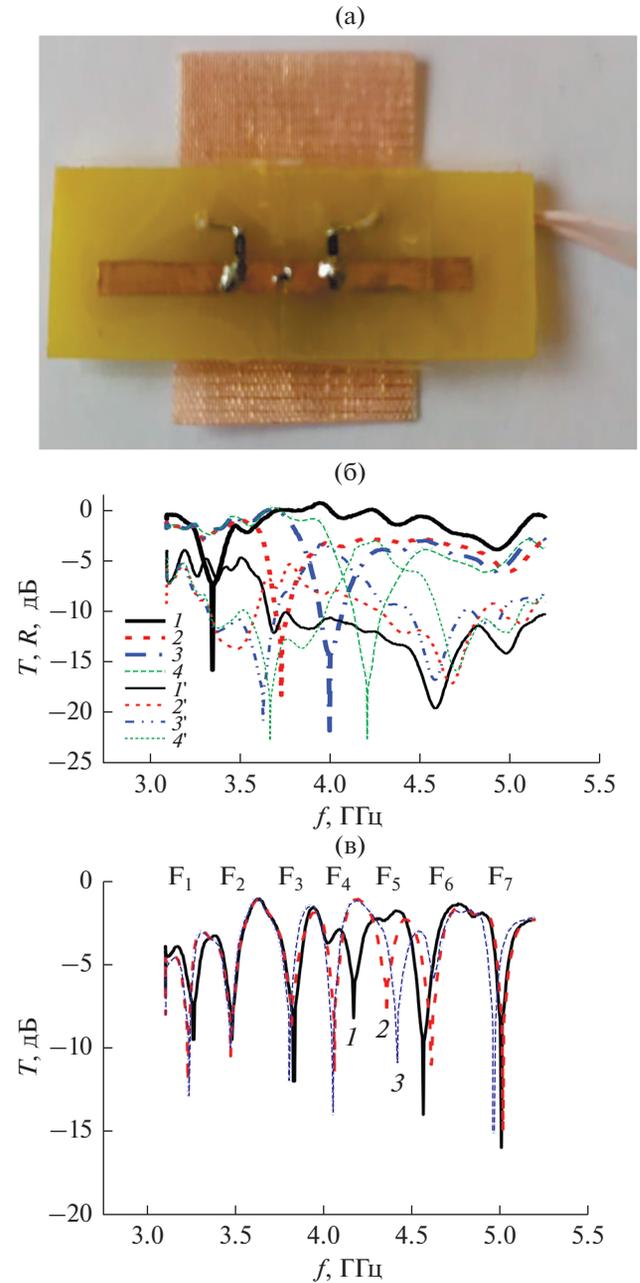
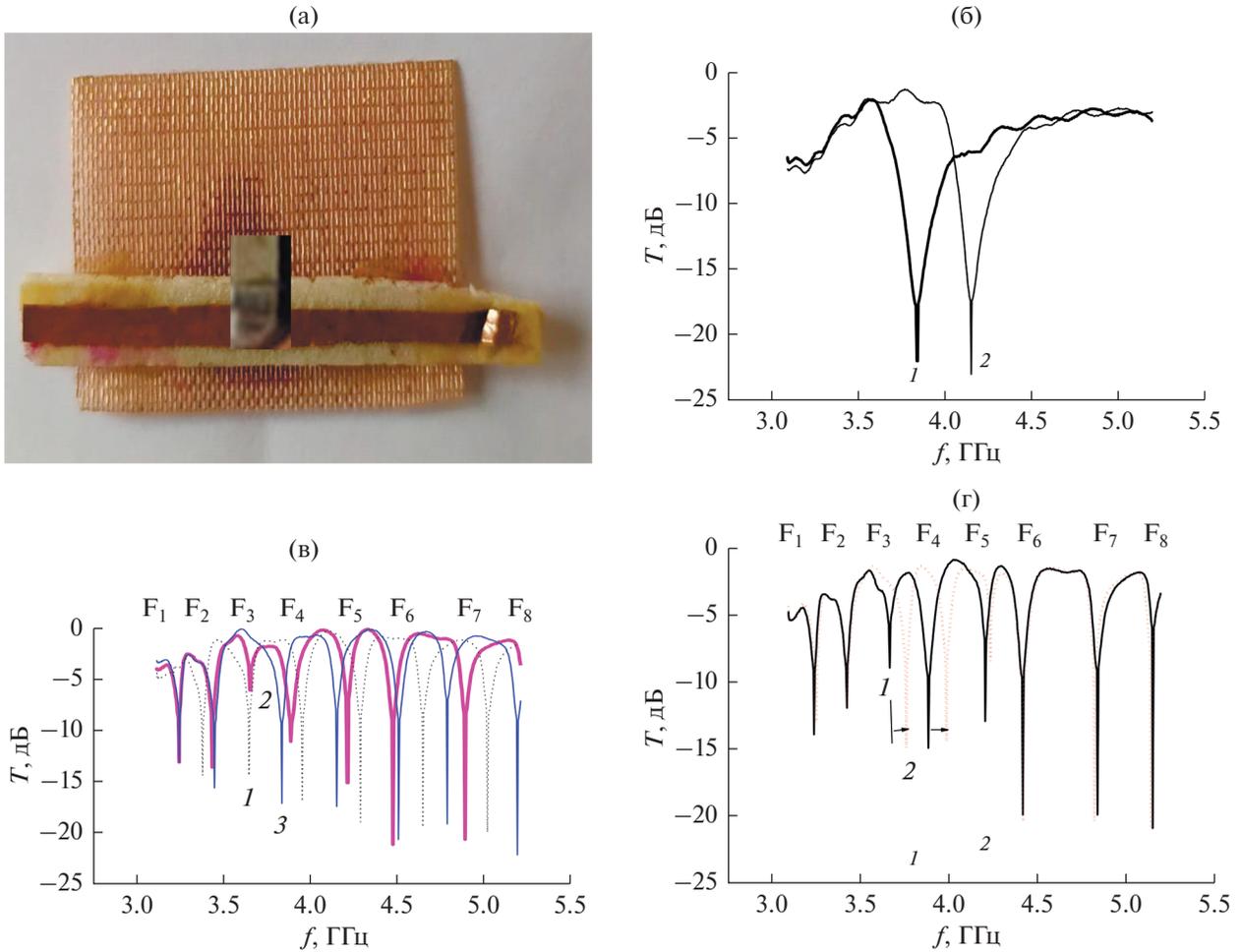


