РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2021, том 66, № 10, с. 951–958

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В КЛАСТЕРЕ, ОБРАЗОВАННОМ ВЫПУКЛО-ВОГНУТЫМ НАНОЦИЛИНДРОМ ИЗ СЕРЕБРА С ДВУМЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ВСТАВКАМИ ИЗ СТЕКЛА

© 2021 г. А. П. Анютин*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

**E-mail: anioutine@mail.ru*

Поступила в редакцию 08.01.2020 г.
После доработки 08.01.2020 г.
Принята к публикации 15.03.2020 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны *TM*-типа на цилиндрической наноструктуре (кластере), образованной выпукло-вогнутым серебряным цилиндром с двумя симметрично вставленными цилиндрами из стекла. В световом диапазоне длин волн 300 нм < λ < 900 нм строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что в области квазистатики наличие вогнутости внешнего контура кластера и вставок из стекла приводит к образованию дополнительных максимумов поперечника рассеяния и смещению резонансных длин волн по сравнению со случаем выпуклого контура. Обнаружено существование эффекта вырождения резонансов плазмонов и слабая зависимость диаграммы рассеяния кластера от угла падения плоской поляризованной *TM*-волны.

DOI: 10.31857/S0033849421100028

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, дифракция электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн 300 нм < λ < 900 нм сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так и существованием их резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. В [1] отмечалось, что нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитях) с постоянной кривизной (переменной кривизной, но постоянным знаком кривизны) исследовались в целом ряде работ. Так, в [1] было показано, что цилиндры с круглым сечением реализуют резонансы плазмонов в ультрафиолетовой части спектра. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. В работе [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины в предположении, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, образованные круговыми, эллиптическими цилиндрами или прямоугольными пластинами рассматривались нами в период с 2017 по 2020 г. Линейные кластеры, образованные тремя (двумя) наноцилиндрами из серебра разного диаметра исследовались нами в 2019 г.

Цель данной работы – исследовать особенности плазмонных резонансов в 2D-наноструктуре (кластере) из серебра, представляющей собой цилиндр, контур поперечного сечения которого имеет не только переменную кривизну, но и изменение знака кривизны, и в который симметрично вставлены два цилиндра из стекла.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской поляризованной электромагнитной ТМ-волны на двумерной цилиндрической диэлектрической структуре (кластере) из серебра, представляющей собой выпукло-вогнутый цилиндр, контур поперечного сечения которого совпадает с контуром овала Кассини. При этом считается,

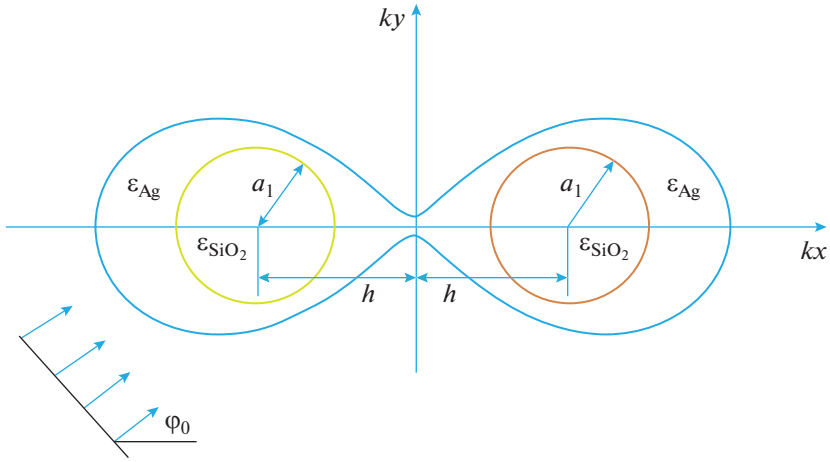

Рис. 1. Геометрия задачи и контуров поперечного сечения структуры (кластера) с параметрами: $\lambda = 400$ нм, $b = 40$ нм, $a = 0.999b$, $h = 0.7a$, $a_1 = 14.28$ нм.

