РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2021, том 66, № 4, с. 402–409

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

УДК 537.533

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ КРОМКИ КАТОДА ПРИ ЭМИССИИ В ρ-РЕЖИМЕ

В. А. Сыровой*

ВЭИ – филиал ФГУП “РФЯЦ-ВНИИТФ им. акад. Е.И. Забабахина”,
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация

**E-mail: red@cplire.ru*

Поступила в редакцию 17.01.2020 г.
После доработки 17.01.2020 г.
Принята к публикации 22.02.2020 г.

На основе теории антипараксиальных разложений для ленточного релятивистского пучка исследована структура электрического поля вблизи кромки катода при эмиссии в ρ-режиме и наличии внешнего неоднородного магнитного поля. Описаны формы боковой поверхности катода и отрицательных эквипотенциалей, позволяющие сформировать профилированный тепловой зазор, который не нарушает принятую гидродинамическую модель потока.

DOI: 10.31857/S0033849421040136

ВВЕДЕНИЕ

Концепция синтезированного теплового зазора сформулирована в работе [1] на примере формирования цилиндрического пучка, потенциал в котором соответствует закону $4/3$ плоского диода. Противоречащее теории интенсивных пучков задание теплового зазора при использовании двумерных и трехмерных программ траекторного анализа является одним из основных фактов, вызывающих сомнение в адекватности расчетов как в случае осесимметричных потоков с высокой компрессией, так и при рассмотрении электронных пучков с прямоугольным сечением, часто аппроксимируемым эллипсом. Анализ подходов такого рода приведен в работе [2], вопрос о конфигурации теплового зазора и возможности управлять сходимостью потока за счет наклона нулевого формирующего электрода рассматривался в работах [3, 4].

В последней из них [4] на основе теории антипараксиальных разложений [5] рассчитана боковая форма катода и отрицательные эквипотенциали при эмиссии в ρ-режиме для электростатических потоков. В работе [6] выполнен расчет теплового зазора для планарного гиротрона при эмиссии в T-режиме. Локальное решение уравнения Лапласа вблизи кромки катода для того же прибора в геометризованной постановке построено в работе [7]. Конфигурация теплового зазора для магнетронно-инжекторной пушки на основе точного решения для плоского магнетрона исследована в [8].

Цель работы – решение в общей постановке задачи формирования ленточного релятивистского пучка в окрестности кромки искривленного катода с неоднородным токоотбором при эмиссии в ρ-режиме при наличии внешнего неоднородного магнитного поля. Рассмотрение ведется в нормировках, исключающих из уравнений пучка все физические константы используемой системы единиц.

1. ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА ПРИ ЭМИССИИ В ρ-РЕЖИМЕ

Компоненты скорости. Решение вблизи катода $s = 0$ при эмиссии в ρ-режиме имеет вид координатных разложений по параметру $\sqrt[3]{s}$, где s – расстояние по нормали к катоду в системе s, l, x (l – длина дуги кривой, определяющей форму стартовой поверхности, x – циклическая координата) [5, 9]:

$$U_s = U_2 s^{2/3}\left(1 + \bar{U}_4 s^{2/3} + \bar{U}_5 s^{3/3} + \ldots\right),$$
$$U_l = U_2 s^{3/3}\left(\bar{V}_3 + \bar{V}_4 s^{1/3} + \bar{V}_5 s^{2/3} + \ldots\right). \qquad (1)$$

Коэффициенты в (1), являющиеся функциями l, следующим образом выражаются через кривизну катода κ_1, плотность тока эмиссии J и компоненты напряженности магнитного поля $\vec{H} = \{L, M, N\}$ при $s = 0$:

$$U_2 = \left(\frac{9J}{2}\right)^{1/3}, \quad \bar{U}_4 = -\frac{9}{20}\bar{H}^2, \quad \bar{U}_5 = \frac{4}{15}\kappa_1,$$
$$\bar{U}_6 = \frac{3}{14}\bar{N}\bar{J}' - \frac{243}{2800}\bar{H}^4 + \frac{9}{56}\bar{L}^2\bar{H}^2 - \frac{22}{63}\tilde{U}_2^2,$$
$$\bar{U}_7 = -\frac{12}{35}\kappa_1\bar{H}^2 - \frac{3}{56}\bar{L}\bar{M}\bar{J}' - \frac{9}{560}\bar{L}\bar{M}' - \frac{279}{560}\bar{M}\bar{L}',$$

$$\bar{U}_8 = \frac{67}{450}\kappa_1^2 - \frac{2}{45}\bar{J}'' - \frac{1}{180}\bar{J}'^2 + \frac{5}{16}\kappa_1\bar{L}\bar{M}\bar{N} + \\ +\left(-\frac{9}{160}\bar{L}^2 + \frac{11}{70}\bar{H}^2\right)\bar{N}\bar{J}' - \bar{N}\left(\frac{27}{160}\bar{L}\bar{L}' + \frac{29}{280}\bar{H}\bar{H}'\right) - \\ - \frac{1863}{56000}\bar{H}^6 + \left(-\frac{9}{320}\bar{L}^2 + \frac{153}{1120}\bar{H}^2\right)\bar{L}^2\bar{H}^2 - \\ - \frac{1}{720}\tilde{L}^2 + \frac{64}{315}\tilde{H}^2; \quad (2)$$

$$\bar{V}_3 = -\bar{N}, \quad \bar{V}_4 = \frac{3}{4}\bar{L}\bar{M}, \quad \bar{V}_5 = \frac{1}{5}\bar{J}' + \frac{9}{20}\bar{L}^2\bar{N},$$

$$\bar{V}_6 = -\frac{1}{2}\kappa_1\bar{N} + \frac{9}{40}\left(-\bar{L}^2 + \bar{H}^2\right)\bar{L}\bar{M},$$

$$\bar{V}_7 = \frac{17}{20}\kappa_1\bar{L}\bar{M} + \left(-\frac{3}{20}\bar{L}^2 + \frac{9}{140}\bar{H}^2\right)\bar{J}' + \frac{3}{14}\bar{L}\bar{L}' - \\ - \frac{27}{70}\bar{H}\bar{H}' + \left(-\frac{27}{280}\bar{L}^2 + \frac{27}{112}\bar{H}^2\right)\bar{L}^2\bar{N} + \frac{3}{7}\bar{N}\tilde{U}_2^2,$$

$$\bar{V}_8 = \frac{1}{10}\kappa_1' + \left(\frac{7}{30}\kappa_1 - \frac{39}{224}\bar{L}\bar{M}\bar{N}\right)\bar{J}' + \\ + \frac{83}{280}\kappa_1\bar{L}^2\bar{N} + \frac{9}{32}\bar{M}\bar{N}\bar{L}' + \\ + \left(\frac{81}{2240}\bar{L}^4 - \frac{1269}{5600}\bar{L}^2\bar{H}^2 + \frac{243}{2240}\bar{H}^4\right)\bar{L}\bar{M} - \\ - \frac{32}{105}\bar{L}\bar{M}\tilde{U}_2^2; \quad \bar{H}^2 = \bar{M}^2 + \bar{N}^2, \quad \bar{J}' \equiv J'/J, \\ \bar{J}'' \equiv J''/J, \quad \bar{L} \equiv L/U_2, \quad \bar{L}' \equiv L'/U_2, \quad J' \equiv dJ/dl.$$

