

---



---

**НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ  
СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ**


---



---

УДК 538.945

## **$\pi$ -КОНТАКТЫ В ЯЧЕЙКАХ АДИАБАТИЧЕСКОЙ СВЕРХПРОВОДНИКОВОЙ ЛОГИКИ**

© 2022 г. **И. И. Соловьев<sup>a</sup>, Г. С. Хисматуллин<sup>a, b</sup>, Н. В. Кленов<sup>a, \*</sup>, А. Е. Щеголев<sup>a, c</sup>**<sup>a</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Ленинские горы, 1, стр. 2, Москва, 119991 Российская Федерация<sup>b</sup>Российский квантовый центр,

ул. Новая, 100, Сколково, Московской области, 143025 Российская Федерация

<sup>c</sup>Московский технический университет связи и информатики,  
ул. Авиамоторная, 8а, Москва, 111024 Российская Федерация\*E-mail: [nvklenov@mail.ru](mailto:nvklenov@mail.ru)

Поступила в редакцию 25.04.2022 г.

После доработки 30.05.2022 г.

Принята к публикации 02.06.2022 г.

Адиабатическая сверхпроводниковая логика в последнее время активно используется для обработки широкополосных групповых сигналов в ситуациях, когда критически важна сверхнизкая диссипация энергии при вычислениях (например, в сопроцессорах, управляющих работой перспективных квантовых компьютеров). Представлен общий подход к анализу базовых принципов работы логических схем на основе сверхпроводникового квантового параметрона; выделены ключевые параметры, отвечающие за эффективность функционирования рассмотренных ячеек. Предложены на основе общего подхода и исследованы усовершенствованные ячейки, содержащие джозефсоновские контакты с отрицательным критическим током ( $\pi$ -контакты).

DOI: 10.31857/S003384942212021X

### ВВЕДЕНИЕ

Современные тенденции развития систем обработки информации требуют перехода к гибридным вычислительным комплексам, блоки которых работают в классическом, квантовом и нейроморфном режимах [1–5]. Энергоэффективность является одним из важнейших параметров работы таких систем, но для современных полупроводниковых технологий этот показатель существенно хуже требуемого (менее аДж на операцию). И радикально решить эту проблему весьма затруднительно по фундаментальным причинам.

В частности, при неадиабатических необратимых вычислениях энергетический барьер, разделяющий “логические” состояния базовой ячейки, обычно составляет  $(10^3 - 10^4)k_B T$ , где  $T$  – рабочая температура,  $k_B$  – постоянная Больцмана. Минимальный энергетический барьер и, следовательно, минимальная энергия на операцию определяются в этом случае “термодинамическим пределом” Ландауэра [6],  $E_{\min} = k_B T \ln 2$ . Под порогом Ландауэра различимость логических состояний теряется из-за тепловых флуктуаций.

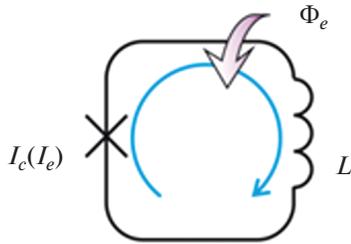
Необходимость уменьшения рабочих температур подтолкнула в свое время исследователей к

использованию возможностей сверхпроводниковой цифровой электроники. Для выполнения неадиабатической логической операции в таких системах (где логические “0” и “1” – это отсутствие и наличие кванта магнитного потока в контуре) необходимая энергия обычно определяется процессами переключения джозефсоновского перехода между устойчивыми состояниями и составляет  $E_J \approx 2 \times 10^{-19}$  Дж. В пределе эта величина может быть снижена до  $E_{\min} \approx 4 \times 10^{-23}$  Дж (при  $T = 4.2$  К).

В то же время для физически и логически обратимых процессов такого предела не существует. Следовательно, энергия, рассеиваемая за одну логическую операцию, может приближаться к нулю в адиабатических обратимых схемах на основе сверхпроводниковой технологии. Анализу возможностей совершенствования таких схем и посвящена данная работа.

### 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ БАЗОВОЙ ЯЧЕЙКИ АДИАБАТИЧЕСКОЙ СВЕРХПРОВОДНИКОВОЙ ЛОГИКИ

Функционирование идеальных адиабатических схем должно происходить без обмена теплом или зарядом с окружением. Однако термин “адиаба-



**Рис. 1.** Теоретическая схема параметрического квантрона, состояние ячейки определяется потоком  $\Phi_e$  и током  $I_e$ , управляющим критическим током  $I_c$  джозефсоновского перехода;  $L$  – индуктивность контура.

тический” в контексте электроники устойчиво используется шире для обозначения схем, работа которых может быть адиабатической в предельном случае бесконечно долгого времени операции. На практике это означает требование физической обратимости, когда в каждый момент времени система находится в квазистационарном состоянии.

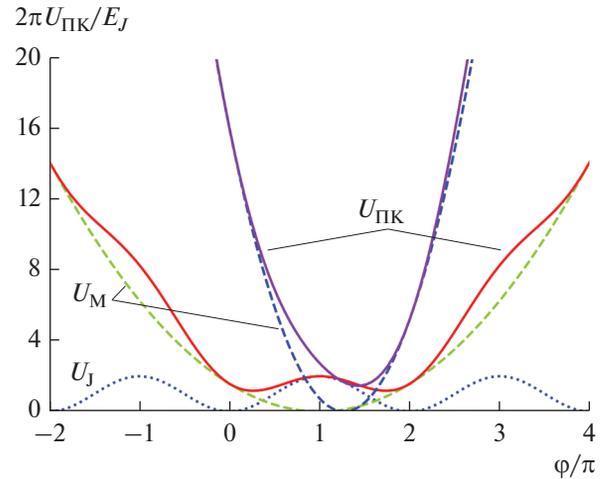
Рассмотрим принципы работы схем адиабатической сверхпроводниковой логики (Adiabatic Superconducting Logic – ASL) на простейшем примере параметрического квантрона (ПК). Эта ячейка состоит из сверхпроводникового контура индуктивности  $L$  с одним переходом (контактом) Джозефсона, как показано на рис. 1. Его состояние определяется внешним магнитным потоком  $\Phi_e$  и током  $I_e$ , управляющим критическим током перехода Джозефсона  $I_c(I_e)$ . Потенциальная энергия этой ячейки – сумма энергии джозефсоновского перехода и магнитной энергии:

$$U_{\text{ПК}} = U_J + U_M = \frac{E_J}{2\pi} [1 - \cos \varphi] + \frac{E_J}{2\pi} [\varphi - \varphi_e]^2 / 2l, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – джозефсоновская фаза контакта,  $\varphi_e = 2\pi\Phi_e/\Phi_0$ ,  $l = 2\pi I_c L/\Phi_0$  – нормированные внешний магнитный поток и индуктивность,  $E_J = I_c \Phi_0$  – джозефсоновская энергия контакта,  $\Phi_0$  – квант магнитного потока.

Видно, что внешние параметры  $\Phi_e$  и  $I_e$  управляют максимумом (через  $\varphi_e$  [ $\Phi_e$ ]) и наклоном (через  $l$  [ $I_c(I_e)$ ]) компоненты потенциальной энергии  $U_M$  в уравнении (1). При соответствующем потоке смещения  $\varphi_e \approx \pi$  потенциальная энергия ПК  $U_{\text{ПК}}(\varphi)$  может иметь вид “параболической ямы” с одним (для  $l < 1$ ) или с двумя (для  $l > 1$ ) минимумами в зависимости от  $I_e$  (рис. 2).

Логические “0” и “1” могут быть представлены состояниями ячеек с фазой джозефсоновского перехода  $\varphi$  меньше или больше  $\pi$  соответственно.



**Рис. 2.** Потенциальная энергия параметрического квантрона  $U_{\text{ПК}}$  (сплошные кривые) и его слагаемые: магнитная энергия  $U_M$  (штриховые) и энергия джозефсоновского перехода  $U_J$  (точки); случай одноячейного потенциала соответствует  $\varphi_e = 4$ ,  $l = 0.5$ , двухъячейного –  $\varphi_e = \pi$ ,  $l = 1$ .

При  $l > 1$  эти состояния соответствуют минимумам потенциальных ям. Физически они соответствуют двум разным магнитным потокам в контуре (с токами, циркулирующими в контуре в противоположных направлениях, если  $\varphi \neq 2\pi n$ , где  $n$  – целое число).