что в такой цилиндр симметрично вставлены два цилиндра (две вставки) из стекла. Как известно, контур овала Кассини обладает не только переменной кривизной, но и изменением знака кривизны, т.е. имеет выпукло-вогнутый контур. Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора $(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0, 0)$ и характеризуется в цилиндрической системе координат r, φ следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= \exp[-ikr\cos(\varphi-\varphi_0)], \\ E_\varphi^0 &= \eta\cos(\varphi-\varphi_0)\exp[-ikr\cos(\varphi-\varphi_0)], \\ E_r^0 &= \eta\sin(\varphi-\varphi_0)\exp[-ikr\cos(\varphi-\varphi_0)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$ – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, c – скорость света в вакууме, λ – длина волны, $\eta = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление вакуума.

Контур овала Кассини $r_{s1}(\varphi)$ охватывает область S_1 (рис. 1) и в цилиндрической системе координат r, φ описывается формулой

$$r_{s1}(\varphi) = a\left(\sqrt{\cos 2\varphi + \sqrt{\cos^2 2\varphi + b^4/a^4 - 1}}\right), \quad a < b. \quad (2)$$

Уравнения контуров для двух вставок (см. рис. 1, области S_2 и S_3 соответственно) удобнее записать в декартовой системе координат в форме

$$S_2 : (x+h)^2 + y^2 = a_1, \quad (3)$$

$$S_3 : (x-h)^2 + y^2 = a_1. \quad (4)$$

Отметим, что, изменяя отношение параметров b/a (при фиксированном b), можно изменять степень “вогнутости” контура (2) такого кластера, а изменяя параметр h, менять расстояние между стеклянными цилиндрами. На рис. 1 изображен контур поперечного сечения кластера при $\lambda = 400$ нм и $b = 40$ нм, $a = 0.999b$, $h = 0.7a$, $a_1 = 14.28$ нм. Считается, что среда структуры представляет собой реальное серебро. При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости серебра

$$\varepsilon_{Ag}(\lambda) = \varepsilon' - i\varepsilon'' \equiv \mathrm{Re}(\varepsilon_{Ag}) - i\,\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$$

в световом диапазоне длин волн 300 нм $< \lambda <$ < 900 нм рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [5] кубическими сплайнами. Относительная диэлектрическая проницаемость стекла в этом диапазоне длин волн практически не имеет потерь, остается постоянной и равной $\varepsilon_{SiO_2}(\lambda) = 2.2$.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структуры, изображенной на рис. 1, имеет вид

$$\varepsilon(r,\varphi) = \begin{cases} \varepsilon_{Ag}, & \text{если } r < r_{s1}(\varphi), \text{ и } (x+h)^2 + y^2 > a_1, \text{ или } (x-h)^2 + y^2 > a_1, \\ \varepsilon_{SiO_2}, & \text{если } (x+h)^2 + y^2 < a_1 \text{ или } (x-h)^2 + y^2 < a_1, \\ 1, & r > r_{s1}(\varphi). \end{cases} \quad (5)$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя z-компоненту $U(r,\varphi) = H_z(r,\varphi)$ магнитного поля, так как краевая задача для функции $U(r,\varphi)$ является скалярной. Полное поле $U(r,\varphi)$, т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-постоянной среде (5) удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2\varepsilon(r,\varphi)\right]U(r,\varphi) = 0. \quad (6)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию $U(r,\varphi)$:

$$E_\varphi(r,\varphi) = -\frac{\eta}{ik\varepsilon(r,\varphi)}\frac{\partial U(r,\varphi)}{\partial r},$$
$$E_r(r,\varphi) = \frac{\eta}{ik\varepsilon(r,\varphi)}\frac{\partial U(r,\varphi)}{\partial \varphi}. \quad (7)$$

На внешней и внутренних границах кластера должны быть непрерывны величины U и $\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial N}$, где $\frac{\partial U}{\partial N}$ – производная по направлению нормали к границе раздела сред (серебро-свободное пространство, серебро-стекло).