Выражение для потенциала. Потенциал электрического поля φ описывается разложением

$$2\varphi = \varphi_4 s^{4/3}\left(1 + \bar{\varphi}_6 s^{2/3} + \bar{\varphi}_7 s^{3/3} + \ldots + \bar{\varphi}_{10} s^{6/3} + \ldots\right),$$

$$\varphi_4 = \left(\frac{9J}{2}\right)^{2/3}, \quad \bar{\varphi}_6 = \frac{1}{10}\bar{H}^2, \quad \bar{\varphi}_7 = \frac{8}{15}\kappa_1,$$

$$\bar{\varphi}_8 = \frac{1}{35}\bar{N}\bar{J}' - \frac{9}{560}\bar{L}^2\bar{H}^2 + \frac{81}{2800}\bar{H}^4 + \frac{13}{252}\tilde{U}_2^2,$$

$$\bar{\varphi}_9 = \frac{13}{175}\kappa_1\bar{H}^2 - \frac{1}{140}\bar{L}\bar{M}\bar{J}' + \frac{1}{280}\bar{M}\bar{L}' - \frac{9}{280}\bar{L}\bar{M}', \quad (3)$$

$$\bar{\varphi}_{10} = \frac{83}{225}\kappa_1^2 - \frac{4}{15}\bar{J}'' + \frac{13}{450}\bar{J}'^2 - \frac{1}{56}\kappa_1\bar{L}\bar{M}\bar{N} + \\ + \frac{9}{2800}\bar{N}\bar{L}^2\bar{J}' - \frac{1}{140}\bar{N}\bar{H}^2\bar{J}' - \frac{9}{560}\bar{N}\bar{L}\bar{L}' + \\ + \frac{13}{280}\bar{N}\bar{H}\bar{H}' + \frac{9}{5600}\bar{L}^4 H^2 - \\ - \frac{9}{560}\bar{L}^2\bar{H}^4 + \frac{81}{7000}\bar{H}^6 - \frac{1}{360}\tilde{L}^2 + \frac{17}{1260}\tilde{H}^2.$$

Члены, исчезающие в нерелятивистском пределе, отмечены символом тильда.

Уравнение трубки тока. Дифференциальное уравнение трубки тока имеет вид

$$\frac{dl}{ds} = \frac{v_l}{h_2 v_s}, \quad (4)$$

где h_k – коэффициенты Ляме системы s, l, x:

$$h_1 = 1, \quad h_2 = 1 - \kappa_1 s, \quad h_3 = 1. \quad (5)$$

Решение уравнения (4) определяется формулой

$$\bar{l} = l - l_0 = \alpha_4 s^{4/3} + \alpha_5 s^{5/3} + \ldots + \alpha_9 s^{9/3} + \ldots, \quad (6)$$

причем при сохранении члена с коэффициентом α_9 в (6) функции $\bar{V}_3, \bar{V}_4$ должны быть разложены в окрестности точки старта $l = l_0$:

$$\bar{V}_3(l) = \bar{V}_3(l_0) + \bar{V}_3'(l_0)\bar{l} = \\ = -\bar{N} + \left(\frac{1}{3}\bar{N}\bar{J}' - \frac{2}{9}\tilde{U}_2^2\right)\left(\alpha_4 s^{4/3} + \alpha_5 s^{5/3}\right), \\ \bar{V}_4(l) = \bar{V}_4(l_0) + \bar{V}_4'(l_0)\bar{l} = \frac{3}{4}\bar{L}\bar{M} + \\ + \frac{3}{4}\left(-\frac{2}{3}\bar{L}\bar{M}\bar{J}' + \bar{M}\bar{L}' + \bar{L}\bar{M}'\right)\alpha_4 s^{4/3}. \quad (7)$$

Коэффициенты α_k в (6) и выражения в правых частях (7) являются константами, соответствующими точке старта l_0:

$$\alpha_4 = -\frac{3}{4}\bar{N}, \quad \alpha_5 = \frac{9}{20}\bar{L}\bar{M},$$

$$\alpha_6 = \frac{1}{10}\bar{J}' + \frac{9}{40}\left(\bar{L}^2 - \bar{H}^2\right)\bar{N},$$

$$\alpha_7 = -\frac{37}{70}\kappa_1\bar{N} + \left(\frac{27}{112}\bar{H}^2 - \frac{27}{280}\bar{L}^2\right)\bar{L}\bar{M},$$

$$\alpha_8 = \frac{21}{40}\kappa_1\bar{L}\bar{M} + \left(-\frac{9}{560}\bar{L}^2 + \frac{81}{1400}\bar{H}^2 - \frac{3}{224}\bar{N}^2\right)\bar{J}' + \\ + \frac{9}{112}\bar{L}\bar{L}' - \frac{81}{560}\bar{H}\bar{H}' + \\ + \left(-\frac{81}{2240}\bar{L}^4 + \frac{1269}{5600}\bar{L}^2\bar{H}^2 - \frac{243}{2240}\bar{H}^4\right)\bar{N} + \frac{31}{336}\bar{N}\tilde{U}_2^2, \quad (8)$$

$$\alpha_9 = \frac{1}{30}\kappa_1' + \frac{19}{150}\kappa_1\bar{J}' + \frac{353}{3360}\bar{L}\bar{M}\bar{N}\bar{J}' + \frac{877}{420}\kappa_1\bar{L}^2\bar{N} - \\ - \frac{363}{1400}\kappa_1\bar{N}\bar{H}^2 - \frac{361}{1120}\bar{M}\bar{N}\bar{L}' + \frac{143}{560}\bar{L}\bar{N}\bar{M}' + \\ + \frac{27}{2240}\bar{L}^5\bar{M} - \frac{837}{5600}\bar{L}^3\bar{H}^2\bar{M} + \\ + \frac{1593}{11200}\bar{H}^4\bar{L}\bar{M} - \frac{1}{21}\bar{L}\bar{M}\tilde{U}_2^2.$$