Рис. 7. Фото метаструктуры с медной полоской, нагруженной варактором МА46Н120 (а), и измеренные частотные зависимости прохождения  $T$  (1–4) и отражения  $R$  (1'–4') в волноводе (б) при  $V_{OC} = 2$  (1, 1'), 5 (2, 2'), 10 (3, 3') и 20 В (4, 4'); а также  $T$  в интерферометре (в) при  $V_{OC} = 0$  (1), 10 (2), 20 В (3).

вания были проведены с тремя метаструктурами, нагруженными разными емкостями  $C$  ( $C_1 = 1$  пФ,  $C_2 = 0.5$  пФ,  $C_3 = 0.2$  пФ). Каждая структура выполнена на основе  $16 \times 20$  мм решетки параллельных проводов в комбинации с расположенной на 0.5-миллиметровой подложке из гетинакса медной полоской  $25 \times 1.5$  мм с разрывом, нагружен-



**Рис. 8.** Фото метасруктуры с медной полоской, нагруженной фиксированной емкостью  $C$  (а), и измеренные частотные зависимости прохождения  $T$  в волноводе (б) при  $C = 1$  (1),  $0.5$  пФ (2);  $T$  в интерферометре (в) в отсутствие метасруктуры (1) при  $C = 1$  (2) и  $0.2$  пФ (3);  $T$  в интерферометре (г) при  $C = 1$  (1) и  $0.5$  пФ (2).

ным емкостью  $C$ . Фото метасруктуры с емкостью  $C_1 = 1$  пФ представлены на рис. 3в и 8а.

Результаты исследований приведены на рис. 8 и 9. Они получены измерениями по изложенной выше схеме: динамика резонанса III (прямоугольный волновод с метасруктурой), состояние интерферограммы (интерферометр с метасруктурой), свойства резонатора (резонатор Фабри–Перо с метасруктурой в качестве одного из отражателей).

Динамика управляемого резонанса III с метасруктурой в прямоугольном волноводе продемонстрирована на частотных зависимостях прохождения  $T$ , изменяющихся при изменении емкости (рис. 8б). Легко видеть, что резонанс III, который проявляется как резонансный минимум коэффициента прохождения  $T_{\text{мин}}$ , наблюдается на разных частотах с разными метасруктурами в зависимости от величины  $C$ . При уменьшении  $C$  ре-

зонанс смещается к высоким частотам, как и в случае с варактором.