Как уже отмечалось, полное поле $U(r,\varphi)$ вне кластера состоит из падающего U^0 и рассеянного U^s полей:

$$U(r,\varphi) = U^0(r,\varphi) + U^s(r,\varphi). \quad (8)$$

Падающее поле задано функцией

$$U^0 = \exp[-ikr\cos(\varphi - \varphi_0)]. \quad (9)$$

Рассеянное поле $U^s(r,\varphi)$ в цилиндрической системе координат (r,φ), где $x = r\cos\varphi$ и $y = r\sin\varphi$, в дальней зоне ($kr \to \infty$) должно удовлетворять условию излучения

$$U^s = \Phi(\varphi)\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (10)$$

где $\Phi(\varphi)$ – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния σ_s определяется формулой

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k}\int_0^{2\pi}|\Phi(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (11)$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводили модифицированным методом дискретных источников [6, 7]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки δ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [5]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину $\delta \le 10^{-3}$.

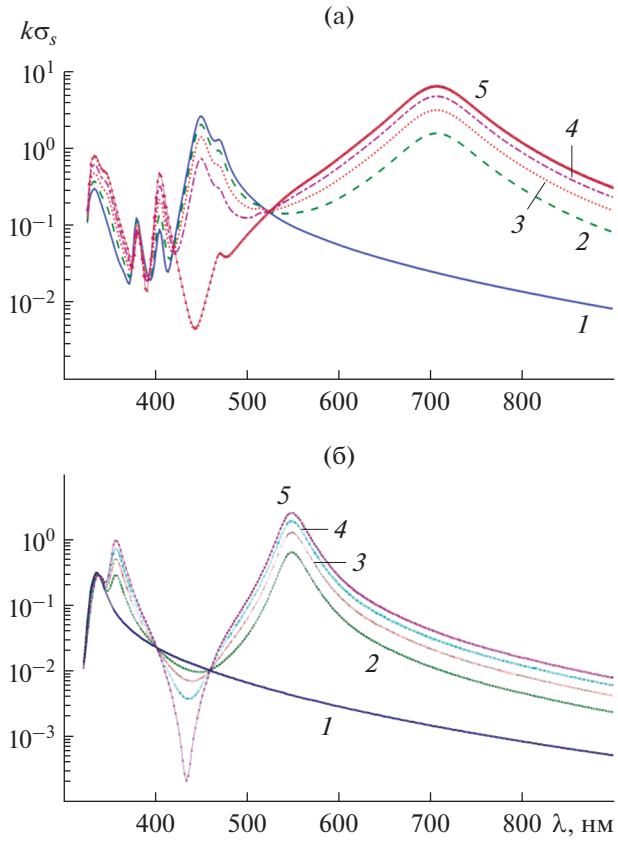

Рис. 2. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для структур: а – с параметрами $b = 40$ нм, $a = 0.999b$, $h = 0.7a$, $a_1 = 14.28$ нм, б – для выпукло-вогнутого цилиндра (структуры без вставок) с параметрами $b = 40$ нм, $a = 0.999b$, $h = 0.7a$; углы падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ (*1*), $\pi/6$ (*2*), $\pi/4$ (*3*), $\pi/3$ (*4*), $\pi/2$ (*5*).

На рис. 2а представлены результаты расчета зависимости нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ при параметрах структуры $b = 40$ нм, $a = 0.999b$, $h = 0.7a$, $a_1 = 14.28$ нм, реальных потерях серебра ($\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$) и различных углах падения плоской волны: $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$ и $\pi/2$. Из полученных результатов следует, что нормированный поперечник рассеяния $k\sigma_s$ содержит четыре (три при $\varphi_0 = \pi/2$) максимума, происхождение которых объясняется резонансами плазмонов. При этом положение максимумов (побочных резонансов) поперечника рассеяния

