

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.569

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗЛУЧЕНИЯ НАБОРА КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ДИПОЛЕЙ

© 2021 г. Г. Ф. Заргано^а*, А. Г. Шенн^б, А. В. Харланов^б

^аЮжный федеральный университет,
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация
^бВолгоградский государственный технический университет,
просп. им. Ленина, 28, Волгоград, 400005 Российская Федерация

*E-mail: gfzargano@srfedu.ru

Поступила в редакцию 19.02.2021 г.

После доработки 19.02.2021 г.

Принята к публикации 28.02.2021 г.

Рассмотрена задача возбуждения электромагнитных полей, генерируемых колеблющимися электрическими диполями, образованными заряженной сферической тонкой пленкой. Приведены зависимости поля от расстояния и времени. Проведено сравнение аналитического и численного решений. Сделано предположение о возможном применении полученных решений для определения параметров сред.

DOI: 10.31857/S0033849421110127

ВВЕДЕНИЕ

Микроволновое излучение как естественных, так и искусственных источников широко применяется для изучения окружающей среды [1], в медицинской диагностике [2]. Поэтому актуальной становится задача нахождения и описания таких источников. Современное развитие радиоэлектроники также связано с вопросами миниатюризации компонентов электронных устройств, их взаимной интеграции и создания новых радиоэлектронных систем и элементов. Особый интерес представляет беспроводная интеграция. Одним из способов решения этих вопросов является использование тонких пленок и происходящих в них физических процессов как отдельных элементов для генерации и преобразования электромагнитных сигналов. В качестве такой пленки можно рассматривать слой фосфолипидов. Будучи помещенными в воду, они образуют сферический бислой. Использование такой пленки в качестве объекта исследования актуально, так как фосфолипидный бислой, несмотря на то что может быть создан искусственно, также является основой мембран большинства биологических клеток. Это позволяет расширить область применения в сторону области электроники, рассматриваемой биологические объекты для систем обработки информации и новых устройств – биоэлектроники [3].

1. МОДЕЛЬ КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ

На границе пленки с водой возникает двойной электрический слой. Если рассматривать пленку

как мембрану, то с внешней и внутренней сторон находятся известные заряды разных знаков [4]. В первом приближении можно считать, что пленка сферическая, а заряды на внутренней и внешней поверхностях пленки распределены равномерно, одинаковы по величине, но разные по знаку. Акустические колебания бислоя и, соответственно, заряда создают переменные поля в соответствии с законами электродинамики [5]. Распространение акустических волн вдоль мембраны вызывает периодические изменения толщины мембраны (рис. 1а). Таким образом, тонкие пленки совершают колебания и, как следствие, будут излучать электромагнитные волны.

Представим колеблющийся фосфолипидный бислой в виде сферического слоя диполей с переменными дипольными моментами. Элементарный дипольный момент dp в сферических координатах равен

$$dp = h(t) \sigma dS = h(t) \sigma R^2 \sin \theta_1 d\theta_1 d\varphi_1, \quad (1)$$

где R – радиус пленки, $\sigma = q/(4\pi R^2)$ – поверхностная плотность заряда у поверхности пленки, q – заряд, (R, θ_1, φ_1) – координаты элементарного диполя (рис. 1б). Длина диполя меняется со временем по закону:

$$h(t) = h + \eta_0 P_n^m(\cos \theta_1) \cos(m\varphi_1) \exp(-i\omega t), \quad (2)$$

где h – толщина пленки, η_0 – амплитуда колебаний пленки, $P_n^m(\cos \theta_1)$ – присоединенный полином Лежандра, $P_n^m(\cos \theta_1) \cos(m\varphi_1)$ – собственные

