РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2021, том 66, № 2, с. 162–173

НАНОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 530.145.84

ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОГО ТОКА ПРИ ПОДБАРЬЕРНОМ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОННОЙ ВОЛНЫ ОТ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ СТУПЕНЬКИ В 2D-НАНОСТРУКТУРЕ

 В. А. Петров[a], *, А. В. Никитин[a]

[a] *Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Моховая ул., 7, корп. 11, Москва, 125009 Российская Федерация*

**E-mail: vicanpet@mail.ru*

Поступила в редакцию 25.05.2020 г.
После доработки 25.05.2020 г.
Принята к публикации 05.06.2020 г.

Теоретически исследовано влияние интерференции электронных волн при их отражении от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера на пространственное распределение плотности квантово-механического тока $ej_x(x, z)$ (e – заряд электрона, $j_x(x, z)$ – плотность потока вероятности) в полупроводниковой 2D-наноструктуре. Структура представляет собой последовательно расположенные в направлении распространения электронной волны узкую и широкую прямоугольные квантовые ямы (КЯ). Предполагается, что волна падает из узкой $КЯ_1$ на потенциальный барьер высоты V_0 в широкой $КЯ_2$. Показано, что при падении на барьер волны с энергией, меньше V_0, при определенных условиях в $КЯ_1$ существует осциллирующее сложным образом пространственно-неоднородное распределение $ej_x^{(1)}(x, z)$. При этом в $КЯ_2$ возможно экспоненциально затухающее и имеющее координатную зависимость просачивание $ej_x^{(2)}(x, z)$ под барьер. Показано, что такое поведение $ej_x^{(1)}(x, z)$ и $ej_x^{(2)}(x, z)$ обусловлено интерференцией электронных волн, распространяющихся по разным квантово-размерным подзонам в рассматриваемой наноструктуре.

DOI: 10.31857/S0033849421020121

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время успехи нанотехнологии позволяют создавать полупроводниковые наноструктуры, в которых линейные размеры 1D- или 2D-проводящего канала в направлении распространения электронной волны меньше длины свободного пробега электрона. В таком канале частицы движутся в баллистическом режиме, что позволяет экспериментально исследовать в данных структурах эффекты баллистического переноса, в частности, различные электронные интерференционные эффекты. Теоретические основы этих эффектов, а также анализ основных экспериментальных результатов в этой области, приведены в ряде монографий [1–3]. Существует большое число теоретических работ, посвященных исследованию баллистического переноса электронов в 1D- и 2D-наноструктурах, общей особенностью которых является наличие в квантовых каналах участков резкого (неадиабатического) изменения либо геометрии канала, либо потенциального рельефа в нем. Например, квантовый транспорт был теоретически исследован в 1D-каналах прямоугольного [4] и параболического [5] профилей, соединяющих два 2D-электронных резервуара, а также в квантовых точечных контактах различного типа, соединяющих такие резервуары [6], Т-образных каналах [7, 8], каналах с резкими изломами и каналах изогнутой формы [9–11], каналах с δ-образным рассеивающим центром внутри [12], скрещенных каналах [13], одиночных геометрически неоднородных каналах с участками разной ширины [14–17], геометрически однородных 1D- и 2D-наноструктурах с участками резкого изменения потенциального рельефа, управляемого поперечным постоянным электрическим полем [18]. Роль затухающих мод в квантовых точечных контактах была рассмотрена в [12, 19, 20]. Во всех этих работах принципиальным моментом является рассеяние электронных волн на какой-либо неоднородности наноструктуры, что, в свою очередь, приводит к рассеянию электронной волны по всем квантово-размерным подзонам структуры и, как следствие, к возникновению электронных интерференционных эффектов. Во всех этих работах (а также в ряде других аналогичных по тематике) конечной целью являлось вычисление либо квантовомеханического коэффициента прохождения структуры, либо ее кондактанса. Так как при нахождении этих величин необходимо вычислить полный ток частиц в квантовом канале, что достигается интегрированием зависящей от координат плотности квантовомеханического тока по поперечному сечению канала, то пространственно-неоднородные эффекты для плотности квантовомеханического тока в таких работах не рассматривались. Возможность существования пространственно-неоднородных эффектов для плотности потока вероятности $j_x(x, z)$ в полупроводниковой 2D-наноструктуре кратко обсуждалась ранее [21]. В дальнейшем мы более детально исследовали теоретически такие пространственно-неоднородные эффекты в полупроводниковых 1D- и 2D-наноструктурах различного типа. Мы показали, что в 1D- [22] и 2D-наноструктурах [23, 24], представляющих собой последовательно расположенные в направлении распространения электронной волны узкую и широкую по оси z квантовые ямы (КЯ), возможны эффекты пространственного повторения и мультипликации для $j_x(x, z)$ (или квантовомеханической плотности тока $ej_x(x, z)$). Было показано, что для КЯ прямоугольного сечения (ось z – ось размерного квантования) поперечное распределение $j_x(0, z)$, существующее на входе широкой КЯ, с определенной точностью воспроизводится на расстоянии X_1 от входа (повторяемость) и расщепляется внутри каждого повторяющегося отрезка длины X_1 в симметричной по оси z наноструктуре на q идентичных пиков в q раз меньшей интенсивности на расстоянии X_1/q (мультипликация). При этом исходное распределение $j_x(0, z)$ периодически воспроизводится в сечениях $X_p = pX_1$ (q и p – целые числа). Эти эффекты в широкой КЯ возникают из-за интерференции электронных волн, распространяющихся в ней одновременно по разным квантоворазмерным подзонам. В наноструктурах, состоящих из последовательно расположенных узкой прямоугольной КЯ и широкой КЯ параболического профиля в 1D- [25] и 2D-наноструктурах [26] эффекты повторяемости также присутствуют, но эффекты мультипликации выражены гораздо слабее по сравнению с широкой прямоугольной КЯ. Мы также исследовали влияние постоянного поперечного электрического поля в области широкой КЯ на эффекты повторяемости и мультипликации в таких наноструктурах и показали, что электрическое поле позволяет кардинально менять пространственное распределение $j_x(x, z)$ [27–31].

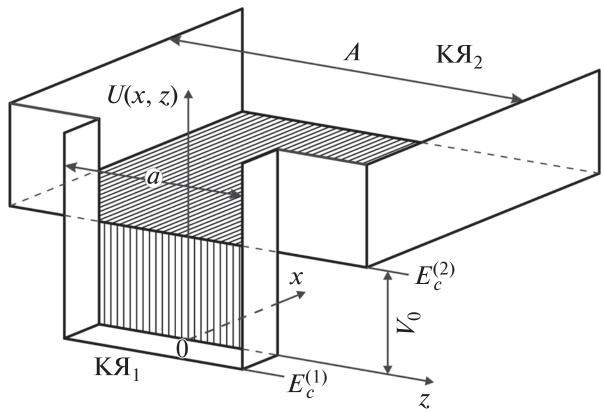

Рис. 1. Схематичный вид потенциального рельефа симметричной 2D-наноструктуры на основе последовательности двух прямоугольных квантовых ям: узкой (КЯ$_1$) и широкой (КЯ$_2$), ширина которых соответственно a и A. В области КЯ$_2$ при $x \geq 0$ существует полубесконечный прямоугольный потенциальный барьер высотой V_0; $E_c^{(1)}$ и $E_c^{(2)}$ – энергетические положения доньев зон проводимости в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ соответственно.

Основная цель данной работы – всестороннее теоретическое исследование влияния интерференции электронных волн на их отражение от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера в полупроводниковой 2D-наноструктуре в случае, когда энергия падающей волны меньше высоты барьера. Полученные в этой работе результаты были частично и очень кратко изложены ранее в [32].

1. МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ-НЕОДНОРОДНОЙ 2D-НАНОСТРУКТУРЫ

Структура состоит из последовательно расположенных в направлении распространения электронной волны прямоугольных узкой ($x < 0$, КЯ$_1$) и широкой ($x > 0$, КЯ$_2$) квантовых ям. Потенциальный барьер высоты V_0 находится в широкой КЯ$_2$ при $x > 0$ (рис. 1). Как известно [32], в обычной ситуации, когда в трехмерном случае электронная волна с энергией $E < V_0$ падает на барьер по оси x, а движение по осям y и z свободно, квантовомеханические плотности тока $ej_x^{(1)}(x, y, z)$ при $x < 0$ и $ej_x^{(2)}(x, y, z)$ под барьером при $x > 0$ равны нулю. Плотность вероятности нахождения частицы под барьером при этом отлична от нуля и экспоненциально спадает при $x \to \infty$, а равенство нулю тока следует из действительности волновой функции частицы под барьером. Мы покажем, что в геометрически–неоднородных наноструктурах, в которых существуют квантово-размерные подзоны

(КРП), ситуация кардинально меняется. Интерференция электронных волн, распространяющихся по этим подзонам, при определенных условиях может приводить к возникновению в таких наноструктурах пространственно-неоднородного распределения квантовомеханического тока.

В данной работе дано полное теоретическое описание эффекта отражения электронной волны от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера в 2D-наноструктуре. Представлены результаты аналитического расчета для двух ситуаций. В первой ситуации предполагалось, что в КЯ$_1$ падение и отражение волны с действительным квазиимпульсом происходит только по одной (нижней) КРП. Во всех вышележащих КРП в КЯ$_1$, а также во всех подзонах в КЯ$_2$ квазиимпульсы мнимые. Вторая ситуация отличалась от первой только возможностью незатухающего отражения волны в КЯ$_1$ от барьера по второй подзоне с действительными квазиимпульсами. Мы показали, что в ситуации 1, когда электронная волна падает по первой (нижней) КРП в КЯ$_1$ и ее продольная энергия E_x меньше энергетического положения дна второй подзоны в КЯ$_1$ (т.е. незатухающее распространение отраженной от барьера волны возможно только по этой же нижней подзоне в КЯ$_1$) квантовомеханические плотности тока $ej_x^{(1)}(x,z)$ при $x<0$ в КЯ$_1$ и $ej_x^{(2)}(x,z)$ под барьером в КЯ$_2$ при $x>0$ равны нулю. Однако в ситуации 2, когда энергия частицы, распространяющейся по нижней подзоне в КЯ$_1$, больше энергетического положения дна второй подзоны, из-за интерференции отраженных волн картина кардинально меняется. Возможность отражения волны при $x \to -\infty$ по второй подзоне приводит к возникновению в КЯ$_1$ осциллирующего сложным образом пространственно-неоднородного распределения $ej_x^{(1)}(x,z)$, а под барьером в КЯ$_2$ экспоненциально затухающего при $x \to \infty$ и имеющего координатную зависимость $ej_x^{(2)}(x,z)$. Далее, мы приводим результаты численного расчета $ej_x^{(1)}(x,z)$ и $ej_x^{(2)}(x,z)$ для симметричной по оси z структуры (рис. 1) конкретными параметрами, полностью подтверждающие результаты аналитического рассмотрения.

2. ОБЩАЯ СХЕМА РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ВЕРОЯТНОСТИ $j_x(x, z)$

Рассмотрим 2D-наноструктуру, состоящую из двух последовательно расположенных вдоль оси x квантовых ям: КЯ$_1$ с потенциалом $U_1(z)$ $(x<0)$ и КЯ$_2$ с потенциалом $U_2(z)$ $(x>0)$, локализующими частицу по оси z (нормаль к плоскостям ям). Будем также считать, что движение по оси y отделяется и является свободным, а потенциальная энергия частицы в пределах каждой из областей не зависит от x, меняясь скачком в точке сочленения ям $(x=0)$. Эффективные массы частиц m^* будем считать изотропными и одинаковыми в обеих областях. Тогда уравнения Шредингера, описывающие движения частицы по оси z в каждой из областей, имеют вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2\chi_j(z)}{dz^2}+U_1(z)\chi_j(z)=E_j\chi_j(z). \qquad (1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2\varphi_n(z)}{dz^2}+U_2(z)\varphi_n(z)=E_n\varphi_n(z). \qquad (2)$$

Здесь E_j и E_n – собственные значения, а $\chi_j(z)$ и $\varphi_n(z)$ – собственные функции уравнений (1) и (2) соответственно в КЯ$_1$ и КЯ$_2$. Полная энергия частицы $E = E_{x,z} + E_y$, где $E_y = \hbar^2 k_y^2 / 2m^*$ – энергия, соответствующая свободному движению по оси y. Рассмотрим ситуацию, когда слева направо, из КЯ$_1$ по квантовой подзоне m в КЯ$_2$ распространяется монохроматическая электронная волна единичной амплитуды с действительным квазиимпульсом k_m. Будем считать, что квантовые ямы, локализующие частицу по оси z, имеют бесконечно высокие потенциальные барьеры, т.е. спектры энергий в обеих ямах в этом направлении полностью дискретны. В такой 2D-наноструктуре с произвольными $U_1(z)$ и $U_2(z)$ нас будет интересовать ситуация, когда энергия падающего электрона в КЯ$_1$ удовлетворяет условию $E_x < \Delta U = U_2(z) - U_1(z)$, причем $U_2(z)$ включает и дополнительный встроенный потенциал V_0. В этом случае в КЯ$_1$ существует конечное число M нижних подзон с действительными k, а все лежащие выше подзоны имеют мнимые волновые векторы. Тогда волновые функции частицы $\mu^{(1)}(x, z)$ и $\mu^{(2)}(x, z)$ в каждой из областей по отдельности имеют вид

$$\begin{gathered}\mu^{(1)}(x,z)=\chi_m(z)\exp(ik_m x)+\\+\sum_j B_j\chi_j(z)\exp(-ik_j x),\end{gathered} \qquad (3)$$

$$\mu^{(2)}(x,z)=\sum_n C_n j_n(z)\exp\left(ik_n' x\right). \qquad (4)$$

Здесь B_j и C_n – постоянные коэффициенты, определяющие соответственно амплитуды волн, отраженных в КЯ$_1$ по подзонам E_j и прошедших в КЯ$_2$ по подзонам E_n; $k_{j,m}$ и k_n' – волновые числа, соответствующие движению частицы по оси x в этих областях:

$$k_j = \left[2m^*(E - E_{j,m} - E_y)\right]^{1/2} / \hbar;$$

$$k_n' = \left[2m^*(E - E_n - E_y)\right]^{1/2} / \hbar.$$

Отражение и трансформация электронных волн в такой структуре происходят из-за скачкообразного изменения потенциала $\Delta U = U_2(z) - U_1(z)$ в точке $x = 0$. Отметим, что если $E - E_y > E_j, E_n$, то k_j и k'_n действительны и соответствующие им волны являются распространяющимися; при обратном неравенстве – k_j и k'_n мнимые и волны являются затухающими, с характерными длинами затухания $l_j = |k_j|^{-1}$ и $l_n = |k'_n|^{-1}$. Для рассматриваемых нами структур со ступенчатым переходом между КЯ$_1$ и КЯ$_2$ коэффициенты B_j и C_n определяются из системы уравнений, которая вытекает из граничных условий для волновых функций и их производных в точке $x = 0$:

$$\mu^{(1)}(x=0,z) = \mu^{(2)}(x=0,z);$$
$$\nabla_x\mu^{(1)}(x=0,z) = \nabla_x\mu^{(2)}(x=0,z);$$
$$\chi_m(z) + \sum_j B_j\chi_j(z) = \sum_n C_n\varphi_n(z); \tag{5}$$