Введем локальные декартовы координаты X, Y, направленные по нормали и касательной к катоду в точке старта. С криволинейными координатами s, $\bar{l}$ с необходимой точностью они связаны соотношениями

$$s = X - \frac{1}{2}\kappa_1 Y^2 - \frac{1}{2}\kappa_1^2 XY^2, \\ \bar{l} = \left(1 + \kappa_1 X + \kappa_1^2 X^2\right)Y. \quad (9)$$

Уравнение трубки тока в координатах X, Y описывается формулами

$$Y = a_4 X^{4/3} + a_5 X^{5/3} + \ldots + a_9 X^{9/3};$$
$$a_4 = \alpha_4,\ \ a_5 = \alpha_5,\ \ a_6 = \alpha_6,\ \ a_7 = \alpha_7 + \frac{3}{4}\kappa_1 \bar{N}, \tag{10}$$
$$a_8 = \alpha_8 - \frac{9}{20}\kappa_1 \bar{L}\bar{M},\ \ a_9 = \alpha_9 + \frac{9}{32}\kappa_1 \bar{N}^3.$$

2. ЛОКАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Распрямляющее отображение. Перейдем от X, Y к криволинейной системе u, v, в которой граница пучка описывается уравнением $v = 0$:

$$Z \equiv X + iY = w + i\left(a_4 w^{4/3} + a_5 w^{5/3} + \ldots\right),\quad w = u + iv. \tag{11}$$

Обратное отображение определено формулой

$$\begin{gathered} w = Z - ia_4 Z^{4/3} - \left(ia_5 + \frac{4}{3}a_4^2\right)Z^{5/3} + \\ + \left(-ia_6 - 3a_4 a_5 + 2ia_4^3\right)Z^{6/3} + \\ + \left(-ia_7 - \frac{10}{3}a_4 a_6 - \frac{5}{3}a_5^2 + i\frac{65}{9}a_4^2 a_5 + \frac{268}{81}a_4^4\right)Z^{7/3}; \\ w = M\exp(iT),\ \ Z = r\exp(i\theta), \\ M^2 = u^2 + v^2,\ \ \mathrm{tg}\,T = v/u, \\ r^2 = X^2 + Y^2,\ \ \mathrm{tg}\theta = Y/X. \end{gathered} \tag{12}$$

Связь координат u, v и X, Y описывается выражениями

$$\begin{gathered} u = r\cos\theta + r^{4/3}\alpha_{4s}\sin\frac{4}{3}\theta + \\ + r^{5/3}\left(\alpha_{5c}\cos\frac{5}{3}\theta + \alpha_{5s}\sin\frac{5}{3}\theta\right) + \\ + r^2\left(\alpha_{6c}\cos 2\theta + \alpha_{6s}\sin 2\theta\right) + \\ + r^{7/3}\left(\alpha_{7c}\cos\frac{7}{3}\theta + \alpha_{7s}\sin\frac{7}{3}\theta\right), \\ v = r\sin\theta - r^{4/3}\alpha_{4s}\cos\frac{4}{3}\theta + \\ + r^{5/3}\left(-\alpha_{5s}\cos\frac{5}{3}\theta + \alpha_{5c}\sin\frac{5}{3}\theta\right) + \\ + r^2\left(-\alpha_{6s}\cos 2\theta + \alpha_{6c}\sin 2\theta\right) + \\ + r^{7/3}\left(-\alpha_{7s}\cos\frac{7}{3}\theta + \alpha_{7c}\sin\frac{7}{3}\theta\right); \\ X = u - a_4 M^{4/3}\sin\frac{4}{3}T - a_5 M^{5/3}\sin\frac{5}{3}T - \\ - a_6 M^2\sin 2T - a_7 M^{7/3}\sin\frac{5}{3}T, \\ Y = v + a_4 M^{4/3}\cos\frac{4}{3}T + a_5 M^{5/3}\cos\frac{5}{3}T + \\ + a_6 M^2\cos 2T + a_7 M^{7/3}\cos\frac{7}{3}T. \end{gathered} \tag{13}$$

Коэффициенты в (13) вычисляются в точке старта l_0 и определены формулами

$$\begin{gathered} \alpha_{4s} = -\frac{3}{4}\bar{N},\ \ \alpha_{5c} = -\frac{3}{4}\bar{N}^2,\ \ \alpha_{5s} = \frac{9}{20}\bar{L}\bar{M}, \\ \alpha_{6c} = \frac{81}{80}\bar{L}\bar{M}\bar{N},\ \ \alpha_{6s} = \frac{1}{10}\bar{J}' + \\ + \frac{9}{40}\left(\bar{L}^2 - \bar{H}^2\right)\bar{N} + \frac{27}{32}\bar{N}^3, \\ \alpha_{7c} = \frac{1}{4}\bar{N}\bar{J}' - \frac{27}{80}\bar{L}^2\bar{M}^2 + \frac{9}{16}\left(\bar{L}^2 - \bar{H}^2\right)\bar{N}^2 + \frac{67}{64}\bar{N}^4, \\ \alpha_{7s} = \frac{31}{140}\kappa_1\bar{N} - \frac{27}{280}\bar{L}^3\bar{M} + \frac{27}{112}\bar{L}\bar{M}\bar{H}^2 - \frac{117}{64}\bar{L}\bar{M}\bar{N}^2. \end{gathered} \tag{14}$$

Потенциал на трубке тока. При сохранении члена порядка $s^{10/3}$ в выражении (3) для потенциала необходимо провести разложение в окрестности точки $l = l_0$ функций φ_4 и φ_6:

$$\begin{gathered} 2\varphi_e = \left(\frac{9J}{2}\right)^{2/3} s^{4/3}\left[1 + \frac{2}{3}\bar{J}'\left(\alpha_4 s^{4/3} + \alpha_5 s^{5/3} + \alpha_6 s^{6/3}\right)\right]\times \\ \times\left\{1 + \frac{1}{10}\left[\bar{H}^2 + \left(-\frac{2}{3}\bar{H}^2\bar{J}' + 2\bar{H}\bar{H}'\right)\alpha_4 s^{4/3}\right]s^{2/3} + \right. \\ \left. + \bar{\varphi}_7 s + \bar{\varphi}_8 s^{4/3} + \bar{\varphi}_9 s^{5/3} + \bar{\varphi}_{10} s^{6/3}\right\}, \end{gathered} \tag{15}$$

где индексом e отмечено значение функции на границе.