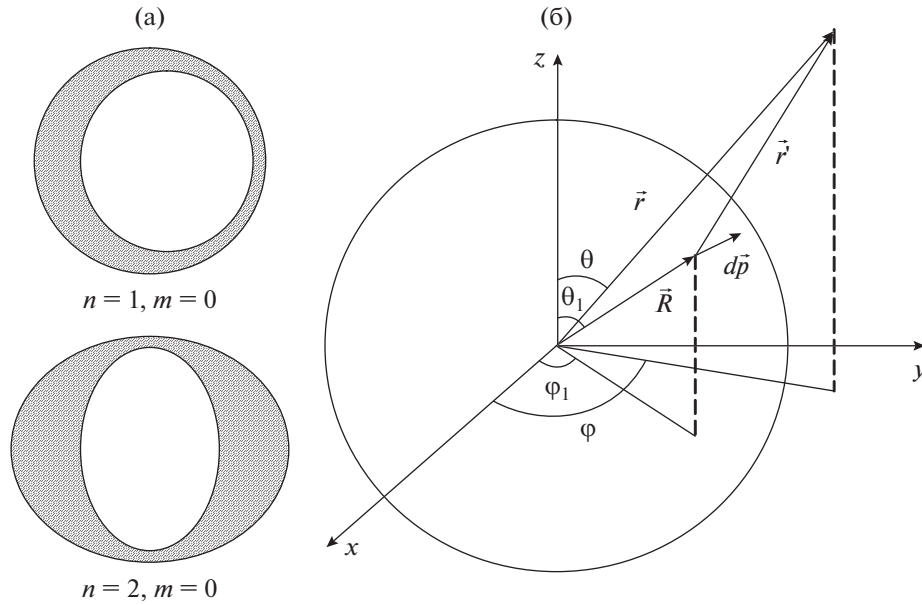


Рис. 1. Сферическая тонкая пленка: а – изменение толщины колеблющейся тонкой пленки, б – пленка в сферических координатах.

функции внутренности полой сферы (по этому закону изменяется амплитуда колебаний пленки) [6], $n = 1, 2, 3, \dots, m = 0, 1, \dots, n$ – числа, определяющие вид колебаний набора диполей (см. рис. 1а), ω – частота акустических колебаний пленки.

Будем рассматривать поля только в ближней зоне, поскольку ввиду малости амплитуды колебаний поля рассматриваемых объектов в дальней зоне предельно малы. Тогда выражение для напряженности электрического и магнитного полей излучения элементарного диполя имеет вид [7]

$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} [3\vec{n}(\vec{n}, d\vec{p}) - d\vec{p}] \frac{1}{r^3},$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[d\dot{\vec{p}}, \vec{n}]}{r'^2},$$
(3)

где \vec{r}' – радиус-вектор, направленный от элементарного диполя до точки наблюдения, \vec{n} – орт этого вектора, $d\dot{\vec{p}}$ – производная дипольного момента по времени. Подставляя (1) и (2) в (3) и интегрируя эти выражения по всей поверхности сферы, можно найти поле, создаваемое колеблющейся пленкой в произвольной точке пространства. Проще всего это сделать, используя численные методы, однако чем ближе к пленке необходимо измерить поле, тем на меньшие площадки ее необходимо разбивать, что приводит к увеличению объема используемых данных и времени расчета. Поэтому важно найти аналитические подходы к решению данной задачи. В общем случае решение затруднительно, однако задачу можно упростить, рассматривая поле, создаваемое ко-

леблющейся пленкой в направлении $\theta = 0$ рад. Будем искать электрическое поле, так как оно проще для экспериментального обнаружения. Проекции электрического поля, создаваемого элементарным диполем на оси декартовой системы координат, будут иметь вид

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{3R \sin \theta_1 \cos \phi_1 (R - r \cos \theta_1)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} - \frac{\sin \theta_1 \cos \phi_1}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \right] \times$$

$$\times (h + \eta_0 P_n^m(\cos \theta_1) \cos(m\phi_1)) \times \exp(-i\omega t) \sigma R^2 \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1,$$
(4)