Передача логического состояния может быть реализована в массиве ПК с магнитной связью, смещенных в точку  $\varphi_e = \pi$ . Импульсы тока  $I_e$  следует подавать последовательно на ячейки, увеличивая их нормированную индуктивность по очереди, причем можно считать, что логическое состояние будет локализовано в ячейке с наибольшим  $l$  в определенный момент времени. Обсуждаемые состояния в линии передачи данных должны быть разделены группами ячеек с малыми индуктивностями. Динамику этого процесса переноса можно сделать адиабатической, регулируя форму импульса управляющего тока  $I_e$ , так как потенциальная энергия базовых ячеек ASL в отличие от быстрой одноквантовой логики (Rapid Single Flux Quantum – RSFQ) может адиабатически варьироваться в процессе их переключения. На практике диссипируемая энергия будет обратно пропорциональна времени операции. Перекрестное соединение ячеек позволяет выполнять адиабатические обратимые логические операции.

На базе ячеек ASL возможно также построение обратимых схем, энергия переключения которых может быть сделана сколь угодно малой. По сравнению со схемами одноквантовой логики, где бит информации представлен в виде наличия/отсутствия

кванта магнитного потока на периоде одного цикла в квантовых контурах с джозефсоновскими контактами, в адиабатических схемах джозефсоновские контакты заменены на сверхпроводящие интерферометры (параметрические квантроны, ПК). Потенциальную энергию ПК воздействием внешнего тактирующего сигнала можно варьировать (осуществлять переход от одноямы к двухъямному виду). Пусть бит информации будет представлен через состояние квантрона в одном из минимумов потенциальной энергии. В ASL передача бита информации соответствует передачи асимметрии (наклона) потенциала при переходе от одноямы к двухъямному виду от ячейки к ячейке, что возможно из-за существования магнитной связи между квантронами. Энергия переключения зависит от вида профиля потенциальной энергии конкретного квантрона.

## 2. МОДИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КВАНТРОНА, Н-СКВИД

Базовые ячейки адиабатической сверхпроводниковой логики являются модификациями ПК — одноконтактного сверхпроводящего интерферометра (см. рис. 1), в котором критический ток джозефсоновского контакта может изменяться под воздействием внешнего сигнала. Для удобства последующего рассмотрения перепишем потенциальную энергию ПК в виде

$$\frac{2\pi U_{\text{ПК}}}{E_J} = \frac{(\varphi - \varphi_e)^2}{2I} - \cos \varphi. \quad (2)$$

Увеличение критического тока джозефсоновского контакта ПК приводит к увеличению нормированного значения индуктивности  $I$  и, следовательно, к уменьшению крутизны параболы индуктивной компоненты потенциальной энергии, что вызовет трансформацию потенциала ПК от одноямы к двухъямному виду, как показано на рис. 2.

В эксперименте быстро управлять критическим током сосредоточенного джозефсоновского контакта оказывается трудно, поэтому джозефсоновский контакт обычно заменяют на двухконтактный сверхпроводящий квантовый интерферометр (СКВИД D), эффективный критический ток которого зависит от приложенного к нему магнитного потока. Параметрический квантрон с заменой джозефсоновского контакта на СКВИД носит название квантового потокового параметрона (КПП). Поскольку последние сейчас используются в основном в адиабатическом режиме, к аббревиатуре была добавлена буква “А”, АКПП (Adiabatic Quantum Flux Parametron — AQFP) [8–14]. В то же время, как будет показано ниже, одиночный СКВИД, не включенный в

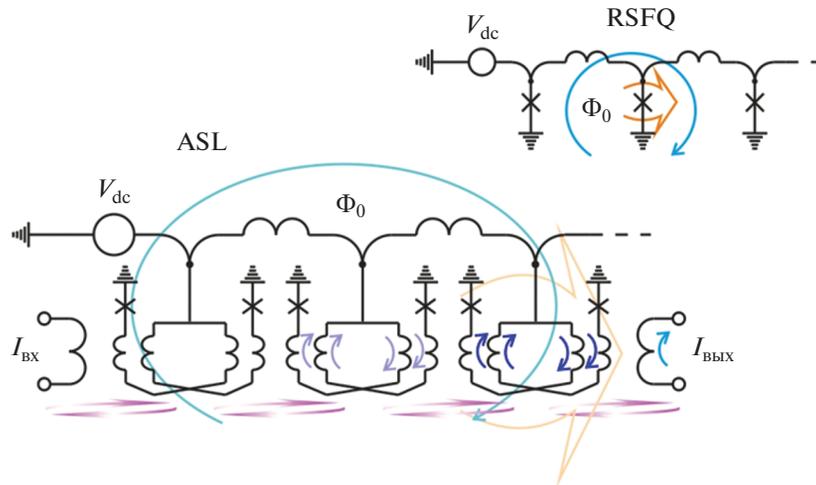
контур ПК, может давать такую же функциональность, что и квантрон.

Другой современный подход к реализации ASL возник при попытке избежать сложностей, связанных с переменным током питания. С этой целью была предложена ячейка параметрического квантрона постоянного тока [15]. Позже ее авторы отметили, что данная модификация квантрона обладает излишней степенью свободы, поэтому было предложено заменить ее на н-СКВИД (СКВИД с отрицательной взаимной индуктивностью плеч, nSQUID в англоязычной литературе) [16]. Принцип функционирования этой ячейки аналогичен работе квантрона, в котором роли активационного тока и входа/выхода взаимно обращены. Поясним введенную терминологию: активационный ток наводит циркулирующий ток в основной петле квантрона, делая выгодной циркуляцию тока в контуре двухконтактного интерферометра в одном из двух возможных направлений, с которыми и ассоциировано логическое состояние ячейки. Отрицательная взаимная индуктивность обеспечивает лучшую связь состояния н-СКВИДа с тактирующей фазой (активационным током) и также позволяет фазе, с которой ассоциировано логическое состояние (разности фаз джозефсоновских контактов двухконтактного интерферометра), изменяться в более широких пределах.

В цепях н-СКВИДов переменный ток питания заменен на циркулирующий ток, связанный с квантами магнитного потока, как показано на примере линии передачи данных на рис. 3. В такой линии н-СКВИДы используются вместо джозефсоновских контактов обычной джозефсоновской линии передачи данных в RSFQ логике [16–19]. Схемы на базе н-СКВИДов успешно тестировались на частоте 5 ГГц [18]. Согласно оценкам их энергопотребление близко к термодинамическому пределу  $\sim 2k_B T \ln 2$  на частоте 50 МГц [7].

Поскольку в схемах н-СКВИДов используется одноквантовое тактирование, их энерговыделение может быть оперативно изменено, подобно тому, как это реализовано в цепях RSFQ. Отметим, что энергия  $E_J$ , связанная с рождением/уничтожением кванта магнитного потока заметно больше термодинамического предела. Для предотвращения растрат этой энергии количество квантов магнитного потока в процессе работы схемы остается неизменным. Цепи организованы в виде замкнутых петель, “как ремень газораспределительного механизма в двигателе автомобиля” [19], что создает определенные сложности при их проектировании.

Сравнивая адиабатические и неадиабатические схемы, можно отметить лучшую энергоэффективность первых при сравнительно более низких тактовых частотах, ведь “термодинамический предел” Ландауэра накладывает нижнее ограниче-



**Рис. 3.** Линия передачи данных на базе н-СКВИДов и аналогичная линия, используемая в RSFQ-логике; круговыми линиями внутри схем показаны циркулирующие токи, стрелками, направленными слева направо, – переключающиеся элементы, круговыми линиями под схемой ASL – магнитная связь.

ние по энергии лишь на неадиабатические схемы. В адиабатических схемах возможна работа с энергиями переключения, много меньшими чем  $E_J = I_c \Phi_0$ , а данная величина обычно порядка  $10^{-19}$  Дж. По принципу функционирования рассмотренные логики можно условно подразделить на использующие в основном стационарный (ASL) или нестационарный (RSFQ) эффект Джозефсона. При этом во всех логиках используется эффект квантования магнитного потока.

### 3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КВАНТРОНЫ НА БАЗЕ СКВИДА

Представим предварительно качественное описание разновидностей квантронов на базе СКВИДа.