Исследовали состояние интерферограммы ( $s = 110$  мм), измеряя частотную зависимость  $T$  на выходе интерферометра при разных величинах  $C$ , используя разные метасруктуры (рис. 8в, 8г). В отсутствие метасруктуры (кривая 1 рис. 8в) интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость  $T$  от частоты с узкими полосами запрета  $F_1 F_2 F_3 F_4 F_5 F_6$  и широкими полосами прозрачности:  $F_1$  (частота  $f_1 = 3.36$  ГГц, глубина  $T_{\text{мин}} = -14.3$  дБ),  $F_2$  (3.63 ГГц,  $-14.3$  дБ),  $F_3$  (3.94 ГГц,  $-16.8$  дБ),  $F_4$  (4.27 ГГц,  $-18.8$  дБ),  $F_5$  (4.64 ГГц,  $-19.3$  дБ),  $F_6$  (5.0 ГГц,  $-19.8$  дБ). С метасруктурой наблюдается перестройка и особенности в интерферограмме в частотной области, соответствующей области возбуждения резонанса в полоске.

Таблица 1

Полоса запрета	$C_1 = 1 \text{ пФ}$		$C_2 = 0.5 \text{ пФ}$		$C_3 = 0.2 \text{ пФ}$	
	$f_1^{1\text{пФ}}$ , ГГц	$T_{1\text{мин}}^{1\text{пФ}}$ , дБ	$f_1^{0.5\text{пФ}}$ , ГГц	$T_{1\text{мин}}^{0.5\text{пФ}}$ , дБ	$f_1^{0.2\text{пФ}}$ , ГГц	$T_{1\text{мин}}^{0.2\text{пФ}}$ , дБ
$F_1$	3.23	-13	3.25	-13	3.23	-13
$F_2$	3.42	-13.5	3.43	-12	3.43	-15.5
$F_3$	3.64	-6	3.76	-15	3.82	-17
$F_4$	3.87	-11	4.0	-14.5	4.14	-17.3
$F_5$	4.2	-15	4.2	-8.5	4.95	-20.5
$F_6$	4.46	-21	4.42	-20.5	4.78	-19
$F_7$	4.88	-20.5	4.83	-20.5	5.1	-22
$F_8$	—	—	5.15	-21	—	—

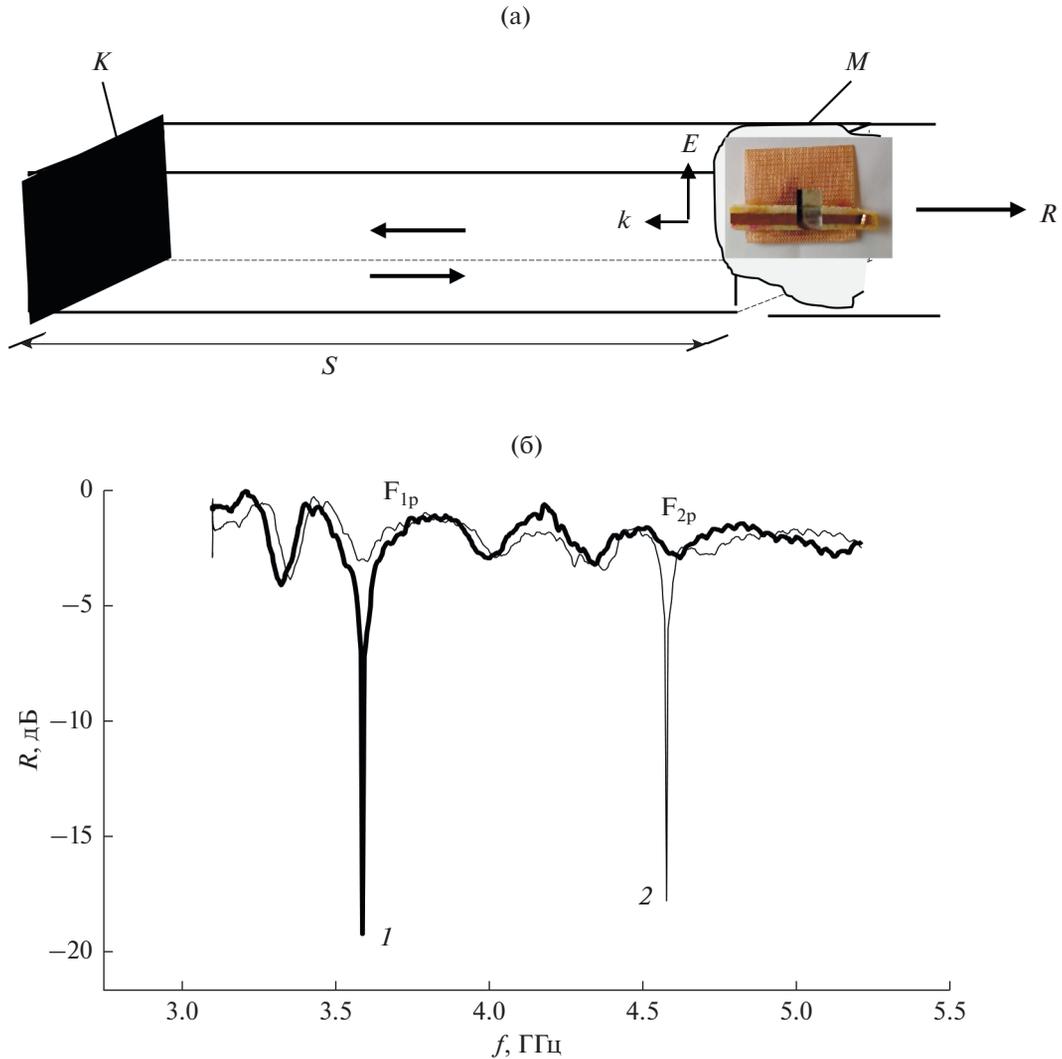
Так, для  $C_1 = 1 \text{ пФ}$  (рис. 8в),  $C_2 = 0.5 \text{ пФ}$  (рис. 8г) и  $C_3 = 0.2 \text{ пФ}$  (рис. 8в) интерферограмма представляет интерференционную зависимость  $T$  от частоты с полосами запрета, представленными в табл. 1.