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{3R \sin \theta_1 \sin \phi_1 (R - r \cos \theta_1)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} - \frac{\sin \theta_1 \sin \phi_1}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \right] \times$$

$$\times (h + \eta_0 P_n^m(\cos \theta_1) \cos(m\phi_1)) \times \exp(-i\omega t) \sigma R^2 \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1,$$
(5)

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{3(R \cos \theta_1 - r)(R - r \cos \theta_1)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} - \frac{\cos \theta_1}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \right] \times$$

$$\times (h + \eta_0 P_n^m(\cos \theta_1) \cos(m\phi_1)) \times \exp(-i\omega t) \sigma R^2 \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1.$$
(6)

Проинтегрируем выражения (4)–(6) сначала по φ_1 от 0 до 2π , а затем по θ_1 от 0 до π . Тогда найдем для разных случаев следующие выражения.

При $n = 1, m = 0$:

$$dE = dE_z = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{2\epsilon\epsilon_0} \frac{2(R^2 + r^2) \cos^2 \theta_1 + 3Rr \cos \theta_1 - Rr \cos^3 \theta_1}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} \sin \theta_1 d\theta_1,$$

$$E_1^0 = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{4\epsilon\epsilon_0} \times$$

$$\times \left[\frac{Rr \cos^3 \theta_1 - 3(R^2 + r^2) \cos^2 \theta_1 + 3Rr \cos \theta_1 - 3(R^2 + r^2)}{3Rr(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} + \frac{6Rr(R^4 + r^4) \cos \theta_1 - Rr \cos^3 \theta_1 - 2R^6 - 2r^6}{3R^3 r^3 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \right]_0^\pi,$$

$$E_1^0(r, t) = \frac{2\eta_0 \sigma R^2}{3\epsilon\epsilon_0 r^3} \exp(-i\omega t). \quad (7)$$

При $n = 1, m = 1$:

$$dE = dE_x = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{4\epsilon\epsilon_0} \frac{(2R^2 - r^2 - Rr \cos \theta_1)(1 - \cos^2 \theta_1)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} \sin \theta_1 d\theta_1,$$

$$E_1^1 = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{4\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{-R^2 r^2 \cos^2 \theta_1 - 2Rr^3 \cos \theta_1 - 2R^3 r \cos \theta_1 + 2r^4 + R^2 r^2 + 2R^4}{3R^3 r^3 (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{1/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{R^3 \cos^3 \theta_1 + 3R^2 r \cos^2 \theta_1 - 6Rr^2 \cos \theta_1 - 3R^3 \cos \theta_1 + 2r^3 + 3R^2 r}{R^3 (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \right]_0^\pi,$$

$$E_1^1(r, t) = \frac{\eta_0 \sigma R^2}{3\epsilon\epsilon_0 r^3} \exp(-i\omega t). \quad (8)$$

При $n = 2, m = 0$:

$$dE = dE_z = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{4\epsilon\epsilon_0} \frac{2(R^2 + r^2) \cos^2 \theta_1 + 3Rr \cos \theta_1 - Rr \cos^3 \theta_1}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} (3 \cos^2 \theta_1 - 1) \sin \theta_1 d\theta_1,$$

$$E_2^0 = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{4\epsilon\epsilon_0} \left[\frac{3 \cos^4 \theta_1 + 4 \cos^2 \theta_1 - 7}{5(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} - \frac{6(R^2 + r^2)(\cos^3 \theta_1 + 3 \cos \theta_1)}{5Rr(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{18(R^4 + r^4)(\cos^2 \theta_1 + 1)}{5R^2 r^2 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} + \frac{36Rr(R^6 + r^6) \cos \theta_1 - 12(R^8 + r^8)}{5R^3 r^3 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \right]_0^\pi,$$

$$E_2^0(r, t) = \frac{6\eta_0 \sigma R^3}{5\epsilon\epsilon_0 r^4} \exp(-i\omega t). \quad (9)$$

