

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 535.135

ПРОЗРАЧНЫЕ МНОГОСЛОЙНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ
НА ОСНОВЕ МЕТАМАТЕРИАЛОВ¹

© 2021 г. К. А. Вытовтов^{а, *}, Е. А. Барабанова^а, В. М. Вишневский^а

^аИнститут проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
ул. Профсоюзная, 65, Москва, 117342 Российская Федерация

*E-mail: vytovtov_konstan@mail.ru

Поступила в редакцию 21.04.2021 г.

После доработки 08.06.2021 г.

Принята к публикации 11.06.2021 г.

Рассмотрены слоистые изотропные структуры, включающие слои метаматериала. Исследованы двухслойная и многослойная симметричные структуры, а также структура с непрерывным изменением материальных параметров. Впервые представлены условия прозрачности таких структур и структур, производных от них. Показано, что границы областей непрохождения волны соответствуют условиям прозрачности таких структур. Показано, что для прозрачности *PT*-симметричных структур в электродинамике и оптике требуется выполнение дополнительных условий, в отличие от представленных структур.

DOI: 10.31857/S0033849421110115

ВВЕДЕНИЕ

Исследование неоднородных, в частности слоистых, сред в электродинамике и оптике проводится уже более ста лет. В литературе описаны бесконечные и ограниченные структуры [1–11], исследовано поведение различных типов волн, рассмотрены направляющие [11] и резонансные [4, 5] структуры, изотропные [1–5] и анизотропные среды [6–8, 10].

На основе неоднородных сред разработано большое количество СВЧ- [4, 5] и оптических устройств [1, 7]. В последнее время большой интерес для исследователей представляют различные структуры и устройства с использованием метаматериалов [7, 12–14]. В частности, метаматериалы предлагалось использовать для производства плоских линз, невидимых покрытий, элементов фотонных коммутационных систем и излучающих устройств.

Начиная с 2007 г. были представлены работы, описывающие так называемые *PT*-симметричные структуры (*PT* – Parity-Time) [15–19]. В простейшем случае, это двухслойные структуры одинаковой толщины с комплексно-сопряженными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Авторами предлагалось, в частности, использовать их, как прозрачные структуры, а также для компенсации

потерь в диэлектрических слоях [18, 19]. Для их описания использовались, как правило, операторные методы, детально разработанные в квантовой физике [18, 19]. В работах [20–22] также описан частный случай *PT*-сред, когда действительные части диэлектрической и магнитной проницаемостей стремятся к нулю. Как было показано автором, такие структуры действительно являются прозрачными в отличие от общего случая *PT*-симметричных оптических и электромагнитных структур.

Однако необходимо отметить, что еще в 2006 г. были описаны так называемые пространственно-симметричные структуры, не имеющие запрещенных областей [23, 24]. Эти структуры включали в себя слои обычного диэлектрика и метаматериала равной толщины с равными по модулю и противоположными по знаку диэлектрической и магнитной проницаемостями. Очевидно, такие среды могут быть прозрачными.

Основной целью данной работы является нахождение условий прозрачности произвольных слоистых сред и сред с непрерывно изменяющимися параметрами в терминах материальных параметров среды. Для исследований применялся метод оператора преобразования [1, 3–8, 23, 24], широко используемый ранее для описания как изотропных, так и анизотропных структур и являющийся адекватным для данных случаев в рамках линейной задачи.

¹ Работа доложена на Четвертой Международной молодежной конференции “Информационные технологии и технологии коммуникации: современные достижения” (Астрахань, 5–7 октября 2020 г.).

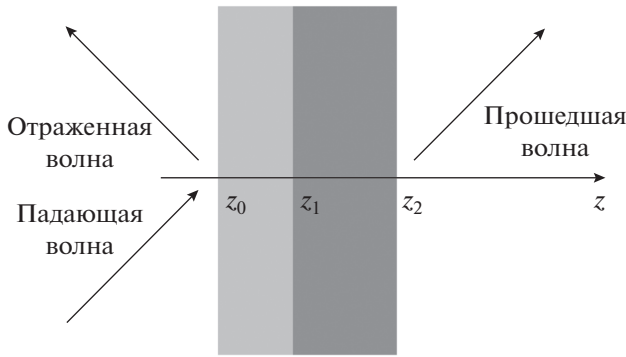


Рис. 1. Геометрия двухслойной структуры.

1. УСЛОВИЯ ПРОЗРАЧНОСТИ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим условия прозрачности произвольной слоистой, прежде всего двухслойной, структуры. Диэлектрические и магнитные проницаемости слоев в данном случае комплексные. Пусть плоская электромагнитная волна с частотой ω падает на такую структуру под произвольным углом (рис. 1).