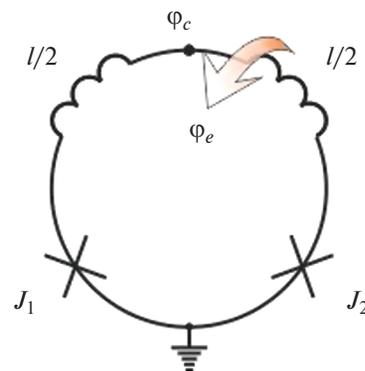
#### 3.1. СКВИД

Выражение для потенциальной энергии симметричного СКВИДа имеет вид

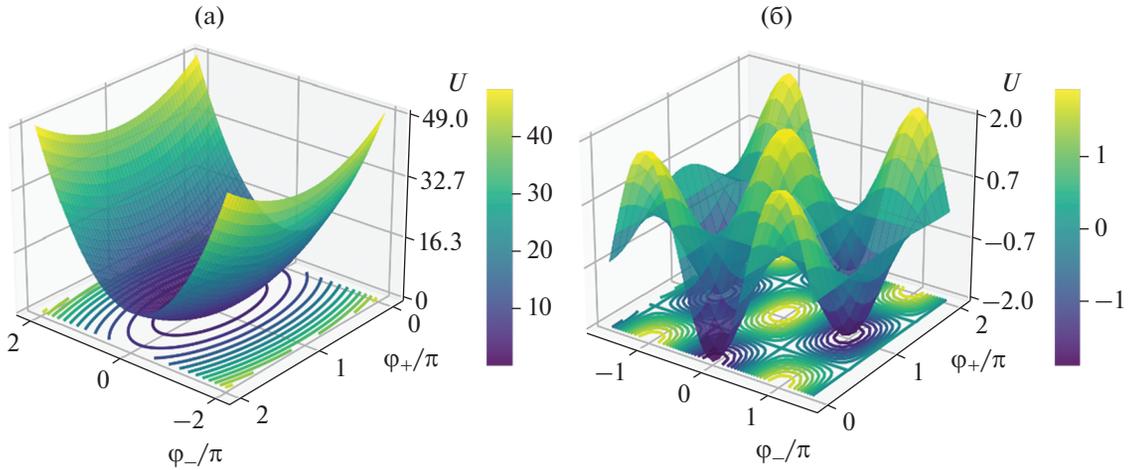
$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{[(\varphi_+ - \varphi_c)^2 + (\varphi_- - \varphi_c)^2]}{I} - 2 \cos(\varphi_+) \cos(\varphi_-), \quad (3)$$

где  $\varphi_{+/-} = (\varphi_1 \pm \varphi_2)/2$ ,  $\varphi_{1,2}$  – джозефсоновские фазы контактов,  $\varphi_c$  – “ведущая” фаза, т.е. фаза в средней точке СКВИДа (рис. 4),  $\varphi_e = \pi \Phi_e / \Phi_0$  – фаза, отвечающая внешнему магнитному потоку  $\Phi_e$ , задаваемому в контур с двумя джозефсоновскими контактами.

Сравнивая выражения (2) и (3), можно заметить, что при переходе от одноконтактного интерферометра, т.е. от ПК, к двухконтактному СКВИДУ потенциал перестает быть функцией лишь одной переменной и становится зависимым от двух координат (суммарной и разностной джозефсоновских фаз  $\varphi_{+/-}$ ). Тогда парабола индуктивного слагаемого принимает вид параболоида, центр которого по разностной фазе по-прежнему определяется приложенным магнитным потоком  $\Phi_e$ . Центр параболоида по суммарной фазе определяется ведущей фазой  $\varphi_c$ . Также “гармонический профиль” джозефсоновского слагаемого в (2) заменяется на периодический гармонический рельеф в (3). Индуктивное и джозефсоновское слагаемые потенциальной энергии СКВИДа представлены на рис. 5.



**Рис. 4.** Принципиальная схема СКВИДа.



**Рис. 5.** Индуктивное (а) и джозефсоновское (б) слагаемые в потенциальной энергии СКВИДа в формуле (3); потенциальная энергия  $U$  нормирована на джозефсоновскую энергию  $E_J$ .

Очевидно, что переход от одноячного к двухъячному потенциальному профилю СКВИДа может осуществляться и при неизменной (но относительно малой) крутизне параболоида индуктивного слагаемого (3) при перемещении его центра, например, вдоль одной из координат,  $\varphi_+$  или  $\varphi_-$ . Для примера на рис. 6 показаны отдельно слагаемые в потенциальной энергии СКВИДа при значениях ведущей фазы  $\varphi_c = 0, \pi$  (рис. 6а, 6б) и их сумма (рис. 6в, 6г).

Таким образом, управляя, например, ведущей фазой  $\varphi_c$ , можно реализовать переключение между логическими состояниями подобно случаю с ПК, у которого последнее осуществлялось за счет изменения критического тока джозефсоновского контакта  $I_c$ . Но тогда приходящая информация, отвечающая наклону потенциала, будет по-прежнему содержаться в фазе  $\varphi_e$ , соответствующей внешнему магнитному потоку.

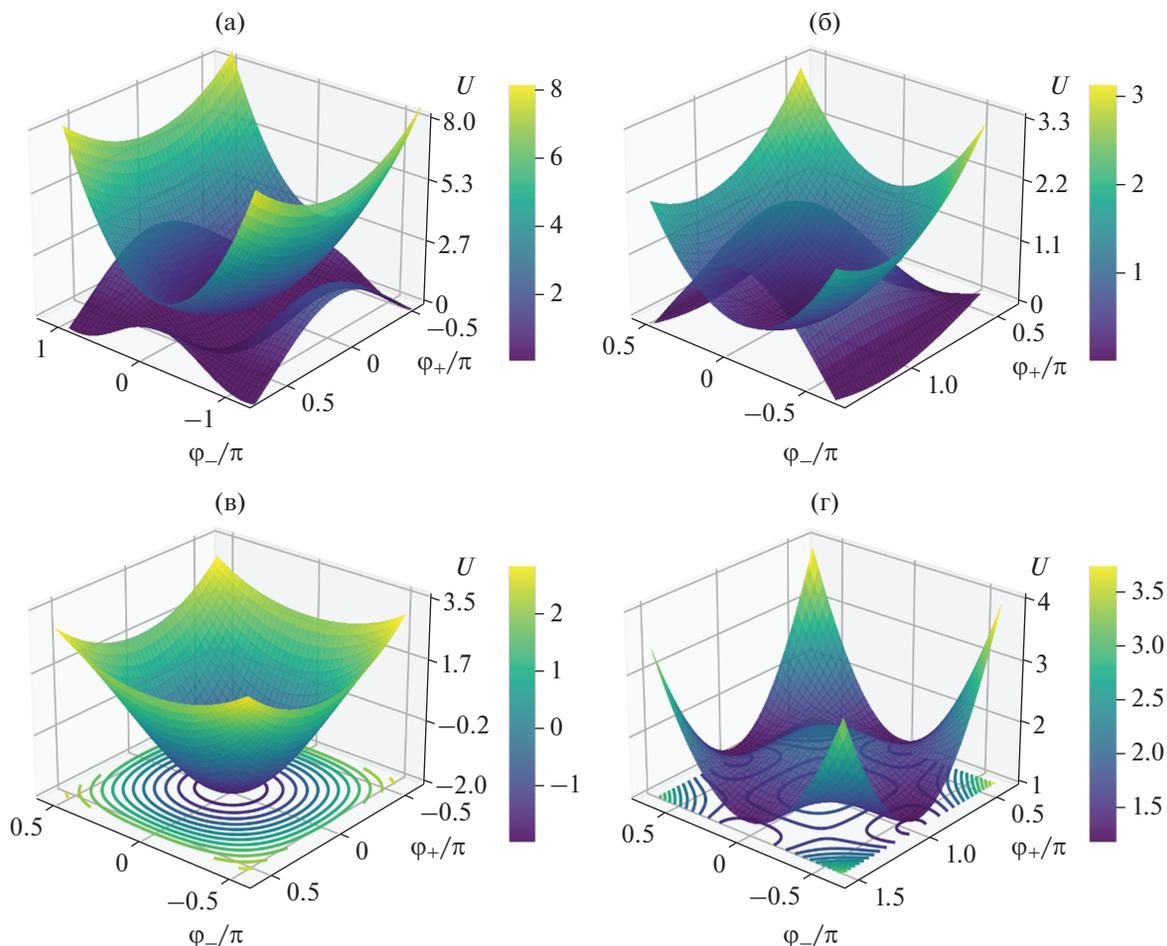
Вид потенциальной энергии СКВИДа для значений разностной фазы (в)  $\varphi_c = 0$  и (г)  $\varphi_c = \pi$ . Величина безразмерной индуктивности  $l = 2$ . Потенциальная энергия  $U$  нормирована на джозефсоновскую энергию  $E_J$ .

