

АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ПРИЕМА OFDM-СИГНАЛОВ  
НА ОСНОВЕ МАНИПУЛЯЦИИ  
С МИНИМАЛЬНЫМ СДВИГОМ ЧАСТОТЫ© 2021 г. Л. Е. Назаров<sup>а, \*</sup>, А. С. Зудилин<sup>а</sup>, В. И. Каевицер<sup>а</sup>, И. В. Смольянинов<sup>а</sup><sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: levnaz2018@mail.ru

Поступила в редакцию 18.11.2019 г.

После доработки 11.02.2020 г.

Принята к публикации 17.05.2020 г.

Рассмотрены и исследованы разработанные алгоритмы формирования и приема OFDM-сигналов с использованием манипуляции с минимальным сдвигом частоты (OFDM-MSK-сигналы). OFDM-MSK-сигналы характеризуются низким уровнем мощности внеполосного излучения по сравнению с OFDM-сигналами с использованием фазовой манипуляции. Показано, что разработанные алгоритмы формирования и приема используют решетчатую структуру сигналов с непрерывной фазой с минимальным сдвигом частоты в сочетании с производительным алгоритмом быстрого спектрального преобразования в базе Фурье.

DOI: 10.31857/S003384942101006X

## ВВЕДЕНИЕ

С использованием OFDM-сигналов возможна организация передачи информации по каналам с многолучевостью, которая обуславливает наличие мультипликативных помех (частотно-селективные замирания сигналов) и помех межсимвольной интерференции [1–4]. Это свойство OFDM-сигналов явилось определяющим для их использования в ряде современных цифровых систем связи (IEEE 802.11 (WiFi), IEEE 802.16 (WiMax), DVB-SH (цифровое спутниковое телевидение), 3GPP LTE (мобильная связь 4G)) [4, 5], в системах оптической связи [6], в радиолокационных системах [7].

Недостатком OFDM-сигналов является большое значение пик-фактора, что приводит к возникновению интермодуляционных помех на выходе передатчика как нелинейного устройства [8–10], а также подверженность искажающему влиянию сосредоточенных по спектру помех [11].

Другая проблема при использовании OFDM-сигналов обусловлена высоким уровнем внеполосного излучения [1, 3]. Актуальной является задача разработки теории OFDM-сигналов с пониженным внеполосным излучением [12–17].

Известные подходы к решению данной задачи условно можно разделить на три общих класса [18]: конструктивные методы, амплитудные методы, фазовые методы. Один из конструктивных методов

формирования основан на использовании дополнительной совокупности парциальных сигналов [12]. Амплитудные методы снижения мощности внеполосного излучения основаны на формировании огибающих сигналов с использованием весовых функций, отличных от прямоугольной весовой функции [14, 15, 18].

Основу алгоритмов формирования и приема OFDM-сигналов с пониженной мощностью внеполосного излучения, анализируемых в статье, составляет фазовый метод [16, 19, 20].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сигналы OFDM представляют сумму  $N$  парциальных гармонических сигналов, определенных на тактовом интервале длительностью  $T$  [1–3]

$$\dot{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} \dot{\alpha}_m \exp(j2\pi f_m t). \quad (1)$$

Здесь  $f_m = m/T$  – частоты (линейные) парциальных сигналов, определяющие их ортогональность на тактовом интервале. Значения  $\dot{\alpha}_m$  задаются информационной последовательностью и используются сигналами “созвездиями” [1]. При формировании и приеме OFDM-сигналов используется аппарат быстрого спектрального преобразования в базе Фурье (БПФ) [21].