Поведение волны в такой структуре можно описать с помощью оператора преобразования, который связывает тангенциальные компоненты поля на ее границах [1–8]:

$$\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{U}}_0, \quad (1)$$

где \mathbf{U}_0 – оператор состояния тангенциальных компонент поля на границе $z = z_0$, \mathbf{U} – оператор состояния тангенциальных компонент поля на границе $z = z_2$. Тогда для TE -волны имеем [1]

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

по аналогии для TM -волны [1]:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} E_{y0} \\ H_{x0} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Оператор преобразования двухслойной структуры, в соответствии с методом [1–11], находится как произведение операторов преобразования слоев:

$$\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{L}}_1\hat{\mathbf{L}}_2, \quad (4)$$

где матрица оператора первого слоя имеет вид [1–5]

$$\mathbf{L}_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\frac{j}{p_1} \sin \varphi_1 \\ -jp_1 \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Здесь $\varphi_1 = k_0 n_1 d_1 \cos \theta_1$ – оптическая толщина первого слоя, $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ – волновое число в сво-

бодном пространстве, $n_1 = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$ – коэффициент преломления материала первого слоя, θ_1 – угол преломления в первом слое, $p_1 = \sqrt{\epsilon_1 / \mu_1}$ – волновая проводимость слоя (для волны TE -типа), $p_1 = \sqrt{\mu_1 / \epsilon_1}$ – волновое сопротивление слоя (для волны TM -типа), d_1 – толщина слоя, $j = \sqrt{-1}$. Матрица оператора второго слоя записывается как

$$\mathbf{L}_2 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & -\frac{j}{p_2} \sin \varphi_2 \\ -jp_2 \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь аналогично первому слою $\varphi_2 = k_0 n_2 d_2 \cos \theta_2$ – оптическая толщина второго слоя, $n_2 = \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ – коэффициент преломления материала второго слоя, θ_2 – угол преломления во втором слое, $p_2 = \sqrt{\epsilon_2 / \mu_2}$ для волны TE -типа, $p_2 = \sqrt{\mu_2 / \epsilon_2}$ для волны TM -типа, d_2 – толщина слоя.

Очевидно, что рассматриваемая структура будет прозрачной, если коэффициент отражения R равен нулю, а коэффициент прохождения T равен единице. В соответствии с [1] коэффициенты отражения и прохождения структуры находятся в виде

$$R = \frac{(L_{11} + L_{12}p_l)p_l - (L_{21} + L_{22}p_l)}{(L_{11} + L_{12}p_l)p_l + (L_{21} + L_{22}p_l)}, \quad (7)$$

$$T = \frac{2p_l}{(L_{11} + L_{12}p_l)p_l + (L_{21} + L_{22}p_l)},$$

где L_{km} – элементы матрицы оператора преобразования (4). Таким образом, условие прозрачности определяется выражением

$$(L_{11} + L_{12}p_l)p_l - (L_{21} + L_{22}p_l) = 0. \quad (8)$$

Этот коэффициент зависит как от параметров слоистой структуры, включенных в элементы матрицы преобразования L_{km} , так и от параметров окружающей среды p_l , p_l .

Если требуется, чтобы структура была прозрачна независимо от параметров окружающей ее среды, то из (8) следует необходимость выполнения условия

$$\text{tr} \mathbf{L} = 2, \quad (9)$$

где $\text{tr} \mathbf{L}$ – след матрицы. Действительно, с учетом непрерывности тангенциальных компонент полей на границах структуры необходимым условием прозрачности является равенство компонент этих полей на выходе структуры соответствующим компонентам полей на ее входе:

$$\begin{pmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

При этом решение (10) дает (9) и, соответственно, удовлетворяется условие (8) (см. Приложение). При этом из теории периодических сред известно, что условие (9) определяет границы областей непрохождения волны в бесконечной периодической структуре с соответствующим двухслойным периодом [1–4], описываемым оператором (4).

Таким образом, двухслойная структура будет прозрачной, если для соответствующей периодической структуры, периодом которой является рассматриваемая ограниченная структура, выполняется условие (9).

В более общем случае находятся операторы преобразования многослойной структуры с произвольным числом слоев:

$$\hat{L} = \prod_{i=M}^1 \hat{L}_i, \quad (11)$$

где \hat{L}_i – оператор i -го слоя, M – число слоев. Затем для обеспечения прозрачности удовлетворяется равенство (9).