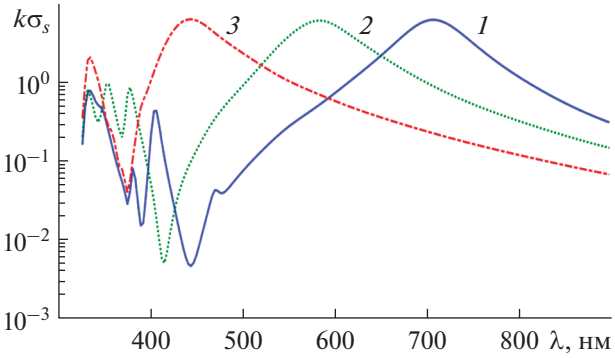

Рис. 3. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны кластера с параметрами: $b = 40$ нм, $h = 0.7a$, $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$, $\varphi_0 = \pi/2$, $\varepsilon = 2.2$ и различных $a = 0.999b$ (кривая *1*), $0.96b$ (кривая *2*), $0.7b$ (кривая *3*).

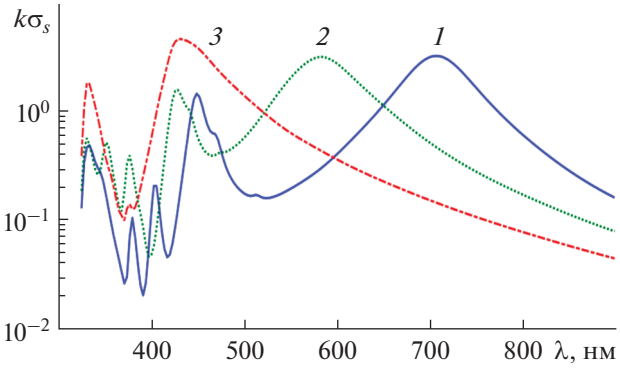

Рис. 4. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны кластера с параметрами: $b = 40$ нм, $h = 0.7a$, $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$, $\varphi_0 = \pi/4$, $\varepsilon = 2.2$ и различных $a = 0.999b$ (кривая *1*), $0.96b$ (кривая *2*), $0.7b$ (кривая *3*).

$k\sigma_s$ практически не меняется при изменении угла падения плоской волны. Главный максимум $k\sigma_s$ располагается при длине волны $\lambda = 700$ нм и соответствует дипольному резонансу плазмонов. Резонансы поперечника рассеяния $k\sigma_s$ при длине волны $\lambda < 700$ нм связаны с существованием мультипольных резонансов плазмонов. Кроме того, отметим существование точки пересечения всех кривых поперечника рассеяния $k\sigma_s$.

На рис. 2б представлены зависимости нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для аналогичной структуры, но уже без двух вставленных стеклянных цилиндров. Из представленных результатов видно, что поперечник рассеяния $k\sigma_s$ имеет два (или один при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$) максимума. При этом главный максимум $k\sigma_s$ располагается при длине волны $\lambda = 581$ нм. Расположение главного максимума $k\sigma_s$ практически не зависит от угла падения плоской волны φ_0, и его происхождение связано с дипольным резонансом плазмонов. Второй (побочный) максимум располагается в районе длин волн $\lambda = 440...460$ нм, и его происхождение объясняется наличием квадрупольного резонанса плазмонов. При изменении угла падения плоской волны φ_0 такой резонанс испытывает не только смещение, но и раздвоение, что свидетельствует о наличии эффекта вырождения плазмонов.

Из сравнения результатов, представленных на рис. 2а и 2б следует, что наличие вставок приводит не только к образованию дополнительных максимумов $k\sigma_s$, но и к увеличению их амплитуд, а также к их смещению. Например, главный максимум $k\sigma_s$ (см. рис. 1а) смещается на величину $\Delta \approx 120$ нм по отношению главного максимума и увеличивает свою амплитуду примерно в 2.5 раза.