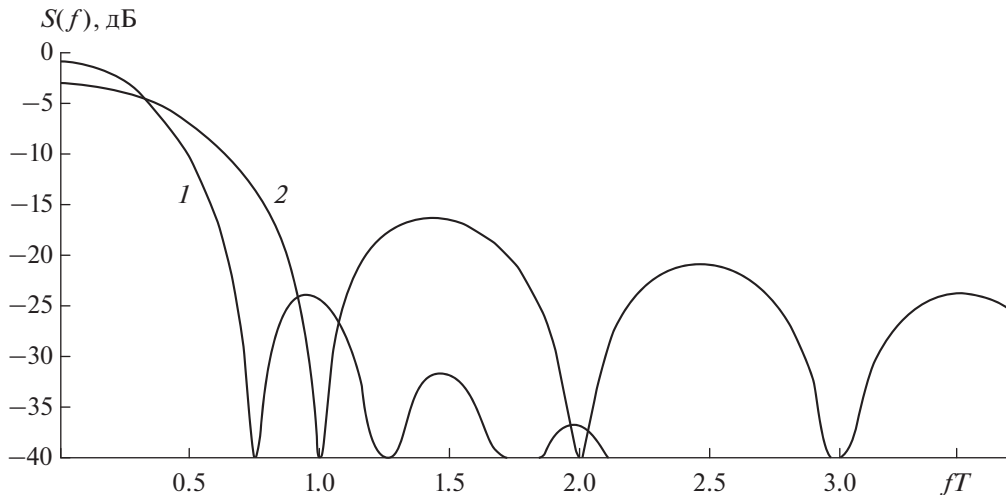


Рис. 1. Кривые спектральных мощностей для MSK-сигналов (1) и фазоманипулированных сигналов (2).

Спектральная плотность мощности OFDM-сигналов определяется суммой спектров парциальных сигналов, вне рабочей частотной полосы спектральная плотность мощности убывает достаточно медленно [3]. Перспективным направлением снижения мощности внеполосного излучения является использование парциальных сигналов в (1) на основе манипуляции с непрерывной фазой с минимальным сдвигом частоты (minimum shift keying, MSK-сигналы), которые не требуют формирующих весовых функций или фильтров [16, 19, 20, 22].

MSK-сигналы характеризуются большей скоростью спадающей спектральной плотности мощности при увеличении частоты  $f$  по отношению к фазоманипулированным (ФМ) сигналам, что определяет их широкое использование в приложениях [17, 19, 20, 22].

Спектральная плотность мощности MSK-сигналов с нулевой несущей частотой с единичной амплитудой задается выражением [19, 20]

$$S_{\text{MSK}}(f) = \frac{4T}{\pi^2} \frac{1 + \cos(4\pi fT)}{(16f^2T^2 - 1)^2},$$

где  $f$  – линейная частота;  $T$  – длительность тактового интервала. На рис. 1 приведен вид  $S_{\text{MSK}}(f)$  (кривая 1), по оси абсцисс отложены значения  $fT$ . При  $fT = 0$  ( $f = 0$ ) имеем  $S_{\text{MSK}}(f) = 8T/\pi^2$ , первое нулевое значение спектральной плотности мощности достигается при  $fT = 0.75$ , максимальное значение первого бокового лепестка по отношению к значению главного лепестка равно  $-23$  дБ, асимптотическая зависимость от частоты  $f$  имеет вид  $S_{\text{MSK}}(f) \approx 1/(fT)^4$ .

На рис. 1 также представлена спектральная плотность мощности  $S_{\text{ФМ}}(f)$  для фазоманипули-

рованных сигналов с длительностью тактового интервала  $T$  и с мощностью, эквивалентной мощности MSK-сигналов (кривая 2). В этом случае используем выражение [1]

$$S_{\text{ФМ}}(f) = \frac{T}{2} \left( \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} \right)^2.$$

При  $f = 0$  имеем  $S_{\text{ФМ}}(0) = T/2$ , первое нулевое значение  $S_{\text{ФМ}}(f) = 0$  достигается при  $fT = 1$ , максимальное значение бокового лепестка по отношению к значению главного лепестка равно  $-13$  дБ, асимптотическая зависимость от частоты  $f$  имеет вид  $S_{\text{ФМ}}(f) \approx 1/(fT)^2$ , что значительно превышает  $S_{\text{MSK}}(f)$  при эквивалентных значениях  $T$ .

Следует отметить, что информационная скорость  $r$  (бит/с) при использовании MSK-сигналов равна  $r = 1/T$ , при использовании фазоманипулированных сигналов  $r = \log_2 M/T$ , где  $M$  – объем “созвездия” [1].

Известны два метода формирования MSK-сигналов: с использованием квадратурных сигналов со сдвигом и с использованием решетчатой структуры [19, 20].

Суть решаемой проблемы – разработка производительных алгоритма формирования и алгоритма приема OFDM-MSK-сигналов с использованием решетчатой структуры в сочетании с БПФ.

