

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.876

УГЛОВОЕ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ РАДИОЛОКАЦИИ

© 2021 г. Б. А. Лаговский*

*МИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация*

*E-mail: robertlag@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.09.2020 г.

После доработки 16.09.2020 г.

Принята к публикации 21.04.2021 г.

Решена обратная двумерная задача формирования радиоизображения источника сигналов с угловым сверхразрешением. Обоснована новая методика цифровой обработки сигналов при значительном уровне шумов. Разработан ряд методов повышения устойчивости задач, основанный на поиске дополнительной информации о решении.

DOI: 10.31857/S0033849421090102

ВВЕДЕНИЕ

В силу важности задачи повышения эффективной угловой разрешающей способности систем во многих странах внедряются методы обработки сигналов, позволяющие достигать сверхразрешения. Для их успешной работы, в том числе для популярных MUSIC [1], ESPRIT [2] и других [3] обычно требуется обеспечить отношение сигнал/шум (ОСШ) не ниже 20...25 дБ. Большинство упомянутых методов позволяют получать решения одномерных задач. Их обобщение на двумерные задачи существенно усложняет алгоритмы, резко повышает время обработки сигналов. В итоге быстродействие алгоритмов на основе этих методов недостаточно для работы в режиме реального времени.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ставится задача восстановления изображения источника сигналов со сверхразрешением при меньших ОСШ, чем большинство известных методов, и с быстродействием, позволяющим радиолокационным системам (РЛС) работать в режиме реального времени.

Пусть в области обзора угломерной системы находится исследуемый объект с конечными угловыми размерами. Задана диаграмма направленности (ДН) антенной системы $f(\alpha, \varphi)$ и угловая зависимость огибающей выходного сигнала $U(\alpha, \varphi)$, полученная при сканировании области по углам α и φ . Требуется найти с возможно большим разрешением угловое распределение амплитуды отраженного объектом сигнала $I(\alpha, \varphi)$.

Принятый сигнал может быть представлен в виде линейного интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма первого рода типа свертки:

$$U(\alpha, \varphi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') I(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi', \quad (1)$$

где $\Omega(\alpha, \varphi)$ – угловая область расположения источника.

Из трех условий корректности задач по Адамару (существование решения, его единственность, устойчивость) уравнение (1) не удовлетворяет второму и третьему условиям. Таким образом, рассматриваемая задача относится к классу обратных и является некорректной.

2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Для решения поставленной обратной задачи предлагаются методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов, которые можно назвать алгебраическими [4]. Представим искомое решение $I(\alpha, \varphi)$ в виде разложения по полной системе ортонормированных в области Ω функций $g_m(\alpha, \varphi)$ с неизвестными коэффициентами b_m :

$$I(\alpha, \varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m g_m(\alpha, \varphi) \cong \sum_{m=1}^N b_m g_m(\alpha, \varphi). \quad (2)$$

Если размеры области Ω по каждой из координат равны ширине ДН $2\theta_{0.5}$, то число используемых в (2) функций $g_m(\alpha, \varphi)$ определяет искомую степень сверхразрешения.

Подстановка представления (2) в (1) позволяет провести параметризацию обратной задачи, т.е.