Теперь рассмотрим периодическую структуру с N периодами, включающими произвольное число слоев. Очевидно, что такая структура будет прозрачной, если амплитуды полей на ее входе и выходе будут равны, а результирующий сдвиг фаз на N периодов составит $2\pi m$ ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$). При этом сдвиг фаз на одном периоде равен $\varphi = 2\pi m/N$. Тогда с учетом матрицы преобразования за один период запишем

$$\begin{pmatrix} E_{x0} \exp(j\varphi) \\ H_{y0} \exp(j\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $L_{11}, L_{12}, L_{21}, L_{22}$ – элементы матрицы преобразования за многослойный период. Откуда, с учетом (8) получим условие прозрачности периодической многослойной структуры с N периодами и произвольным числом слоев в периоде в виде

$$\text{tr}L = |2 \cos \varphi|. \quad (13)$$

Таким образом, многослойная структура с произвольным числом слоев является прозрачной, если ее параметры соответствуют границам областей прохождения волн соответствующей периодической структуры, определяемым условием (9). Многослойная периодическая структура с N периодами будет прозрачной, если ее параметры соответствуют областям прохождения волны и выполняется условие (13).

На рис. 2 представлена иллюстрация выражения (13) на примере структуры, включающей четыре периода. В данном случае сдвиг фаз вектора электрического (магнитного) поля за один период составляет $\pi/2$, в конце четвертого периода сдвиг фаз вектора напряженности электрического поля E_9 составляет 2π , а амплитуда вектора E_9

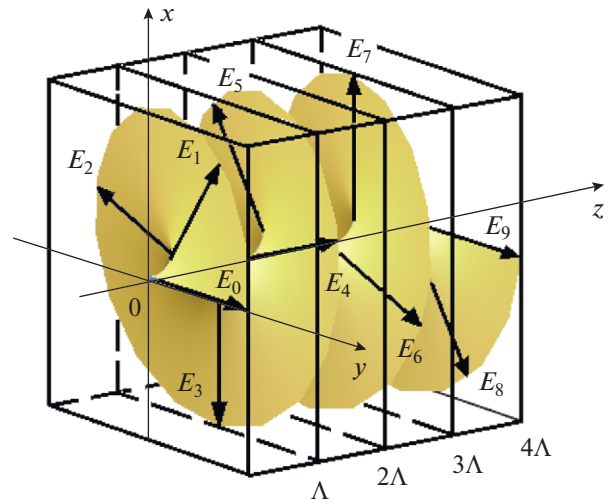


Рис. 2. Иллюстрация условия прозрачности для четырехслойной периодической структуры.

равна амплитуде вектора E_0 в начале первого периода. Отметим, что на рис. 2 показан не пространственный поворот вектора E , а зависимость текущей фазы волны от пространственной координаты. Для определенности за нулевую фазу принято направление вектора электрического поля E_0 вдоль положительного направления оси Oy .

2. ДВУХСЛОЙНАЯ СИММЕТРИЧНАЯ СТРУКТУРА ДИЭЛЕКТРИК–МЕТАМАТЕРИАЛ

С появлением метаматериалов, имеющих одновременно отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости, получение полностью прозрачных слоистых структур существенно упростилось. Действительно, выполнение условия (9) возможно при использовании пространственно симметричной структуры изотропный диэлектрик–изотропный метаматериал. Для этого необходимо, чтобы для слоев двухслойной структуры выполнялись условия $\epsilon_{\text{мета}} = -\epsilon_d, \mu_{\text{мета}} = -\mu_d, d_{\text{мета}} = d_d$ (рис. 3). При этом, диэлектрическая и магнитная проницаемости в общем случае являются комплексными величинами. Таким образом, в соответствии с методикой [1, 3] матрица оператора преобразования \hat{L}_1 одиночного диэлектрического слоя имеет вид (5), а матрица оператора преобразования \hat{M}_1 слоя изотропного метаматериала записывается в виде

$$\mathbf{M}_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \frac{j}{p_1} \sin \varphi_1 \\ jp_1 \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

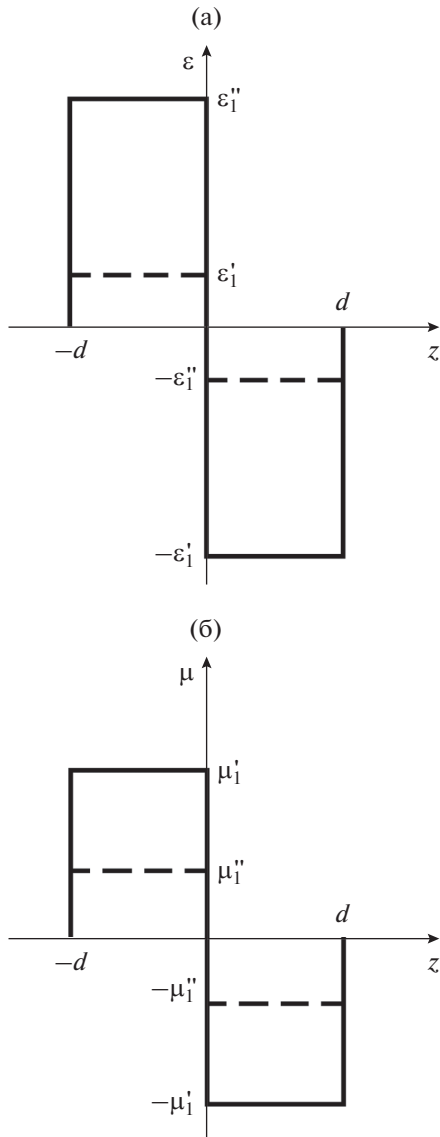


Рис. 3. Зависимость диэлектрической (а) и магнитной (б) проницаемости слоев от пространственной координаты: ϵ_1' , ϵ_1'' – действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости обычного диэлектрика, d – толщина слоев диэлектрика и метаматериала.