## 2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ MSK-СИГНАЛОВ

На рис. 2 приведен вид решетчатой структуры MSK-сигналов [19]. Решетка содержит два состояния  $s_0 = -1$  и  $s_1 = 1$ , переходы между которыми

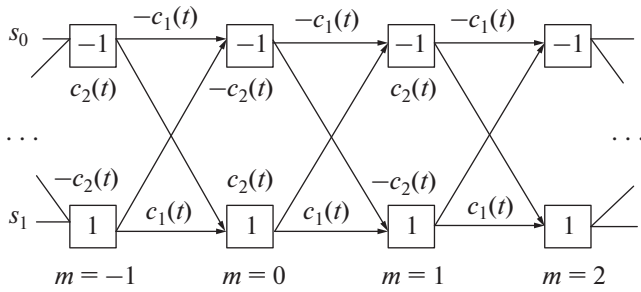


Рис. 2. Вид решетчатой структуры MSK-сигналов.

определяют выбор составляющих сигналов  $c_1(t), -c_1(t), c_2(t), -c_2(t)$  длительностью  $T$

$$c_1(t) = A \sin(2\pi(f_0 + \Delta f/2)t), \quad (2)$$

$$c_2(t) = A \sin(2\pi(f_0 - \Delta f/2)t), \quad (3)$$

где  $A$  – амплитуда сигналов,  $f_0$  – центральная частота,  $\Delta f = 1/2T$ . Сигналы  $c_1(t), c_2(t)$  ортогональны на интервале длительностью  $T$  и ортогональны в усиленном смысле на интервале длительностью  $2T$ .

Путь по решетчатой структуре и выбор составляющих сигналов задается информационными символами  $\vec{d} = (\dots d_{-1}, d_0, d_1, \dots)$ ,  $d_m = \pm 1$ : для  $d_{m-1} = 1$  выбирается нижнее ребро, для  $d_{m-1} = -1$  выбирается верхнее ребро перехода между состояниями.

При наличии в канале аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ)  $n(t)$  алгоритм приема символа  $d_m$ , реализующий правило максимального правдоподобия, заключается в вычислении и сравнении величин  $X_m, Y_m$  [19]

$$X_m = \int_{mT}^{mT+2T} r(t)c_1(t)dt, \quad (4)$$

$$Y_m = \int_{mT}^{mT+2T} r(t)c_2(t)dt. \quad (5)$$

Здесь  $r(t) = c(t) + n(t)$  – реализация с выхода канала передачи. Для четных значений  $m$  при условии  $X_m > Y_m$  принимается решение  $d_m = 1$ , в противном случае  $d_m = -1$ . Для нечетных значений  $m$  при условии  $X_m > -Y_m$  принимается решение  $d_m = 1$ , в противном случае  $d_m = -1$ .

### 3. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ OFDM-MSK-СИГНАЛОВ

Пусть на интервале длительностью  $T$  параллельно передается блок из  $k$  информационных битов  $d_i^{(m)}$ ,  $i = 0, 1, \dots, k-1$ ,  $m = 0, 1, \dots$  – номер пере-

даваемого блока. Соответствующий OFDM-MSK-сигнал длительностью  $T$  можно сформировать, используя алгоритм БПФ размерностью  $2^{n+1}$  над дискретной функцией  $\dot{U}^{(m)}(p)$ ,  $p = 0, 1, 2, \dots, 2^{n+1} - 1$ . Размерность БПФ определяется соотношением  $2^n < 2k \leq 2^{n+1}$ . Ниже приведено описание  $\dot{U}^{(m)}(p)$ .

В соответствии с (2), (3) определим центральные частоты  $f_{0l} = (3 + 4l)/4T$  парциальных сигналов  $c_{1l}^{(m)}(t), c_{2l}^{(m)}(t)$ . В этом случае парциальные сигналы, соответствующие передаче бита  $d_l^{(m)}$  на интервале  $mT < t \leq (m+1)T$ , имеют вид [16]

$$c_{1l}^{(m)}(t) = A \sin\left(2\pi \frac{2+2l}{2T}(t - mT) + \phi_{1l}^{(m)}\right), \quad (6)$$

$$c_{2l}^{(m)}(t) = A \sin\left(2\pi \frac{1+2l}{2T}(t - mT) + \phi_{2l}^{(m)}\right), \quad (7)$$

где  $\phi_{1l}^{(m)}, \phi_{2l}^{(m)}$  – начальные фазы парциальных сигналов.