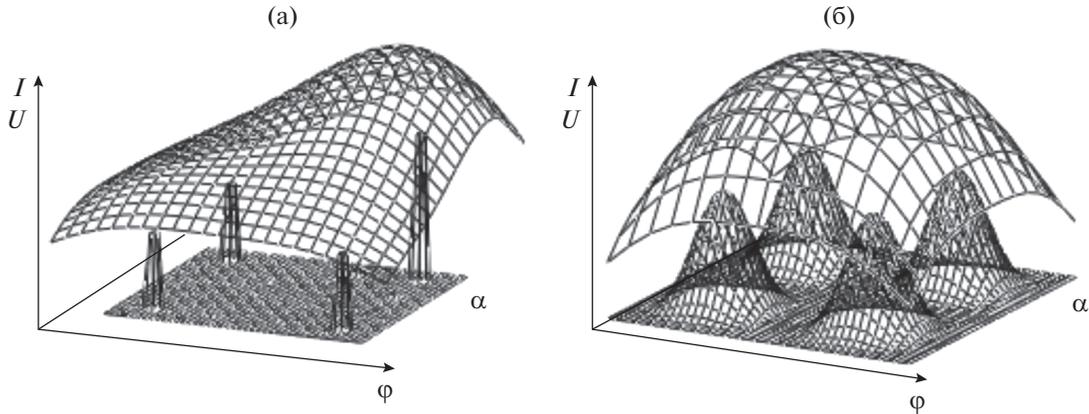


Рис. 1. Малоразмерные источники (а) и плавно неоднородный источник (б).

свести задачу поиска неизвестной функции $I(\alpha, \varphi)$ к задаче поиска набора коэффициентов b_m :

$$U(\alpha, \varphi) \cong \sum_{m=1}^N b_m \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') g_m(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi'. \quad (3)$$

Коэффициенты b_m , $m = 1, 2, \dots, N$, обычно находят из условия обеспечения минимума среднеквадратичного отклонения (3) от принятого сигнала $U(\alpha, \varphi)$. В итоге задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{aligned} & \int_{\Theta} U(\alpha, \varphi) \psi_j(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi = \\ & = \sum_{m=1}^N b_m \int_{\Theta} \psi_m(\alpha, \varphi) \psi_j(\alpha, \varphi) d\alpha d\varphi, \quad (3) \\ & \psi_m(\alpha, \varphi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') g_m(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi', \\ & j = 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

где область Θ – телесный угол, в пределах которого ОСШ достаточно для получения устойчивых решений. Обычно размер области Θ превышает Ω .

Числа обусловленности матриц в (3), как показывают численные эксперименты на моделях, с увеличением N быстро возрастают, и устойчивость решений резко – экспоненциально – падает.

В силу этого для достижения предельного для каждой решаемой задачи углового разрешения строится итерационный процесс, основанный на последовательном увеличении числа используемых функций в (2), вплоть до некоторого N_{\max} , при котором еще удастся получить устойчивое решение [5].

В силу ограниченности числа используемых функций в (2) степень близости получаемого приближенного решения к истинному в значительной степени зависит от выбранной системы функций $g_m(\alpha, \varphi)$ [6]. Поэтому выбор системы функций следует осуществлять на основе предва-

рительных представлений о характеристиках целей. Например, при наблюдении целей с угловыми размерами, близкими к точечным, эффективно использование ступенчатых функций, при дистанционном зондировании поверхностей с плавными изменениями амплитуды отражаемого сигнала – системы гладких функций, при зондировании поверхностей, содержащих включения в виде “блестящих точек” удобно применять вейвлеты [7].

Хорошо известно, что использование априорной информации о решении обратных задач значительно повышает их устойчивость. Для рассматриваемых задач такой информацией может быть, в частности, расположение, размер и форма области расположения источника, тип углового распределения амплитуды излучаемого источником сигнала, количество отдельных целей в составе сложной цели и их характеристики отражения и т.д.

Алгебраические методы позволяют достаточно полно реализовать априорную информацию о решении в виде выбираемой для построения решения последовательности функций, выбора размера и формы области Ω , введения дополнительных условий при построении решения [8]. Ряд типов одномерных задач такого рода рассмотрен в работе [9].

На рис. 1а, 1б приведены примеры решений двумерных задач. Рассматривалась эквидистантная антенная решетка (АР) из 19×19 элементов с расстояниями между ними $d = 0.7\lambda$ (λ – длина волны). В качестве систем двумерных функций были использованы разделимые системы.

Приближенное решение задачи искали в виде

$$I(\alpha, \varphi) \cong \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N b_{n,m} g_n(\alpha) g_m(\varphi). \quad (4)$$

Конкретный выбор функций $g_n(\alpha) g_m(\varphi)$ основывался на априорной информации о цели. Так, в задаче, решение которой показано на рис. 1а,

предварительно было известно, что источник сигналов представляет собой групповую цель, состоящую из нескольких малоразмерных источников, которые не разрешались при прямом наблюдении. Это предопределило выбор в качестве системы функций в (4) функций, близких к дельта-функциям, расположенным на различных расстояниях друг от друга.

