

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ  
В ЗВЕЗДООБРАЗНОМ НАНОЦИЛИНДРЕ ИЗ ЗОЛОТА

© 2022 г. А. П. Аниютин\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: anioutine@mail.ru

Поступила в редакцию 03.01.2020 г.

После доработки 03.01.2020 г.

Принята к публикации 27.02.2020 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны  $TM$ -типа на цилиндрической  $2D$ -наноструктуре из золота, контур поперечного сечения которой представляет собой звездообразную кривую. В световом диапазоне длин волн  $400 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$  строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что в области значений  $kD < 1$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ,  $D$  – максимальный размер структуры,  $\lambda$  – длина волны) для такой структуры характерно существование одного резонанса у поперечника рассеяния и нескольких резонансов в спектре рассеяния. Показано также, что реальные потери золота делают невозможным наблюдение мультипольных резонансов у поперечника рассеяния. Обнаружен эффект вырождения плазмонов и ближнего поля структуры. Продемонстрировано влияние геометрических размеров структуры на поперечник рассеяния и спектр поглощения.

DOI: 10.31857/S0033849422010016

## ВВЕДЕНИЕ

Дифракция электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн  $400 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$  (при достоверность экспериментальных данных вызывает сомнения [1]) сопровождается образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), а также существованием их резонансов. При этом резонансы плазмонов приводят к образованию резонансов поперечника рассеяния и поглощения на частотах, близких к резонансам плазмонов. Одним из важных свойств плазмон-поляритонов является высокая локализация электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, что и определило интерес как к их исследованию, так и практическому использованию в субволновом и ближнепольном зондировании. В монографии [1] отмечалось, что наноструктуры в виде нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров. Плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитях) с постоянной (переменной кривизной, но постоянным знаком кривизны) исследовались в целом ряде работ. В [1] показано, что цилиндры с круглым сечением реализуют резонансы плазмонов в ультрафиолетовой части

спектра. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. Плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины в предположении, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами, исследовались в [4]. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, контуры поперечного сечения которых образованы  $2D$ -наноструктурами с различной формой поперечного сечения, анализировались в работах [5–9].

Цель данной работы – исследовать особенности плазмонных резонансов в  $2D$ -наноструктуре из золота в случае, когда контур поперечного сечения структуры имеет звездообразную структуру. Из близких по тематике работ отметим [10, 11].

## 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской поляризованной электромагнитной  $TM$ -волны на двумерной цилиндрической диэлектрической наноструктуре, контур поперечного сечения которого представляет собой звездообразную структуру. Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора  $(\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0)$  и

характеризуется в цилиндрической системе координат  $r, \varphi$  следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)], \\ E_\varphi^0 &= \eta \cos(\varphi - \varphi_0) \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)], \\ E_r^0 &= \eta \sin(\varphi - \varphi_0) \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega = kc$  – круговая частота, ( $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число свободного пространства,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\lambda$  – длина волны),  $\eta = 120\pi$  Ом – волновое сопротивление вакуума.

Контур поперечного сечения  $r_s(\varphi)$  структуры в цилиндрической системе координат  $r, \varphi$  описывается формулой (см. рис. 1)

$$r_s(\varphi) = a + b \cos(6\varphi). \quad (2)$$

Отметим, что, изменяя значение параметра  $b$ , можно изменять амплитуду колебаний “звездообразного” контура (2) рассеивающей наноструктуры. На рис. 1 изображен контур поперечного сечения структуры (2) при  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм и  $\lambda = 625$  нм. Считается, что среда структуры представляет собой золото. При этом зависимость относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{Au}(\lambda) = \epsilon' - i\epsilon'' \equiv \text{Re}(\epsilon_{Au}) - i \text{Im}(\epsilon_{Au})$  золота от длины волны  $\lambda$  была рассчитана на основе интерполяции экспериментальных данных работы [12] кубическими сплайнами.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структуры, изображенной на рис. 1, имеет вид

$$\epsilon(r, \varphi) = \begin{cases} \epsilon_{Au}, & r < r_s(\varphi), \\ 1, & r > r_s(\varphi). \end{cases} \quad (3)$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя  $z$ -компоненту  $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$  магнитного поля, так как краевая задача для функции  $U(r, \varphi)$  является скалярной. Полное поле  $U(r, \varphi)$ , т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-постоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2 \epsilon(r, \varphi) \right] U(r, \varphi) = 0. \quad (4)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию  $U(x, y)$

$$\begin{aligned} E_\varphi(r, \varphi) &= -\frac{\eta}{ik\epsilon(r, \varphi)} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial r}, \\ E_r(r, \varphi) &= \frac{\eta}{ik\epsilon(r, \varphi)} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

