РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2021, том 66, № 6, с. 577–580

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.872.2

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИНЕРЦИОННО ДВИЖУЩИМИСЯ ПРОВОДЯЩИМИ ТЕЛАМИ

© 2021 г. С. О. Гладков*

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет – МАИ), Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993 Российская Федерация

**E-mail: Sglad51@mail.ru*

Поступила в редакцию 06.09.2020 г.
После доработки 15.10.2020 г.
Принята к публикации 20.10.2020 г.

Показано, что в условиях инерционного движения проводящих тел вокруг них возникают электромагнитные поля. На примере неравномерно движущегося металлического шара вычислена интенсивность и мощность электромагнитного излучения, возникающая в моменты торможения и разгона. Доказано, что к подобному эффекту приводит также движение проводящих тел по криволинейной траектории, благодаря возникновению центробежной силы, действующей на электроны проводимости.

DOI: 10.31857/S0033849421060115

В данной статье продолжена тематика исследований, намеченная в работах [1–3]. Отметим, что этот вопрос далеко не нов, и восходит еще к началу XX в., когда С.Л. Мандельштам и Н.Д. Папалекси (1912–1914 гг.) попытались обнаружить электронно-инерционный эффект у металлов. Опыт заключался в следующем. Если движущийся металлический образец быстро остановить, то в момент его остановки электроны проводимости будут продолжать движение по инерции. Это движение, в свою очередь, должно проявить себя, как всплеск электрического тока. Вполне аналогично подобное явление будет наблюдаться и в момент начала движения. Авторам удалось экспериментально зафиксировать этот всплеск. Аналогичный эффект наблюдался и в опытах Р. Толмена и Т. Стюарта (1923, 1926 гг.). Катушку из металлической проволоки приводили в движение, а затем резко останавливали, в результате чего в цепи фиксировался всплеск электрического тока. Правильная физическая интерпретация этого интересного явления была дана в работе [4]. Кроме того, следует также отметить и публикации [5–9]. В монографиях [10, 11] этот эффект ввиду его важности описан в отдельных параграфах.

В данной статье рассмотрим инерционно движущиеся проводящие тела. Поскольку форма движущихся тел не слишком важна, то сугубо ради конкретности в качестве объекта изучения выберем металлический шар радиусом R_0, движущийся в пространстве с переменной скоростью $\vec{u} = \vec{u}(t)$ вдоль некоторой произвольной траектории $\vec{r}_0(t)$. Ясно, что $\dot{\vec{r}}_0 = \vec{u}$.

С учетом отмеченных выше публикаций, а также согласно [11, §64] при ускоренном движении проводника в отсутствие внешних полей в нем появляется дополнительная плотность тока, и чтобы ее вычислить, можно воспользоваться методом квазиклассического кинетического уравнения, как это описано, например, в монографиях [12, 13]. Основная идея этого описания заключается в том, что при движении проводника газ свободных электронов увлекается этим движением и их функция распределения Ферми становится квазиравновесной вида

$$f = \left(\exp\left(\frac{\varepsilon - \vec{p}\vec{u}}{T}\right) + 1\right)^{-1},$$

где $\varepsilon = p^2/2m$ – кинетическая энергия электрона, а $\vec{p}$ – его импульс.

Пользуясь общим определением для плотности тока

$$\vec{j} = \frac{2e}{m(2\pi\hbar)^3}\int \vec{p} f d^3p,$$

легко показать, что отличная от нуля поправка в линейном по $\vec{u}$ приближении с учетом отмеченного в [11] дополнительного слагаемого $\tau\dot{\vec{u}}$, где τ – время релаксации электронов, приводит к следующему аддитивному выражению

$$\vec{j} = en\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right), \tag{1}$$

где e — заряд электрона, n — их концентрация, а τ — время релаксации. Подчеркнем, что первое слагаемое в (1) обязано чисто поступательному движению проводника и в общем случае по криволинейной траектории.

Как видно из формулы (1), при резких ускорениях и торможениях этот ток приведет к возникновению существенного перераспределения электромагнитных полей вне проводника, что обусловлено также и большой концентрацией электронов. Далее будет строго доказано аналитически, генерируемые неравномерно движущимся проводником электромагнитные поля приводят и к электромагнитному излучению (ЭМИ), интенсивность и мощность которого можно легко вычислить.