Для передачи информации предложенным способом джозефсоновские переходы линии передачи данных можно заменить на СКВИДы, связанные взаимными индуктивностями, как показано на рис. 7а. Работа источника напряжения  $V_{dc}$ , подключенного к одному из концов линии передачи данных, вызовет увеличение фазы  $\varphi_c$  на каждом последовательно включенном СКВИДе в данной цепочке (что эквивалентно введению флаксона в цепь). Это повлечет за собой последовательное изменение потенциалов СКВИДов от одноямно-

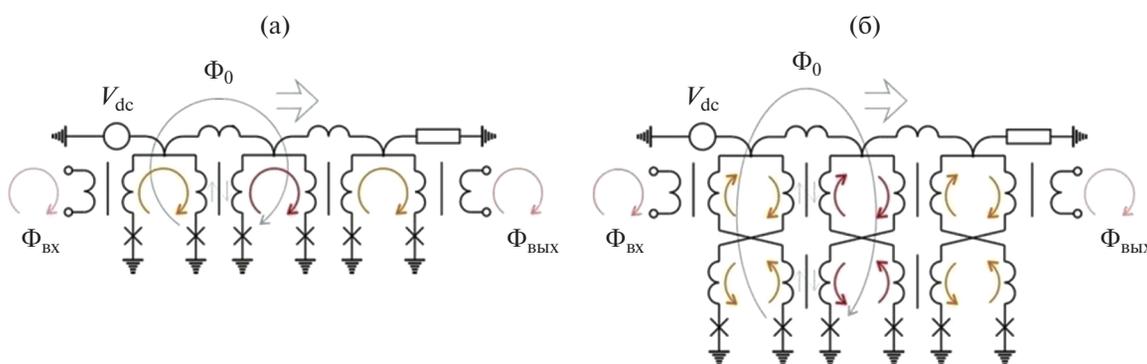
го к двухъячному виду и обратно ввиду периодичности по магнитному потоку джозефсоновской потенциальной энергии (см. рис. 5, 6). Градиент изменения потенциальной энергии (ее наклон) будет передаваться за счет существования магнитной связи СКВИДов.

Но из-за наличия у схемы, представленной на рис. 7а, асимметрии по отношению к токам, текущим через СКВИДы и отвечающим ведущей фазе  $\varphi_c$ , тактирование ячеек будет препятствовать передаче информации. Решить данную проблему можно с помощью симметризации схемы СКВИДа относительно топологии линии передачи данных. Идея такого изменения схемы показана на рис. 7б: тактирующий ток и ток, циркулирующий в ячейке, оказываются развязанными, что является необходимым условием правильного функционирования схемы. Это позволяет исключить индуцирование тактирующим током циркулирующего тока в ячейке, а значит, данные токи могут задаваться независимо.

Стоит отметить, что параметр Маккамбера  $\beta_c = \omega_c R_n C$  туннельных контактов, в том числе используемых в СКВИДах, соответствующий эффективной емкости, оказывается слишком большим для контролируемой манипуляции квантронами при разумном темпе переключения ячейки (в данном случае темп переключения определяется временем изменения ведущей фазы,  $V_{dc} = d\varphi_c/dt$ ). Для решения этой проблемы джозефсоновские переходы шунтируются дополнительным внешним сопротивлением. Но добавление сопротивления влечет за собой дополнительную диссипацию энергии, что идет вразрез с идеей реализации энергоэффективных схем. На практике величина сопротивления подбирается так, чтобы при заданной скорости переключения ячеек (частоте



**Рис. 6.** Изображение индуктивного и джозефсоновского слагаемых из формулы (3) потенциальной энергии СКВИДа для значений разностной фазы  $\varphi_c = 0$  раздельно (а) и суммарно (в),  $\varphi_c = \pi$  раздельно (б) и суммарно (г).

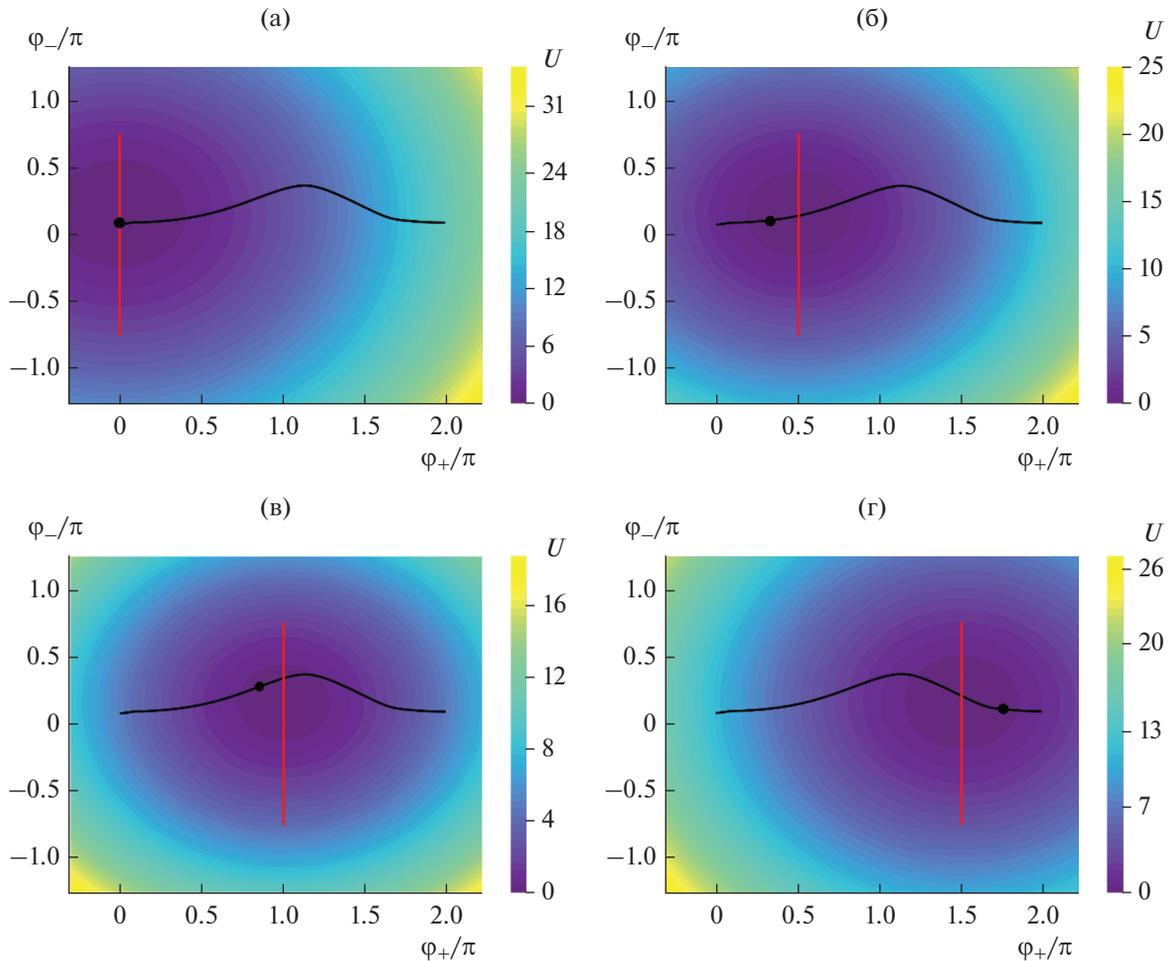


**Рис. 7.** Иллюстрация к замене джозефсоновских переходов одноквантовой линии передачи данных на СКВИДы (а), в том числе и с последующей симметризацией схемы (б).

тактирования) динамика ячейки оставалась бы квази-адиабатической.

Результаты анализа эволюции вида потенциальной энергии в процессе переключения

СКВИДа между логическими состояниями при равномерном увеличении ведущей фазы представлен в виде “снимков” в моменты времени, соответствующие значениям ведущей фазы,



**Рис. 8.** Расчет потенциальной энергии и динамических процессов при переключении СКВИДа при равномерном увеличении ведущей фазы  $\varphi_c$ : 0 (а),  $\pi/2$  (б),  $\pi$  (в),  $3\pi/2$  (г); кривая соответствует эволюции состояния системы, точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени, вертикальной линией показано значение ведущей фазы; параметры системы:  $l = 2$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .

$\varphi_c = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  (рис. 8). Сплошная черная линия соответствует траектории эволюции фаз  $\varphi_{+/-}$  СКВИДа. Черной точкой показаны значения фаз СКВИДа в текущий момент. Вертикальной линией отмечено значение ведущей фазы. Оттенками серого показан профиль потенциальной энергии СКВИДа при текущих значениях фаз  $\varphi_c, \varphi_e$ .