По горизонтальным осям в декартовой системе координат на этом и последующих рисунках отложены углы, отсчитываемые от нормали к плоскости АР. По каждой из осей α и φ углы изменяются в пределах ширины ДН: от $-\theta_{0,5}$ до $\theta_{0,5}$. В виде сетчатых поверхностей на рис. 1а и 1б приведен исследуемый сигнал $U(\alpha, \varphi)$. Решение, полученное на основе выражений (3), (4), позволило правильно определить количество объектов и их местоположение. Амплитуды отраженных сигналов найдены с погрешностью в пределах 5...7%. Уровень достигнутого сверхразрешения превысил критерий Рэля в три–пять раз.

На рис. 1б представлено решение задачи о дистанционном зондировании при использовании априорной информации о плавно меняющейся амплитуде сигнала, отраженного подстилающей поверхностью. В этом случае в представлении (4) применялись тригонометрические функции.

Полученное решение позволило разрешить все объекты и практически точно найти их расположение. Интенсивности были определены с небольшой ошибкой, составившей около 5%. Достигнутое эффективное разрешение по каждой из осей в четыре раза превысило критерий Рэля. При повышении уровня шума степень достигаемого углового сверхразрешения снижалась. Получить решение со сверхразрешением оказалось возможным до ОСШ $q \cong 16$ дБ, т.е. при большем уровне шума, чем многие другие известные методы [10].

3. МОДИФИКАЦИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ

С использованием различных особенностей решаемых задач возможно дальнейшее повышение достигаемой степени сверхразрешения.

3.1. Ортогонализация функций и их образов

Устойчивость решений СЛАУ повышается, если функции ψ_m из (3) ортогональны в области Θ . В этом случае все искомые коэффициенты найдутся непосредственно из каждого из уравнений в СЛАУ (3).

Возникает задача выбора системы таких ортонормированных в области Ω функций g_m , образы которых χ_m в области Θ являются ортогональными. Такими функциями для совпадающих областей Ω

и Θ являются собственные функции ИУ. Если же область Θ превышает Ω , то система функций может быть построена на их основе, например, с помощью процедуры ортогонализации Грамма–Шмидта.

Однако собственные числа исследуемого ИУ (1) близки к 0, и численный поиск собственных функций ИУ приводит к неустойчивым решениям. Численные эксперименты показали, что начиная с третьей, а иногда и со второй собственной функции их поиск сводится к решению менее устойчивых задач, чем прямое решение СЛАУ (3).

В работе [8] для одномерного случая предложен другой подход к решению задачи одновременной ортогонализации функций g_m и их образов χ_m , названный двойной ортогонализацией. Обобщение метода на двумерные разделимые системы функций не представляет сложности. При низких ОСШ, как показали численные эксперименты, эта модификация алгебраического метода предпочтительнее прямого решения СЛАУ (3).

3.2. Симметризация задачи

Увеличение размерности СЛАУ (3) позволяет увеличивать степень сверхразрешения, но одновременно снижает устойчивость решений. Существует, однако, возможность в некоторых случаях повысить сверхразрешение, не повышая размерность СЛАУ.

Введем понятие двойной четности функции. В силу линейности задачи всегда возможно представить принятый сигнал U в виде суммы четырех составляющих различной четности вида $U_{o,o}$, $U_{e,o}$, $U_{o,e}$ и $U_{e,e}$:

$$\begin{aligned} U_{o,o}(\alpha, \varphi) &= 1/4 (U(\alpha, \varphi) + U(-\alpha, \varphi) + \\ &+ U(\alpha, -\varphi) + U(-\alpha, -\varphi)), \\ U_{e,o}(\alpha, \varphi) &= 1/4 (U(\alpha, \varphi) - U(-\alpha, \varphi) + \\ &+ U(\alpha, -\varphi) - U(-\alpha, -\varphi)), \\ U_{o,e}(\alpha, \varphi) &= 1/4 (U(\alpha, \varphi) + U(-\alpha, \varphi) - \\ &- U(\alpha, -\varphi) - U(-\alpha, -\varphi)), \\ U_{e,e}(\alpha, \varphi) &= 1/4 (U(\alpha, \varphi) - U(-\alpha, \varphi) - \\ &- U(\alpha, -\varphi) + U(-\alpha, -\varphi)). \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда исходная задача распадается на четыре задачи поиска составляющих решение I функций двойной четности $I_{o,o}(\alpha, \varphi)$, $I_{e,o}(\alpha, \varphi)$ и пр. В итоге, общее решение всей задачи – суперпозиция решений всех четностей:

$$\begin{aligned} I(\alpha, \varphi) &= 1/4 (I_{e,o}(\alpha, \varphi) + I_{o,e}(\alpha, \varphi) + \\ &+ I_{o,o}(\alpha, \varphi) + I_{e,e}(\alpha, \varphi)). \end{aligned} \quad (6)$$

Если для каждой из задач удастся получить устойчивое решение при размерности СЛАУ $N \times N$, т.е. при использовании N функций, то итоговое суммарное решение содержит $4N$ функций. Таким

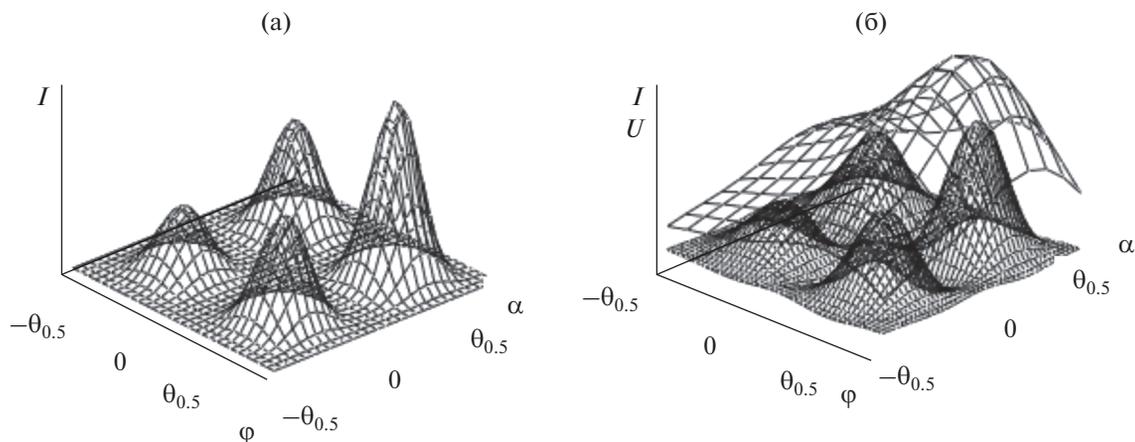


Рис. 2. Истинный (а) и восстановленный (б) источники.

образом, разрешение по каждой из координат (α, φ) удваивается без снижения устойчивости.

На рис. 2а, 2б показано решение задачи о восстановлении изображений плавно неоднородных источников. В отличие от задачи, показанной на рис. 1б, амплитудные значения сигналов источников различаются более чем в три раза. Простое следование решению задачи (2), (3) не позволило разрешить объекты. Симметризация задачи на основе выражений (5), (6) дала возможность получить радиоизображение источников со сверхразрешением.

На рис. 2а показано истинное угловое распределение амплитуды отражаемых сигналов. На рис. 2б приведено полученное решение на основе симметризации. В виде сетчатой поверхности показан принимаемый сигнал $U(\alpha, \varphi)$. Решение практически точно воспроизвело форму амплитудного распределения и с ошибкой 5...10% значения максимумов.

Симметризация оказывается эффективной не для всех задач, а только если исходный принятый сигнал U не обладает симметрией.