Сравнивая с интерферограммой пустого интерферометра, отметим появление дополнительных полос запрета и особенностей в интерферограмме в области  $F_3^{1\text{пФ}}$  и  $F_5^{0.5\text{пФ}}$ , определяемых малыми значениями  $T_{3\text{мин}}^{1\text{пФ}}$  и  $T_{5\text{мин}}^{0.5\text{пФ}}$  в частотной области, соответствующей частотам резонанса III (см. рис. 8б). Для емкости  $C_3 = 0.2 \text{ пФ}$ , когда резонанс III удаляется практически за пределы диапазона, число интерференционных полос уменьшается и соответствует пустому интерферометру. Видим также, что изменение емкости от 1 до 0.5 пФ приводит к селективной перестройке частот полос  $F_3$  и  $F_4$  при сохранении положения других полос запрета (рис. 8г).

Результаты измерений коэффициентов отражения  $R$  от резонатора Фабри–Перо в случае  $C_1 = 1 \text{ пФ}$  и  $C_2 = 0.5 \text{ пФ}$  приведены на рис. 9. Из рис. 9б видно, что частотная зависимость  $R$  представляет собой резонансный спектр с полосами  $F_{1\text{р}}$ ,  $F_{2\text{р}}$ .

При этом в зависимости от  $C$  резонансные эффекты эффективно проявляются на разных частотах. Так, при  $C_1 = 1 \text{ пФ}$  наблюдается полоса  $F_{1\text{р}}^{1\text{пФ}}$  (частота  $f_{1\text{р}}^{1\text{пФ}} = 3.58 \text{ ГГц}$ , глубина  $R_{1\text{рмин}}^{1\text{пФ}} = -20 \text{ дБ}$ ), полоса  $F_{2\text{р}}^{1\text{пФ}}$  имеет небольшую глубину и слабо проявляется. С уменьшением величины  $C$  ( $C_2 = 0.5 \text{ пФ}$ ) глубина  $R_{1\text{рмин}}^{0.5\text{пФ}}$  полосы  $F_{1\text{р}}^{1\text{пФ}}$  значительно уменьшается без изменения частоты ( $R_{1\text{рмин}}^{0.5\text{пФ}} = -2 \text{ дБ}$ ,  $f_{1\text{р}}^{0.5\text{пФ}} = 3.58 \text{ ГГц}$ ), полоса же  $F_{2\text{р}}^{0.5\text{пФ}}$  углубляется и наблюдается на более высоких частотах, ( $R_{2\text{рмин}}^{0.5\text{пФ}} = -18.5 \text{ дБ}$ ,  $f_{2\text{р}}^{0.5\text{пФ}} = 4.57 \text{ ГГц}$ ). Видим, что в зависимости от величины  $C$  резонансные эффекты метаструктуры как в волноводе (рис. 8б), так и в резонаторе наблюдаются на разных частотах. При этом частоты полос  $F_{1\text{р}}^{1\text{пФ}}$  и  $F_{2\text{р}}^{10.5\text{пФ}}$  резонатора соответствует частотам резонанса III в волноводе ( $f_{\text{волн}}^{1\text{пФ}} = 3.84 \text{ ГГц}$ ,  $f_{\text{волн}}^{0.5\text{пФ}} = 4.16 \text{ ГГц}$ ).