Относительно начальных фаз  $\phi_{1l}^{(m)}, \phi_{2l}^{(m)}$  выполняются условия [19]

$$\begin{aligned} \phi_{1l}^{(m)} &= \phi_{1l}^{(m-1)} + 2\pi m = 0 \pmod{2\pi} \\ \text{и } \phi_{2l}^{(m)} &= \phi_{2l}^{(m-1)} + \pi(1 + 2m) = \pi \pmod{2\pi}, \quad (8) \\ \phi_{1l}^{(0)} &= 0, \quad \phi_{2l}^{(0)} = 0. \end{aligned}$$

Если базисные функции Фурье определены на интервале  $2T$ , то рассматриваемые сигналы  $c_{1l}^{(m)}(t), c_{2l}^{(m)}(t)$  могут быть определены путем задания значений дискретной функции  $\dot{U}^{(m)}(p)$ :

1) для  $p = 2 + 2l$  (задание  $c_{1l}^{(m)}(t)$ ) в соответствии с решетчатой структурой на рис. 2 и фазами  $\phi_{1l}^{(m)}$  [16]

$$\dot{U}^{(m)}(p) = \begin{cases} -1, & \text{если } d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)} = 2, \\ 1, & \text{если } d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)} = -2. \end{cases} \quad (9)$$

2) для  $p = 1 + 2l$  (задание  $c_{2l}^{(m)}(t)$ ) в соответствии с фазами  $\phi_{2l}^{(m)}$  имеем

$$\dot{U}^{(m)}(p) = \begin{cases} -1, & \text{если } (-1)^m (d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)}) = 2, \\ 1, & \text{если } (-1)^m (d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)}) = -2. \end{cases} \quad (10)$$

Значения  $d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)}$  и  $d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)}$  в (9), (10) не равны одновременно 0. Для  $p = 1 + 2l$  при условии  $d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)} = 0$  задается значение  $\dot{U}^{(m)}(p) = 0$ , для  $p = 2 + 2l$  при условии  $d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)} = 0$  задается значение  $\dot{U}^{(m)}(p) = 0$ . Для  $p \geq 2^n$  задаются нулевые значения  $\dot{U}^{(m)}(p) = 0$ .

Первые  $2^n$  комплексных отсчетов (их мнимые части) спектрального преобразования Фурье

размерностью  $2^{n+1}$  дискретной функции  $\dot{U}^{(m)}(p)$  определяют значения формируемых OFDM-MSK-сигналов, содержащих  $2^n$  отсчетов на временном интервале  $mT < t \leq (m+1)T$ .

При применении приведенной процедуры формирования OFDM-MSK-сигналов в цифровом виде с использованием БПФ размерностью  $2^{n+1}$  требуется выполнение  $(n+1)2^{n+1}$  комплексных умножений [16]. Оценка выигрыша по отношению к требуемому объему комплексных умножений при реализации прямого метода формирования OFDM-MSK сигналов может быть определена соотношением  $\gamma \approx 2^{n-1}/(n+1)$  [21].

При выполнении процедуры формирования OFDM-MSK-сигналов можно модифицировать алгоритм БПФ с целью сокращения требуемого числа арифметических операций вследствие вычисления лишь мнимых компонент первой половины спектрального множества для  $(n+1)$ -го рекуррентного соотношения преобразования Фурье над  $\dot{U}^{(m)}(p)$ . В этом случае оценка имеет вид  $\gamma \approx 2^n/(2n+1)$ .

#### 4. АЛГОРИТМ ПРИЕМА OFDM-MSK-СИГНАЛОВ

Алгоритм приема OFDM-MSK-сигналов, реализующий критерий максимального правдоподобия, требует вычисления соотношений (4), (5). При реализации этого алгоритма приема можно использовать алгоритм БПФ, при этом длительность базисных функций Фурье равна  $2T$ . Ниже приведено описание алгоритма приема.

Входную реализацию  $r(t)$  представляем в виде составляющих реализаций  $r^{(m)}(t)$  длительностью  $2T$  ( $mT < t \leq mT + 2T$ ) с пересечением на интервале  $mT < t \leq (m+1)T$ . Для принятия решения относительно переданного символа  $d_l^{(m)}$  осуществляется спектральное преобразование Фурье (с использованием алгоритма БПФ) размерностью  $2^{n+1}$  дискретной функции  $\dot{R}(t)$ , формируемой на основе реализаций  $r^{(m)}(t)$  с использованием правила [16]

$$\operatorname{Re}(\dot{R}(t)) = 0, \quad \operatorname{Im}(\dot{R}(t)) = r^{(m)}(t).$$

Размерности базисов Фурье  $2^{n+1}$  при формировании и приеме OFDM-MSK-сигналов в цифровом виде совпадают.