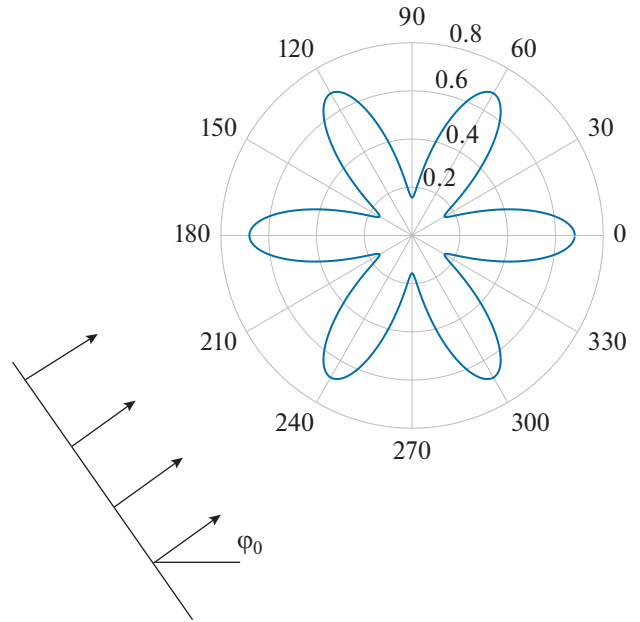


Рис. 1. Геометрия задачи и контура поперечного сечения звездообразного рассеивателя (2) при  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм,  $\lambda = 625$  нм.

На границах структуры должны быть непрерывны величины  $U$  и  $\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial N}$ , где  $\frac{\partial U}{\partial N}$  – производная по направлению нормали к границе раздела сред.

Как уже отмечалось, полное поле  $U(r, \varphi)$  вне структуры состоит из падающего  $U^0$  и рассеянного  $U^s$  полей:

$$U(r, \varphi) = U^0(r, \varphi) + U^s(r, \varphi). \quad (6)$$

Падающее поле задано функцией

$$U^0 = \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)]. \quad (7)$$

Рассеянное поле  $U^s(r, \varphi)$  в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi)$ , где  $x = r \cos \varphi$  и  $y = r \sin \varphi$ , в дальней зоне ( $kr \rightarrow \infty$ ) должно удовлетворять условию излучения

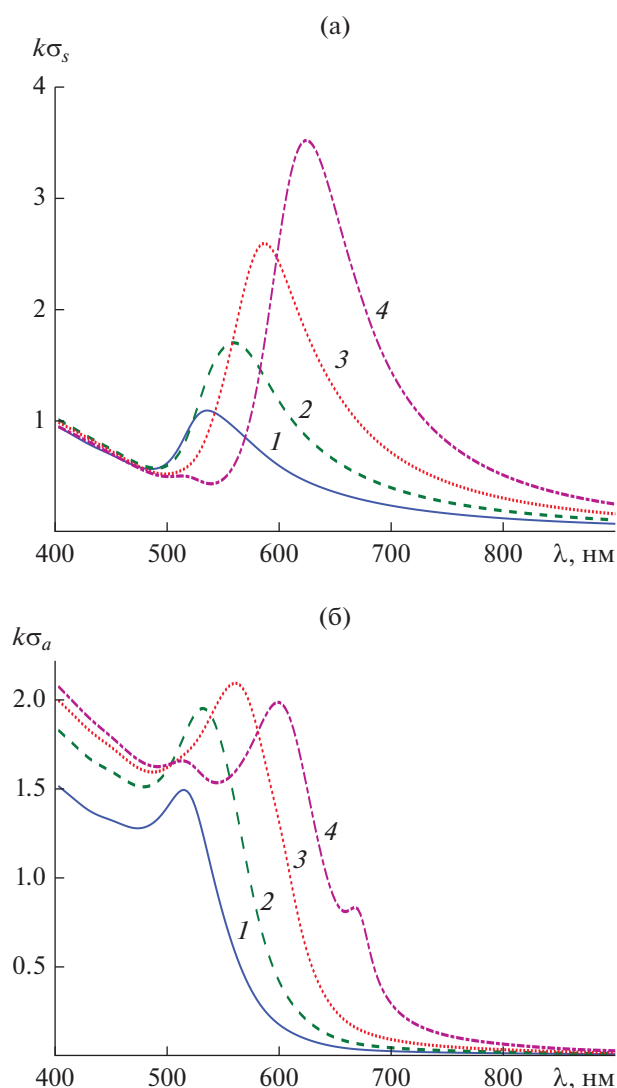
$$U^s = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (8)$$