Таким образом, наблюдаем влияние резонанса в метаструктуре, который перестраивается с изменением стационарной емкости, на интерфе-



**Рис. 9.** Схема резонатора Фабри–Перо с медной полоской, нагруженной фиксированной емкостью (а), и измеренные частотные зависимости отражения  $R$  (б) при  $C = 1$  (1) и 0.5 пФ (2).

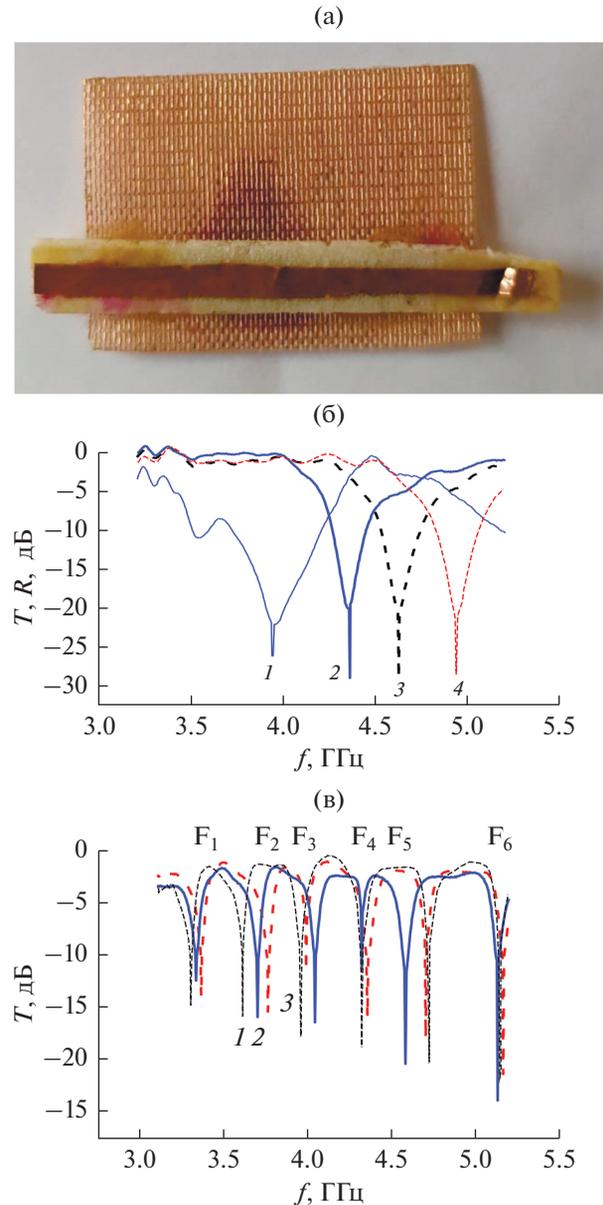
ренционный спектр резонатора Фабри–Перо и интерферограмму при сближении их частот.

### 2.3. Изменение длины полоски для перестройки интерферограммы

Рассмотрим еще одну возможность перестройки резонанса III. Для этого воспользуемся несколькими метаструктурами, отличающимися разными длинами полоски. Приведем результаты исследований по изложенной выше схеме (в прямоугольном волноводе и интерферометре). Фото одной из метаструктур представлено на рис. 3г и 10а, где медная полоска шириной 1.5 мм расположена на 1-миллиметровой подложке из пенопласта ортогонально и асимметрично проводам решетки

$20 \times 16$  мм. Длина полоски  $l_p$  меняется:  $l_p = 25, 23, 20$  мм.