Действительно, положительные знаки элементов побочной диагонали определяются тем фактом, что волновые числа для метаматериала имеют отрицательные знаки. Очевидно, что матрицы (5) и (14) являются взаимно обратными ($\mathbf{M}_1 = \mathbf{L}_1^{-1}$). Тогда

$$\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{L}}_1 \hat{\mathbf{M}}_1 = \hat{\mathbf{I}}, \quad (15)$$

где $\hat{\mathbf{I}}$ – единичный оператор. Очевидно, что $\text{tr} \hat{\mathbf{I}} = 2$. И, следовательно, с учетом (7) такая структура является прозрачной.

Таким образом, можно сформулировать правило: двухслойная пространственно симметрич-

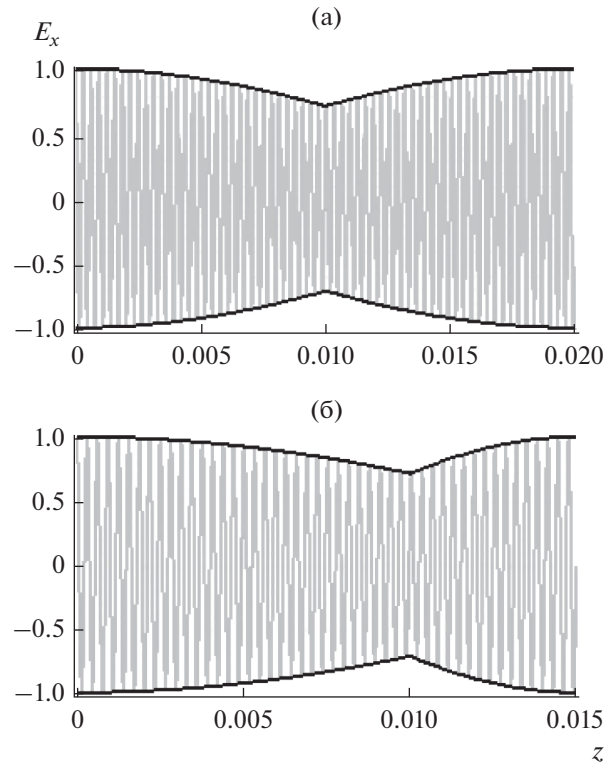


Рис. 4. Структура нормированного электрического поля в двухслойной симметричной структуре: (а) для случая равных толщин слоев и равных электромагнитных толщин (б) для случая разных толщин слоев и равных электромагнитных толщин.

ная структура, включающая в себя слой обычного диэлектрика и изотропного метаматериала одинаковой толщины, является прозрачной для любых углов падения, если для комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей выполняются условия $\epsilon_{\text{мета}} = -\epsilon_{\text{д}}$, $\mu_{\text{мета}} = -\mu_{\text{д}}$.

В более общем случае двухслойная пространственно-симметричная структура является прозрачной, если она включает в себя слой диэлектрика и слой метаматериала с произвольными толщинами и комплексными материальными параметрами, удовлетворяющими условию равенства их электромагнитных толщин по модулю $\Phi_{\text{д}} = \Psi_{\text{мета}}$.

В качестве примера на рис. 4а представлено распределение электрического поля TE -волны от пространственной координаты z в пространственно-симметричной структуре толщины слоев диэлектрика и метаматериала $d_1 = d_2 = 0.01$ м, диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика $\epsilon_1 = 15.3$, $\mu_1 = 1$ соответственно, диэлектрическая и магнитная проницаемости метаматериала $\epsilon_1 = -15.3$, $\mu_1 = -1$ соответственно, частота $f = 10^9$ Гц. На рис. 4б представлено

распределение электрического поля TE -волны от пространственной координаты z для случая разных толщин слоев и равных электромагнитных толщин. Толщины слоев диэлектрика и метаматериала равны $d_1 = 0.01$ м, $d_2 = 0.005$ м соответственно, диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика $\epsilon_1 = 15.3$, $\mu_1 = 1$, диэлектрическая и магнитная проницаемости метаматериала $\epsilon_1 = -61.2$, $\mu_1 = -1$, частота $f = 2.4 \times 10^9$ Гц.