На основании формулы для s из (9) координата s на трубке тока выражается через X следующим образом:

$$s = X\left(1 - \frac{2}{3}\kappa_1\alpha_4^2 X^{5/3} - \frac{4}{3}\kappa_1\alpha_4\alpha_5 X^2\right). \tag{16}$$

В результате для функции φ_e получаем

$$\begin{gathered} 2\varphi_e = \left(\frac{9J}{2}\right)^{2/3} X^{4/3}\left(1 + \Phi_2 X^{2/3} + \Phi_3 X^{3/3} + \right. \\ \left. + \Phi_4 X^{4/3} + \Phi_5 X^{5/3} + \Phi_6 X^{6/3}\right); \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} \Phi_2 = \frac{1}{10}\bar{H}^2,\ \ \Phi_3 = \frac{8}{15}\kappa_1, \\ \Phi_4 = -\frac{33}{70}N\bar{J}' - \frac{9}{560}\bar{L}^2\bar{H}^2 + \frac{81}{2800}\bar{H}^4 + \frac{13}{252}\tilde{U}_2^2, \\ \Phi_5 = \frac{13}{175}\kappa_1\bar{H}^2 - \frac{9}{32}\kappa_1\bar{N}^2 + \frac{41}{140}\bar{L}\bar{M}\bar{J}' + \\ + \frac{1}{280}\bar{M}\bar{L}' - \frac{9}{280}\bar{L}\bar{M}', \\ \Phi_6 = \frac{83}{225}\kappa_1^2 - \frac{4}{15}\bar{J}'' + \frac{43}{450}\bar{J}'^2 + \\ + \frac{639}{2800}\bar{N}\bar{L}^2\bar{J}' - \frac{13}{56}\bar{N}\bar{H}^2\bar{J}' + \frac{121}{280}\kappa_1\bar{L}\bar{M}\bar{N} - \\ - \frac{9}{560}\bar{N}\bar{L}\bar{L}' - \frac{29}{280}\bar{N}\bar{H}\bar{H}' + \frac{9}{5600}\bar{L}^4\bar{H}^2 - \\ - \frac{9}{560}\bar{L}^2\bar{H}^4 + \frac{81}{7000}\bar{H}^6 - \frac{1}{360}\tilde{L}^2 + \frac{17}{1260}\tilde{H}^2. \end{gathered} \tag{17}$$

Нормальная производная потенциала на трубке тока. Для вычисления производной $(\partial\varphi/\partial v)$ служат соотношения

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v}=\frac{\partial\varphi}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial v}+\frac{\partial\varphi}{\partial l}\frac{\partial l}{\partial v},\quad \frac{\partial s}{\partial v}=\frac{\partial s}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial v}+\frac{\partial s}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial v},\quad \frac{\partial l}{\partial v}=\frac{\partial l}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial v}+\frac{\partial l}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial v}. \tag{18}$$

Формулы (3), (9), (13) позволяют вычислить входящие в (18) производные. В результате получим

$$\begin{gathered}\varphi_{ve}\equiv(\partial\varphi/\partial v)_e=\varphi_4\left(\bar F_2X^{2/3}+\bar F_3X^{3/3}+\right.\\ \left.+\bar F_4X^{4/3}+\bar F_5X^{5/3}+\bar F_6X^{6/3}+\bar F_7X^{7/3}\right);\\ \bar F_2=-\frac{16}{9}a_4,\quad \bar F_3=-\frac{20}{9}a_5,\\ \bar F_4=-\frac{8}{3}a_6-\frac{8}{3}a_4\bar\varphi_6+\bar\varphi_4',\\ \bar F_5=-\frac{28}{9}a_7-\frac{4}{3}\kappa_1a_4-\frac{10}{3}\bar\varphi_6a_5-\frac{28}{9}\bar\varphi_7a_4,\\ \bar F_6=-\frac{32}{9}a_8-\frac{4}{3}\kappa_1a_5-4\bar\varphi_6a_6-\frac{35}{9}\bar\varphi_7a_5-\frac{32}{9}\bar\varphi_8a_4,\\ \bar F_7=-4a_9-\frac{4}{3}\kappa_1a_6-\frac{14}{3}\bar\varphi_6a_7-\\ -\frac{14}{3}\bar\varphi_7a_6-\frac{40}{9}\bar\varphi_8a_5+\kappa_1\bar\varphi_4'.\end{gathered} \tag{19}$$

При сохранении выписанных в (19) членов ряда после вычисления производных из (18) на границе потока имеем

$$s=u=X. \tag{20}$$

Выпишем несколько первых коэффициентов в явном виде:

$$\begin{gathered}\bar F_2=\frac{4}{3}\bar N,\quad \bar F_3=-\bar L\bar M,\quad \bar F_4=\frac{2}{5}\bar J'-\frac{3}{5}\bar L^2\bar N+\\ +\frac{4}{5}\left(\bar M^2+\bar N^2\right)\bar N;\quad \bar\varphi_4'\equiv\varphi_4'/\varphi_4=\frac{2}{3}\bar J'.\end{gathered} \tag{21}$$

Решение уравнения Лапласа. Точное решение уравнения Лапласа описывается формулой

$$2\varphi(u,v)=\operatorname{Re}\varphi_e(w)+\operatorname{Im}\int\varphi_{ve}(w)\,dw. \tag{22}$$

В окрестности кромки катода выражение (22) приобретает вид

$$\begin{gathered}\frac{2\varphi(u,v)}{\varphi_4}=\left[M^{4/3}\cos\frac{4}{3}T\right]+\left[\frac{3}{5}M^{5/3}\bar F_2\sin\frac{5}{3}T\right]+\\ +\left[\Phi_2\left(u^2-v^2\right)+\bar F_3uv\right]+\\ +\left[M^{7/3}\left(\Phi_3\cos\frac{7}{3}T+\frac{3}{7}\bar F_4\sin\frac{7}{3}T\right)\right]+\\ +\left[M^{8/3}\left(\Phi_4\cos\frac{8}{3}T+\frac{3}{8}\bar F_5\sin\frac{8}{3}T\right)\right]+\\ +\left[\Phi_5\left(u^3-3uv^2\right)+\frac{1}{3}\bar F_6\left(3u^2v-v^3\right)\right]+\\ +\left[M^{10/3}\left(\Phi_6\cos\frac{10}{3}T+\frac{3}{10}\bar F_7\sin\frac{10}{3}T\right)\right].\end{gathered} \tag{23}$$

