## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

# ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ВЫПУКЛО-ВОГНУТОМ НАНОЦИЛИНДРЕ ИЗ СЕРЕБРА

© 2021 г. А. П. Анютин\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

> \**E-mail: anioutine@mail.ru* Поступила в редакцию 03.01.2020 г. После доработки 03.01.2020 г. Принята к публикации 15.02.2020 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны *TM*-типа на цилиндрической наноструктуре из серебра, контур поперечного сечения которой представляет собой выпукло-вогнутую кривую (овал Кассини). В световом диапазоне длин волн 300 нм <  $\lambda$  < 900 нм строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что в области квазистатики kD < 1 ( $k = 2\pi/\lambda$ , D – максимальный размер структуры,  $\lambda$  – длина волны) наличие вогнутости контура рассеивателя приводит к образованию дополнительных (по сравнению со случаем выпуклого контура) максимумов поперечника рассеяния. Обнаружено уменьшение значения минимума поперечника рассеяния на три-четыре порядка.

DOI: 10.31857/S0033849421060024

### **ВВЕДЕНИЕ**

Как известно, дифракция электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн 300 нм  $< \lambda < 900$  нм сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так и существованием их резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. В [1] отмечалось, что нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитях) с постоянной или переменной кривизной, но постоянным знаком кривизны исследовались в целом ряде работ. Так, было показано, что цилиндры с круглым сечением реализуют резонансы плазмонов в ультрафиолетовой части спектра [1]. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. В работе [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины. При этом предполагалось, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, образованные круговыми, эллиптическими цилиндрами или прямоугольными пластинами, рассматривались в работах [5–10].

Цель данной работы — исследовать особенности плазмонных резонансов в 2D-наноструктурах из серебра в случае, когда контур поперечного сечения структуры имеет не только переменную кривизну, но и изменение знака кривизны.

### 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной линейно-поляризованной волны на двумерной цилиндрической диэлектрической структуре, контур поперечного сечения которого представляет собой овал Кассини. Как известно, такой контур обладает не только переменной кривизной, но и изменением знака кривизны. Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора ( $\cos \varphi_0$ ,  $\sin \varphi_0$ , 0) и характеризуется в цилиндрической системе координат  $r, \varphi$  следующими компонентами электромагнитного поля:

$$H_z^0 = \exp[-ikr\cos(\varphi - \varphi_0)],$$
  

$$E_{\varphi}^0 = \eta\cos(\varphi - \varphi_0)\exp[-ikr\cos(\varphi - \varphi_0)], \qquad (1)$$
  

$$E_r^0 = \eta\sin(\varphi - \varphi_0)\exp[-ikr\cos(\varphi - \varphi_0)].$$



Рис. 1. Геометрия задачи и контуров поперечного сечения рассеивателя:  $\lambda = 400$  нм,  $kb = 0.2\pi$ , a = 0.7b (*I*), 0.9b (*2*), 0.96b (*3*), 0.99b (*4*), 0.999b (5).

Зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega = kc$  — круговая частота,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число свободного пространства, c — скорость света в вакууме,  $\lambda$  — длина волны,  $\eta = 120\pi$  Ом — волновое сопротивление вакуума.

Контур поперечного сечения  $r_S(\varphi)$  структуры в цилиндрической системе координат  $r, \varphi$  описывается формулой

$$r_{S}(\phi) = a \left( \sqrt{\cos 2\phi + \sqrt{\cos^{2} 2\phi + b^{4}/a^{4} - 1}} \right), \quad (2)$$
$$a^{2} < b^{2}.$$

Отметим, что, изменяя отношение параметров b/a(при фиксированном b), можно изменять степень "вогнутости" контура (2) рассеивающей структуры. На рис. 1 изображены контуры поперечного сечения структуры при  $\lambda = 400$  нм и для различных значений параметров  $kb = 0.2\pi$ , a = 0.7b, 0.9b, 0.96b, 0.99b, 0.999b. Считается, что среда структуры представляет собой серебро. При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_c(\lambda) = \varepsilon' - i\varepsilon'' \equiv \text{Re}(\varepsilon_c) - i \text{Im}(\varepsilon_c)$  серебра рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [11] кубическими сплайнами.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структур, изображенных на рис. 1, имеет вид

$$\varepsilon(r, \varphi) = \begin{cases} \varepsilon_c, & r < r_S(\varphi), \\ 1, & r > r_S(\varphi). \end{cases}$$
(3)

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя *z*-компоненту  $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$  магнитного поля, так как краевая задача для функции  $U(r, \varphi)$  является скалярной. Полное поле  $U(r, \varphi)$ , т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-постоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k^2 \varepsilon(r,\phi)\right] U(r,\phi) = 0.$$
(4)

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию  $U(r, \phi)$ 

$$E_{\varphi}(r,\varphi) = -\frac{\eta}{ik\varepsilon(r,\varphi)} \frac{\partial U(r,\varphi)}{\partial r},$$
  

$$E_{r}(r,\varphi) = \frac{\eta}{ik\varepsilon(r,\varphi)} \frac{\partial U(r,\varphi)}{\partial \varphi}.$$
(5)

На границах структуры должны быть непрерывны величины U и  $\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial U}{\partial N}$ , где  $\frac{\partial U}{\partial N}$  – производная по направлению нормали к границе раздела сред.