Таким образом, численные расчеты подтверждают правильность полученных теоретических результатов. Величины полей на обеих границах структур равны для выбранных параметров слоев, а следовательно, структура является прозрачной.

3. МНОГОСЛОЙНАЯ СИММЕТРИЧНАЯ СТРУКТУРА ДИЭЛЕКТРИК–МЕТАМАТЕРИАЛ

Рассмотрим многослойные прозрачные структуры, включающие произвольное количество слоев диэлектрика и метаматериала. Прежде всего, рассмотрим четырехслойную структуру, включающую в себя два слоя обычного диэлектрика одинаковой толщины с комплексными материальными параметрами $\epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2$, описываемых операторами \hat{L}_1 и \hat{L}_2 соответственно, и два слоя метаматериала той же толщины с параметрами $\epsilon_3 = -\epsilon_1, \mu_3 = -\mu_1, \epsilon_4 = -\epsilon_2, \mu_4 = -\mu_2$, описываемых операторами \hat{M}_1 и \hat{M}_2 соответственно. На рис. 5а представлен пример зависимости диэлектрической проницаемости от пространственной координаты для четырехслойной оптически-прозрачной структуры. Аналогичная зависимость существует и для магнитной проницаемости (рис. 5б). Очевидно, что результирующий оператор преобразования такой структуры находится как

$$\hat{L} = \hat{L}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1 \hat{M}_2 = \hat{I}. \tag{16}$$

Действительно, в соответствии с предыдущим разделом определяем $\hat{L}_1 \hat{M}_1 = \hat{I}$ и тогда $\hat{L} = \hat{L}_2 \hat{I} \hat{M}_2 = \hat{L}_2 \hat{M}_2 = \hat{I}$. Таким образом, условие (8) удовлетворяется и рассматриваемая четырехслойная структура является прозрачной.

В более общем случае симметричная многослойная структура является прозрачной, если количество диэлектрических слоев равно количеству слоев метаматериала произвольной толщины и попарно для всех слоев выполняются условия $\phi_i = -\psi_i$, где ϕ_i – оптическая толщина i -го диэлектрического слоя, ψ_i – оптическая толщина i -го слоя метаматериала.

Более того, в соответствии с теорией о перестановке слоев, изложенной в [3], изменение порядка чередования слоев в данной прозрачной структуре

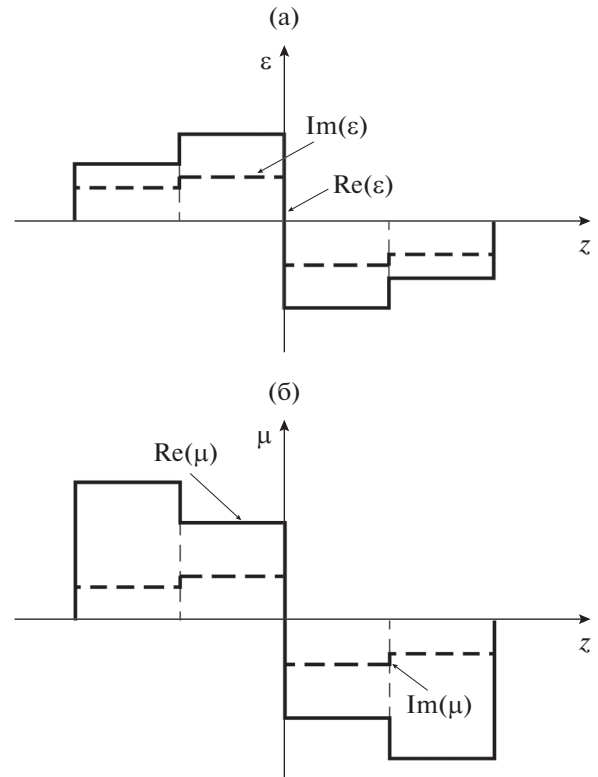


Рис. 5. Зависимости действительной $Re(\epsilon)$ и мнимой $Im(\epsilon)$ части диэлектрической (а) и магнитной (б) проницаемостей от пространственной координаты z для прозрачной структуры.

не влияет на результат расчета. Действительно, можно показать, что

$$\begin{aligned} \hat{L} &= \hat{M}_2 \hat{L}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1 = \\ &= \hat{L}_2 \hat{M}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1 \hat{L}_2 = \dots = \hat{I}. \end{aligned} \tag{17}$$

В справедливости выражения (18) можно убедиться и путем простого перемножения матриц операторов. Для этого рассмотрим произведение $\hat{L}_2 \hat{M}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1$. Поскольку $\hat{L}_1 \hat{M}_1 = \hat{I}$ и $\hat{L}_2 \hat{M}_2 = \hat{I}$, то $\hat{L}_2 \hat{M}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1 = \hat{I}$. Аналогично можно показать, что поскольку $\hat{L}_1 \hat{M}_1 = \hat{I}$, то $\hat{M}_2 \hat{L}_1 \hat{M}_1 \hat{L}_2 = \hat{M}_2 \hat{I} \hat{L}_2 = \hat{M}_2 \hat{L}_2 = \hat{I}$, и т.д. Отсюда очевиден вывод, что данная четырехслойная структура также является прозрачной при любом порядке слоев.