При $n = 2, m = 1$:

$$dE = dE_x = \frac{3\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{4\epsilon\epsilon_0} \frac{(2R^2 - r^2 - Rr \cos \theta_1)(1 - \cos^2 \theta_1)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} \cos \theta_1 \sin \theta_1 d\theta_1,$$

$$E_2^1(r, t) = \frac{6\eta_0 \sigma R^3}{5\epsilon\epsilon_0 r^4} \exp(-i\omega t). \quad (10)$$

При $n = 2, m = 2$ результирующее поле будет равно нулю в силу симметрии колебаний пленки.

При $n = 3, m = 0$ имеем

$$dE = dE_z = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t) 2(R^2 + r^2) \cos^2 \theta_1 + 3Rr \cos \theta_1 - Rr \cos^3 \theta_1}{4\epsilon \epsilon_0 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{5/2}} (5 \cos^2 \theta_1 - 3) \sin \theta_1 d\theta_1,$$

$$E_3^0 = \frac{\eta_0 \sigma R^2 \exp(-i\omega t)}{56\epsilon \epsilon_0 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_1)^{3/2}} \left[\frac{5 \cos^5 \theta_1 + 35 \cos^3 \theta_1}{1} - \right.$$

$$\left. - \frac{7Rr \cos^3 \theta_1 - 21(R^2 + r^2) \cos^2 \theta_1 + 21Rr \cos \theta_1 - 21(R^2 + r^2)}{Rr} + \frac{(r^2 + R^2)(9 \cos^4 \theta_1 + 105 \cos^2 \theta_1 + 30)}{Rr} \right]$$

$$- \frac{(r^2 + R^2)^2 (12 \cos^3 \theta_1 + 210 \cos \theta_1)}{R^2 r^2} - \frac{36 \cos^2 \theta_1 (r^2 + R^2)^3 + 50(r^6 + R^6)}{R^3 r^3} +$$

$$+ \frac{72 \cos \theta_1 (r^2 + R^2)^4}{R^4 r^4} - \frac{24(r^{10} + R^{10})}{R^5 r^5} - \frac{42Rr(R^4 + r^4) \cos \theta_1 - 7Rr \cos^3 \theta_1 - 14R^6 - 14r^6}{R^3 r^3} \Bigg]_0^\pi,$$

$$E_3^0(r, t) = \frac{12\eta_0 \sigma R^4}{7\epsilon \epsilon_0 r^5} \exp(-i\omega t). \quad (11)$$

Как видно из формул (7)–(11) поле, создаваемое колеблющейся тонкой пленкой, зависит от расстояния так же, как и поле мультиполя – $E_n \sim r^{-n-2}$. То есть можно предполагать, что различные виды колебаний соответствуют различным видам мультиполей. Особенно наглядно это проявляется для случая $n = 1$. Тогда $E \sim r^{-3}$, что соответствует электрическому диполю. Но при малых амплитудах колебаний сферической тонкой пленки такого типа внутренняя и внешняя стороны пленки колеблются вдоль одного направления в противофазе, не меняя своей кривизны. Они остаются сферами, смещаясь при

этом, друг относительно друга. Так как эти сферы заряжены одинаковыми по величине, но разными по знаку зарядами и поле равномерно заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, то такие сферы, по сути, и будут являться колеблющимся электрическим диполем.

2. ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМЫЕ НАБОРОМ ДИПОЛЕЙ

Для оценки эффективности такой системы выбраны следующие параметры. Общий заряд системы $q = 10^{-13}$ Кл [8], толщина пленки $h = 10^{-8}$ м, амплитуда колебаний пленки $\eta = 10^{-9}$ м, радиус пленки $R = 10^{-5}$ м, циклическая частота колебаний $\omega = 2.22 \times 10^8$ рад/с для $n = 1$ и $\omega = 3.38 \times 10^8$ рад/с для $n = 2$ (частота акустических колебаний [6, 9]).