$$k_m\chi_m(z) - \sum_j k_jB_j\chi_j(z) = \sum_n k'_nC_n\varphi_n(z). \tag{6}$$

Умножая слева уравнение (5) на $\varphi_p^*(z)$, а (6) на $\chi_p^*(z)$ (звездочка (*) – знак комплексного сопряжения) и интегрируя полученные выражения по z, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов B_j и C_n:

$$t_{p,m} + \sum_j B_jt_{p,j} = C_p, \tag{7а}$$

$$k_m\delta_{pm} - k_pB_p = \sum_n k'_nC_nf_{p,n}. \tag{7б}$$

Здесь $t_{p,m} = \int\varphi_p^*(z)\chi_m(z)dz$ и $f_{p,n} = \int\chi_p^*(z)\varphi_n(z)dz$ – коэффициенты неортогональности собственных функций в КЯ$_1$ и КЯ$_2$. Отметим, что $f_{pm} = t_{mp}^*$, а если собственные функции, как в нашем случае, вещественны, то $f_{pm} = t_{mp}$. Перепишем (7а) и (7б) с учетом этого обстоятельства:

$$\sum_j B_jf_{j,p} - C_p = -f_{m,p}, \tag{8а}$$

$$k_pB_p + \sum_n k'_nC_nf_{p,n} = k_m\delta_{p,m}. \tag{8б}$$

Отметим, что в симметричных по оси z структурах, когда локализующие частицу потенциалы $U_1(z)$ и $U_2(z)$ в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ удовлетворяют условиям $U_1(z) = U_1(-z)$ и $U_2(z) = U_2(-z)$ (точка $z = 0$ находится на оси симметрии структуры), собственные функции $\chi_i(z)$ и $\varphi_n(z)$ в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ можно классифицировать по четности. В этом случае коэффициенты неортогональности равны нулю для функций разной четности.

Расширенная матрица системы (8а), (8б) при учете N уровней, имеющая порядок $2N$ ($j, p = 1, ..., N$; m принимает одно из значений от 1 до N), имеет вид

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} f_{1,1} & f_{2,1} & \cdots & -1 & 0 & \cdots & -f_{1,1} \\ f_{1,2} & f_{2,2} & \cdots & 0 & -1 & \cdots & -f_{1,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_1 & 0 & \cdots & k'_1f_{1,1} & k'_2f_{1,2} & \cdots & k_m\delta_{1,m} \\ 0 & k_2 & \cdots & k'_1f_{2,1} & k'_2f_{2,2} & \cdots & k_m\delta_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{array}\right). \tag{9}$$

Решение системы (8а), (8б) для N учтенных уровней, как известно, имеет вид

$$B_j = \frac{D_j}{D}, \quad C_j = \frac{D_{N+j}}{D}. \tag{10}$$

Здесь D – определитель матрицы (9), а D_j – определители, получающиеся из D после замены в нем j-столбца столбцом из свободных членов системы (8а), (8б).

В дальнейшем нас будут интересовать координатные зависимости $j_x^{(1)}(x,z)$ и $j_x^{(2)}(x,z)$ – плотности потока вероятности вдоль оси x соответственно в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ (или $ej_x^{(1)}(x,z)$ и $ej_x^{(2)}(x,z)$ – компоненты плотности квантовомеханического тока вдоль оси x). Плотность потока вероятности [33] имеет вид

$$j_x(x,\ z) = \frac{i\hbar}{2m^*}\times$$
$$\times\left[\mu(x,z)\nabla_x\mu^*(x,z) - \mu^*(x,z)\nabla_x\mu(x,z)\right]. \tag{11}$$

Подставляя волновые функции частицы (3)–(4) в (11), получим

$$j_x^{(1)}(x,z) = \frac{\hbar}{2m^*}\Bigg[2\Bigg(k_m\chi_m^2 - \sum_{i=j=1}^{M}k_i\chi_i^2|B_i|^2\Bigg) -$$
$$-\sum_{i\neq j}B_jB_i^*\chi_i\chi_j(k_j + k_i^*)\exp(i(k_i^* - k_j)x) +$$
$$+\chi_m\exp(-ik_mx)\sum_{j\neq m}\chi_jB_j(k_m - k_j)\exp(-ik_jx)\Bigg] + \tag{12}$$
$$+\chi_m\exp(ik_mx)\sum_{i\neq m}B_i^*\chi_i(k_m - k_i^*)\exp(ik_i^*x).$$

В (12) мы оставили только члены, отличные от нуля и выделили в отдельную сумму члены с $i = j$, где эти индексы пробегают значения от 1 до M по всем подзонам с действительными квазиимпульсами. При этом очевидно, что члены с чисто мнимыми квазиимпульсами при $i = j$ равны нулю. Также равны нулю члены в последних двух суммах при $i = m$ и $j = m$. Таким образом, во второй сумме остаются только перекрестные члены. Выражение для $j_x^{(2)}(x,z)$, в котором суммирование ведется по индексам, соответствующим только мнимым k'_n, имеет вид

$$j_x^{(2)}(x,z) = \frac{\hbar}{m^*}\left[\sum_{n=1}^{N}\varphi_n(z)\left(\sum_{t=n+1}^{N}\varphi_t(z)\exp(-(p_n^{'}+p_t^{'})x)(p_n^{'}-p_t^{'})(C_{n1}C_{t2}-C_{t1}C_{n2})\right)\right]. \tag{13}$$

При записи (12) и (13) мы сменили индексы суммирования j для $(\mu^{(1)}(x, z))^*$ и n для $(\mu^{(2)}(x, z))^*$ на i и t соответственно и учли, что в рассматриваемой нами задаче волновые функции $\varphi_n(z)$ и $\chi_j(z)$ действительны, что позволяет представить в (13) чисто мнимые $k_n^{'}$ в виде $k_n^{'} = ip_n^{'}$, где $p_n^{'} = \mathrm{Im}(k_n^{'})$, а комплексные коэффициенты C_n в виде $C_n = C_{n1} + iC_{n2}$, где $C_{n1} = \mathrm{Re}(C_n)$, $C_{n2} = \mathrm{Im}(C_n)$. Здесь $\mathrm{Re}(C_n)$, $\mathrm{Im}(C_n)$ и $\mathrm{Im}(k_n^{'})$ – реальная часть C_n и мнимые части C_n и $k_n^{'}$, соответственно. В (13) отсутствуют члены с $n = t$, которые равны нулю. Если в системе уравнений (8а), (8б) для определения коэффициентов $B_{i,j}$ и $C_{n,t}$ будут присутствовать при расчете подзоны с мнимыми $k_{i,j}$ и $k_{n,t}^{'}$, то коэффициенты $B_{i,j}$ и $C_{n,t}$ будут комплексными. Таким образом, выражения (12), (13) совместно с найденными из решения уравнений (1), (2) собственными функциями $\chi_i(z)$ и $\varphi_n(z)$, а также определенными из решения системы (8а), (8б) коэффициентами B_j и C_n дают полное решение задачи о распределении плотностей потоков вероятности $j_x^{(1)}(x,z)$ и $j_x^{(2)}(x,z)$ (или квантовомеханических плотностей токов) в рассматриваемой наноструктуре.

Отметим, что полный поток плотности вероятности вдоль оси x в КЯ$_1$ $J_x^{(1)} = \int j_x^{(1)}(x,z)dz$ (а значит, и полный квантовомеханический ток) вследствие ортонормированности функций $\{\chi_i(z)\}$, как следует из (12), не имеет координатной зависимости от x и равен

$$J_x^{(1)} = \int j_x^{(1)}(x,z)dz = \frac{\hbar}{m^*}\left[\left(k_m - \sum_{i=j=1}^{M} k_i\left|B_i\right|^2\right)\right]. \tag{14}$$

В (14) суммирование проводится по всем подзонам в КЯ$_1$ с действительными k_i, по которым происходит незатухающее распространение электронных волн. Отметим, что кондактанс структуры G также не зависит от x.