В общем случае для оптически прозрачной структуры можно записать

$$\sum_{i=1}^N \hat{L}_i \hat{M}_i = \hat{I}, \tag{18}$$

где \hat{L}_i – операторы диэлектрических слоев с комплексной диэлектрической ϵ_i и магнитной μ_i проницаемостями, \hat{M}_i – операторы слоев метаматериала

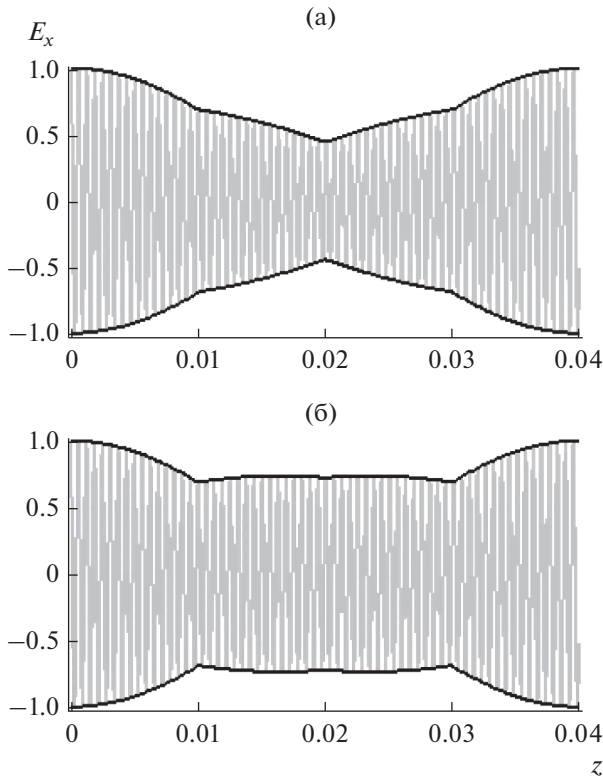


Рис. 6. Структура нормированного электрического поля в четырехслойной электромагнитной структуре для случаев: нормального порядка слоев (1, 2, 3, 4) (а) и инвертированного порядка слоев (1, 3, 2, 4) (б).

ла с комплексной диэлектрической $-\epsilon_i$ и магнитной $-\mu_i$ проницаемостями. Причем, основываясь на теории [3], можно утверждать, что порядок чередования слоев не влияет на условия прозрачности структуры.

На рис. 6а представлено распределение электрического поля TE -волны в структуре, включающей два слоя диэлектрика с толщинами $d_1 = d_2 = 0.01$ м, диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_1 = 17.3$, $\epsilon_2 = 4.3$ соответственно, магнитными проницаемостями $\mu_1 = 1.1$, $\mu_2 = 1.1$ соответственно, и два слоя метаматериала с толщинами $d_3 = d_4 = 0.01$ м,

диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_3 = -4.3$, $\epsilon_4 = -17.3$ соответственно, магнитными проницаемостями $\mu_3 = -2.1$, $\mu_4 = -1.1$ соответственно. На рис. 6б представлены результаты расчета для случая, когда порядок чередования второго и третьего слоев изменен. В обоих случаях поля на выходе структуры равны полям на ее входе, т.е. удовлетворяется условие (9) и структуры являются прозрачными.

4. СРЕДЫ С НЕПРЕРЫВНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Обобщая данный результат для структуры с непрерывно изменяющимися параметрами (рис. 7), получим, что структура является прозрачной, если действительные и мнимые части диэлектрической и магнитной проницаемостей являются центрально-симметричными функциями относительно начала отсчета ($z = 0$). В этом случае, очевидно, необходимо выполнение условий

$$\int_{-d}^d \epsilon(z) dz = 0; \quad \int_{-d}^d \mu(z) dz = 0. \quad (19)$$

Отметим, что для выполнения условий (19) структура не обязательно должна обладать пространственной симметрией. Прежде всего, выше речь идет о симметрии для электромагнитных толщин. Более того, на основании результатов [3] в случае непрерывно изменяющихся параметров при выполнении условий (19) зависимости $\epsilon(z)$ и $\mu(z)$ могут быть любыми.