Было рассмотрено влияние степени вогнутости внешнего контура структуры на зависимость нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для случая реальных потерь серебра (рис. 3). Расчеты проводили при следующих параметрах кластера: $b = 40$ нм, $h = 0.7a$ $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$ и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$, а также при $a = 0.999b$, $0.96b$ и $0.7b$. Отметим, что при $a = 0.7b$ внешний контур представляет собой строго выпуклую кривую. Из рис. 3 видно, что уменьшение вогнутости внешнего контура приводит как к уменьшению числа максимумов нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ (уменьшению числа мультитпольных резонансов), так и их смещению в область меньших значений длин волн.

Аналогичные результаты для угла падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = \pi/4$ на такой же кластер представлены соответственно на рис. 4 и 5. Отметим, что основные тенденции в поведении зависимости нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ, имеющие место при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$, сохраняются при углах $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = \pi/4$. Однако при угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$, в отличие от случаев $\varphi_0 = \pi/4$ и $\varphi_0 = \pi/2$, дипольный резонанс располагается в районе длины волны $\lambda \approx 450$ нм. Кроме того, наблюдается существенное сокраще-

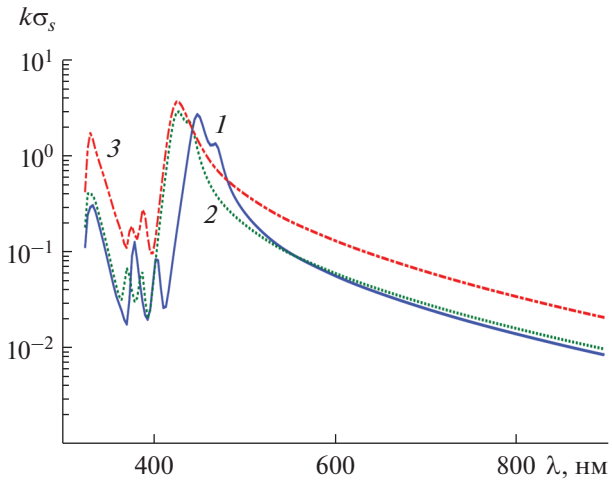

Рис. 5. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны кластера с параметрами: $b = 40$ нм, $h = 0.7a$, $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$, $\varphi_0 = 0$, $\varepsilon = 2.2$ и различных $a = 0.999b$ (кривая *1*), $0.96b$ (кривая *2*), $0.7b$ (кривая *3*).

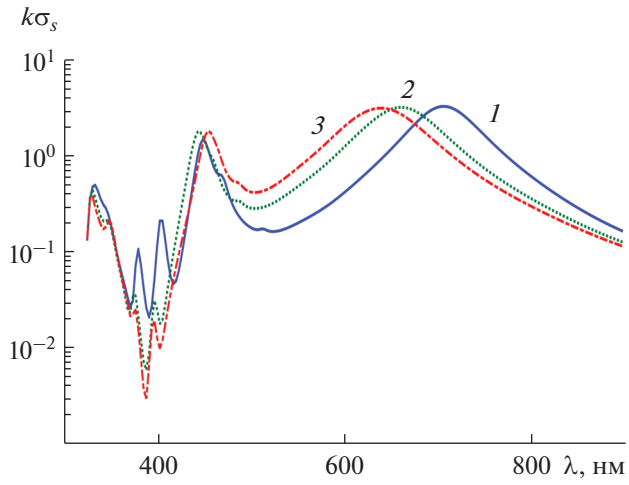

Рис. 6. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, $\varphi_0 = 0$ и $\mu = 0$ (*1*), 0.25 (*2*), 0.5 (*3*).

ние расстояния между максимумами поперечника рассеяния $k\sigma_s$.

Также было исследовано влияние расстояния $2h$ между стеклянными цилиндрами, расположенными внутри овала Кассини (рис. 6). Зависимости нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ были рассчитаны для структуры с параметрами $b = 40$ нм, $a = 0.999b$, $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$, для случая реальных потерь серебра и для различных значений величины смешения центров стеклянных цилиндров $h = 0.7a + \mu a_1$ ($\mu = 0$, 0.25, 05). Из рисунка видно, что увеличение расстояния $2h$ между стеклянными цилиндрами приводит к относительно небольшому смешению максимумов нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$. При этом увеличение расстояния $2h$ сильнее сказывается на положении дипольного резонанса, чем на расположении мультипольных резонансов.