Из (13) вследствие ортонормированности функций $\{\varphi_n(z)\}$ следует также, что в КЯ$_2$

$$J_x^{(2)} = \int j_x^{(2)}(x,z)dz = 0.$$

Далее рассмотрим две ситуации.

Ситуация 1. Кинетическая энергия частицы E_x в КЯ$_1$ находится в интервале $E_1^{(1)} < E_x < E_2^{(1)}$ и меньше величины барьера $V_{\text{эф}}$ в КЯ$_2$, т.е. $E_x < V_{\text{эф}}$ (верхние индексы (1) означают принадлежность подзон к КЯ$_1$). При этом предполагается, что электронная волна падает по нижней квантово-размерной подзоне в КЯ$_1$ ($m = 1$) и может отражаться от барьера без затухания только по этой же подзоне с действительным квазиимпульсом k_1, и в режиме затухания по всем остальным лежащим выше подзонам с энергиями $E_i^{(1)} > E_1^{(1)}$ с чисто мнимыми квазиимпульсами. В КЯ$_2$ существуют только подзоны с чисто мнимыми квазиимпульсами. Покажем теперь, что в ситуации 1 под барьером в КЯ$_2$ $j_x^{(2)}(x,z) = 0$. Представим в (13) комплексные коэффициенты C_t в виде $C_t = r_t\exp(i\theta_t)$.

$$j_x^{(2)}(x,z) = -\frac{\hbar}{m^*}\left[\sum_{n=1}^{N} r_n\varphi_n(z)\left(\sum_{t=n+1}^{N}\varphi_t(z)\exp(-(p_n^{'}+p_t^{'})x)(p_n^{'}-p_t^{'})r_t\sin(\theta_n-\theta_t)\right)\right]. \tag{15}$$

Рассмотрим отношение

$$\sigma_{n,t} = \frac{C_n}{C_t} = \frac{r_n\exp(i\theta_n)}{r_t\exp(i\theta_t)} = \frac{r_n}{r_t}\exp(i(\theta_n-\theta_t)) = = \frac{r_n}{r_t}(\cos(\theta_n-\theta_t) + i\sin(\theta_n-\theta_t)). \tag{16}$$

Так как $C_t = D_t/D$, то отношение $C_n/C_t = D_n/D_t$. Вычисляя определители D_n получим

$$D_{N+n} = (-1)^{(N+n)+(N+1)}\times \times 2k_1\begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{2,1} & \dots & -1 & 0 & \dots \\ f_{1,2} & f_{2,1} & \dots & 0 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots \\ f_{1,N} & f_{2,N} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & ip_2 & \dots & ip_1^{'}f_{2,1} & ip_2^{'}f_{2,2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = = (-1)^{(N+n)+(N+1)}2k_1 d_{N+n,N+1}. \tag{17}$$

В (17) мы ввели обозначения $k'_{N+n} = ip'_{N+n}$, где $p'_{N+n} = \mathrm{Im}\left(k'_{N+n}\right)$. Здесь $d_{N+n,N+1}$ – минор элемента $a_{N+n,N+1}$ в определителе (17), имеющий порядок $(N-1)$. В (17) все нижние $(N-1)$ строки определителя содержат только чисто мнимые квазиимпульсы. Поэтому из каждой строки можно вынести (i), так что $d_{N+n,N+1} = (i)^{(N-1)}c_n$, где c_n – действительное число, т.е.

$$D_n = (-1)^{(N+n)+(N+1)}(i)^{N-1}2k_1c_n. \tag{18}$$

Так как c_n – действительные числа, то отношение

$$\frac{C_n}{C_t} = \frac{D_n}{D_t} = (-1)^{(n-t)}\frac{c_n}{c_t}$$

также вещественное число. Поэтому, как следует из (16), разность фаз $C_n - C_t = \pi m$, где $m = 0, \pm 1, \ldots$ Так как такие соотношения выполняются для любых пар коэффициентов C_n и C_t в (13) и (15), то в ситуации 1 в КЯ$_2$ $j_x^{(2)}(x,z) = 0$. Мы вычислили также $j_x^{(1)}(x,\ z)$ в ситуации 1 по формуле (12), представив коэффициенты $B_{i,j}$ в виде $B_{i,j} = \left|B_{i,j}\right|\exp(i\theta_{i,j})$, и показали, что в этой ситуации $j_x^{(1)}(x,\ z) = 0$.

Ситуация 2. В этом случае ситуация кардинально меняется. Кинетическая энергия частицы в КЯ$_1$ находится в интервале $E_2^{(1)} < E_x < E_3^{(1)}$ и, как и в ситуации 1, меньше величины потенциального барьера $V_{\text{эф}}$ в КЯ$_2$. В этом случае незатухающее распространение отраженной от барьера электронной волны возможно как по нижней, так и по второй подзоне в КЯ$_1$.

Рассмотрим сначала поведение в ситуации 2 плотности потока вероятности $j_x^{(2)}(x,z)$ в КЯ$_2$. Выражение для $j_x^{(2)}(x,z)$ в этом случае будет иметь такой же вид (13), (15), как и в ситуации 1. Ранее, при рассмотрении ситуации 1 мы, получая выражения (19) для определителей D_{N+n}, на последнем этапе расчета вынесли из миноров $d_{(N+n),(N+1)}$ множители $(i)^{(N-1)}$, так как квазиимпульс k_2 был чисто мнимым числом. В рассматриваемой сейчас ситуации 2 квазиимпульс k_2 – действительное число. Найдем в этой ситуации определитель D_{N+n} порядка $2N$, разбив его на сумму двух определителей:

$$D_{N+n} = D_{N+n}^{(1)} + D_{N+n}^{(2)} = (-1)^{(n+1)}2k_1\left[d^{(1)}_{(N+n),(N+1)} + d^{(2)}_{(N+n),(N+1)}\right] =$$

$$= (i)^{N-2}(-1)^{(n+1)}2k_1\left\{\begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{2,1} & \ldots & -1 & \ldots & 0 & 0 & \ldots \\ f_{1,2} & f_{2,1} & \ldots & 0 & \ldots & \vdots & \vdots & \ldots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & 0 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & -1 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ldots \\ f_{1,N} & f_{2,N} & \ldots & \ldots & \ldots & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & k_2 & \ldots & \ldots & \ldots & 0 & 0 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ldots \end{pmatrix} + i\begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{2,1} & \ldots & -1 & \ldots & 0 & 0 & \ldots \\ f_{1,2} & f_{2,1} & \ldots & 0 & \ldots & \vdots & \vdots & \ldots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & 0 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & -1 & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ldots \\ f_{1,N} & f_{2,N} & \ldots & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & p'_1f_{2,1} & \ldots & p'_{\bar{n}-1}f_{2,\bar{n}-1} & p'_{n+1}f_{2,\bar{n}+1} & \ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ldots \end{pmatrix}\right\}. \tag{19}$$

Во втором миноре в (19) введено обозначение $\bar{n} = N + n$. Так как в первом миноре $d_{N+n,N+1}^{(1)}$ нижние $(N-2)$ строк, а во втором $d_{N+n,N+1}^{(2)}$ нижние $(N-1)$ строк содержат чисто мнимые квазиимпульсы $k_n' = i\mathrm{Im}(k_n') = ip_n'$, то в (19) мы вынесли общий множитель $(i)^{N-2}$. В (19) все элементы определителей, а значит, и сами определители, вещественны, но детерминант D_{N+n} – комплексное число. Таким образом, в ситуации 2 отношение

$$\frac{C_n}{C_t} = (-1)^{n+t}\frac{\left[d^{(1)}_{(N+n),(N+1)} + d^{(2)}_{(N+n),(N+1)}\right]}{\left[d^{(1)}_{(N+t),(N+1)} + d^{(2)}_{(N+t),(N+1)}\right]} \tag{20}$$