3. РАСЧЕТ ЭКВИПОТЕНЦИАЛЕЙ

Эквипотенциаль $\varphi=\varphi_*<0$. Выразим функции M, T через полярные координаты r, θ в плоскости X, Y, пользуясь для этого формулами (13)

$$\begin{gathered}M^2=r^2\left(1+M_1r^{1/3}+M_2r^{2/3}+\ldots\right),\\ M_1=2\alpha_{4s}\sin\frac{1}{3}\theta,\\ M_2=2\left(\alpha_{5c}\cos\frac{2}{3}\theta+\alpha_{5s}\sin\frac{2}{3}\theta\right)+\alpha_{4s}^2,\\ M_3=2\left(\alpha_{6c}\cos\theta+\alpha_{6s}\sin\theta\right)+\\ +2\alpha_{4s}\left(-\alpha_{5c}\sin\frac{1}{3}\theta+\alpha_{5s}\cos\frac{1}{3}\theta\right),\\ M_4=2\left(\alpha_{7c}\cos\frac{4}{3}\theta+\alpha_{7s}\sin\frac{4}{3}\theta\right)+\\ +2\alpha_{4s}\left(-\alpha_{6c}\sin\frac{2}{3}\theta+\alpha_{6s}\cos\frac{2}{3}\theta\right)+\alpha_{5c}^2+\alpha_{5s}^2;\\ \operatorname{tg}T=\frac{v}{u}=\operatorname{tg}\theta\left(1+T_1r^{1/3}+T_2r^{2/3}+\ldots\right),\\ T_1=-\alpha_{4s}\frac{\cos\frac{1}{3}\theta}{\sin\theta\cos\theta},\\ T_2=\left(\alpha_{5c}\sin\frac{2}{3}\theta-\alpha_{5s}\cos\frac{2}{3}\theta+\alpha_{4s}^2\frac{\sin\frac{4}{3}\theta\cos\frac{1}{3}\theta}{\cos\theta}\right)\times\\ \times\frac{1}{\sin\theta\cos\theta},\quad T_3=\frac{\alpha_{6c}}{\cos\theta}-\frac{\alpha_{6s}}{\sin\theta}+\\ +\frac{1}{2}\left[\alpha_{4s}\alpha_{5c}\left(-\sin\theta\sin\frac{1}{3}\theta+\cos2\theta\right)+\right.\\ \left.+\alpha_{4s}\alpha_{5s}\left(2\sin\frac{2}{3}\theta+\sin2\theta-\sin4\theta\right)\right]\frac{1}{\sin\theta\cos^2\theta};\\ T=\theta+\Theta_1r^{1/3}+\Theta_2r^{2/3}+\ldots,\\ \Theta_1=\sin\theta\cos\theta\,T_1,\quad \Theta_2=\sin\theta\cos\theta\left(T_2-\sin^2\theta\,T_1^2\right),\\ \Theta_3=\sin\theta\cos\theta\times\\ \times\left[T_3-2\sin^2\theta\,T_1T_2+\frac{1}{3}\sin^2\theta\left(3\sin^2\theta-\cos^2\theta\right)T_1^3\right].\end{gathered} \tag{24}$$

Явные выражения для нескольких первых коэффициентов описываются формулами

$$\begin{gathered}M_1=-\frac{3}{4}\bar N\sin\frac{1}{3}\theta,\\ M_2=\left(\frac{9}{16}-\frac{3}{2}\cos\frac{2}{3}\theta\right)\bar N^2+\frac{9}{10}\bar L\bar M\sin\frac{2}{3}\theta,\\ \Theta_1=\frac{3}{4}\bar N\cos\frac{1}{3}\theta,\\ \Theta_2=-\frac{15}{32}\bar N^2\sin\frac{2}{3}\theta-\frac{9}{20}\bar L\bar M\cos\frac{2}{3}\theta.\end{gathered} \tag{25}$$

При сохранении членов порядка r^2 уравнение (23) имеет вид

$$\frac{2\varphi}{\varphi_4} = r^{4/3}\left[1 + \frac{2}{3}M_1 r^{1/3} + \left(\frac{2}{3}M_2 - \frac{1}{9}M_1^2\right)r^{2/3}\right]\times \\ \times\left[\cos\frac{4}{3}\theta - \frac{4}{3}\Theta_1 \sin\frac{4}{3}\theta\, r^{1/3} - \right. \\ \left. - \left(\frac{4}{3}\Theta_2 \sin\frac{4}{3}\theta + \frac{8}{9}\Theta_1^2 \cos\frac{4}{3}\theta\right)r^{2/3}\right] + \\ + \frac{3}{5}\bar{F}_2\left(1 + \frac{5}{6}M_1 r^{1/3}\right)\left(\sin\frac{5}{3}\theta + \frac{5}{3}\Theta_1 \cos\frac{5}{3}\theta\, r^{1/3}\right)r^{5/3} + \\ + \left(\Phi_2 \cos 2\theta + \frac{1}{2}\bar{F}_3 \sin 2\theta\right)r^2. \quad (26)$$

Для эквипотенциали $\varphi = \varphi_*$ уравнению (26) может быть придана следующая форма:

$$r^{4/3}\cos\frac{4}{3}\theta = \bar{\varphi}_* + R_5 r^{5/3} + R_6 r^2, \quad \bar{\varphi}_* \equiv 2\varphi_*/\varphi_4; \\ R_5 = \frac{1}{5}\bar{N}\sin\frac{5}{3}\theta, \\ R_6 = \frac{1}{2}\bar{N}^2\left(-\cos 4\theta + \frac{3}{4}\cos 2\theta - 2\cos\theta\cos\frac{1}{3}\theta\right) + \\ + \frac{3}{10}\bar{L}\bar{M}\left(\sin 4\theta - \frac{2}{3}\sin 2\theta + 2\sin\theta\cos\frac{1}{3}\theta\right). \quad (27)$$

Разрешая (27) относительно $r(\theta)$ итеративно, получаем соотношения, описывающие отрицательную эквипотенциаль в нулевом, первом и втором приближениях:

$$r_0 = \left(\bar{\varphi}_* \Big/ \cos\frac{4}{3}\theta\right)^{3/4}, \quad r_1 = r_0\left(1 + G_1 r_0^{1/3}\right), \\ r_2 = r_0\left(1 + G_1 r_0^{1/3} + G_2 r_0^{2/3}\right); \quad (28) \\ G_1 = \frac{3}{4}R_5\Big/\cos\frac{4}{3}\theta, \quad G_2 = \frac{3}{4}R_6\Big/\cos\frac{4}{3}\theta + \frac{3}{2}G_1^2.$$

В нулевом приближении поверхность $\varphi = \varphi_* < 0$ соответствует плоскому диоду, в первом приближении решение возмущается за счет компоненты $\bar{N}$ магнитного поля, во втором приближении свой вклад вносят $\bar{N}^2$ и комбинация $\bar{L}\bar{M}$, отличная от нуля для вихревого течения.