Для понимания происхождения максимумов нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ на рис. 7 приведены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для кластера с параметрами $b = 40$ нм $a = 0.96b$, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и различных значениях мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра $\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$, которые определяют потери серебра. Из рис. 7 видно, что реальные потери серебра ($\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$) у такой структуры приводят к существенному снижению амплитуды мультипольных резонансов, исчезновению явления их расщепления (их вырождению).

Исследовано также влияние угла падения φ_0 на диаграмму рассеяния кластера с параметрами $b = 40$ нм, $a = 0.96b$, $h = 0.7a$, $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и длинах волн $\lambda = 582.2$, 427.4, 500, 700 нм (рис. 8а–8г). Из рисунков следует, что в резонансном случае (см. рис. 5, кривая *2*) длина волны равна $\lambda = 582.2$ или

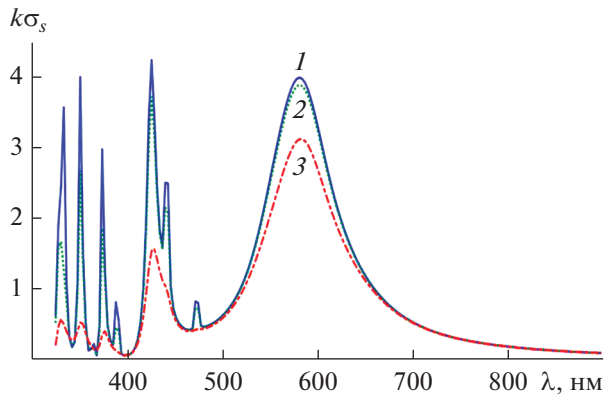

Рис. 7. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при $b = 40$ нм $a = 0.96b$, $\varphi_0 = \pi/4$ и $\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$ (кривая *1*), $0.1\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$ (кривая *2*), $0.991\mathrm{Im}(\varepsilon_{Ag})$ (кривая *3*) .