Следует отметить, что простейший опыт показывает: если над стрелкой компаса очень быстро махнуть металлической проволокой, как радиусом, предварительно закрыв компас стеклом, чтобы не задеть, то магнитная стрелка отклоняется.

Для решения поставленной задачи запишем для напряженностей электрического поля $\vec{e}$ и магнитного $\vec{h}$, порождаемых инерционным током (1), следующую систему уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{div}\vec{h} = 0, \\ \operatorname{div}\vec{e} = 0, \\ \operatorname{rot}\vec{h} = \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{e}}{\partial t} + \dfrac{4\pi}{c}\vec{\mathrm{j}}, \\ \operatorname{rot}\vec{e} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{h}}{\partial t}, \end{cases} \tag{2}$$

где c – скорость света в вакууме. Из первого уравнения системы (2) следует решение

$$\vec{h} = \operatorname{rot}\vec{a}, \tag{3}$$

где $\vec{a}$ – векторный потенциал, а из последнего –

$$\vec{e} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{a}}{\partial t} - \nabla\varphi, \tag{4}$$

где φ – потенциал электрического поля.

В результате с учетом (1) получаем два уравнения Даламбера соответственно однородного и неоднородного типов:

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0, \tag{5}$$

$$\Delta\vec{a} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{a}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}en\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right). \tag{6}$$

Уравнение (5) удовлетворяется решением $\varphi = \varphi_0\exp\left(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t\right)$, где частота $\omega = ck$, $\vec{k}$ – волновой вектор, а φ_0 – амплитуда. Поскольку речь идет о длинноволновых колебаниях, имеем право считать, что $\left|\vec{k}\vec{r}\right| \ll 1$, а потому

$$\varphi \approx \varphi_0\exp(-i\omega t) \tag{7}$$

и, значит, $\nabla\varphi = 0$.

Чтобы решить уравнение (6), воспользуемся методом разложения функций в интеграл Фурье, и представим их в виде

$$\vec{u}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{u}_\omega\exp(-i\omega t)\,d\omega, \tag{8}$$

$$\vec{a}(\vec{r},t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{a}_\omega(\vec{r})\exp(-i\omega t)\,d\omega, \tag{9}$$

где $\vec{u}_\omega, \vec{a}_\omega$ – соответствующие Фурье-образы оригиналов.

Подставив разложения (8) и (9) в уравнение (6), найдем

$$\Delta\vec{a}_\omega + k^2\vec{a}_\omega = -\frac{4\pi}{c}en(1 - i\omega\tau)\vec{u}_\omega. \tag{10}$$

Уравнение (10) представляет собой уравнение Гельмгольца, функция Грина которого есть (см., например, [1])

$$G(R) = -\frac{\cos kR}{4\pi R}, \tag{11}$$

где $R = \left|\vec{r} - \vec{r}_0(t) - \vec{r}\,'\right|$, здесь $\vec{r}$ – точка наблюдения, $\vec{r}_0(t)$ – траектория движения, а $\vec{r}\,'$ – произвольная точка множества $\vec{r} \in V$. Согласно (11) уравнение (10) будет иметь решение

$$\vec{a}_\omega(\vec{r}) = -\frac{en(1 - i\omega\tau)}{c}\int_V\frac{\vec{u}_\omega\cos kR}{R}dV'. \tag{12}$$

Переходя в решении (12) в соответствии с (8) и (9) к оригиналам, приходим к следующей естественной цепочке преобразований:

$$\begin{gathered} \vec{a}(\vec{r},t) = -\frac{en}{2\pi c}\int_V\int_{-\infty}^{\infty}(1 - i\omega\tau)\times \\ \times\exp(-i\omega t)\frac{\vec{u}_\omega\cos kR}{R}dV'\,d\omega = \\ = -\frac{en}{2\pi c}\int_V\frac{dV'}{R}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(1 - i\omega\tau)\vec{u}(t')\times \\ \times\exp\left(i\omega(t - t')\right)\cos kR\,dt'\,d\omega = \\ = \frac{en}{4\pi c}\int_V\frac{dV'}{R}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{u}(t')\,dt'\times \\ \times\int_{-\infty}^{\infty}(1 - i\omega\tau)\exp\left(i\omega(t - t')\right)\times \\ \times\left(\exp(ikR) + \exp(-ikR)\right)d\omega. \end{gathered}$$