На рис. 10б продемонстрирована динамика резонанса III в прямоугольном волноводе на частотных зависимостях прохождения  $T$ . Легко видеть, что резонанс III, который проявляется как резонансный минимум коэффициента прохождения  $T_{\min}$ , наблюдается на разных частотах с разными метаструктурами в зависимости от  $l_p$ . С уменьшением  $l_p$  резонанс смещается к высоким частотам, как и следует ожидать. Из рис. 10б видно, что для  $l_p = 25$  мм резонанс наблюдается на 4.4 ГГц ( $T_{\min} = -28$  дБ) и смещается на 0.6 ГГц для  $l_p = 20$  мм. Коэффициент отражения  $R$  характеризуется максимумом  $R_{\max}$  на частоте  $T_{\min}$  и резонансным минимумом  $R_{\min}$ , который проявляется ниже частоты



**Рис. 10.** Фото метаструктуры с медной полоской длиной  $l_p$  (а) и измеренные частотные зависимости прохождения  $T$  и отражения  $R$  при разных  $l_p$ : б)  $R$  в волноводе,  $l_p = 25$  (1), и  $T$  при  $l_p = 25$  (2), 23 (3) и 20 мм (4); в)  $T$  в интерферометре в отсутствие метаструктуры (1) и при  $l_p = 23$  (2), 20 мм (3).

$R_{\max}$ , что характерно при магнитном возбуждении резонанса. В случае  $l_p = 25$  мм  $R_{\min}$  (–25 дБ) наблюдается на 3.9 ГГц, тогда как  $R_{\max}$  на частоте 4.5 ГГц.

Частотные зависимости  $T$  в интерферометре при  $l_p = 23$  и 20 мм представлены на рис. 10в. В отличие от метаструктур с варактором наблюдаем незначительное изменение потерь по сравнению с пустым интерферометром (без метаструктуры). Интерферограмма представляет интерференци-

онную зависимость  $T$  от частоты с полосами запрета:

$F_{1/l_p}^{23}$  (3.3 ГГц, –11.5 дБ),  $F_{2/l_p}^{23}$  (3.7 ГГц, –15 дБ),  $F_{3/l_p}^{23}$  (4 ГГц, –15 дБ),  $F_{4/l_p}^{23}$  (4.3 ГГц, –10.5 дБ),  $F_{5/l_p}^{23}$  (4.6 ГГц, –19.5 дБ), и  $F_{6/l_p}^{23}$  (5.1 ГГц, –23 дБ). Для  $l_p = 20$  мм состояние интерферограммы характеризуется частотной зависимостью  $T$  с полосами запрета:

$F_{1/l_p}^{20}$  (3.4 ГГц, –13 дБ),  $F_{2/l_p}^{20}$  (3.75 ГГц, –14.5 дБ),  $F_{3/l_p}^{20}$  (3.95 ГГц, –10.5 дБ),  $F_{4/l_p}^{20}$  (4.3 ГГц, –15 дБ),  $F_{5/l_p}^{20}$

(4.7 ГГц,  $-17$  дБ) и  $F_{6/n}^{20}$  (5.16 ГГц,  $-21$  дБ). Видим, что полоса  $F_{5/n}^{20}$  сместилась на 0.1 ГГц относительно  $F_{5/n}^{23}$ , от 4.6 до 4.7 ГГц с небольшим изменением глубины. На этих же частотах перестраивается резонанс III в метаструктуре при соответствующем изменении  $I_n$ , как следует из волноводных измерений (см. рис. 10б).

Таким образом, каким бы способом ни перестраивался резонанс III в метаструктуре (изменением величины  $V_{OC}$  при использовании варакторов, изменением стационарных емкостей  $C$  или длины полоски), его перестройка приводит к селективному воздействию на полосу запрета.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали возможность создания селективно управляемых многополосных микроволновых фильтров на основе модифицированного  $h$ -плоскостного волноводного тройникового интерферометра с метаструктурой. Метаструктура содержит частопериодическую решетку параллельных медных проводов, внедренных в диэлектрическую пленку, и ортогонально асимметрично расположенную медную полосу с разрывом при использовании разных способов управления резонансными свойствами (варакторами, применением стационарных емкостей или вариацией размеров). Метаструктуру помещаем вдоль направления распространения волны в закороченное  $h$ -плечо на расстоянии  $s$  от короткозамыкателя, образуя конфигурацию резонатора Фабри–Перо.