является комплексным числом. Запишем (20) в виде

$$\frac{C_n}{C_t} = \frac{a_n + ib_n}{a_t + ib_t} = \frac{a_n a_t + b_n b_t}{a_t^2 + b_t^2} + i\frac{b_n a_t - a_n b_t}{a_t^2 + b_t^2}. \tag{21}$$

Представим (21) в виде (16):

$$\begin{gathered}\frac{r_n}{r_t}(\cos(\theta_n - \theta_t) + i\sin(\theta_n - \theta_t)) = \\ = \frac{a_n a_t + b_n b_t}{a_t^2 + b_t^2} + i\frac{b_n a_t - a_n b_t}{a_t^2 + b_t^2}.\end{gathered} \tag{22}$$

Из (22) получаем

$$\mathrm{tg}(\theta_n - \theta_t) = \frac{b_n a_t - a_n b_t}{a_n a_t + b_n b_t}. \tag{23}$$

Таким образом, при наличии в КЯ$_1$ более чем одного уровня с действительными квазиимпульсами разность фаз в каждом из членов в суммах (13), (15) в КЯ$_2$ отлична от нуля, т.е. в ситуации 2 под барьером в КЯ$_2$ плотность потока вероятности имеет вид $j_x^{(2)}(x,z) \neq 0$ и экспоненциально затухает при $x \to \infty$. В рассматриваемой ситуации каждой паре коэффициентов C_n, C_t в (13), (15) соответствует своя разность фаз $\Delta_{n,t} = (\theta_n - \theta_t)$. Поэтому при вычислении явного вида $j_x^{(2)}(x,z)$ в сумме по n,t суммируются члены с разными амплитудами и разными $\Delta_{n,t}$, отличными от нуля, для всех различных пар C_n, C_t. Из полученного выше доказательства отличия от нуля $j_x^{(2)}(x,z)$ под барьером в КЯ$_2$ следует, что в КЯ$_1$ в ситуации 2 также $j_x^{(1)}(x,z) \neq 0$. В противном случае (при равенстве нулю $j_x^{(1)}(x,z)$) было бы невозможно существование отличного от нуля $j_x^{(2)}(x,z)$ в КЯ$_2$.

Запишем выражение для $j_x^{(1)}(x,z)$ в ситуации 2. Тогда квазиимпульсы k_1 и k_2 в КЯ$_1$ – вещественные, а все остальные – мнимые. Все квазиимпульсы в КЯ$_2$ – мнимые. Введя, как и раньше, обозначения $k_i = ip_i$, где $p_i = \mathrm{Im}(k_i)$, и записав коэффициенты B_i в виде $B_i = r_i\exp(i\theta_i)$, можно представить в этой ситуации выражение для $j_x^{(1)}(x,z)$ в виде

$$\begin{gathered}j_x^{(1)}(x,z) = \frac{\hbar}{m^*}\Big\{\Big[k_1\chi_1^2(z)(1 - r_1^2) - k_2\chi_2^2(z)r_2^2 - \\ - r_2\chi_1(z)\chi_2(z)\Big[r_1(k_1 + k_2)\cos((\theta_1 - \theta_2 + (k_2 - k_1)x) + \\ + (k_1 - k_2)\cos((k_1 + k_2)x - \theta_2)\Big]\Big] + 2\sum_{i=3}^{N} r_i\chi_i(z)\times \\ \times\left(\sum_{j=i+1}^{N} r_j\chi_j(z)\exp((p_i + p_j)x)(p_i - p_j)\sin(\theta_i - \theta_j)\right) - \\ - \sum_{i=3}^{N} r_i\chi_i(z)(p_i + p_j)\exp(p_i x)\big[r_1\chi_1(z)q_1\sin(\theta_1 - \theta_i - k_1 x + \varphi_1) + \\ + r_2\chi_2(z)q_2\sin(\theta_1 - \theta_i - k_2 x + \varphi_2)) - \\ - \chi_1(z)q_1\sin(\theta_i - k_1 x_i + \varphi_1))\big]\Big\},\end{gathered} \tag{24}$$

где $q_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 + p_i^2}$ и $\sin\varphi_{1,2} = k_{1,2}/p_i$.

Отметим разное поведение членов в выражении (24) при $x \to -\infty$. Так, первый и второй члены в фигурных скобках не зависят от x. Члены, содержащие суммы по i, при $x \to -\infty$ осциллируют, экспоненциально затухая, а третий член в (24) имеет осцилляторный незатухающий характер при всех отрицательных значениях координаты x. Таким образом, в ситуации 2 $j_x^{(1)}(x,z)$ сложным образом осциллирует в КЯ$_1$. Причиной этого является интерференция электронных волн, отражающихся от барьера по двум нижним подзонам с действительными квазиимпульсами. Детальные распределения $j_x^{(1)}(x,z)$ и $j_x^{(2)}(x,z)$ можно получить только в результате численных расчетов. Результаты таких расчетов приведены ниже. Подчеркнем еще раз отличие фазовых соотношений для любых пар комплексных коэффициентов B_i, B_j и C_n, C_t в ситуации 1 от ситуации 2. При учете в ситуации 1 только одной подзоны с вещественным квазиимпульсом k_1 разности фаз для всех различных пар коэффициентов C_n, C_t в (15) одинаковы и имеют вид $\Delta_{n,t} = \theta_n - \theta_t = \pi m$, где $m = 0, \pm 1$. Однако в ситуации 2 учет второй подзоны с вещественными k_2 приводит к появлению в выражении (24) для $j_x^{(1)}(x,z)$ дополнительных членов, возникающих из-за интерференции электронных волн с вещественными k_1 и k_2. Вследствие этого, у каждой пары коэффициентов C_n, C_t появляется своя, отличная от нуля, разность фаз $\Delta_{n,t}$, причем $\Delta_{n,t}$ для всех пар в КЯ$_2$ различны. В результате плотности потоков вероятности $j_x^{(1)}(x,z)$ в КЯ$_1$ и $j_x^{(2)}(x,z)$ в КЯ$_2$ становятся отличными от нуля.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Очевидно, что полностью реализовать схему расчета $j_x^{(1)}(x,z)$ и $j_x^{(2)}(x,z)$, изложенную в предыдущем разделе, при учете большого числа квантоворазмерных подзон в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ можно только с помощью численных методов. В этом разделе мы приводим результаты численного расчета влияния электронной интерференции на отражение электронной волны от полубесконечного прямоугольного потенциального барьера в полупроводниковой 2D-наноструктуре с конкретными параметрами. Мы рассмотрели задачу о рассеянии монохроматической электронной волны единичной амплитуды, распространяющейся по нижней квантоворазмерной подзоне ($m = 1$) из узкой прямоугольной КЯ$_1$ ($x < 0$; $a = 150$ Å) в широкую прямоугольную КЯ$_2$ ($x > 0$; $A = 500$ Å) в симметричной по оси z 2D-наноструктуре с параметрами GaAs ($m^* = 0.067m_0$, m_0 – масса свободного электрона). Так как в таких симметричных структурах локализующие частицу потенциалы $U_1(z)$ и $U_2(z)$ в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ удовлетворяют условиям $U_1(z) = U_1(-z)$ и $U_2(z) = U_2(-z)$ (точка $z = 0$ находится на оси симметрии структуры), то собственные функции $\chi_j(z)$ и $\varphi_n(z)$ в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ можно классифицировать по четности. В этом случае коэффициенты неортогональности этих функций $f_{j,n} = \int \chi_j^*(z)\varphi_n(z)dz$ равны нулю для функций разной четности. Это приводит к разбиению системы (8а), (8б) на две независимые подсистемы:

1) подсистему неоднородных линейных уравнений, содержащую только коэффициенты B_j и C_n с индексами той же четности, что и номер подзоны m, по которой волна падает из КЯ$_1$ на барьер в КЯ$_2$,

2) подсистему однородных линейных уравнений для коэффициентов B_j и C_n с индексами противоположной m четности.