Поскольку частота $\omega = ck$ (см. выше), то внутренний интеграл здесь элементарно представляется через сумму двух дельта-функций. Тогда для первого слагаемого получаем

$$\vec{a}(\vec{r},t) = -\frac{en}{2c}\int_V \frac{dV'}{R}\times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \vec{u}(t')\left[\delta\left(t' - t + \frac{R}{c}\right) + \delta\left(t' - t - \frac{R}{c}\right)\right]dt'. \tag{13}$$

Второй интеграл также просто представляется через дельта-функцию, но с учетом дифференцирования по времени. В итоге после тривиального интегрирования будем иметь

$$\vec{a}(\vec{r},t) = -\frac{en}{2c}\int_V \frac{\vec{u}(\xi) + \tau\dot{\vec{u}}(\xi) + \vec{u}(\eta) + \tau\dot{\vec{u}}(\eta)}{R}dV', \tag{14}$$

где аргументы есть $\xi = t - \frac{R}{c}, \eta = t + \frac{R}{c}$.

Поскольку $t \sim R/c$, то сумма двух функций в числителе превращается в удвоенное значение, т.е. в $2\left(\vec{u}(t) + \tau\dot{\vec{u}}(t)\right)$, и после выполнения несложного интегрирования по координатам в сферической системе координат легко находим искомое решение, описывающее распределение векторного потенциала

$$\vec{a}(\vec{r},t) = -\frac{enV}{c\left|\vec{r} - \vec{r}_0(t)\right|}\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right). \tag{15}$$

Напомним, что расстояние $r = |\vec{r}|$ отсчитывается от центра сферы.

Полученная зависимость (15) отвечает на вопрос о распределении векторного потенциала по координатам и времени, обусловленного инерционным движением электронов вместе с неравномерно движущейся проводящей сферой.

Следовательно, в соответствии с решениями (3), (4) и (7) находим, что напряженность электрического поля, обусловленная поступательным движением проводника, определяется как

$$\vec{e}(\vec{r},t) = -\frac{enV}{c^2}\times \\ \times\left[\frac{\dot{\vec{u}} + \tau\ddot{\vec{u}}}{\left|\vec{r} - \vec{r}_0(t)\right|} + \frac{\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right)\left(\left(\vec{r} - \vec{r}_0(t)\right)\cdot\vec{u}\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}_0(t)\right|^3}\right], \tag{16}$$

а магнитная, как

$$\vec{h}(\vec{r},t) = \frac{enV}{c\left|\vec{r} - \vec{r}_0(t)\right|^3}\left[\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right)\times\left(\vec{r} - \vec{r}_0(t)\right)\right]. \tag{17}$$

Таким образом, интенсивность излучения мы можем легко оценить по формуле

$$I = \frac{c}{8\pi}\left(\vec{e}^2 + \vec{h}^2\right) = \frac{(enV)^2}{2\pi c\tilde{R}^2}\left(\frac{\left(\dot{\vec{u}} + \tau\ddot{\vec{u}}\right)^2}{c^2} + \right. \\ + \frac{2\left(\dot{\vec{u}} + \tau\ddot{\vec{u}}\right)\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right)\left(\vec{u}\cdot\vec{n}\right)}{c^2\tilde{R}} + \frac{\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right)^2\left(\vec{n}\cdot\vec{u}\right)^2}{c^2\tilde{R}^2} + \\ \left. + \frac{\left[\left(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}\right)\times\vec{n}\right]^2}{\tilde{R}^2}\right). \tag{18}$$

где единичный вектор $\vec{n} = \tilde{\vec{R}}/\tilde{R}$, $\tilde{\vec{R}} = \vec{r} - \vec{r}_0(t)$.

Что касается мощности излучения шара W, то в соответствии с ее определением [4] имеем для нее $W = \int \tilde{R}^2 I dO$, где элемент телесного угла $dO = \sin\alpha d\alpha d\beta$.

В результате простого интегрирования формулы (18) по угловым переменным, первое слагаемое дает нам 4π, а вторым, третьим и четвертым слагаемыми можно пренебречь, поскольку при $\tilde{R} \to \infty$ они исчезают и не дают интересующего нас вклада в мощность излучения.