Предложено новое применение метаструктуры в качестве отражателя резонатора Фабри–Перо для управления.

Показано, что перестройка полос резонатора и интерферометра связана с влиянием резонанса в метаструктуре и происходит при приближении частоты резонанса в метаструктуре к соответствующей интерференционной полосе. Показана возможность селективного управления частотой полосы в трехполосном резонаторе Фабри–Перо и модифицированном семиполосном тройниковом интерферометре.

При экспериментальных исследованиях частотных зависимостей коэффициентов прохождения в семиполосном интерферометре обнаружено, что с изменением напряжения на варакторе в пределах 0...29 В две интерференционные полосы запрета могут смещаться на 0.2 ГГц, при этом на месте исходных полос запрета наблюдаются полосы прозрачности. Обнаружено соответствие между частотами и перестраиваемым диапазоном

интерференционных полос в интерферометре и резонаторе Фабри–Перо.

Селективное воздействие резонанса в метаструктуре на интерферограмму демонстрируется и подтверждается при использовании управления резонансными свойствами метаструктуры разными способами: с помощью варакторов, вариацией стационарных емкостей или изменением длины полоски.

Показано, что простейшая метаструктура, выполненная только из линейных проводов резонансного размера, может быть использована для управления многополосной фильтрацией. Поскольку эффект в основном связан с резонансными свойствами метаструктуры, то может представлять интерес исследование и других метаструктур, как выбранных из большого их разнообразия, так и оригинальных.

Полученные результаты полезны при разработке электрически селективно управляемых многополосных фильтров для многофункциональных и многоканальных применений в системах связи.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания ИРЭ РАН по теме 0030-2019-0014.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cameron R., Kudsia C., Mansour R.* // Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design, and Applications. N.Y.: John Wiley & Sons, 2018.
2. *Butylkin V., Kazantsev Y., Kraftmakher G., Mal'tsev V.* // Appl. Phys. A. 2017. V. 123. № 1. P. 57.
3. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н.* // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. № 15. С. 16.
4. *Банков С.Е., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В.* // Журн. радиоэлектроники. 2013. № 7. <http://jre.cplire.ru/jre.jul13/9/text.pdf>
5. *Antonenko J.V., Gribovsky A.V., Kuzmichev I.K.* // Telecommunications and Radio Engineering 2018. V. 77. № 12. P. 1029.
6. *Krupka J., Cwikla A., Mrozowski M. et al.* // IEEE Trans. 2005. V. UFFC-52. № 9. P. 1443.
7. *Liu Z.G., Zhang W.X., Fu D.L. et al.* // Microwave Optical Technol. Lett. 2008. V. 50. № 6. P. 1623.
8. *Kumar M.S., Choukiker Y.K.* // IET Microwaves, Antennas & Propagation. 2018. V. 12. № 15. P. 2364.
9. *Al-Yasir Y.I.A., Parchin, N.O., Abd-Alhameed R.A. et al.* // Electronics. 2019. V. 8. № 1. P. 114.
10. *Fok M.P., Ge J.* // Photonics. 2017. V. 4. № 4. P. 45.
11. *Устинова И.А., Никитин А.А., Кондрашов А.В. и др.* // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42. № 17. С. 20.

12. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П. // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 109. № 4. С. 224.
13. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П. // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1070.
14. Kraftmakher G.A., Butylkin V.S., Kazantsev Yu.N., Mal'tsev V.P. // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1461. № 1. P. 012074.
15. Kraftmakher G., Butylkin V. // Advanced Electromagnetics. 2012. V. 1. № 2. P. 16.
16. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 7. С. 38.
17. Kraftmakher G., Butylkin V., Kazantsev Y., Maltsev V. // Electron. Lett. 2017. V. 53. № 18. P. 1264.
18. Kraftmakher G.A., Butylkin V.S., Kazantsev Yu.N. et al. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun20/text.pdf>.
19. Stone J.M. // Radiation and Optics: An Introduction to the Classical Theory. N.Y.: McGraw-Hill, 1963.
20. Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 1. С. 5.
21. Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А., Мальцев В.П. // РЭ. 2009. Т. 54. № 10. С. 1184.
22. Шевченко В.В. // РЭ. 2010. Т. 55. № 9. С. 1052.
23. Аненков В.В., Шевченко В.В. // РЭ. 2011. Т. 56. № 10. С. 1194.