где  $\Phi(\varphi)$  – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния  $\sigma_s$  и сечение поглощения  $\sigma_a$  определяется формулами

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi, \quad (9)$$

$$\sigma_a = \frac{1}{k} \text{Im} \oint \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds. \quad (10)$$



**Рис. 2.** Зависимость нормированных поперечника рассеяния (а) и сечения рассеяния (б) от длины волны  $\lambda$  для структуры с параметрами  $q = 6$ ,  $a = 40$  нм и различными  $b = 10$  (1), 15 (2), 20 (3), 25 нм (4); угол падения плоской волны  $\varphi_0 = \pi/6$ ; потери золота —  $\text{Im}(\epsilon)$ .

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

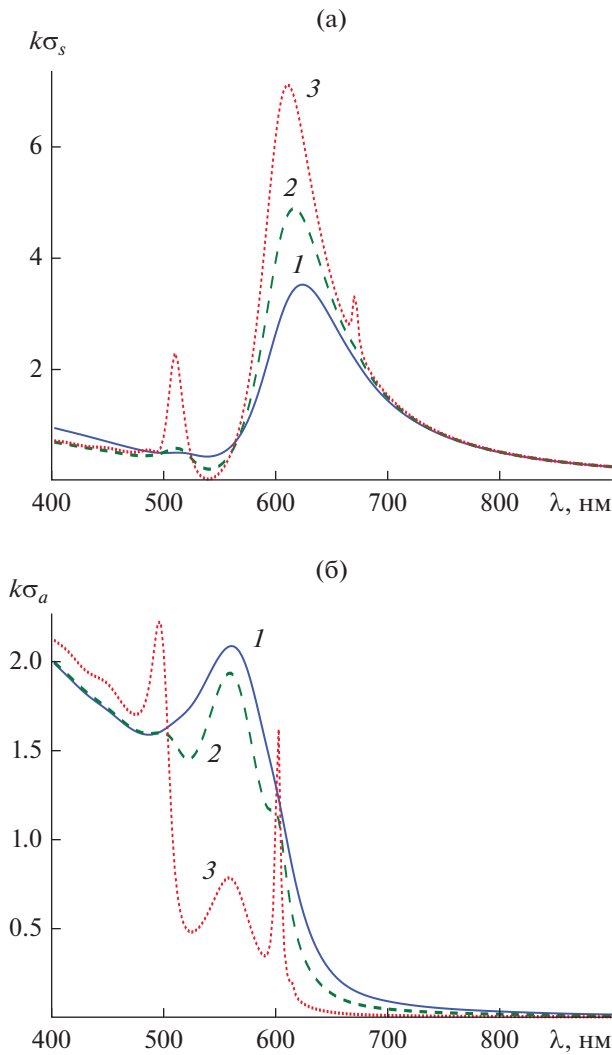
Численное решение сформулированной задачи проводили модифицированным методом дискретных источников [13, 14]. При этом точность решения задачи контролировали путем вычисления невязки  $\delta$  граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [13]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину  $\delta < 10^{-3}$ .

На рис. 2а и 2б представлены соответственно результаты расчета нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  и нормированного сечения поглощения  $k\sigma_a$  для различных значений длин волн  $\lambda$  и различных значений амплитуды  $10 \text{ нм} \leq b \leq 25 \text{ нм}$  колебаний контура (2) структуры из реального золота. Угол падения плоской волны был равен  $\varphi_0 = \pi/6$ . Из рис. 2а следует, что у такой рассеивающей структуры нормированный поперечник рассеяния  $k\sigma_s$  имеет только один максимум, который смещается в сторону больших значений длин волн  $\lambda$  при увеличении амплитуды  $b$  колебаний контура (2). При этом, как видно из рис. 2б, дополнительные максимумы у нормированного сечения поглощения  $k\sigma_a$  появляются лишь при значениях  $b > 20 \text{ нм}$ .