Вычислим кривизну эквипотенциали $\varphi = \varphi_* < 0$ в первом приближении

$$k_1 = \frac{r_1^2 + 2r_1'^2 - r_1 r_1''}{\left(r_1^2 + r_1'^2\right)^{3/2}} = \\ = k_0\left\{1 - \left[\left(\frac{20}{9} + \frac{11}{27}\cos\frac{8}{3}\theta\right)G_1 - \frac{31}{18}\sin\frac{8}{3}\theta G_1'\right]r_0^{1/3}\right\}, \\ k_0 = -\frac{1}{3}\frac{\cos\frac{4}{3}\theta}{r}, \quad G_1 = \frac{3}{20}\bar{N}\frac{\sin\frac{5}{3}\theta}{\cos\frac{4}{3}\theta}, \quad (29) \\ G_1' = \frac{3}{20}\bar{N}\left(\frac{1}{3}\frac{\cos\frac{5}{3}\theta}{\cos\frac{4}{3}\theta} + \frac{4}{3}\frac{\cos\frac{1}{3}\theta}{\cos^2\frac{4}{3}\theta}\right),$$

где k_0 – кривизна эквипотенциали для плоского диода.

На линии симметрии $\theta = 3\pi/4$ одномерного решения имеем

$$k_1\left(\frac{3\pi}{4}\right) = k_0\left(1 - \frac{71}{180\sqrt{2}}\bar{N}r_0^{1/3}\right) \approx \\ \approx k_0\left(1 - 0.279\bar{N}r_0^{1/3}\right). \quad (30)$$

Отрицательные значения потенциала по модулю возрастают на ней по закону

$$2\varphi\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \varphi_4 \times \\ \times\left[-r^{4/3} + \frac{1}{5\sqrt{2}}\bar{N}r^{5/3} + \left(\bar{N}^2 + \frac{1}{2}\bar{L}\bar{M}\right)r^2\right]. \quad (31)$$

При $\bar{N}$, $\bar{L}\bar{M} > 0$ магнитное поле замедляет этот процесс.

Нулевая эквипотенциаль. Запишем уравнение эквипотенциали $\varphi = 0$ в координатах u, v и X, Y в следующем виде:

$$v = \beta_3 u + \beta_4 u^{4/3} + \beta_5 u^{5/3} + \ldots, \\ Y = b_3 X + b_4 X^{4/3} + b_5 X^{5/3} + \ldots \quad (32)$$

В силу конформности отображений (11), (12) коэффициенты β_3 и b_3 равны и имеют смысл тангенса угла наклона кривой $\varphi = 0$ к границе пучка в точке старта:

$$\beta_3 = b_3 = \mathrm{tg}\vartheta. \quad (33)$$

Выпишем разложения для первых комплексов из (23), заключенных в квадратные скобки, на линии $\varphi = 0$:

$$\frac{v}{u} = \beta_3 + \beta_4 u^{1/3} + \beta_5 u^{2/3} + \ldots \quad (34)$$

Главным членом в уравнении $\varphi = 0$ является

$$u^{4/3}a^{2/3}\cos\frac{4}{3}\vartheta = 0, \quad a = 1 + \beta_3^2. \quad (35)$$

Уравнение (35) имеет два корня, соответствующие ветвям эквипотенциали $\varphi = 0$ в первом и третьем квадрантах, причем второй корень определяет боковую поверхность катода

$$\cos\frac{4}{3}\vartheta = 0, \quad \vartheta = \frac{3\pi}{8}, \ \frac{9\pi}{8}; \quad \sin\frac{4}{3}\vartheta = \sigma = \pm 1. \quad (36)$$

Для функции T имеем следующее разложение:

$$T = \vartheta + \bar{x}, \\ \bar{x} = \frac{1}{a}x - \frac{\beta_3}{a^2}x^2 + \frac{3\beta_3^2 - 1}{a^3}x^3 + \frac{\beta_3 - \beta_3^3}{a^4}x^4, \\ x = \beta_4 u^{1/3} + \beta_5 u^{2/3} + \beta_6 u^{3/3} + \beta_7 u^{4/3}. \quad (37)$$

Первый комплекс в (23) с учетом соотношений (36), (37) приобретает вид

$$M^{4/3}\cos\frac{4}{3}\theta = \sigma u^{4/3}a^{2/3}\times$$
$$\times\left\{-\frac{4}{3}\frac{\beta_4}{a}u^{1/3}+\left(-\frac{4}{3}\frac{\beta_5}{a}-\frac{4}{9}\frac{\beta_3\beta_4^2}{a^2}\right)u^{2/3}+\right.$$
$$+\left[-\frac{4}{3}\frac{\beta_6}{a}-\frac{8}{9}\frac{\beta_3\beta_4\beta_5}{a^2}+\frac{28}{27}\frac{\beta_3^2\beta_4^3}{a^3}+\right. \tag{38}$$
$$\left.\left.+\frac{1}{a^3}\left(\frac{68}{81}-\frac{8}{9}a\right)\beta_4^3\right]u^{3/3}\right\}.$$

Для второго комплекса имеем

$$\frac{3}{5}\bar{F}_2M^{5/3}\sin\frac{5}{3}T = \frac{3}{5}\bar{F}_2u^{5/3}a^{5/6}\times$$
$$\times\left\{\sin\frac{5}{3}\vartheta+\left(\frac{5}{3}\frac{\beta_4}{a}\cos\frac{5}{3}\vartheta+\frac{5}{3}\frac{\beta_3\beta_4}{a}\sin\frac{5}{3}\vartheta\right)u^{1/3}+\right.$$
$$+\left[\left(\frac{5}{3}\frac{\beta_5}{a}+\frac{10}{9}\frac{\beta_3\beta_4^2}{a^2}\right)\cos\frac{5}{3}\vartheta+\right. \tag{39}$$
$$\left.\left.+\left(\frac{5}{6}\frac{2\beta_3\beta_5+\beta_4^2}{a}-\frac{5}{18}\frac{\beta_3^2\beta_4^2}{a^2}-\frac{25}{18}\frac{\beta_4^2}{a^2}\right)\sin\frac{5}{3}\vartheta\right]u^{2/3}\right\}.$$

Третий и четвертый комплексы определены формулами

$$\Phi_2\left(u^2-v^2\right)+\bar{F}_3uv =$$
$$= u^{6/3}\left\{\left[\Phi_2\left(1-\beta_3^2\right)+\bar{F}_3\beta_3\right]+\left(-2\Phi_2\beta_3\beta_4+\bar{F}_3\beta_4\right)u^{1/3}\right\},$$
$$M^{7/3}\left(\Phi_3\cos\frac{7}{3}\theta+\frac{3}{7}\bar{F}_4\sin\frac{7}{3}\theta\right) = \tag{40}$$
$$= u^{7/3}a^{7/6}\left(\Phi_3\cos\frac{7}{3}\vartheta+\frac{3}{7}\bar{F}_4\sin\frac{7}{3}\vartheta\right).$$