3.3. Двухлучевой метод

При использовании цифровых антенных решеток (ЦАР) излучение и прием зондирующих сигналов может проводиться двумя независимыми сканирующими лучами. Тогда связь между принятым сигналом и его источником выражается в виде интеграла типа свертки от четырех переменных, соответствующих положению передающего (α, φ) и приемного (β, γ) лучей:

$$U(\alpha, \varphi, \beta, \gamma) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') f(\beta - \alpha', \gamma - \varphi') I(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi'. \quad (7)$$

Поскольку ДН ЦАР может быть выражена в виде конечной суммы, то (7) оказывается ИУ с вырожденным ядром. Известно, что число собственных функций такого ИУ, K , конечно и степень достижимого уровня сверхразрешения определяется числом K .

Существенное отличие (7) от (1) состоит в том, что число собственных функций (7) вдвое больше. Это свидетельствует о потенциальной возможности получить большее разрешение двухлучевым методом.

Для получения результатов, выражаемых с помощью (7), необязательно физически проводить сканирование приемным лучом. При каждом угловом положении передающего луча прием сигнала реально осуществляется отдельными элементами ЦАР. Принятые каждым элементом сигналы можно далее в цифровой форме складывать с различными фазовыми сдвигами, что эквивалентно сканированию. Таким образом, процесс сканирования заменяется обработкой сигнала по специальным алгоритмам.

Наиболее перспективным методом обработки сигнала (7) представляется предварительное интегрирование по углам сканирования приемной антенны $(\beta, \gamma) \in \Theta$. В этом случае получим

$$V(\alpha, \varphi) = \int_{\Theta} U(\alpha, \varphi, \beta, \gamma) d\beta d\gamma = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') J(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi', \quad (8)$$

$$J(\alpha', \varphi') = I(\alpha', \varphi') \int_{\Theta} f(\beta - \alpha', \gamma - \varphi') d\beta d\gamma.$$

Выражение $J(\alpha, \varphi)$ в (8) эквивалентно $I(\alpha, \varphi)$ в (1). Следовательно, поиск $J(\alpha, \varphi)$ может быть проведен с помощью всех изложенных выше методов и алгоритмов. Интеграл в выражении для $J(\alpha, \varphi)$ легко берется и в итоге получаем искомую зависимость $I(\alpha, \varphi)$.

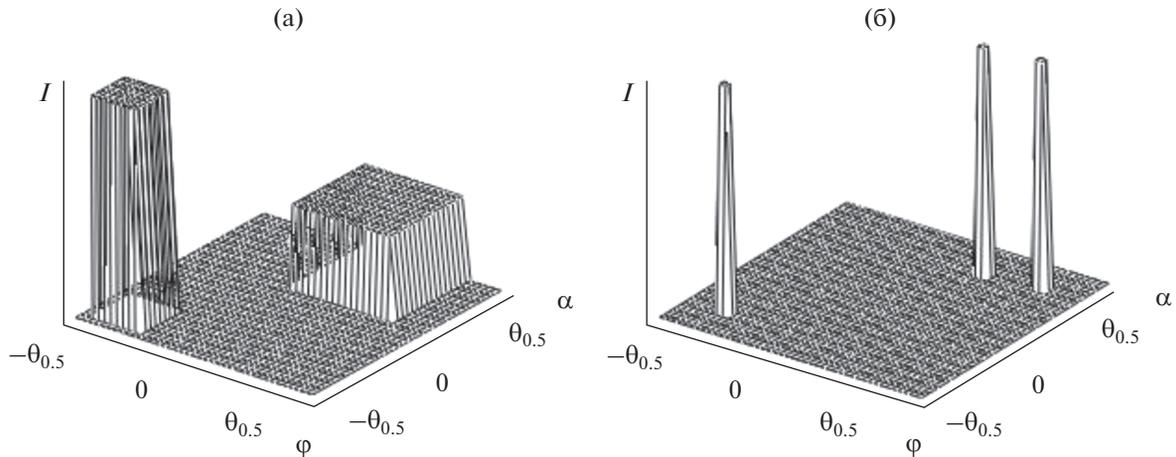


Рис. 3. Изображение источника в области Ω (а) и в уточненной области расположения источника Ω_n (б).

Устойчивость решений систем на основе (8) увеличивается. Метод требует большего времени для обработки сигналов, но позволяет получать адекватные решения при низких ОСШ [11, 12].