Как уже отмечалось, полное поле  $U(r, \varphi)$  вне структуры состоит из падающего  $(U^0)$  и рассеянного  $(U^s)$  полей

$$U(r,\phi) = U^{0}(r,\phi) + U^{s}(r,\phi).$$
 (6)

Падающее поле задано функцией

$$U^{0} = \exp[-ikr\cos(\varphi - \varphi_{0})].$$
<sup>(7)</sup>

Рассеянное поле  $U^{s}(r, \varphi)$  в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi)$ , где  $x = r \cos \varphi$  и  $y = r \sin \varphi$ , в дальней зоне  $(kr \to \infty)$  должно удовлетворять условию излучения

$$U^{s} = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \tag{8}$$

где  $\Phi(\phi)$  – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния  $\sigma_s$  определяется формулой

$$\sigma_{S} = \frac{2}{\pi k} \int_{0}^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^{2} d\varphi.$$
(9)

### 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводили модифицированным методом дискретных источников [12, 13]. При этом точность решения задачи контролировали путем вычисления невязки  $\delta$  граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [12]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину  $\delta < 10^{-3}$ .



**Рис. 2.** Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для овала Кассини при b = 40 нм и a = 0.7b (a), 0.96b (б), 0.99b (в), 0.99b (г) и различных углах падения плоской волны:  $\varphi_0 = 0$  (l),  $\pi/6$  (2),  $\pi/4$  (3),  $\pi/3$  (4),  $\pi/2$  (5).

На рис. 2а представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  при параметрах овала Кассини a = 0.7b, b = 40 нм (см. кривую *I* на рис. 1) и различных углах падения плоской волны :  $\varphi_0 = 0$ ,  $\pi/6$ ,  $\pi/4$ ,  $\pi/3$ ,  $\pi/2$ . Из результатов, изображенных на рис. 2a, следует, что рассеивающая наноструктура, контур которой не содержит точек изменения знака кривизны и является чисто выпуклым, имеет только один максимум поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ . При этом положение максимума поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  слабо зависит от угла падения  $\varphi_0$  плоской волны и располагается в диапазоне значений длин волн 335 нм <  $\lambda < 370$  нм. Рисунки 26–2г иллюстрируют аналогичные результаты для параметров овала Кассини a = 0.96b, b = 40 нм, a = 0.99b, b = 40 нм и a = 0.999b, b = 40 нм (см. кривые 2–5 на рис. 1) соответственно. При таких значениях параметров a, b контур поперечного сечения структуры имеет точки изменения знака кривизны и имеет разную степень "вогнутости". Из результатов, представленных на рис. 26–2г следует, что наличие "вогнутости" контура рассивателя приводит к существованию двух максимумов поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ . Увеличение степени "вогнутости" контура рассивателя как на значении амплитуд максимумов поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ , так и



**Рис. 3.** Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при a = 0.999b, b = 40 нм,  $\varphi_0 = \pi/4$  и различных потерях серебра: Im( $\varepsilon_c$ ) (1), 0.1Im( $\varepsilon_c$ ) (2) и 0.001 Im( $\varepsilon_c$ ) (3).

на их смещении относительно друг друга (увеличении их взаимного расположения). Далее будет показано, что правый максимум поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  на рис. 2а связан с существованием дипольного резонанса плазмонов. Левый максимум поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  — наличием квадрупольного резонанса плазмонов. Отметим, что увеличение угла падения  $\phi_0$  приводит к расщеплению максимума поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ , связанного с квадрупольным резонансом. Это свидетельствует о том, что имеет место вырождение квадрупольного резонанса плазмонов. Кроме того, отметим существование нескольких точек пересечения всех кривых поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ .

Для понимания происхождения этих максимумов  $k\sigma_s$  на рис. 3 приведены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ при a = 0.999b, b = 40 нм,  $\phi_0 = \pi/4$  и различных значениях мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра, которые определяют потери среды. Из этого рисунка, а также расчетов структуры ближнего поля структуры, представленных ниже на рис. 4-6, следует, что при малых значениях потерь среды  $(Im(\varepsilon) \leq Im(\varepsilon_c))$ можно наблюдать как дипольный резонанс, так и расщепленный мультипольный (квадрупольный) резонанс. Кроме того, из рис. 3 видно, что для реальных значений потерь серебра Im(є) у такой структуры первый (правый) максимум поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  соответствует дипольному резонансу, а второй (левый) максимум – резуль-



**Рис. 4.** Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для овала Кассини при b = 20 нм и a = 0.96b (a), 0.999b (б) и различных углах падения плоской волны:  $\varphi_0 = 0$  (1),  $\pi/6$  (2),  $\pi/4$  (3),  $\pi/3$  (4),  $\pi/2$  (5).