В результате получаем

$$W = \frac{2(enV)^2}{c^3}\left(\dot{\vec{u}} + \tau\ddot{\vec{u}}\right)^2. \tag{19}$$

Чтобы учесть криволинейность траектории движения шара, следует вспомнить, что скорость $\vec{u} = u\vec{\tau}$, где $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к этой траектории (не путать единичный вектор $\vec{\tau}$ со временем релаксации τ). Поэтому $\dot{\vec{u}} = \dot{u}\vec{\tau} + \frac{u^2}{\rho}\vec{n}_0$, где ρ – радиус кривизны траектории в данной точке, а $\vec{n}_0$ – единичный вектор нормали. И, значит, вторая производная даст

$$\ddot{\vec{u}} = \ddot{u}\vec{\tau} + \dot{u}\dot{\vec{\tau}} + \frac{2u\dot{u}}{\rho}\vec{n}_0 + \frac{u^2}{\rho}\dot{\vec{n}}_0 = \left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\vec{\tau} + \frac{3u\dot{u}}{\rho}\vec{n}_0. \tag{20}$$

Поэтому

$$\dot{\vec{u}} + \tau\ddot{\vec{u}} = \dot{u}\vec{\tau} + \frac{u^2}{\rho}\vec{n}_0 + \tau\left[\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\vec{\tau} + \frac{3u\dot{u}}{\rho}\vec{n}_0\right] = \\ = \left[\dot{u} + \tau\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\right]\vec{\tau} + \frac{u}{\rho}\left(u + 3\tau\dot{u}\right)\vec{n}_0. \tag{21}$$

Тогда в силу ортогональности векторов $\vec{\tau}$ и $\vec{n}_0$ вместо (19) получим

$$W = \frac{2(enV)^2}{c^3}\left\{\left[\dot{u} + \tau\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2}\left(u + 3\tau\dot{u}\right)^2\right\}. \tag{22}$$

Формулы (18)–(22) отвечают на поставленный в статье вопрос об интенсивности и мощности излучения проводящего шара в условиях его неравномерного движения.

Чтобы численно оценить W, воспользуемся следующими значениями параметров. Пусть, например, радиус шара $R_0 = 10$ см, тогда его объем будет порядка 4×10^3 см^3.

Полагая, что по порядку величины заряд электрона равен $e \sim 10^{-10}$ СГС, их концентрация $n \sim 10^{22}$ см$^{-3}$, скорость света $c \sim 10^{10}$ см/с, с помощью (22) находим

$$W = \frac{2(enV)^2}{c^3}\left\{\left[\dot{u} + \tau\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2}(u + 3\tau\dot{u})^2\right\} \sim \frac{\left(10^{-10}10^{22}10^3\right)^2}{10^{30}} \times$$
$$\times \left\{\left[\dot{u} + \tau\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2}(u + 3\tau\dot{u})^2\right\} \sim \left\{\left[\dot{u} + \tau\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2}\right)\right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2}(u + 3\tau\dot{u})^2\right\}. \quad (23)$$

В случае прямолинейного движения в условиях разгона или торможения, выбрав ускорение, равным, например, ускорению силы тяжести, т.е. $\dot{u} \sim g \sim 10^3$ см/с^2, из (23) получим, что мощность излучения при свободном падении составит примерно 10^6 эрг/с или 10^{-1} Вт.

Таким образом, показано, что при инерционном движении любые проводящие тела должны излучать электромагнитные волны; дана оценка интенсивности и мощности этого излучения, и приведены ее численные оценки.

Отметим также, что подобный эффект излучения должен наблюдаться и для непроводящих материалов, однако в этом случае он будет довольно незначительным ввиду сравнительно малой концентрации свободных электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гладков С.О.* // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 7. С. 138.
2. *Гладков С.О., Богданова С.Б.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 632.
3. *Гладков С.О., Богданова С.Б.* // Изв. вузов. Физика 2018. Т. 61. № 1. С. 94.
4. *Гинзбург В.Л.* Памяти А.А. Андронова. М.: Изд-во АН СССР. 1955. С. 622.
5. *Brown S., Barnett S.* // Phys. Rev. 1952. V. 87. № 4. P. 601.
6. *Rostoker N.* // Phys. Rev. 1952. V. 88. P. 952.
7. *Shockley W.* // Phys. Rev. 1952. V. 88. № 4. P. 953.
8. *Цидильковский И.М.* // Успехи физ. наук. 1975. Т. 115. С. 321.
9. *Кадушкин В.И.* // ФТП. 1997. Т. 31. Вып. 4. С. 468.
10. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1976.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, Т. 8.
12. *Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И.* Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971.
13. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. Т. 10.