Так как в определителе системы однородных уравнений нет линейно зависимых строк или столбцов, то этот определитель отличен от нуля, т.е. для рассматриваемого нами случая с $m = 1$ все коэффициенты B_j и C_n с четными j и n равны нулю. Это обстоятельство существенно уменьшает объем численных расчетов. При расчете предполагалось, что высота потенциального барьера в КЯ$_2$ $V_0 = 243$ мэВ (рис. 1). Наличие такого барьера приводило фактически к изменению энергетического положения дна зоны проводимости в КЯ$_2$ до энергии $E_c^{(2)}$. Энергетическая диаграмма структуры приведена на рис. 2. Энергия частицы отсчитывается от дна зоны проводимости $E_c^{(1)}$ в КЯ$_1$. Минимумы энергий четырех нижних квантоворазмерных подзон находились в КЯ$_1$ при значении энергии

$$E_{1-4}^{(1)} = 24.94; 99.78; 224.49; 399.10 \text{ мэВ}$$

и в КЯ$_2$ при –

$$E_{1-4}^{(2)} = V_0 + E_{1-4}^{(A)} =$$
$$= 245.25,\ 251.98, 263.21 \text{ и } 278.92 \text{ мэВ},$$

где $E_{1-4}^{(A)}$ – энергии четырех нижних уровней размерного квантования в КЯ$_2$, ширина которых A равнялась 2.25, 8.98, 20.21 и 35.92 мэВ соответственно. При этом эффективная высота потенциального барьера для частицы, падающей на барьер из КЯ$_1$, была равна $V_{эф} = E_1^{(A)} + V_0$. Расчет был сделан для КЯ с бесконечно высокими потенциальными стенками. В рассматриваемом нами случае, когда энергия продольного движения падающей из КЯ$_1$ на барьер частицы $E_x < V_{эф}$, необходимо при расчете $j_x^{(2)}(x,z)$ использовать выражение (13), так как в КЯ$_2$ при таких E_x существуют только члены с мнимыми волновыми векторами $k'_{n,t}$. Мы исследовали численно две рассмотренные выше ситуации, учитывая при расчете в каждой квантовой яме по 31-й подзоне.

Ситуация 1. Кинетическая энергия частицы E_x в КЯ$_1$ находилась в интервале $E_1^{(1)} < E_x < E_2^{(1)}$ и была меньше эффективной высоты барьера $V_{эф}$ в КЯ$_2$, т.е. $E_x < V_{эф}$. В этой ситуации электронная волна падала по нижней квантоворазмерной подзоне в КЯ$_1$ ($m = 1$) и могла отражаться от барьера без затухания только по этой же подзоне с реальным k_{x1}, а в режиме затухания - по подзонам с мнимыми k_{xj}. Расчет подтвердил результаты проведенного выше теоретического анализа, что в ситуации 1 $j_x^{(1)}(x,z) = 0$ и $j_x^{(2)}(x,z) = 0$.

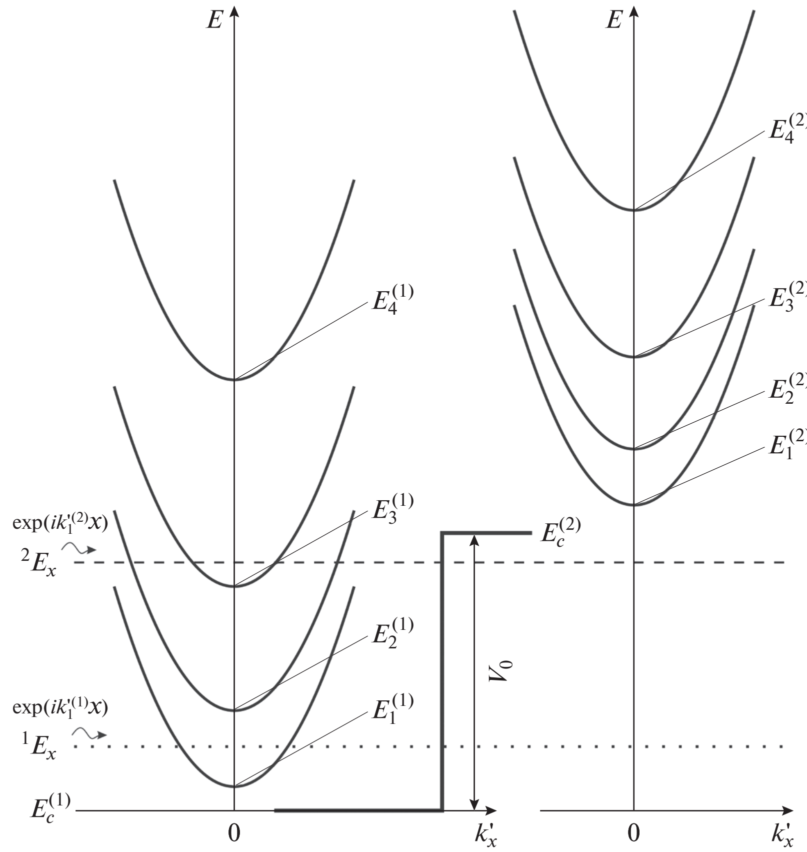

Рис. 2. Энергетическая схема 2D-наноструктуры, изображенной на рис. 1. $E_1^{(1)}–E_4^{(1)}$ и $E_1^{(2)}–E_4^{(2)}$ – энергетические положения доньев четырех нижних квантово-размерных подзон соответственно в КЯ$_1$ и КЯ$_2$; $E_{1,2,3,4}^{(1)}(k_x)$ и $E_{1,2,3,4}^{(2)}\left(k_x'^{(2)}\right)$ – законы дисперсии электронов для этих подзон в КЯ$_1$ и КЯ$_2$; $E_c^{(1)}$ и $E_c^{(2)}$ – энергетические положения доньев зон проводимости в КЯ$_1$ и КЯ$_2$ соответственно; $E_x^{(1)}$ или $E_x^{(2)}$ – энергии инжектированного электрона с волновым вектором $k_{1x}^{(1)}$ или $k_{1x}^{(2)}$ в КЯ$_1$. Энергия частицы отсчитывается от дна зоны проводимости $E_c^{(1)}$ в КЯ$_1$.