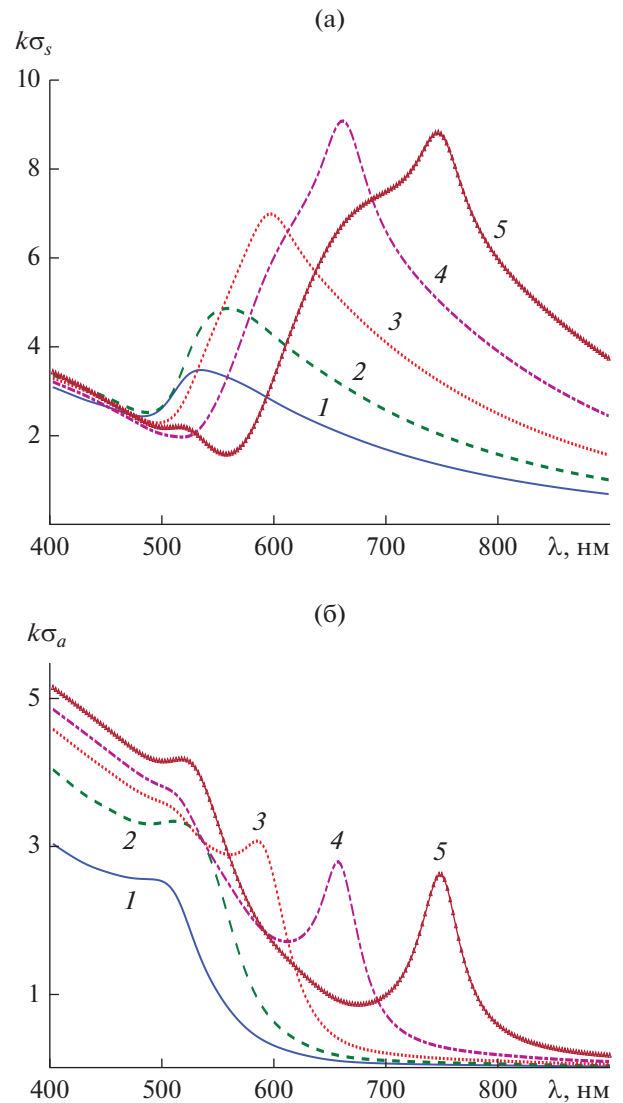
Было исследовано влияние потерь  $\text{Im}(\epsilon)$  на нормированный поперечник рассеяния  $k\sigma_s$  и нормированное сечение поглощения  $k\sigma_a$  для структуры, контур (2) которой имел следующие параметры  $q = 6$ ,  $a = 40 \text{ нм}$ ,  $b = 25 \text{ нм}$ , при угле падения плоской волны  $\varphi_0 = \pi/6$  (рис. 3а, 3б). При расчетах мнимая часть  $\text{Im}(\epsilon)$  относительной диэлектрической проницаемости золота принимала следующие значения:  $\text{Im}(\epsilon)$ ,  $0.5\text{Im}(\epsilon)$  и  $0.1\text{Im}(\epsilon)$ . Из результатов, представленных на рис. 3, следует, что реальные потери золота (кривая 1) приводят к исчезновению резонансов, связанных с мультипольными резонансами плазмонов (кривые 2, 3). Аналогичный эффект имеет место и для случая нормированного сечения поглощения  $k\sigma_a$  (см. рис. 4) — резонансы, связанные с мультипольными резонансами плазмонов, здесь так же начинают проявляться лишь со значений  $0.1\text{Im}(\epsilon)$ .

На рис. 4а, 4б представлены соответственно результаты расчета частотной зависимости нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  и нормированного сечения поглощения  $k\sigma_a$  для структуры из реального золота и с увеличенными значениями параметров ее контура, по сравнению с рассмотренными выше случаями. Параметры контура (2) указаны в подрисуночной подписи. Угол падения плоской волны был равен  $\varphi_0 = \pi/6$ . Из рис. 4а следует, что и при таких размерах рассеивающей структуры нормированный поперечник рассеяния  $k\sigma_s$  имеет только один максимум при всех значениях длин волн  $\lambda$  из светового диапазона  $400 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ . Расположение максимума  $k\sigma_s$  зависит от величины амплитуды  $b$ , определяющей колебания контура (2). Увеличение значений  $b$  приводит к смещению максимума  $k\sigma_s$  в сторону больших значений  $\lambda$ .