5. PT -СИММЕТРИЧНЫЕ СТРУКТУРЫ

В [15–19] было указано, что условием PT -симметрии в электродинамике и оптике является комплексная сопряженность диэлектрической и магнитной проницаемостей слоев, т.е. в случае двухслойной структуры для одного из слоев материальные параметры имеют вид $\epsilon_1 = \epsilon' + j\epsilon''$, $\mu_1 = \mu' + j\mu''$, для второго слоя $\epsilon_2 = \epsilon' - j\epsilon''$, $\mu_2 = \mu' - j\mu''$. В этом случае гамильтонианы слоев будут комплексно-

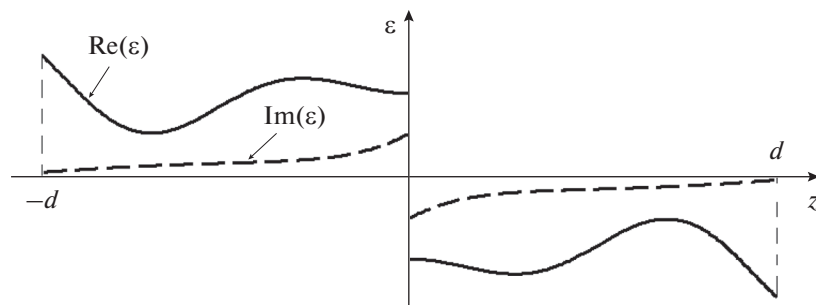


Рис. 7. Иллюстрация непрерывно изменяющихся параметров.

сопряженными. Однако это является недостаточным условием прозрачности рассматриваемой электромагнитной или оптической структуры. Действительно, матрицы операторов обоих слоев имеют вид (5), а их произведение не является единичной матрицей. Покажем это.

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_1' + j\varphi_1'') & -\frac{j}{p_1} \sin(\varphi_1' + j\varphi_1'') \\ -jp_1 \sin(\varphi_1' + j\varphi_1'') & \cos(\varphi_1' + j\varphi_1'') \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\varphi_1' - j\varphi_1'') & -\frac{j}{p_2} \sin(\varphi_1' - j\varphi_1'') \\ -jp_2 \sin(\varphi_1' - j\varphi_1'') & \cos(\varphi_1' - j\varphi_1'') \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где для волны *TE*-типа

$$p_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1'}{\mu_1'}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1' + j\varepsilon_1''}{\mu_1' + j\mu_1''}}; \quad p_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2'}{\mu_2'}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2' - j\varepsilon_2''}{\mu_2' - j\mu_2''}}, \quad (21)$$

φ_1' – действительная часть электромагнитной толщины, φ_1'' – мнимая часть электромагнитной толщины. Из (20), (21) следует, что $\hat{\mathbf{L}}_1 \hat{\mathbf{L}}_2 \neq \hat{\mathbf{I}}$. Более того, условие (9) не выполняется автоматически для (21). Действительно, след матрицы (20) равен

$$\text{tr} \mathbf{L} = \text{tr}(\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \cos(2\varphi_1') + \frac{1}{2} \left(2 - \frac{p_1}{p_2} - \frac{p_2}{p_1} \right) \text{ch}(2\varphi_1''). \quad (22)$$

Очевидно, что в (22) $\text{tr}(\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2) \neq 2$ при произвольных параметрах структуры.

Для удовлетворения условий прозрачности таких систем необходимо выполнение тождеств (9) либо (13). Таким образом, двухслойная *PT*-симметричная структура, описываемая комплексносопряженными диэлектрической и магнитной проницаемостями, может быть прозрачной только при выполнении дополнительных условий. А значит, ее применение для данных задач является нецелесообразным. Исключения составляют среды с нулевой действительной частью диэлектрической и магнитной проницаемостей, описанные в [20–22]. Однако такие среды являются частным случаем сред, представляемых в [23, 24] и данной работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрены слоистые изотропные среды, включающие слои диэлектрика и метаматериала. Прежде всего, получены условия прозрачности неоднородной, в частности слоистой, структуры как из обычного диэлектрика, так и со слоями изотропного метаматериала. Показано, что

условием прозрачности многослойной структуры является принадлежность параметров соответствующей ей периодической структуры границе запрещенной области. Другими словами, след матрицы оператора преобразования должен равняться двум по модулю. Рассмотрен случай перестановки слоев и показано, что порядок чередования слоев не влияет на условия прозрачности структуры при выполнении указанных условий. Также показано, что для прозрачности так называемых *PT*-симметричных структур требуется выполнение дополнительных условий, полученных в данной работе.