Ситуация 2. В этом случае ситуация кардинально меняется. Кинетическая энергия частицы в КЯ$_1$ E_x = 245 мэВ находилась в интервале $E_3^{(1)} < E_x < E_5^{(1)}$ и, как и в ситуации 1, была меньше высоты эффективного потенциального барьера $V_{эф}$ в КЯ$_2$ на 10.25 мэВ. В этом случае незатухающее распространение отраженной от барьера электронной волны было возможно как по нижней, так и по третьей подзоне в КЯ$_1$ (отражение по второй подзоне в КЯ$_1$ для рассматриваемой нами симметричной по оси z наноструктуры было запрещено правилами отбора). На рис. 3 приведен общий вид пространственно-неоднородного распределения плотностей потоков вероятностей $j_x^{(1)}(x,z)$ и $j_x^{(2)}(x,z)$ в рассматриваемой 2D-наноструктуре в интервале от x = 15 нм до x = –49 нм (рис. 3). На нем отчетливо видно, что в КЯ$_1$ $j_x^{(1)}(x,z)$ имеет сложную осцилляторную структуру, состоящую из пиков, в которых $j_x^{(1)}(x,z) > 0$, и провалов, в которых $j_x^{(1)}(x,z) < 0$. Проекции амплитуд $j_x^{(1)}(x,z)$ на плоскость $(x, z = 0)$ в интервале от $x = 0$ до $x = -49$ нм приведены на рис. 4а и на плоскость $(x = 0, z)$ в интервале $z = \pm a/2$ – на рис. 4б. На рис. 5 приведен общий вид пространственно-неоднородного распределения плотности потока вероятности $j_x^{(2)}(x,z)$ в КЯ$_2$ в интервале от x = 15 нм до x = 0. Видно, что в ситуации 2 под барьером в КЯ$_2$ плотность потока вероятности $j_x^{(2)}(x,z)$ отлична от нуля и в КЯ$_2$ существуют три области, в которых квантовомеханический ток $ej_x^{(2)}(x,z)$

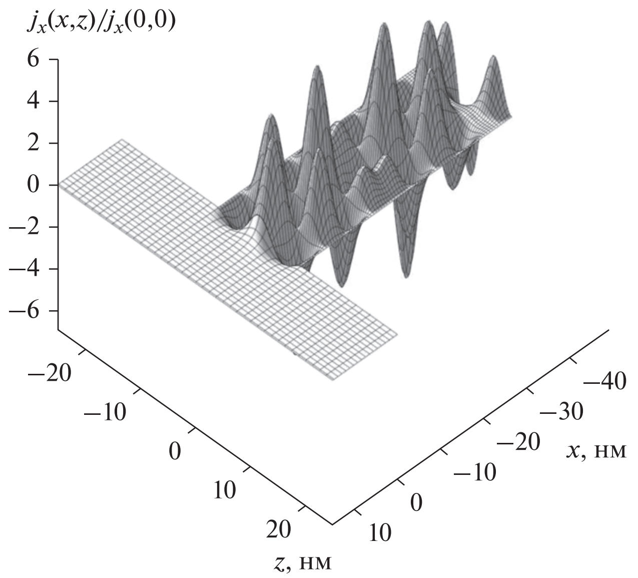

Рис. 3. Общий вид пространственно-неоднородного распределения плотностей потоков вероятностей $j_x^{(1)}(x,z)$ и $j_x^{(2)}(x,z)$ в рассматриваемой 2D-наноструктуре в интервале $x = 15...-49$ нм.

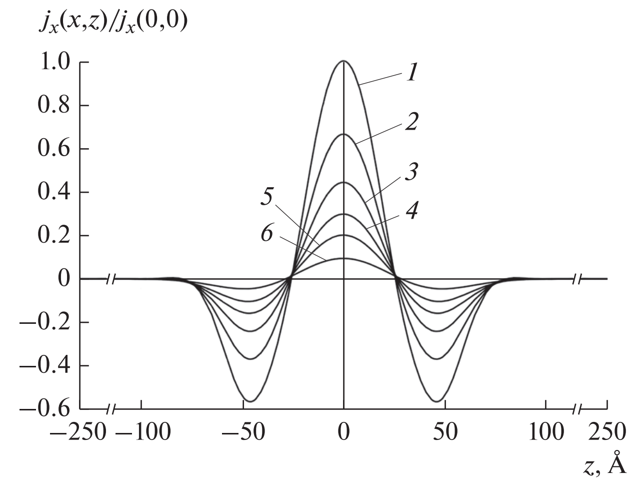

Рис. 4. Распределение по оси z под барьером в широкой КЯ$_2$ с параметрами GaAs нормированной плотности потока вероятности $j_x(x, z)/j_x(0,0)$ для шести поперечных сечений, последовательно расположенных по оси x в шести точках: X = 0 (*1*), 5 (*2*), 10 (*3*), 15 (*4*), 20 (*5*) и 30 Å (*6*). Положительные значения $j_x(x, z)/j_x(0,0)$ соответствуют плотности квантово-механического тока вдоль положительного направления оси x; отрицательные – в противоположном направлении; (Цифры в квадратах – нумерация кривых.) Кинетическая энергия частицы $E_x^{(2)}$ в КЯ$_1$ равнялась 245 мэВ и была меньше полной эффективной высоты потенциального барьера в КЯ$_2$ $V_{эфф} = E_1^A + V_0$ на 10.25 мэВ (V_0 = 243 мэВ).

имеет координатную зависимость от x и z. Это центральная область, расположенная зеркально симметрично относительно плоскости (z–x), в которой ток $ej_x^{(2)}(x,z)$ направлен в положительном направлении оси x. И две симметрично расположенные по оси z боковые области, в которых ток $ej_x^{(2)}(x,z)$ направлен в противоположную сторону, в отрицательном направлении оси x. Очевидно, что наличие боковых областей с обратным направлением тока необходимо для обеспечения оттока заряда из-под барьера. Отсутствие таких областей привело бы к накоплению заряда под барьером. В этих трех областях амплитуда $ej_x^{(2)}(x,z)$ экспоненциально затухает при $x \to \infty$. Разумеется, полный ток под барьером, полученный интегрированием по z выражения для $ej_x^{(2)}(x,z)$ (13), из-за ортогональности поперечных волновых функций для разных квантоворазмерных подзон в КЯ$_2$ равен нулю. На рис. 4 приведены кривые, демонстрирующие распределение по оси z под барьером в широкой КЯ$_2$ с параметрами GaAs нормированной плотности потока вероятности $j_x(x,z)/j_x(0,0)$ для шести поперечных сечений, последовательно расположенных по оси x в шести точках: $X_{1,2,3,4,5,6}$ = 0, 5, 10, 15, 20 и 30 Å. На рис. 5а представлена топограмма пространственного распределения под барьером в широкой КЯ$_2$ в плоскости (x-z) нормированной плотности потока вероятности $j_x^+(x,z)\big/j_x(0,0)$ (область 2) и (области 1 и 3).

Таким образом, в работе показано, что при энергии частицы меньше высоты потенциального барьера в рассмотренных 2D-наноструктурах интерференция электронных волн при определенных условиях приводит к подбарьерному просачиванию плотности квантовомеханического тока.

Очевидно, что если в наноструктуре в области $x < 0$ с помощью боковых электродов приложить по оси z постоянное электрическое поле, меняющее потенциальный профиль КЯ$_1$, то можно непрерывно перейти от ситуации 1, когда $j_x^{(1)}(x,z) = 0$, к ситуации 2, когда $j_x^{(1)}(x,z) \neq 0$. Такой переход может быть обусловлен как понижением симметрии (включение второго уровня с действительным квазиимпульсом) при включении поля, так и изменением расстояния между размерными подзонами в КЯ$_1$.