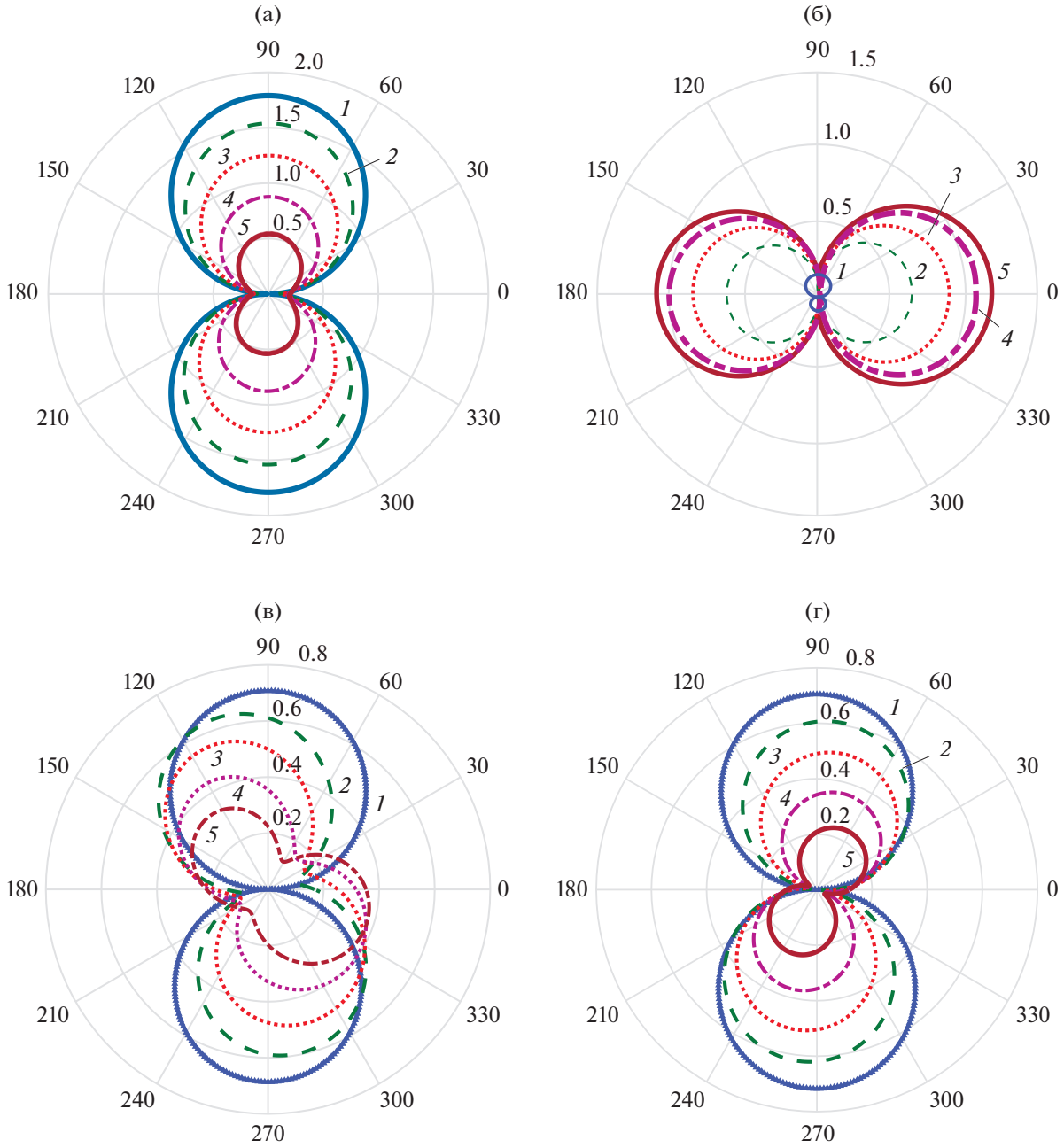

Рис. 8. Диаграмма рассеяния структуры для различных значений $\lambda = 582.2$ (а), 427.4 (б), 500 (в), 700 нм (г) и с параметрами $b = 40$ нм, $a = 0.96b$, $h = 0.7a$, $a_1 = 0.5\sqrt{a^2 - b^2} - h$, $\varphi_0 = \pi/4$.

427.4 нм и диаграмма рассеяния имеет только два лепестка, максимумы которых сдвинуты на угол $\pi/2$. Тот факт, что диаграмма рассеяния имеет только два лепестка при разных резонансных длинах волн (дипольном и квадрупольном резонансах плазмонов) указывает на вырождение колебаний поля вблизи внешней структуры. Отметим, что угол падения плоской волны в резонансе не влияет на расположение максимумов лепестков диаграммы рассеяния. Вне дипольного резонанса угол падения плоской волны слабо влияет на положение максимумов лепестков диаграммы рассеяния.

На рис. 9а–9в представлены результаты расчета пространственного распределения линий равного уровня для структуры с параметрами $a = 0.96b$,