Следует отметить, что известные на сегодняшний день метаматериалы являются резонансными структурами, поэтому на практике пространственно-симметричные структуры могут быть полностью прозрачными только в узком диапазоне частот.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Условием прозрачности изотропной структуры служит равенство компонент полей на ее выходе компонентам полей на ее входе:

$$\begin{vmatrix} E_x \\ H_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{vmatrix}. \quad (\text{П.1})$$

Далее, учитывая, что компоненты полей на выходе структуры могут быть получены с использованием матрицы оператора преобразования как

$$\begin{vmatrix} E_x \\ H_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{vmatrix}, \quad (\text{П.2})$$

получим уравнение

$$\begin{vmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_{x0} \\ H_{y0} \end{vmatrix}. \quad (\text{П.3})$$

Запишем (П.3) в скалярном виде

$$\begin{cases} E_{x0} = L_{11} E_{x0} + L_{12} H_{y0} \\ H_{y0} = L_{21} E_{x0} + L_{22} H_{y0} \end{cases}. \quad (\text{П.4})$$

Выражая из второго уравнения (П.4) H_{y0} , подставляя его в первое уравнение (П.4) и проводя несложные алгебраические преобразования, получим

$$L_{11} + L_{22} = 1 + L_{11} L_{22} - L_{12} L_{21}. \quad (\text{П.5})$$

Учитывая, что матрица преобразования изотропной структуры всегда унимодулярна [1, 3], т.е. $L_{11} L_{22} - L_{12} L_{21} = 1$, получим окончательное выражение, определяющее условие прозрачности слоистой изотропной структуры:

$$\text{tr} \mathbf{L} = L_{11} + L_{22} = 2. \quad (\text{П.6})$$

При этом любой сдвиг фаз, даже при равных амплитудах полей на входе и выходе, свидетельству-

ет о непрозрачности структуры, поскольку сдвиг фаз приведет к повороту плоскости поляризации.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-29-06043.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
2. Tretyakov S. Analytical Modeling in Applied Electromagnetics. Boston: Artech House Inc., 2003.
3. Vyatov K.A. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2005. V. 22. № 4. P. 689.
4. Yeh P., Yariv A., Hong C.S. // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. № 4. P. 423.
5. Yeh P., Yariv A., Hong C.S. // J. Opt. Soc. Amer. 1977. V. 67. № 4. P. 463.
6. Vyatov K.A. // Proc. 35th European Microwave Conf. France, Paris. 2005. V. 2. P. 1359.
7. Vyatov K., Barabanova E., Zouhdi S. // Proc. 12th Int. Cong. AMNWP, Metamaterials. Finland, Espoo. 2018. P. 424.
8. Vyatov K.A., Bulgakov A.A. // Telecommun. Radio Eng. 2006. V. 65. № 14. P. 1307.
9. Mayukh L., Wolf E. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2013. V. 30. № 12. P. 2547.
10. Teitler S., Henvis B.W. // J. Opt. Soc. Amer. 1970. V. 60. № 6. P. 830.
11. Saeedkia D., Saeedkia D., Safavi-Naeni S. // J. Light-wave Technol. 2007. V. 25. № 1. P. 432.
12. Сихвола А., Третьяков С.А., де Баас А. // РЭ. 2007. Т. 52. № 9. С. 1066.
13. Cuesta F.S., Lenets V.A., Diaz-Rubio A. et al. // arXiv: 2008.12542 [physics.app-ph].
14. Semchenko I.V., Mikhalka I.S., Faniayeu I.A. et al. // Photonics. 2020. V. 7. № 4. P. 83.
15. Zhao H., Feng L. // National Sci. Review. 2018. V. 5. № 2. P. 183.
16. Rüter C.E., Makris K.G., El-Ganainy R. et al. // Nature Phys. 2010. V. 6. P. 192.
17. Makris K.G., El-Ganainy R., Christodoulides D.N. et al. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. № 10. P. 103904.
18. Зябловский А.А., Виноградов А.П., Пухов А.А., Дорофеев А.В. // Успехи физ. наук. 2014. Т. 184. № 11. С. 1177.
19. El-Ganainy R., Makris K.G., Christodoulides D.N., Musslimani Z.H. // Opt. Lett. 2007. V. 32. № 17. P. 2632.
20. Liberal I., Lobet M., Li Y., Engheta N. // Proc. Nat. Acad. Sci. USA (PNAS). 2020. V. 117. № 39. P. 24050.
21. Lobet M., Liberal I., Knall E. et al. // ACS Photonics. 2020. V. 7. № 8. P. 1965.
22. Nahvi E., Liberal I., Engheta N. // Opt. Lett. 2020. V. 45. № 16. P. 4591.
23. Vyatov K.A., Bulgakov A.A., Tarasenko Yu. S. // Proc. 11 Int. Conf. on Math. Meth. in Electromag. Theory. Kharkiv. 26–29 Jun. 2006. N.Y.: IEEE, 2006. P. 593.
24. Vyatov K.A., Bulgakov A.A. // Proc. 2006 Int. Conf. on Microwaves, Radar & Wireless Communications (MICON). Krakow. 22–24 May. N.Y.: IEEE, 2006. P. 797.