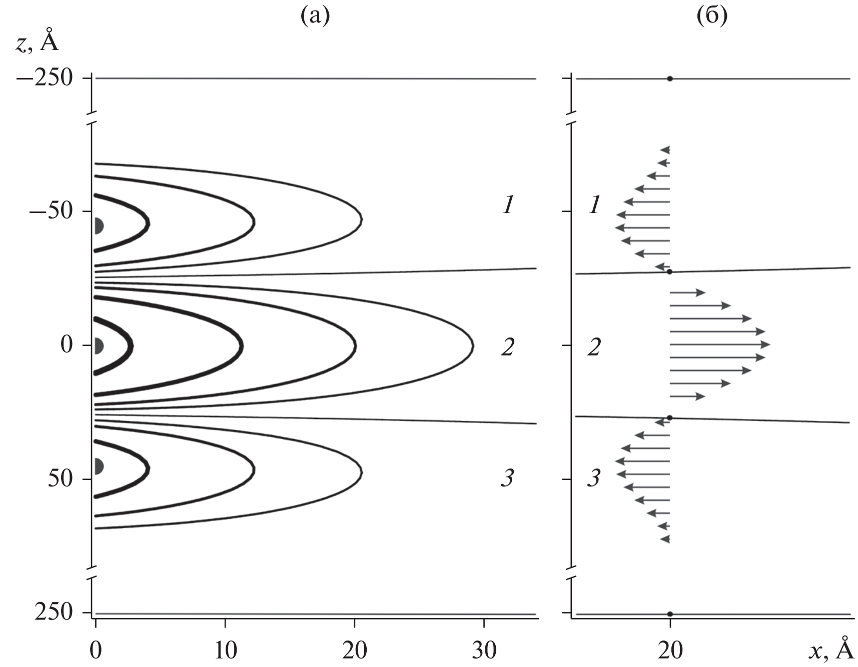

Рис. 5. Топограмма (а) пространственного распределения под барьером в широкой $КЯ_2$ в плоскости (x–z) нормированной плотности потока вероятности $j_x^+(x, z)/j_x(0,0)$ (область *2*) и $j_x^-(x\ z)/j_x(0,0)$ (области *1* и *3*). Амплитуды пиков представлены в отн.ед. Линии, уменьшающиеся по толщине в области *2*, – сечения пика $j_x^+(x,z)/j_x(0,0)$ на высотах 1.0, 0.8, 0.4, 0.2, 0.1. Линии, уменьшающиеся по толщине в областях *1* и *3*, соответствуют сечениям пиков $j_x^-(x,z)/j_x(0,0)$ высотой –0.57 в точках $j_x^-(0 \pm 46\ Å)/j_x(0,0)$ при высотах –0.4, –0.2, –0.1. Зависимости (б) от z нормированных подбарьерных плотностей потоков вероятностей $j_x^+(x, z)/j_x(0,0)$ (область *2*) и $j_x^-(x, z)/j_x(0,0)$ (области *1* и *3*) в широкой $КЯ_2$ при $x = 20$ Å. Направления стрелок указывают направления токов, их длины соответствуют различным значениям нормированной амплитуды по оси z в каждой из трех областей. Положительные $j_x^+(x, z)$ и отрицательные $j_x^-(x, z)$ соответствуют положительному и отрицательному направлениям вдоль оси x.

В данной работе рассмотрена 2D-наноструктура с квантовыми ямами прямоугольного сечения и прямоугольным потенциальным барьером. Однако необходимо отметить, что рассмотренные эффекты носят общий характер и должны проявляться как в неоднородных по оси x 2D-наноструктурах с другими потенциальными профилями квантовых ям и потенциальных барьеров, так и в аналогичных 1D-наноструктурах. При этом единственным необходимым условием появления интерференционных эффектов является существование в $КЯ_1$, откуда на барьер падает электронная волна, как минимум двух квантоворазмерных подзон с действительными квазиимпульсами, что обеспечивает возникновение интерференции отражающихся от барьера волн.

В настоящее время существуют способы инжекции квазимоноэнергетических пучков электронов в 2D-наноструктурах. Так, например, в [34] был исследован баллистический электронный транспорт по минизонам в сверхрешетке на основе системы GaAlAs–GaAs путем инжекции в сверхрешетку пучков горячих электронов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в работе теоретический анализ и численный расчет показывают, что в полупроводниковых 2D-наноструктурах, геометрия и потенциальный рельеф которых обеспечивают существование в таких структурах электронных интерференционных эффектов, возможен новый эффект – возникновение пространственно-неоднородного распределения плотности квантовомеханического тока $ej_x(x, z)$. Рассмотрена наноструктура, состоящая из последовательно расположенных в направлении распространения электронной волны узкой и широкой прямоугольных квантовых ям. Показано, что при энергии частицы меньше высоты потенциального барьера в такой наноструктуре при определенных условиях возможно возникновение осциллирующего пространственно-неоднородного распределения $ej_x(x, z)$ в узкой квантовой яме и экспоненциально затухающее и имеющее координатную зависимость просачивание $ej_x(x, z)$ под полубесконечный прямоугольный потенциальный барьер высотой V_0, созданный в широкой квантовой яме. Этот эффект обусловлен интерференцией электронных волн, распространяющихся по разным квантово-размерным подзонам в такой наноструктуре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Имри Й.* Введение в мезоскопическую физику. М.: Физматлит, 2002.
2. *Ferry D.K.*, Goodnick. S.M. Transport in Nanostructures. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997.
3. *Datta S.* Electronic Transport in Mesoscopic Systems. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995.
4. *Kircenow G.* // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. № 14. P. 10452.
5. *Kircenow G.* // Sol. St. Com. 1988. V. 68. № 8. P. 715.
6. *Tekman E., Ciraci S.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. № 9. P. 7145.
7. *Sols F., Macucci M., Ravaioli U., Hess K. J.* // J. Appl. Phys. 1989. V. 66. № 8. P. 3892.
8. *Tachibana H., Totsuji H.* // J. Appl. Phys. 1996. V. 79. № 9. P. 7021.
9. *Wu H., Sprung D.W.L., Martorell J.* // J. Appl. Phys. 1992. V. 72. № 1. P. 151.
10. *Namiranian A., Khajehpour M.R.H., Kolesnichenko Yu.A., Shevchenko S.N.* // Physica E. 2001. V. 10. № 4. P. 549.
11. *Olendski O., Mikhailovska L.* // Phys. Rev. B. 2002. V. 66. № 3. P. 035331.
12. *Bagwell P.F.* // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. № 15. P. 10354.
13. *Takagaki Y., Ferry D.K.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 44. № 15. P. 8399.
14. *Itoh T., Nobuyuki Sano N., Yoshii A.* // Phys. Rev. B. 1992. V. 45. № 24. P. 14131.
15. *Singha Deo P., Gupta B.C., Jayannavar A.M., Peeters F.M.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. № 16. P.10784.
16. *Nicolic K., Sordan R.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. № 15. P. 9631.
17. *Jin G.J., Wang Z.D., Hu A., Jiang S.S.* // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. № 3. P. 1597
18. *Петров В.А., Сандлер И.М.* // Микроэлектроника. 1994. Т. 23. № 4. С. 3.
19. *Berggrenn K.F., Ji Z.-L.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. № 6. P. 4760.
20. *Ji Z.-L., Berggrenn K.-F.* // Phys. Rev. B. 1992. V. 45. № 12. P. 6652.
21. *Petrov V.A., Bratman V.L.* // Phys. Stat. Sol.(b). 2000. V. 221. № 1. P. 459.
22. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. SPIE. 2004. V. 5401. P. 377.
23. *Петров В.А., Никитин А.В.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 11. С. 1387.
24. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Physics, chemistry and application of nanostructures. Proc. Int. Conf. on Nanomeeting. Minsk, Belarus, 22–25 May 2007. P. 109.
25. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. SPIE. 2008. V. 7025. P. 70250O-1.
26. *Петров В.А., Никитин А.В.* // Физика и техника полупроводников. 2005. Т. 39. № 4. С. 436.
27. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Phys. Stat. Sol. (c). 2006. V. 3. № 7. P. 2423.
28. *Петров В.А., Никитин А.В.* // Физика и техника полупроводников. 2006. Т.40. № 8. С. 977.
29. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. SPIE. 2006. V. 6260. P. 62600N-1.
30. *Петров В.А., Никитин А.В.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 2. С. 220.
31. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. 17th Int. Symp. "Nanostructures: Physics and Technology", Minsk, Belarus, 22–26 Jun. 2009. P. 254.
32. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. 11th IEEE Nanotechnology Materials and Devices Conf. (NMDC 2016), 9–12 October, Toulouse, France. https://doi.org/10.1109/NMDC.2016.7777168
33. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
34. *Rauch C., Strasser G., Unterrainer K. et al.* // Physica E. 1998. V. 2. № 1–4. P. 282.