Рисунки 5а, 5б иллюстрируют влияние потерь золота на результаты расчетов диаграмм рассея-



**Рис. 3.** Зависимость нормированного поперечника рассеяния (а) и сечения рассеяния (б) от длины волны  $\lambda$  для структуры с параметрами  $q = 6$ ,  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм; угол падения плоской волны  $\varphi_0 = \pi/6$ ; кривая 1 – потери золота  $\text{Im}(\epsilon)$ , кривая 2 – потери золота  $0.5 \text{Im}(\epsilon)$ , кривая 3 – потери золота  $0.1 \text{Im}(\epsilon)$ .

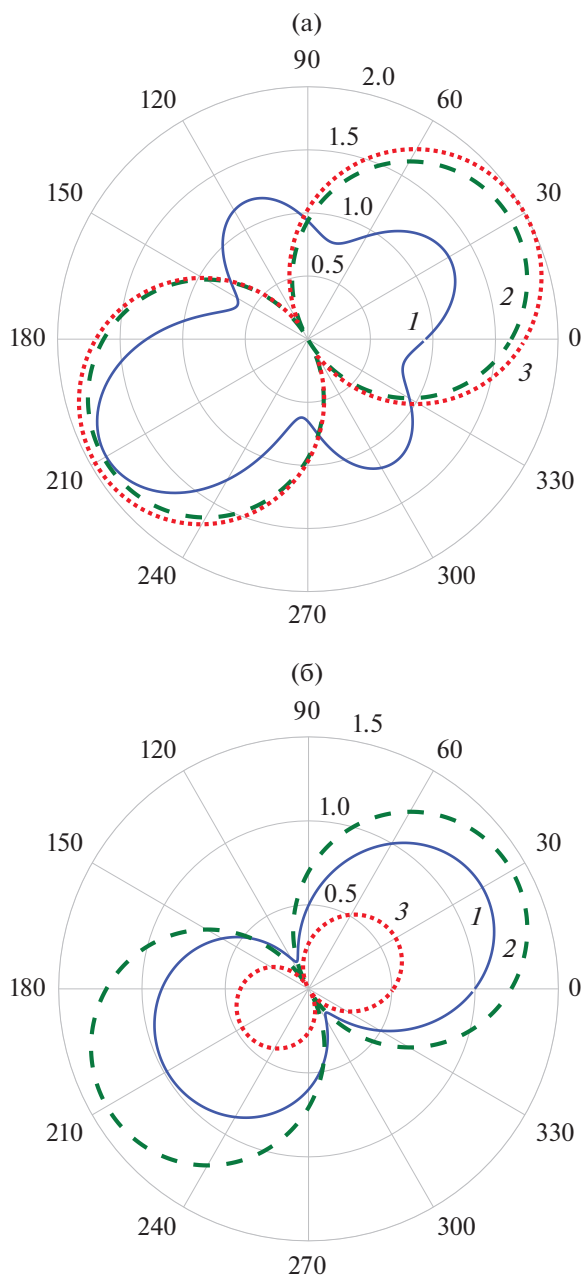


**Рис. 4.** Зависимость нормированных поперечника рассеяния (а) и сечения рассеяния (б) от длины волны  $\lambda$  для структуры с параметрами  $q = 6$ ,  $a = 80$  нм,  $b = 10$  (1), 20 (2), 30 (3), 40 (4), 50 нм (5); угол падения плоской волны  $\varphi_0 = \pi/6$ ; потери золота  $\text{Im}(\epsilon)$ .

ния  $\Phi(\varphi)$  для структуры с параметрами  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = \pi/6$  и трех длин волн:  $\lambda = 670$  (1), 600 (2), 510 нм (3). Данные, представленные на рис. 5а, соответствуют случаю отсутствия потерь золота  $\text{Im}(\epsilon) = 0$ , а рис. 5б –  $0.5 \text{Im}(\epsilon)$ . Из рисунков видно, что даже относительно малые потери золота существенно сказываются на форме диаграммы рассеяния.

Результаты расчетов пространственного распределения линий равных амплитуд поля  $H_z$  вблизи поверхности рассеивателя (2) для трех длин волн:  $\lambda = 670$ , 600 и 510 нм представлены соответственно на рис. 6а–6в.