Можно отметить, что при заданных параметрах положение системы в динамике значительно отклоняется от значения ведущей фазы  $\varphi_c$ , что в свою очередь свидетельствует о недостаточном контроле над системой внешним тактирующим сигналом. На рис. 8 влияние емкости видно в асимметрии траектории эволюции состояния системы.

Помимо емкости достаточному контролю над системой мешает тот факт, что минимум потенциальной энергии не всегда достигается при значении ведущей фазы  $\varphi_c$  (рис. 8). В приведенном

примере процесс переключения оказывается физически необратимым и, соответственно, неадиабатическим.

### 3.2. n-СКВИД

Возможным преобразованием топологии СКВИДа (см. рис. 7а) является переход к упомянутым выше n-СКВИДам с отрицательной взаимной индуктивностью между индуктивными плечами. Рассмотрим подробнее это схемотехническое решение, представленное на рис. 9.

Потенциальная энергия теперь может быть представлена в виде

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{l} \left[ \frac{(\varphi_+ - \varphi_c)^2}{1 - m} + \frac{(\varphi_- - \varphi_e)^2}{1 + m} \right] - 2 \cos(\varphi_+) \cos(\varphi_-), \quad (4)$$

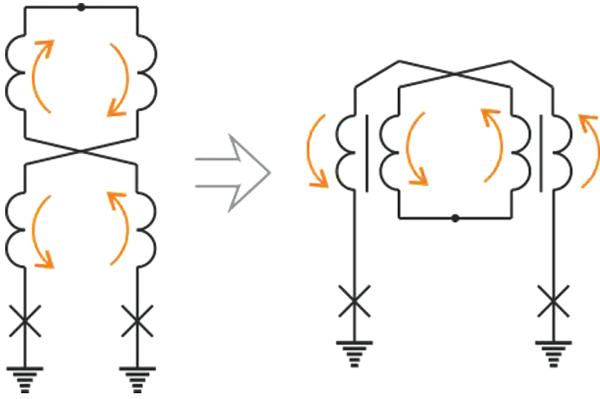


Рис. 9. Преобразование схемы СКВИДа в н-СКВИД.

отрицательной взаимной индуктивности крутизна параболоида индуктивного слагаемого потенциальной энергии увеличивается для суммарной фазы  $\varphi_+$ , что приводит к лучшему контролю состояния ячейки тактирующим сигналом. При этом крутизна параболоида для разностной фазы уменьшается, что позволяет системе дальше отклоняться от исходного положения по разностной фазе  $\varphi_-$ , что делает логические состояния более различимыми (разделенными большим потенциальным барьером). Также по этой причине можно ослабить требования к взаимной магнитной связи соседних ячеек, необходимой для передачи логического состояния.

где  $m = 2M/L$  – коэффициент взаимной индукции между индуктивными плечами н-СКВИДа. Согласно выражению (4), за счет существования

Расчет эволюции потенциальной энергии и состояния н-СКВИДа в процессе переключения представлен на рис. 10. Параметры системы аналогичны выбранным при расчете динамики СКВИДа. Величина взаимной индуктивности  $m = 0.77$ .

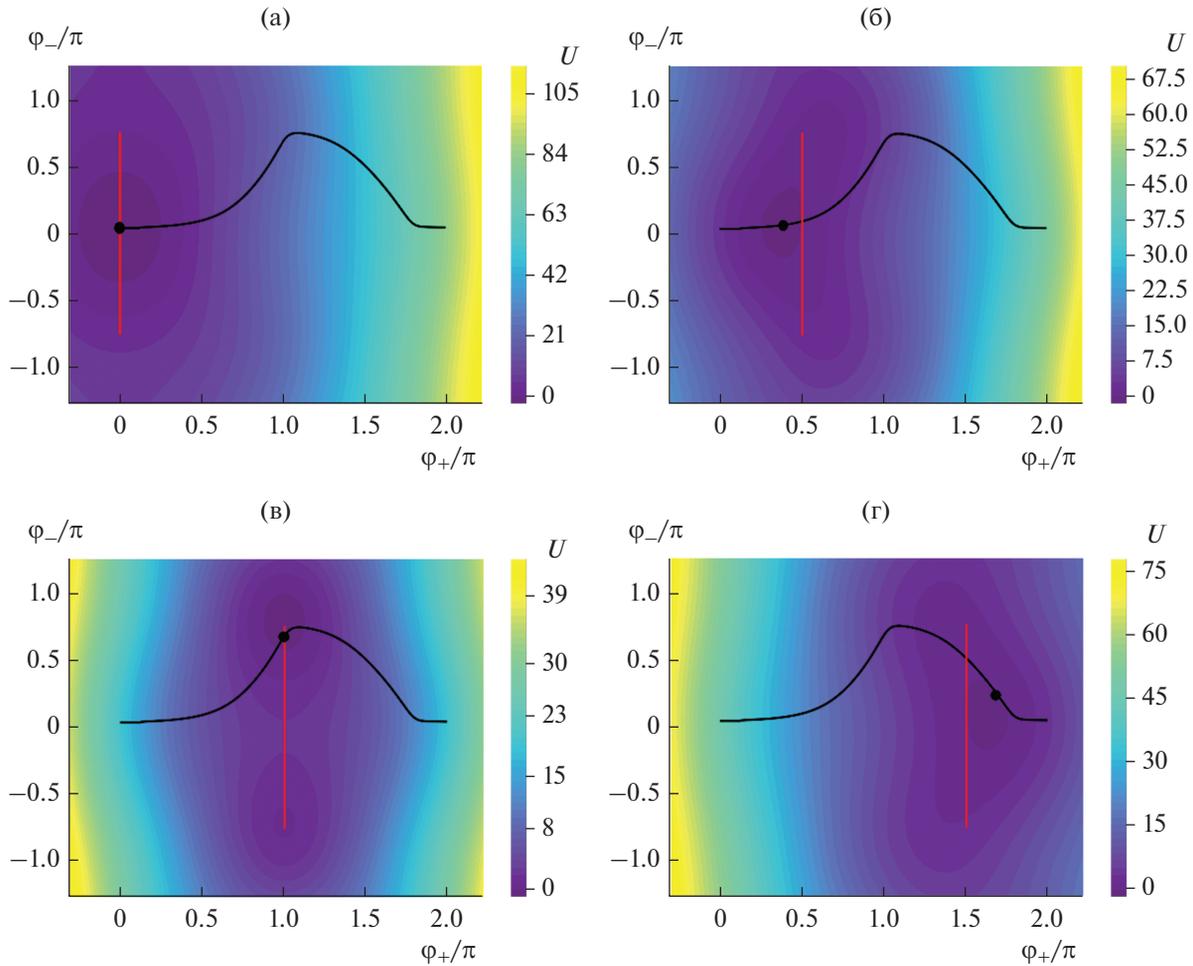
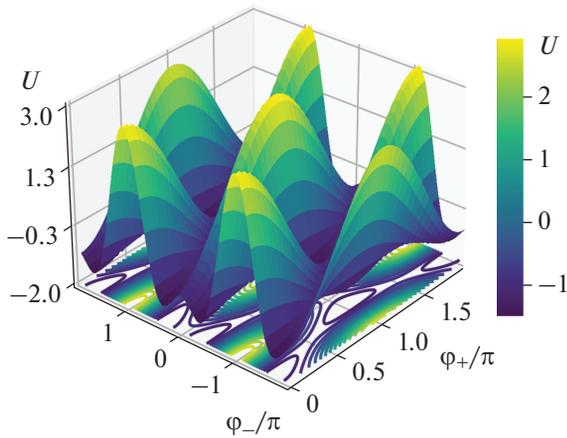


Рис. 10. Расчет потенциальной энергии и динамических процессов при переключении н-СКВИДа между состояниями при равномерном увеличении ведущей фазы  $\varphi_c$ : 0 (а),  $\pi/2$  (б),  $\pi$  (в),  $3\pi/2$  (г); кривая соответствует эволюции состояния системы, точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени, вертикальной линией показано значение ведущей фазы; параметры системы:  $l = 2$ ,  $m = 0.77$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .



**Рис. 11.** Джозефсоновское слагаемое в формуле (5) для потенциальной энергии би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом; потенциальная энергия  $U$  нормирована на джозефсоновскую энергию  $E_J$ .

Хорошо видно, что динамические процессы в н-СКВИДе можно контролировать лучше, чем в случае со СКВИДОм (см. рис. 8). Тем не менее траектория эволюции системы все еще асимметрична. Оптимизация джозефсоновского потенциального рельефа ячейки с целью обеспечения адиабатического процесса переключения системы может решить данную проблему.