Для дискретной функции  $\dot{R}(t)$  вычисляется множество спектральных составляющих  $\dot{C}^{(m)}(p)$ ,  $p = 0, 1, \dots, 2^{n+1} - 1$ . Принимается решение  $d_l^{(m)} = 1$ ,

если  $\operatorname{Re}(\dot{C}^{(m)}(1+2l)) > \operatorname{Re}(\dot{C}^{(m)}(2+2l))$ , в противном случае  $d_l^{(m)} = -1$ ,  $l = 0, 1, \dots, k-1$ .

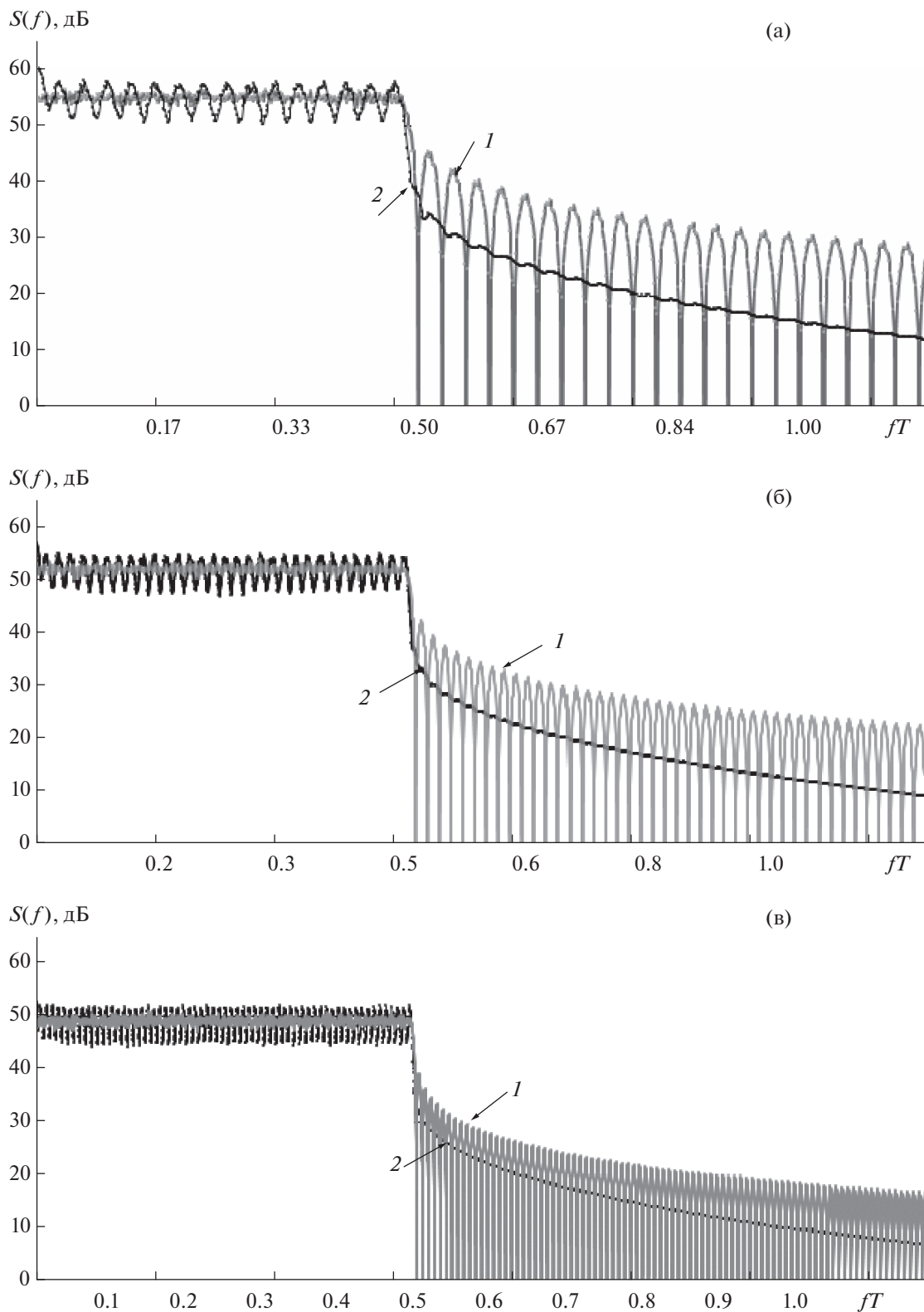
Следует отметить, что данное правило приема справедливо для четных и нечетных значений  $m$ , это является отличием от приведенной процедуры приема MSK-сигналов на основе вычисления соотношений (4), (5).

#### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

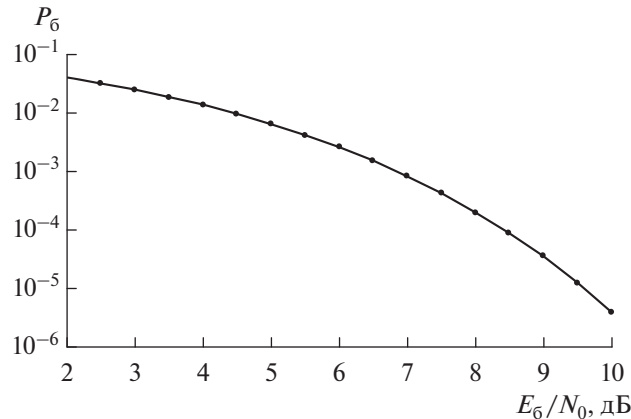
На рис. 3 приведены усредненные спектральные плотности мощности  $S(f)$  (односторонние) для OFDM-сигналов с парциальными сигналами ФМ4 (кривая 1) и для OFDM-MSK-сигналов (кривая 2). OFDM-сигналы с использованием манипуляции ФМ4 содержат 16 (рис. 3а), 32 (рис. 3б) и 64 парциальных сигнала (рис. 3в) с частотным разнесением  $1/T$  для выполнения условия их ортогональности в усиленном смысле. Видно, что в этом случае максимальное значение первого бокового лепестка вне частотной полосы по отношению к среднему значению спектральной мощности в рабочей частотной полосе уменьшается с увеличением количества парциальных сигналов и достигает  $-9.6$ ,  $-10.7$  и  $-12.4$  дБ для 16-и, 32-х и 64-х парциальных сигналов соответственно. Для таких количеств парциальных сигналов падение спектральной плотности мощности вне полосы достигает  $-14.6$ ,  $-17.7$  и  $-20.5$  дБ/октава соответственно.

OFDM-MSK-сигналы содержат 64 (рис. 3а), 128 (рис. 3б) и 256 парциальных сигналов (рис. 3в) с частотным разнесением  $1/4T$ . При этом в соответствии с (6), (7) амплитуды парциальных сигналов с четными номерами задаются нулевыми, что дает возможность выполнить условие ортогональности парциальных MSK-сигналов на тактовом интервале длительностью  $T$ . Из рис. 3 (кривая 2) видно, что структура спектральных плотностей гребенчатая с вариацией амплитуд до  $\pm 3.5$  дБ относительно среднего значения. Для этих сигналов максимальное значение первого бокового лепестка по отношению к максимальному значению спектральной плотности в рабочей частоте равно  $-22.0$  дБ, что не менее чем на 9.6 дБ меньше для OFDM-сигналов с использованием ФМ4. Скорость уменьшения спектральной плотности мощности вне полосы практически не зависит от количества парциальных сигналов и составляет около  $-20$  дБ/октава, что сравнимо с соответствующим значением для OFDM-сигналов с использованием ФМ4, которые содержат 64 парциальных сигнала, и меньше на 7.4 дБ/октава для OFDM-сигналов с использованием манипуляции ФМ4, которые содержат 16 парциальных сигналов.

На рис. 4 приведена зависимость вероятности ошибки на бит  $P_0$  от отношения сигнал/помеха



**Рис. 3.** Спектральные плотности мощности  $S(f)$  (односторонние) для OFDM-сигналов с ФМ4 (кривые 1 для 16 (а), 32 (б) и 64 (в) частичных сигналов) и с MSK-сигналами (кривые 2 для 64 (а), 128 (б) и 256 (в) частичных сигналов).