3.4. Итерационный метод поиска и применения априорной информации

Поскольку использование априорной информации об источнике сигналов позволяет повысить устойчивость решений, предлагается новая методика, основанная на поиске “скрытой”, т.е. априори неизвестной информации об источнике сигналов. Поиск такой информации осуществляется в ходе итерационного процесса. На каждом шаге процесса последовательно выявляются и уточняются “скрытые” характеристики источника, к которым относятся угловые размеры всего объекта и его составляющих, тип углового распределение интенсивности сигнала, контуры границ областей с равной интенсивностью и т.д. На следующем шаге поиска решения полученная новая информация об объекте используется в качестве априорной.

Один из путей использования этой информации — оптимизация набора функций для представления решения. Поскольку число функций N_{\max} при представлении (2) ограничено появлением неустойчивых решений, важно отобрать N_{\max} конкретных функций из используемой системы, которые наилучшим образом представят решение.

Метод селекции функций основан на интеллектуальном анализе получаемых приближенных решений. В частности, если полученное приближенное решение показывает, что найденная область расположения источника Ω_n меньше предварительно введенной области Ω , то следует искать решение в этой меньшей области путем введения

новой системы функций, ортогональных в новой области Ω_n . Тогда при том же числе используемых функций достигается лучшее разрешение.

В качестве примера эффективности оптимизации функций на рис. 3а и 3б показаны решения одной и той же задачи. На рис. 3а показано решение с наилучшим достигнутым разрешением при использовании системы ступенчатых функций во всей области Ω . На следующем этапе вместо Ω была выбрана новая двухсвязная область Ω_n , найденная как приближенное решение, показанное на рис. 3а. В итоге полученное решение (см. рис. 3б) обеспечило разрешение всех отдельных объектов групповой цели и их хорошую локализацию, близкую к истинному положению объектов. Достигнутое разрешение в пять раз превысило критерий Рэля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика анализа и цифровой обработки сигналов позволяет получать приближенные радиоизображения объектов с угловым сверхразрешением, превышающим критерий Рэля в два–восемь раз при отношении ОСШ существенно ниже, чем у известных методов [13]. Быстродействующие алгоритмы позволяют использовать методику в режиме реального времени.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-00006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kim K., Seo D., Kim H. // IEEE Trans. 2002. V. AP-22. № 3. P. 325.

2. *Almeida M., Figueiredo M.* // IEEE Trans. 2013. V. IP-22. № 8. P. 3074.
3. *Herman M.A., Strohmer T.* // IEEE Trans. 2009. V. SP-57. № 6. P. 2275.
4. *Морс Ф.М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. М.: Изд-во иностр. лит. Т. 1. 1958. Т. 2. 1960.
5. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Samokhina A.S.* // Proc. 2015 Int. Conf. Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA). Turin. 7–11 Sept. N.Y.: IEEE, 2015. P. 363.
6. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V.* // Proc. 2015 Progress in Electromagnetics Research Symp., Prague. 6–9 Jul. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2015. Pt. 3. P. 1548.
7. *Lagovsky B.A.* // Proc. 2012 Progress in Electromagnetics Research Symp., Moscow. 19–23 Aug. 2012. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2012. Pt. 3. P. 993.
8. *Lagovsky B.A.* // Proc. 2012 Progress in Electromagnetics Research Symp., Moscow. 19–23 Aug. 2012. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2012. Pt. 3. P. 989.
9. *Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Самохина А.С.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2014. № 8. С. 23.
10. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V.* // Proc. 2018 IEEE Asia-Pacific Conf. on Antennas and Propagation (APCAP). Auckland. 5–8 Aug. 2018. N.Y.: IEEE. P. 114.
11. *Lagovsky B.* // Proc. 2017 Progress in Electromagnetics Research Symp.—Fall. Singapore. 19–22 Nov. 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 471.
12. *Куликов Г.В., Зунг Н.В.* // Российский технологический журн. 2018. Т. 6. № 6. С. 5.
13. *Лаговский Б.А., Чикина А.Г.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2020. № 1. С. 69.