### 3.3. Новая ячейка: би-СКВИД с $\pi$ -контактом

Повлиять на эффективность переключения адиабатической ячейки между логическими состояниями можно посредством изменения профиля джозефсоновской составляющей потенциальной энергии, например, добавляя в СКВИД дополнительный джозефсоновский контакт и формируя таким образом ячейку би-СКВИДа. Далее будет показано, что энергоэффективнее использовать в качестве дополнительного контакта джозефсоновский  $\pi$ -контакт со сдвинутой на  $\pi$  ток-фазовой зависимостью (ТФЗ). В таком случае выражение для потенциальной энергии би-СКВИДа имеет следующий вид:

$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{l} \left[ (\varphi_+ - \varphi_c)^2 + (\varphi_- - \varphi_e)^2 \right] - 2 \cos(\varphi_+) \cos(\varphi_-) + i_{c3} \cos(2\varphi_-), \quad (5)$$

где  $i_{c3}$  — нормированный критический ток третьего джозефсоновского контакта. Сдвиг ТФЗ третьего контакта на  $\pi$  эквивалентен смене знака его критического тока.

Гармонический профиль джозефсоновского слагаемого потенциальной энергии СКВИДа при переходе к би-СКВИДУ с  $\pi$ -контактом изменяется следующим образом (рис. 11).

За счет появления дополнительного слагаемого в потенциальной энергии в ее сечениях при фиксированной суммарной фазе образуются вытянутые долины, траектория движения системы по которым становится ближе к эквипотенциальной (см. рис. 11). При прежней скорости роста ведущей фазы

$$\frac{d\varphi_c}{dt} = V_{dc} = 0.1$$

данное обстоятельство обеспечивает более плавную динамику, делая процесс переключения би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом близким к адиабатическому (рис. 12). При этом следует отметить, что динамика би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом контролируется тактирующим сигналом хуже динамики н-СКВИДа. Топология н-СКВИДа является более компактной, что также улучшает возможности по контролю динамики ячейки, наиболее оптимальным выбором для практической реализации квантрона может являться н-би-СКВИД с  $\pi$ -контактом.

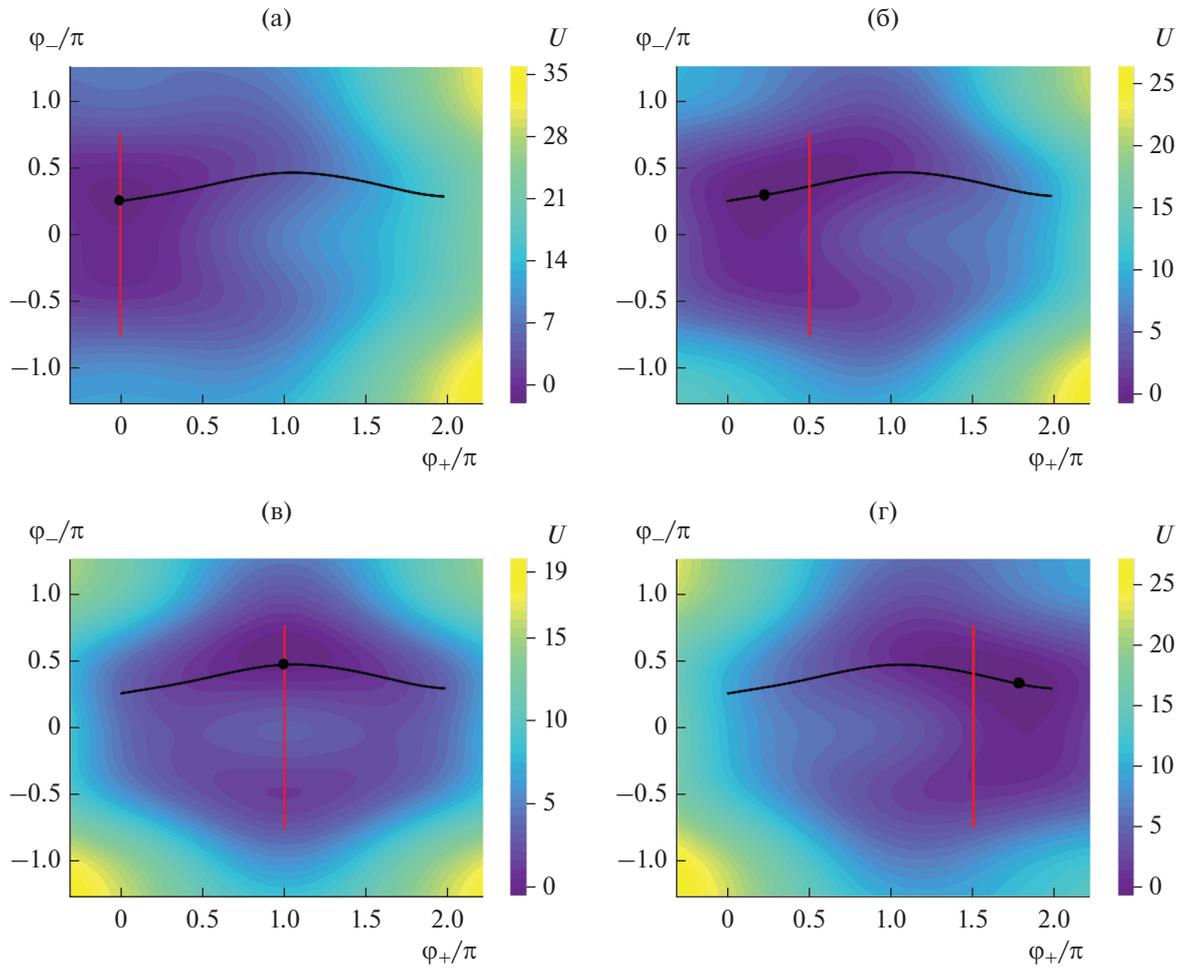
### 3.4. Новая ячейка: н-би-СКВИД с $\pi$ -контактом

Преобразование схемы би-СКВИДа в н-би-СКВИД показано на рис. 13. В соответствии с (4) и (5) выражение для потенциальной энергии н-би-СКВИДа имеет следующий вид:

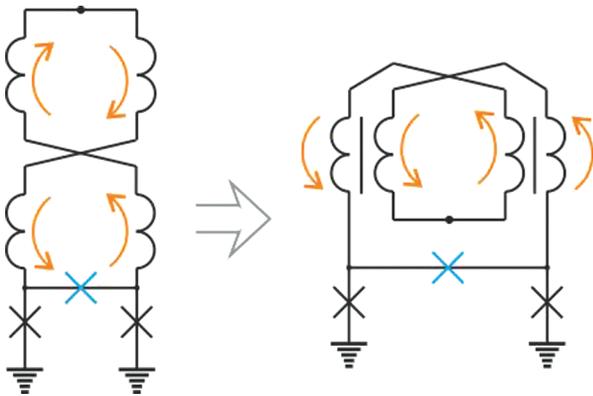
$$\frac{2\pi U}{E_J} = \frac{1}{l} \left[ \frac{(\varphi_+ - \varphi_c)^2}{1-m} + \frac{(\varphi_- - \varphi_e)^2}{1+m} \right] - 2 \cos(\varphi_+) \cos(\varphi_-) + i_{c3} \cos(2\varphi_-). \quad (6)$$

На рис. 14 для наглядности представлены две траектории движения системы в осях суммарной и ведущей фаз — меньшее отклонение суммарной фазы от ведущей соответствует большей близости к адиабатическому процессу переключения ячейки. Результаты расчета динамики переключения н-би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом представлены на рис. 15. Совмещение преимуществ би-СКВИДа и н-би-СКВИДа позволяет лучше контролировать динамику переключения системы за счет внешнего тактирующего сигнала.

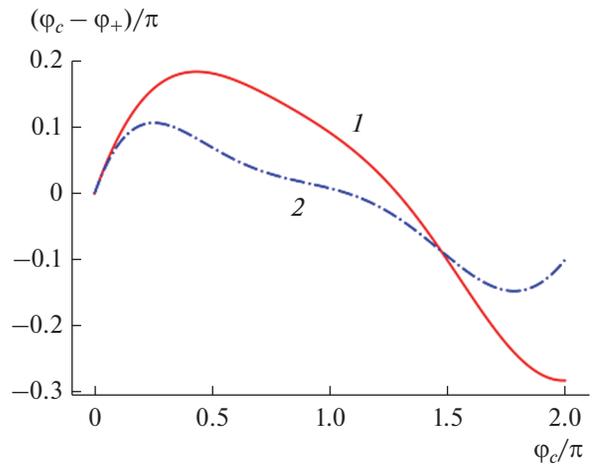
Сравнение энергии  $E_D$ , выделяемой при однократном переключении (изменении ведущей фазы  $\varphi_c$  от 0 до  $2\pi$ ) рассмотренных ячеек СКВИДа, н-СКВИДа, би-СКВИДа и н-би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом в зависимости от различных параметров, представлено на рис. 16. Из анализа энергии диссипации СКВИДа были найдены оптимальные параметры, позволяющие минимизировать выделяемую в ячейке энергию:  $l = 0.5$ ,  $\beta_c = 0.5$ . Полученные значения индуктивности и емкости использовались для анализа диссипации модифицированных ячеек.