**Рис. 4.** Вероятности ошибки на бит  $P_6$  в зависимости от отношения сигнал/помеха при приеме OFDM-MSK-сигналов для АБГШ канала.

$E_6/N_0$ , полученная путем моделирования разработанного алгоритма приема OFDM-MSK-сигналов для АБГШ-канала. Здесь  $E_6$  – энергия на информационный бит,  $N_0$  – спектральная плотность (односторонняя) АБГШ. Моделируемая вероятностная кривая тождественна вероятностной кривой для сигналов с двоичной фазовой манипуляцией, для которых известно соотношение [1, 2]

$$P_6 = \int_{\sqrt{E_6/N_0}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2) dx. \quad (11)$$

Из рис. 4 видно, что при  $E_6/N_0 = 10$  дБ вероятность ошибки равна  $P_6 = 3 \times 10^{-6}$ , что совпадает с теоретическим значением, вычисленным с использованием соотношения (11).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

OFDM-MSK-сигналы на основе манипуляции с непрерывной фазой с минимальным сдвигом частоты характеризуются пониженной внеполосной мощностью излучения по сравнению с OFDM-сигналами с использованием фазовой манипуляции. Приведены разработанные производительные алгоритмы формирования и приема OFDM-MSK сигналов на основе алгоритма БПФ, размерность которого определяется размером передаваемого информационного блока.

Исследования свойств рассматриваемых OFDM-MSK-сигналов, в частности их устойчивость к влиянию класса сосредоточенных помех [10], а также развитие теории MSK-сигналов с увеличением спектральной эффективности, представляют направления перспективных исследований.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. Системы цифровой радиосвязи. Базовые методы и характеристики. М.: Эко-Трендз, 2005.
2. Вишневецкий В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В. Широкополосные сети передачи. М.: Техносфера, 2005.
3. Liu H., Li G. OFDM-Based Broadband Wireless Networks. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
4. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлома А.М., Шумов А.П. Технология OFDM. М.: Горячая линия-Телеком, 2016.
5. Schulze H., Luders C. Theory and Application of OFDM and CDMA. Wideband Wireless Communications. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
6. Shieh W., Djordjevic I. OFDM for Optical Communication. Burlington: Academic Press/Elsevier, 2010.
7. Kumari P., Choi J., González-Prelcic N., Heath R.W. // IEEE Trans. 2018. VT-67. № 4. P. 3012.
8. Шинаков Ю.С. // РЭ. 2013. Т. 58. № 10. С. 1053.
9. Шинаков Ю.С. // Радиотехника. 2016. № 2. С. 66.
10. Назаров Л.Е., Зудилин А.С. // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 522.
11. Кравченко В.Ф., Назаров Л.Е., Пустовойт В.И. // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 976.
12. Brandes S., Cosovic I., Schnell M. // IEEE Commun. Lett. 2006. V. 10. № 6. P. 420.
13. Mahmoodi S., Saeedi H., Omidi M.J. // 20th Iranian Conf. on Electrical Engineering (ICEE) Tehran. 2012. 15–17 May. N.Y.: IEEE, 2012. P. 1474.
14. Muller-Weinfurter S.H. // IEEE Trans. 2001. V. COM-49. № 3. P. 417.

15. *Tan P., Beaulieu N.C.* // European Trans. Telecommun. 2009. № 20. P. 9.
16. *Назаров Л.Е., Зудилин А.С.* // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 8.  
<http://jre.cplire.ru/jre/aug16/1/text.pdf>.
17. *Yang R.H.-H., Chern S.-J., Tseng C.-C., Zhan Z.-H.* // Proc. Int. Symp. on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. 2005. Dec. 13–16. Hong-Kong. N.Y.: IEEE, 2005. P. 269.
18. *Макаров С.Б., Цикин И.А.* Передача дискретных сообщений по каналам с ограниченной полосой пропускания. М.: Радио и связь, 1988.
19. *Massey J.L.* // The Deep Space Network DSN Progress Report 42–52. Pasadena: Jet Propulsion Laboratory, 1979. P. 26.
20. *Pasupathy S.* // IEEE Commun. Magazine. 1979. V. 17. № 4. P. 14.
21. *Ахмед Н., Пао К.Р.* Ортогональные преобразования при цифровой обработке сигналов. М.: Связь, 1980.
22. *Куликов Г.В., Тамбовский С.С., Савватеев Ю.И., Стариковский А.И.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 2. С. 168.