На рис. 2 представлены графики зависимостей напряженности электрического поля в ближней зоне от расстояния для различных типов колебаний: $n = 1, m = 0$; $n = 1, m = 1$; $n = 2, m = 0, m = 1$.

На рис. 3 представлены зависимости напряженности электрического поля, создаваемого низшими видами колебаний от времени для двух случаев – $n = 1$ и 2 , на расстоянии $r = 0.1$ мм от центра сферической пленки.

Индукция магнитного поля, создаваемая набором диполей, очень мала по величине (так, например, на расстоянии 1 мм $B \sim 10^{-16}$ Тл).

Было проведено численное моделирование в среде Turbo Delphi. Интегрирование показало те же результаты, что и аналитическое решение. Чем меньше был шаг интегрирования, тем больше совпадало зна-

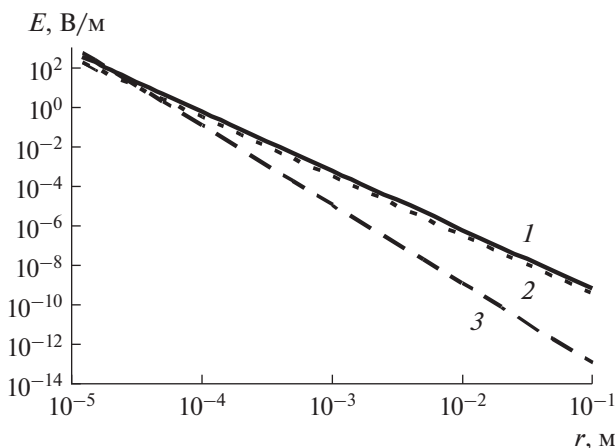


Рис. 2. Зависимость напряженности электрического поля, создаваемого набором диполей, от расстояния при $\theta = 0$ рад: $n = 1, m = 0$ (кривая 1); $n = 1, m = 1$ (кривая 2); $n = 2, m = 0, m = 1$ (кривая 3).

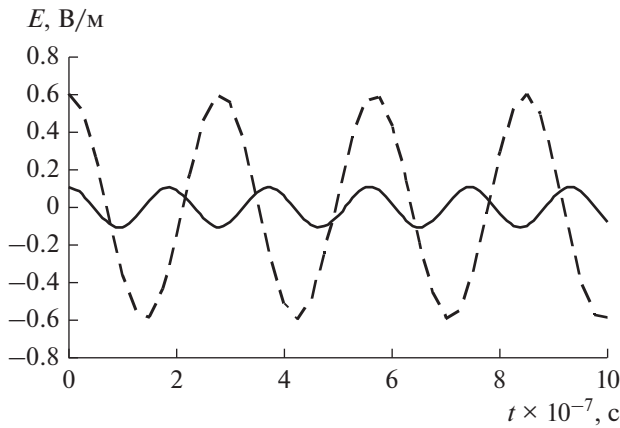


Рис. 3. Зависимость напряженности электрического поля, создаваемого пленкой, от времени при $\theta = 0$ рад и $n = 1$ (сплошная линия), $n = 2$ (пунктирная).

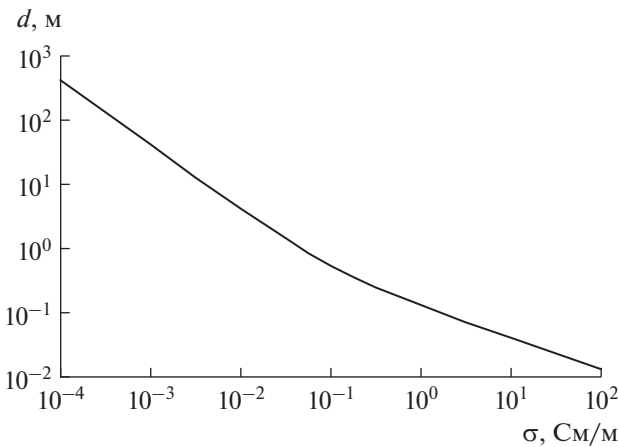


Рис. 4. Зависимость глубины проникновения электромагнитного поля от проводимости среды.