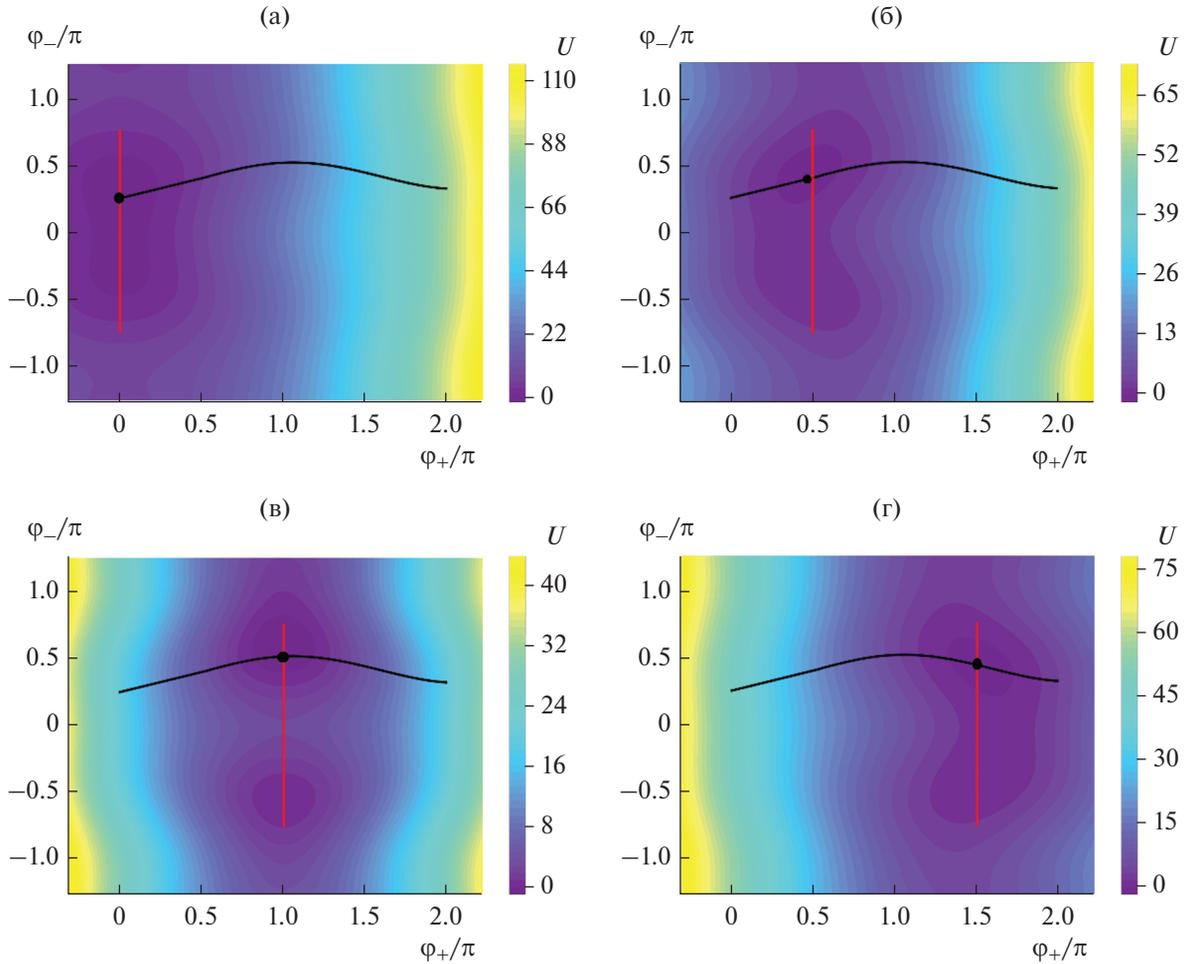
**Рис. 12.** Расчет потенциальной энергии (показана цветом) и динамических процессов при переключении би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом между устойчивыми состояниями при равномерном увеличении ведущей фазы  $\varphi_c$ : 0 (а),  $\pi/2$  (б),  $\pi$  (в),  $3\pi/2$  (г); кривая соответствует эволюции состояния системы, точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени, вертикальной линией показано значение ведущей фазы, параметры системы:  $l = 2$ ,  $i_{c3} = 1$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .



**Рис. 13.** Преобразование схемы би-СКВИДа в n-би-СКВИД.



**Рис. 14.** Зависимости  $\varphi_+$  от  $\varphi_c$  для би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом (кривая 1) и n-би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом (кривая 2).



**Рис. 15.** Расчет потенциальной энергии и динамических процессов при переключении  $n$ -би-СКВИДа с  $\pi$ -контактом между устойчивыми состояниями при равномерном увеличении ведущей  $\varphi_c$ : 0 (а),  $\pi/2$  (б),  $\pi$  (в),  $3\pi/2$  (г); кривая соответствует эволюции состояния системы, точкой показано состояние системы в фиксированный момент времени, вертикальной линией показано значение ведущей фазы; параметры системы:  $l = 2$ ,  $m = 0.77$ ,  $i_{c3} = 1$ ,  $\beta_c = 1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ .

При проведении всех расчетов мы использовали уравнения фазового баланса, которые на примере простого СКВИДа можно записать в форме:

$$\varphi_c = \varphi_1 + i_1 * \frac{l}{2} + \varphi_e, \quad \varphi_c = \varphi_2 + i_2 * \frac{l}{2} + \varphi_2, \quad (7)$$

где  $i_1, i_2$  – токи через индуктивности. В рамках модели джозефсоновских контактов с резистивным шунтированием ток через  $k$ -й элемент представим в виде

$$i_k = \frac{d^2\varphi_k}{dt^2} + \alpha \frac{d\varphi_k}{dt} + i_c \sin(\varphi_k).$$

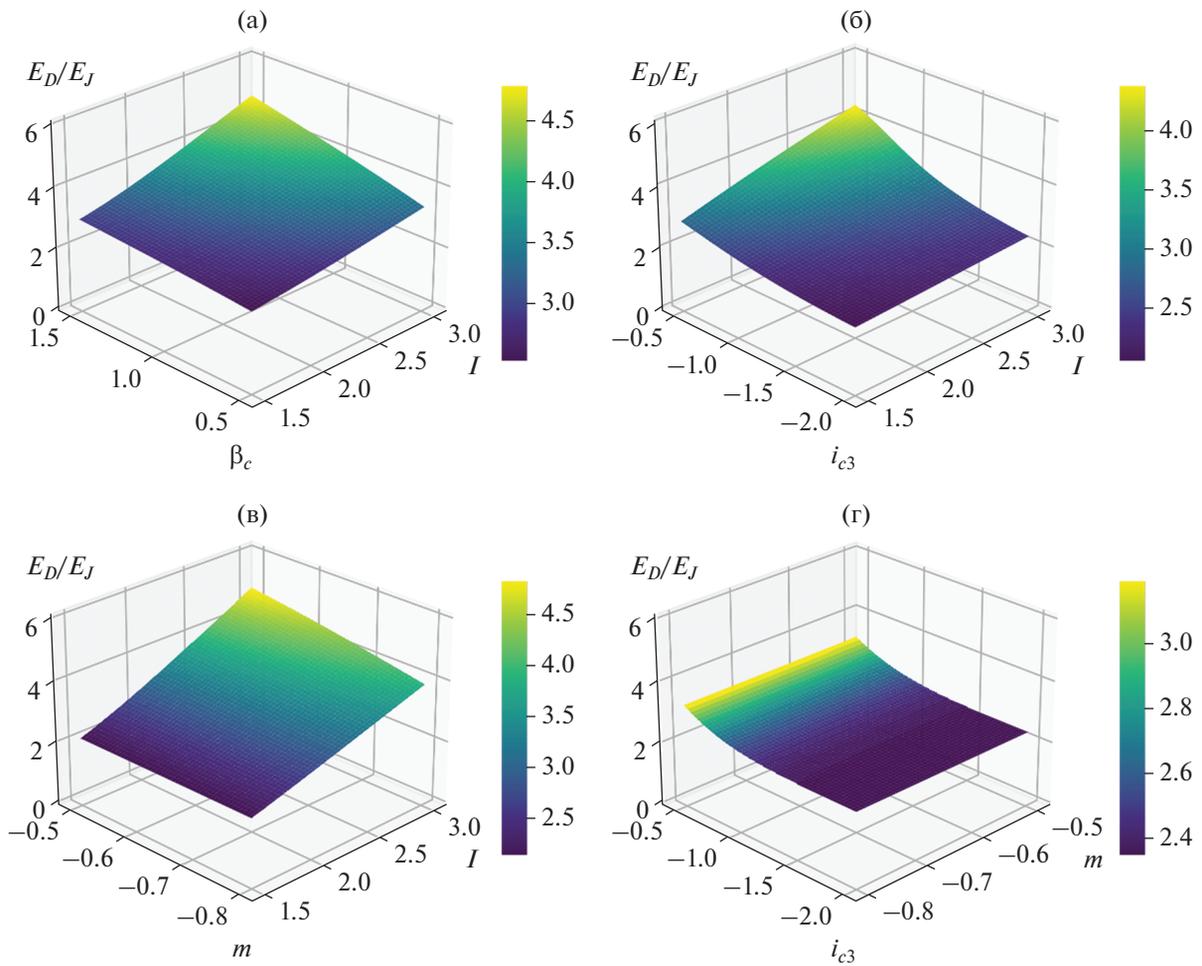
Здесь  $\alpha$  – безразмерный коэффициент затухания, все токи нормированы на критический ток джозефсоновских контактов симметричного СКВИДа.