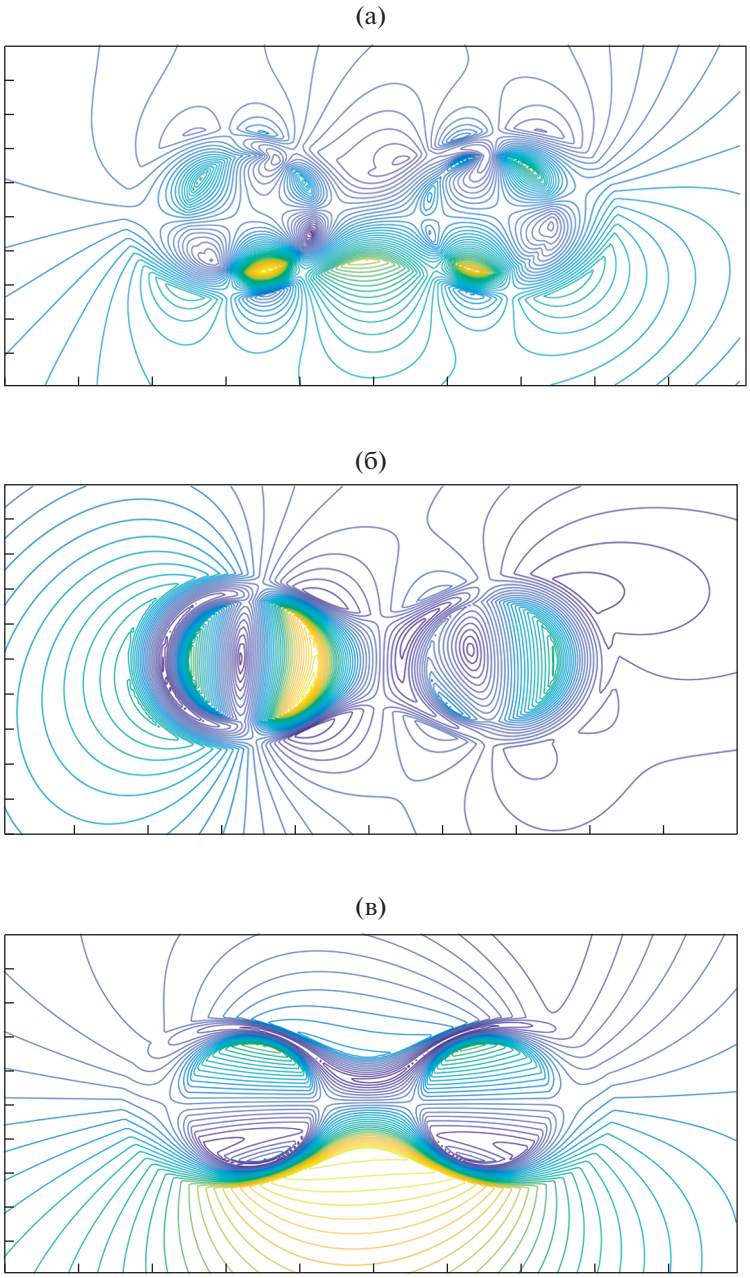

Рис. 9. Пространственное распределение линий равных амплитуд модуля компоненты H_z поля для структуры с параметрами $a = 0.96b$, $b = 40$ нм, $\varphi_0 = \pi/4$ при $\lambda = 376.07$ (а), 427.4 (б) и 582.2 нм (в).

$b = 40$ нм, $\varphi_0 = \pi/4$, реальных потерях серебра и трех длин волн $\lambda = 376.07$, 427.4 и 582.2 нм. Отметим, что этим длинам волн отвечают максимумы поперечника рассеяния $k\sigma_s$ (см. рис. 5 кривая *2*). Данные, приведенные на этих рисунках, подтверждают наличие у структуры как дипольных, так и мультипольных резонансов плазмонов, а также эффект их вырождения при удалении точки наблюдения от поверхности структуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской поляризованной *TM*-волны на 2D-наноструктуре (кластере) из серебра, внешний контур которой имеет выпукло-вогнутую границу и две симметричные вставки. Строгими численными методами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Исследовано влияние угла падения волны, потерь серебра, сте-

пени вогнутости внешнего контура и расстояния между вставленными стеклянными цилиндрами на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что для такой структуры характерно нескольких резонансов поперечника рассеяния, связанных с существованием дипольных и мультипольных резонансов плазмонов, а также их вырождением. Обнаружено, что диаграмма рассеяния при дипольном и квадрупольном резонансах имеет только два лепестка, максимумы которых сдвинуты на угол $\pi/2$. Кроме того, установлено, что вне дипольного резонанса диаграмма рассеяния слабо зависит от угла падения плоской волны.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
5. *Johnson P.B., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
6. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
7. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.