Записывая балансы членов порядка $u^{4/3}$, $u^{5/3}$, $u^{6/3}$, $u^{7/3}$в (23), получаем уравнения для определения коэффициентов β_k из (32):

$$\beta_4 = \frac{3}{5}a^{7/6}\bar{N}\cos\frac{1}{3}\vartheta,$$
$$\beta_5 = \sigma a^{1/3}\left[\frac{3}{40}\left(1-\beta_3^2\right)\bar{H}^2-\frac{3}{4}\beta_3\bar{L}\bar{M}\right]-$$
$$-a^{4/3}\bar{N}^2\cos\frac{1}{3}\vartheta\left(\frac{12}{25}\beta_3\cos\frac{1}{3}\vartheta-\frac{3}{5}\sin\frac{1}{3}\vartheta\right),$$
$$\beta_6 = \sigma a^{3/2}\bar{N}\cos\frac{1}{3}\vartheta\left(-\frac{9}{100}\beta_3\bar{H}^2-\frac{9}{20}\bar{L}\bar{M}\right)+$$
$$+a^{3/2}\left[-\frac{2}{5}\kappa_1\sin\vartheta+\right. \tag{41}$$
$$\left.+\left(\frac{9}{70}\bar{J}'-\frac{27}{140}\bar{L}^2\bar{N}+\frac{9}{35}\bar{N}\bar{H}^2\right)\cos\vartheta\right]+$$
$$+\frac{3}{5}a^{1/6}\beta_5\bar{N}\frac{\sin\frac{2}{3}\vartheta}{\cos\vartheta}+\frac{3}{5}a^{1/6}\beta_4^2\bar{N}\times$$
$$\times\left(-\frac{10}{9}\frac{\beta_3}{a}\sin\frac{1}{3}\vartheta+\frac{5}{9}\sigma\sin\frac{2}{3}\vartheta\cos\frac{1}{3}\vartheta\right).$$

Переход к локальным декартовым координатам. Для вычисления коэффициентов b_k в (32), определяющих конфигурацию эквипотенциали $\varphi = 0$ в системе X, Y, необходимо записать функции u, v из (13) на этой линии:

$$\frac{Y}{X} = b_3+b_4X^{1/3}+b_5X^{2/3}+b_6X^{3/3}. \tag{42}$$

Для первой из них получаем

$$u = X+u_4X^{4/3}+u_5X^{5/3}+u_6X^{6/3},$$
$$u_4 = \sigma a^{4/3}a_4,\quad u_5 = a^{5/6}a_5\sin\frac{5}{3}\vartheta+$$
$$+\frac{4}{3}\sigma a^{-1/3}b_3b_4a_4-\frac{4}{3}a^{5/6}a_4^2\cos\frac{5}{3}\vartheta,$$
$$u_6 = 2b_3\left(a^6-2a_4^3\right)-3a_4a_5\left(1-b_3^2\right)+ \tag{43}$$
$$+\frac{5}{3}a^{-1/6}b_4a_5\frac{\cos\frac{2}{3}\vartheta}{\cos\vartheta}+$$
$$+\sigma a^{-1/3}\left[\frac{2}{3}\left(2b_3b_5+b_4^2\right)-\frac{4}{9}\frac{b_3^2b_4^2}{a}-\frac{8}{9}\frac{b_4^2}{a}\right]a_4+$$
$$+\frac{20}{9}a^{-1/6}b_4a_4^2\frac{\sin\frac{2}{3}\vartheta}{\cos\vartheta}.$$

Переменная v из (13) на границе потока (42) имеет вид

$$v = Y+v_4X^{4/3}+v_5X^{5/3}+v_6X^{6/3},$$
$$v_4 = 0,\quad v_5 = -a^{5/6}\times$$
$$\times\left(a_5\cos\frac{5}{3}\vartheta+a_4^2\sin\frac{5}{3}\vartheta\right)+\frac{4}{3}\sigma a^{-1/3}b_4a_4,$$
$$v_6 = \left(-a_6+2a_4^3\right)\left(1-b_3^2\right)-6a_4a_5b_3+ \tag{44}$$
$$+\frac{5}{3}a^{-1/6}b_4a_5\frac{\sin\frac{2}{3}\vartheta}{\cos\vartheta}+\sigma a^{-1/3}\left(\frac{4}{3}b_5+\frac{4}{9}\frac{b_3b_4^2}{a}\right)a_4-$$
$$-\frac{20}{9}a^{-1/6}b_4a_4^2\frac{\cos\frac{2}{3}\vartheta}{\cos\vartheta}.$$

Приравнивая функции v в (32) и (44), получаем уравнения для определения коэффициентов b_k:

$$v = Y+v_5X^{5/3}+v_6X^{6/3} =$$
$$= \left(b_3X+b_4X^{4/3}+b_5X^{5/3}+b_6X^{6/3}\right)+$$
$$+\left(v_5X^{5/3}+v_6X^{6/3}\right) =$$
$$= \beta_3\left(X+u_4X^{4/3}+u_5X^{5/3}+u_6X^{6/3}\right)+ \tag{45}$$
$$+\beta_4X^{4/3}\left[1+\frac{4}{3}u_4X^{4/3}+\left(\frac{4}{3}u_5+\frac{2}{9}u_4^2\right)X^{2/3}\right]+$$
$$+\beta_5X^{5/3}\left(1+\frac{5}{3}u_4X^{1/3}\right)+\beta_6X^{6/3},$$

$$b_4 = \beta_3 u_4 + \beta_4,\ \ b_5 = \beta_3 u_5 + \frac{4}{3}\beta_4 u_4 + \beta_5 - v_5,$$

$$b_6 = \beta_3 u_6 + \beta_4\left(\frac{4}{3}u_5 + \frac{2}{9}u_4^2\right) + \frac{5}{3}\beta_5 u_4 + \beta_6 - v_6.$$