Для вычисления диссипируемой энергии мы пользовались простым выражением:

$$E_D = \int \frac{V^2}{R} dt = \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 \int \frac{(\dot{\Phi})^2}{R} dt, \quad (8)$$

где  $V$  – напряжение на одиночном джозефсоновском контакте с нормальным сопротивлением  $R$ . На рис. 16  $E_D$  является суммарной диссипируемой энергией на всех джозефсоновских контактах в ячейках.

Из представленных данных расчета видно, что ячейка  $n$ -би-СКВИДа является оптимальной с точки зрения энергоэффективности по сравнению с рассмотренными выше ячейками. Топология  $n$ -би-СКВИДа позволяет сохранять в процессе функционирования выделение энергии на одном уровне в достаточно широком диапазоне



**Рис. 16.** Расчет рассеиваемой за однократное переключение энергии в СКВИДе (а), би-СКВИДе с π-контактом (б), н-СКВИДе (в), н-СКВИДе с π-контактом (г); параметр Маккамбера для расчетов, представленных на рис. 16б–16г  $\beta_c = 0.5$ ; значение индуктивности н-би-СКВИДа  $l = 1.5$ ,  $V_{dc} = 0.1$ ,  $\varphi_e = 0.5$ .

изменения ключевых параметров системы. Сравнение энергии диссипации н-би-СКВИДа с диссипацией рассмотренных выше ячеек позволяет дать оценку его эффективности. Так, энерговыделение при равных условиях в н-би-СКВИДе на 28% меньше, чем в СКВИДе и н-СКВИДе, и на 17% ниже, чем в би-СКВИДе.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена оптимизация характеристик схем ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики посредством добавления в них джозефсоновских контактов с отрицательным критическим током (π-контактов). Показано, что привнесение таких гетероструктур со смещенной на π ток-фазовой зависимостью позволяет увеличить индуктивности сверхпроводящих контуров при сохранении адиабатического характера эволюции ячеек в процессе их переключения. При этом увеличивается

магнитный поток, передаваемый от ячейки к ячейке в процессе распространения информации по шине данных, что снижает требования к взаимной связи элементов схемы. Также предлагаемые модернизации схем адиабатической сверхпроводниковой логики улучшают контроль состояния ячейки тактирующим сигналом, что позволяет увеличивать рабочую частоту устройства при сохранении высокой энергоэффективности. Предложенные в работе би-СКВИД [20, 21] и н-би-СКВИД с π-переходами могут быть реализованы в технологии с двумя слоями для стандартных джозефсоновских структур и одним слоем для π-контактов с магнитным материалом в области слабой связи [22, 23]. Это очень близко к современным технологическим возможностям, что упрощает экспериментальную реализацию таких схем [24, 25] для использования в составе классических, квантовых и нейроморфных [26] вычислительных систем.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках гос. бюджетной темы 8.1 НИИЯФ МГУ. Доступ к необходимой научно-технической литературе получен при поддержке Программы развития Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”. Работа авторов была поддержана Росатомом в рамках Дорожной Карты по Квантовым Вычислениям (Договор № 868-1.3-15/15-2021 от 05 октября 2021 г.).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Holmes D.S., Ripple A.L., Manheimer M.A.* // IEEE Trans. 2013. V. AS-23. № 3. P. 1701610. <https://doi.org/10.1109/TASC.2013.2244634>
2. *Huang H.L., Wu D., Fan D. et al.* // Sci. China Inf. Sci. 2020. V. 63. № 8. P. 180501.
3. *Liu J., Lim K.H., Wood K.L. et al.* // Sci. China Phys. Mech. Astron. 2021. V. 64. P. 290311.
4. *Вожжаков В.А., Бастракова М.В., Кленов Н.В. и др.* // Успехи физ. наук. 2022. Т. 192. № 5. С. 457. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.02.038934>
5. *Bastrakova M.V., Klenov N.V., Soloviev I.I. et al.* // Supercond. Sci. Technol. 2022. V. 35. № 5. P. 055003.
6. *Landauer R.* // IBM J. Res. Dev. 1961. V. 5. P. 183.
7. *Mukhanov O.A.* // IEEE Trans. 2011. V. AS-21. № 3. Pt. 1. P. 760.
8. *Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // Sci. Rep. 2014. V. 4. № 6354.
9. *Takeuchi N., Ozawa D., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // Supercond. Sci. Technol. 2013. V. 26. № 3. P. 035010.
10. *Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // Appl. Phys. Lett. 2013. V. 102. № 5. P. 052602.
11. *Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // Appl. Phys. Lett. 2013. V. 103. № 6. P. 062602.
12. *Takeuchi N., Ortlepp T., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // J. Appl. Phys. 2014. V. 115. № 10. P. 103910.
13. *Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // J. Appl. Phys. 2015. V. 117. № 17. P. 173912.
14. *Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N.* // Supercond. Sci. Technol. 2015. V. 28. P. 015003.
15. *Rylov S.V., Semenov V.K., Likharev K.K.* // Proc. IEEE Int. Superconductive Electronics Conf. (ISEC'87). Tokyo. 28–29 Aug. N.Y.: IEEE, 1987. P. 135.
16. *Semenov V.K., Danilov G.V., Averin D.V.* // IEEE Trans. 2003. V. AS-13. № 2. Pt. 1. P. 938.
17. *Semenov V.K., Danilov G.V., Averin D.V.* // IEEE Trans. 2007. V. AS-17. № 2. Pt. 1. P. 455.
18. *Ren J., Semenov V.K., Polyakov Y.A. et al.* // IEEE Trans. 2009. V. AS-19. № 3. Pt. 1. P. 961.
19. *Ren J., Semenov V.K.* // IEEE Trans. 2011. V. AS-21. № 3. Pt. 1. P. 780.
20. *Kornev V.K., Soloviev I.I., Klenov N.V., Mukhanov O.A.* // Physica C. 2010. V. 470. № 19. P. 886.
21. *Soloviev I.I., Klenov N.V., Schegolev A.E. et al.* // Supercond. Sci. Technol. 2016. V. 29. № 9. P. 094005.
22. *Bolginov V.V., Rossolenko A.N., Shkarin A.B. et al.* // J. Low Temperature Phys. 2018. V. 190. № 5–6. P. 302.
23. *Tolpygo S.K., Bolkhovskiy V., Rastogi R. et al.* // IEEE Trans. 2019. V. AS-29. № 5. Pt. 1. Article № 1101208.
24. *L. N. Karelina, R. A. Hovhannisyanyan, I. A. Golovchanskiy et al.* // J. Appl. Phys. 2021. V. 130. № 17. P. 173901.
25. *Soloviev I.I., Bakurskiy S.V., Ruzhickiy V.I. et al.* // Phys. Rev. Appl. 2021. V. 16. № 4. P. 044060.
26. *Schegolev A.E., Klenov N.V., Soloviev I.I., Tereshonok M.V.* // Supercond. Sci. Technol. 2021. V. 34. № 1. P. 015006.