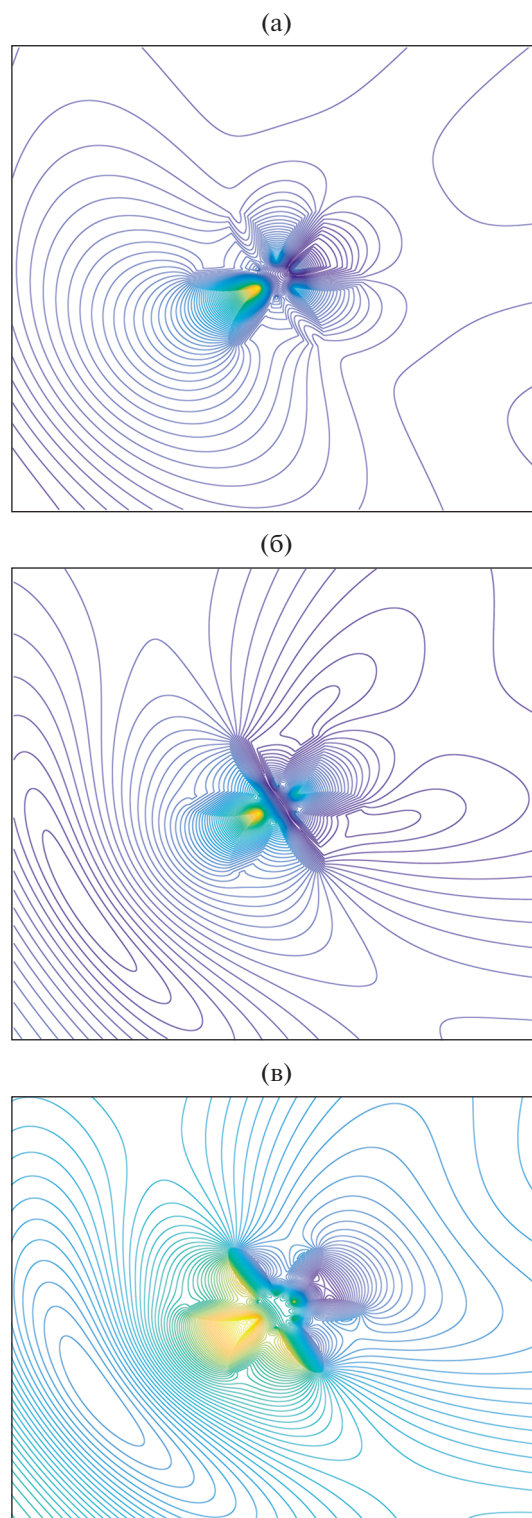
Отметим, что для выбранных длин волн имеют место максимумы поперечника рассеяния (см. рис. 3). При этом параметры контура (2) характеризовались следующими значениями  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм; угол падения плоской волны был равен  $\varphi_0 = \pi/6$ ; потери золота –  $0.5 \text{Im}(\epsilon)$ . Из рис. 6а–6в видно, что вариации поля непосредственно вблизи границы рассеивателя исчезают при удалении от нее точки наблюдения. Этот эффект свидетельствует о вырождении колебаний ближнего поля и объясняет двухлепестковую структуру диаграммы рассеяния рис. 5б.



**Рис. 5.** Диаграмма рассеяния при  $\text{Im}(\epsilon) = 0$  (а) и при потерях золота  $0.5\text{Im}(\epsilon)$  (б) для структуры с параметрами  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм,  $\varphi_0 = \pi/6$  на разной длине волн:  $\lambda = 670$  (1), 600 (2), 510 нм (3).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической 2D-структуре, представляющей наноструктуру из золота, контур которой имеет звездообразную форму. Строгими численными методами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Показано, что для такой структуры характерно существование одного резонанса поперечника рассея-



**Рис. 6.** Пространственное распределение линий равных амплитуд модуля компоненты  $H_z$  поля структуры с параметрами  $a = 40$  нм,  $b = 25$  нм,  $\varphi_0 = \pi/6$ , потери золота  $-0.5\text{Im}(\epsilon)$  и длине волн  $\lambda = 670$  (а), 600 (б) и 510 нм (в).

ния и нескольких резонансов спектра рассеяния (последние связаны с существованием дипольных и квадрупольных резонансов плазмонов). Показано, что реальные потери золота делают невозможным наблюдение мультипольных резонансов у поперечника рассеяния. Обнаружен эффект вырождения в ближнем поле структуры. Продемонстрировано влияние геометрических размеров структуры на поперечник рассеяния и спектр поглощения.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
5. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 35.
6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
7. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
8. *Анютин А.П., Коршунов И.П.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1099.
9. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 402.
10. *Giannini V., Sánchez-Gil J.A.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
11. *Nehl C.L., Liao H., Hafner J.H.* // Nano Lett. 2006. V. 6. № 4. P. 683.
12. *Johnson P.B., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
13. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
14. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.