ков после запятой. Шаг интегрирования брался из тех соображений, что площадь dS , характеризующая элементарный диполь, должна быть много меньше расстояния от этого диполя до точки наблюдения. То есть должно выполняться неравенство

$$R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \ll (\vec{r} - \vec{R})^2. \quad (12)$$

Это ограничение существенно увеличивает время расчета. Так, например, расчеты полей на расстоянии порядка микрометра от поверхности пленки занимали время порядка часа. Подобные результаты были получены в [11] численными методами.

Данные результаты получены для среды с нулевой проводимостью. Так как вода в общем случае может проводить электрический ток, необходимо обобщить результаты с учетом проводящих свойств вещества. Для этого нужно использовать комплексную диэлектрическую проницаемость:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon\epsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega}, \quad (13)$$

где σ – проводимость воды, j – мнимая единица. В этом случае глубина проникновения будет равна [10]:

$$d = \sqrt{\frac{2}{\omega^2 \mu \mu_0 \left[\sqrt{(\epsilon\epsilon_0)^2 + (\sigma/\omega)^2} - \epsilon\epsilon_0 \right]}}, \quad (14)$$

где относительная диэлектрическая проницаемость ϵ и проводимость воды σ зависят от частоты электромагнитного поля (14).

Как видно из рис. 4, при значениях проводимости, соответствующих частотам акустических колебаний ($\sim 10^{-1} \dots 10^{-2}$ См/м [12]), глубина проникновения электромагнитного поля имеет величину порядка 1 м, а на расстоянии 1 мм напряженность электрического поля уменьшается всего на несколько процентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе аналитически и численно найдены поля групп диполей. Показано, что поля, создаваемые колеблющимися тонкими пленками, можно использовать в качестве источника информации о среде и самой пленке, так как от их параметров зависит вид колебаний. Также пленки можно использовать для преобразования сигналов путем возбуждения акустических колебаний пленок внешним сигналом [13] и последующей регистрации генерируемых пленкой полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуляев Ю.В. Физические поля и излучения человека. Новые неинвазивные методы медицинской диагностики. М.: РБОФ “Знание” им. С.И. Вавилова, 2009.
2. Гуляев Ю.В., Дмитриев А.С., Ицков В.В. и др. // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 947.
3. Nicolini C. // Biosensors and Bioelectronics. 1995. Т. 10. № 1–2. Р. 105.
4. Рубин А.Б. Биофизика: Учеб. для биолог. спец. вузов. В 2-х кн.: М.: Высш. шк., 1987. Кн. 2.
5. Шейн А.Г., Харланов А.В. // Биомед. технологии и радиоэлектроника. 2007. № 5. С. 15.
6. Шейн А.Г., Харланов А.В. // Биомед. технологии и радиоэлектроника. 2006. № 4. С. 10.
7. Федорченко А.М. Теоретическая физика. Классическая электродинамика: Учеб. пособие. Киев: Выща школа, 1988.
8. Бецкий О.В., Лебедева Н.Н. // Миллиметровые волны в биологии и медицине. 2001. № 3. С. 5.
9. Харланов А.В. Электромагнитные волны и колебания биологических объектов. Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2012.
10. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высш. школа, 1992.
11. Cifra M. Study of Electromagnetic Oscillations of Yeast Cells in kHz and GHz Region. Ph.D. Thesis Czech Technical University in Prague, 2009.
12. Artemov V.G., Volkov A.A. // Ferroelectrics. 2014. V. 466. № 1. P. 158.
13. Kharlanov A.V. // Bioelectromagnetics. 2017. V. 38. № 8. P. 613.