тат слияния расщепленных мультипольных резонансов.

На рис. 4а,46 представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  для двух структур с параметрами a = 0.96b, b = 20 нм, a = 0.999b, b = 20 нм. Отметим, что размеры таких структур в два раза меньше, чем у структур, рассмотренных выше. При этом углы падения плоской волны  $\varphi_0$  полагались равными:  $\varphi_0 = 0$ ,  $\pi/6$ ,  $\pi/4$ ,  $\pi/3$ ,  $\pi/2$  соответственно. Из рис. 4a, 46 следует, что и для структур с такими размерами основные тенденции в поведении поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ , отмеченные выше, сохраняются. Однако из кривых, приведенных на этих рисунках, видно, что наличие достаточно сильной "вогнутости" может приводить к уменьшению мини-

562



**Рис. 5.** Пространственное распределение линий равных амплитуд модуля компоненты  $H_z$  поля структуры с параметрами a = 0.999b, b = 20 нм, угле падения  $\varphi_0 = \pi/4$ , при длине волны  $\lambda = 581$  (а) и 360.43 нм (б).

мума поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  приблизительно на четыре порядка.

На рис. 5а, 5б, 6 представлены результаты расчета пространственного распределения линий равного уровня для структуры с параметрами a = 0.999b, b = 40 нм,  $\phi_0 = \pi/4$  и трех длин волн  $\lambda = 340$  нм, 360.43 нм, 581 нм соответственно. Отметим, что указанным длинам волн отвечают максимумы поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  (см. кривую *3* на рис. 2г). Данные, приведенные на рис. 5а,



**Рис. 6.** Пространственное распределение линий равных амплитуд модуля компоненты  $H_z$  поля структуры с параметрами a = 0.999b, b = 40 нм, угле падения  $\phi_0 = \pi/4$ , при длине волны  $\lambda = 340$  нм.



**Рис.** 7. Диаграмма рассеяния для структуры с параметрами a = 0.999b, b = 40 нм, угле падения  $\varphi_0 = \pi/4$ и следующих различных параметрах: кривая  $1 - \text{Im}(\varepsilon) = 0$ ,  $\lambda = 340$  нм, кривая  $2 - \text{Im}(\varepsilon)$ ,  $\lambda = 340$  нм, кривая  $3 - \text{Im}(\varepsilon)$ ,  $\lambda = 360.43$  нм, кривая  $4 - \text{Im}(\varepsilon)$ ,  $\lambda = 581$  нм.

56, 6 подтверждают наличие у структуры как дипольных, так и квадрупольных резонансов плазмонов, а также эффект их вырождения.

Наконец, обсудим результаты расчета диаграммы рассеяния. На рис. 7 представлены результаты расчетов диаграмм рассеяния для структуры с параметрами a = 0.999b, b = 40 нм, при угле падения плоской волны  $\phi_0 = \pi/4$  и трех длинах волн – 340, 360.43 и 581 нм. На рисунке представлены следующие случаи:  $\lambda = 340$  нм в отсутствие (кривая *1*) и в присутствии потерь серебра Im( $\varepsilon$ ) = 0 (кривая *2*);  $\lambda = 360.43$  нм в присутствии потерь серебра (кривая *3*);  $\lambda = 581$  нм в присутствии потерь серебра (кривая *4*). Из рисунка видно, что потери сказываются более сильно на мультипольном резонансе, чем на дипольном.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической 2D-структуре, представляющей наноструктуру из серебра, контур которой имеет выпукло-вогнутую границу. Строгими численными методами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Показано, что для такой структуры характерно существование нескольких резонансов поперечника рассеяния, связанных с существованием дипольных и квадрупольных резонансов плазмонов. Показано, что изменение угла падения плоской волны на такую структуру приводит к вырождению квадрупольных резонансов. Продемонстрировано влияние геометрических размеров структуры. Обнаружено уменьшение значений минимума поперечника рассеяния до величин поряд-

ка 10<sup>-4</sup> при реальных потерях серебра.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
- Velichko E.A., Nosich A.I. // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
- 3. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
- 4. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
- 5. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 35.
- 6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. //* Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
- 7. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
- Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 402.
- 9. Анютин А.П., Коршунов И.П. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1099.
- 10. Анютин А.П. // РЭ. 2020. Т. 65. № 2. С. 128.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
- 12. Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л. // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
- Anyutin A.P., Stasevich V.I. // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.