В явном виде коэффициенты b_k имеют вид

$$\begin{aligned}
b_4 &= -\frac{3}{20}\sigma\beta_3\left(1+\beta_3^2\right)^{4/3}\bar{N},\ \ 1+\beta_3^2 = \frac{1}{\cos^2\vartheta},\\
b_5 &= \left(1+\beta_3^2\right)^{1/3}\left\{\frac{3}{40}\sigma\left(1-\beta_3^2\right)\left(\bar{L}+\bar{M}\right)\bar{M} + \right.\\
&+\left[\frac{3}{40}\sigma - \frac{51}{100}\beta_3 - \frac{3}{40}\sigma\beta_3^2 - \frac{21}{100}\beta_3^3 + \right.\\
&\left.\left.+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{9}{40}+\frac{9}{56}\sigma\beta_3 + \frac{9}{20}\beta_3^3 + \frac{6}{25}\sigma\beta_3^3\right)\right]\bar{N}^2\right\},\\
b_6 &= -\frac{2}{5}\beta_3\left(1+\beta_3^2\right)\kappa_1 + \frac{8}{35}\left(1+\beta_3^2\right)\bar{J}' + \\
&+\frac{9}{280}\left(1+\beta_3^2\right)\bar{L}^2\bar{N} + \left[\left(\frac{27}{160}+\frac{9}{100}\sigma\right)\beta_3^4 + \right.\\
&\left.+\left(\frac{9}{280}+\frac{9}{100}\sigma\right)\beta_3^2 - \frac{153}{1120} + \frac{27}{200}\sigma\left(1-\beta_3^4\right)\frac{1}{\sqrt{2}}\right]\bar{M}^2\bar{N} + \\
&+\left[\left(\frac{9}{160}\sigma\beta_3^4 + \frac{9}{40}\beta_3^3 - \frac{171}{40}\beta_3 + \frac{99}{800}\sigma\right) - \right.\\
&\left.-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{81}{160}\beta_3^4 + \frac{27}{80}\sigma\beta_3^3 + \frac{9}{10}\beta_3^2 + \frac{27}{80}\sigma\beta_3 + \frac{171}{80}\right)\right]\times\\
&\times\bar{L}\bar{M}\bar{N} + \left[\left(-\frac{267}{50}+\frac{411}{400}\sigma\right)\beta_3^5 - \frac{201}{4000}\beta_3^4 + \right.\\
&+\left(-\frac{57}{25}+\frac{81}{1000}\sigma\right)\beta_3^3 + \left(-\frac{727}{28000}+\frac{3}{100}\sigma\right)\beta_3^2 + \\
&+\left(\frac{153}{50}-\frac{393}{2000}\sigma\right)\beta_3 + \frac{4411}{7000} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{153}{500}\beta_3^5 + \right.\\
&\left.\left.+\frac{9}{100}\sigma\beta_3^4 - \frac{213}{250}\beta_3^3 + \frac{9}{50}\sigma\beta_3^2 - \frac{273}{500}\beta_3 + \frac{9}{100}\sigma\right)\right]\bar{N}^3.
\end{aligned}\tag{46}$$

4. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ОРИЕНТАЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Магнитное сопровождение. В работе [10] показано, что в случае криволинейных траекторий идеальное магнитное сопровождение, при котором частицы движутся по силовым линиям магнитного поля, в принципе невозможно, так как выполнение этого условия переопределяет систему уравнений, описывающих пучок. Максимально близким к идеальному варианту является отсутствие поперечных компонент поля на одной траектории (оси пучка) и на стартовой поверхности. В рассматриваемой локальной задаче при $M = N = 0$, $L \neq 0$ справедливы результаты рассмотрения электростатических течений [4].

Планарный гиротрон. В случае плоского магнитного поля

$$L, M \neq 0,\quad \bar{N} = 0 \tag{47}$$

отрицательные эквипотенциали определены уравнением

$$\begin{aligned}
r = \frac{\bar{\varphi}_*}{\cos\frac{4}{3}\vartheta}&\left[1 + \frac{9}{40}\frac{\bar{L}\bar{M}}{\cos\frac{4}{3}\vartheta}\times\right.\\
&\left.\times\left(\sin 4\theta - \frac{2}{3}\sin 2\theta + 2\sin\theta\cos\frac{1}{3}\vartheta\right)\sqrt{\frac{\bar{\varphi}_*}{\cos\frac{4}{3}\vartheta}}\right].
\end{aligned}\tag{48}$$

Кривые $\varphi = 0$ описываются соотношением

$$\begin{aligned}
Y = \beta_3 X + \left(1+\beta_3^2\right)^{1/3}&\left\{\frac{3}{40}\sigma\left(1-\beta_3^2\right)\left(\bar{L}+\bar{M}\right)\bar{M}X^{5/3} + \right.\\
&\left.+\left[-\frac{2}{5}\beta_3\left(1+\beta_3^2\right)\kappa_1 + \frac{8}{35}\left(1+\beta_3^2\right)\bar{J}'\right]X^{6/3}\right\}.
\end{aligned}\tag{49}$$

Эквипотенциаль в первом квадранте описывается формулой

$$\begin{aligned}
Y &= 2.414X + 0.687\left(\bar{L}+\bar{M}\right)\bar{M}X^{5/3} + \\
&+\left(-6.594\kappa_1 + 1.561\bar{J}'\right)X^{6/3},\quad X > 0.
\end{aligned}\tag{50}$$

Для боковой формы катода имеем

$$\begin{aligned}
Y &= 0.414X - 0.687\left(\bar{L}+\bar{M}\right)\bar{M}X^{5/3} + \\
&+\left(-6.594\kappa_1 + 1.561\bar{J}'\right)X^{6/3},\quad X < 0.
\end{aligned}\tag{51}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализация профилированного теплового зазора в соответствии с требованиями теории улучшает качество пучка, приводит к уменьшению токоперехвата на элементы конструкции, что особенно важно для мощных приборов, используемых в технологических установках различного профиля.

Выполнение зазора в виде щели постоянной ширины, параллельной оси потока, ставит под сомнение результаты математического моделирования при использовании программ траекторного анализа, особенно при расчетах пучков с высокой компрессией. Установившаяся практика задания теплового зазора, как и предложение управлять сходимостью потока за счет уменьшения угла наклона нулевого формирующего электрода, является абсурдной и подобна замене закона $\varphi \sim x^{4/3}$ вблизи эмитирующей поверхности произвольной функцией, не имеющей физического смысла, например, $\varphi = 1 - \exp\left(-x^2\right)$ [2].

Полученные выше соотношения позволяют синтезировать профилированный тепловой зазор, образованный эквипотенциалью $\varphi = \varphi_* < 0$ и второй ветвью эквипотенциали $\varphi = 0$ в третьем квадранте, определяющей боковую поверхность катода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Данилов В.Н., Сыровой В.А.* // РЭ. 1976. Т. 21. № 2. С. 418.
2. *Акимов П.И., Никитин А.П., Сыровой В.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2018. № 1. С. 32.
3. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2006. Т. 51. № 7. С. 879.
4. *Акимов П.И., Невский П.В., Сыровой В.А.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 1. С. 98.
5. *Сыровой В.А.* Теория интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
6. *Сапронова Т.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1106.
7. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 3. С. 263.
8. *Сапронова Т.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1116.
9. *Сыровой В.А.* Введение в теорию интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
10. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 5. С. 617.