РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2022, том 67, № 2, с. 181–184

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 621.382+621.391.822

АНОМАЛЬНЫЕ ТОКИ, ИНДУЦИРУЕМЫЕ ВО ВНЕШНЕЙ ЦЕПИ ИЗМЕНЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗЦА

С. Г. Дмитриев*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

**E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru*

Поступила в редакцию 26.08.2020 г.
После доработки 26.08.2020 г.
Принята к публикации 23.11.2020 г.

В развитие идей теоремы Шокли–Рамо проанализирована природа токов во внешней цепи, возникающих при изменении параметров образца. Выведена формула для токов аномальной природы, которые не сводятся к токам, индуцированным движением зарядов в образце, и токам емкостной природы.

DOI: 10.31857/S0033849422020024

ВВЕДЕНИЕ

Теорема Шокли–Рамо (ТШР) [1, 2] и ее обобщения [3–12] связывают движение зарядов между металлическими электродами в вакууме [1–6] или в диэлектрике [7–12] с индуцированными этим движением токами, втекающими в электроды из внешней цепи. Соответствующие формулы полезны при изучении процессов в вакуумных сверхвысокочастотных (СВЧ) приборах [1–6], в датчиках жесткого излучения [7–9, 13], в интегральных схемах и в структурах на основе металл–диэлектрик–полупроводник (МДП) [10–12], а также в других современных приборах. Формула для тока I_α во внешней цепи на отдельный α-й электрод (в системе с N электродами) имеет вид [1–4, 8]

$$I_\alpha = \iiint \vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{j}_{\text{п}} dV. \quad (1)$$

Здесь $\vec{j}_{\text{п}}(t,\vec{r})$ – плотность полного тока в рассматриваемой системе, определяемая известной формулой

$$\vec{j}_{\text{п}} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t, \quad (2)$$

$\vec{j}(t,\vec{r})$ – плотность конвективного тока, $\vec{D}(t,\vec{r})$ – электрическая индукция, равная

$$D_i = P_i + \varepsilon_{ij} E_j, \quad (3)$$

где P_i – плотность поляризации, $\varepsilon_{ij}(t,\vec{r})$ – тензор диэлектрической проницаемости (по одинаковым тензорным индексам здесь и далее предполагается суммирование), $E_j(t,\vec{r})$ – электрическое поле, $E_i^{(\alpha)}$ – вспомогательное нормированное электрическое поле

$$E_i^{\alpha} = E_i^{(1\alpha)} / \Phi_0, \quad (4)$$

$\vec{E}^{(1\alpha)} = -\text{grad}\varphi^{(1\alpha)}$ и $\varphi^{(1\alpha)}(t,\vec{r})$ – соответственно электрическое поле и потенциал из вспомогательной задачи для той же системы, но без пространственных зарядов и с потенциалами электродов $\Phi_\beta^{(1\alpha)} = 0$ при $\beta \neq \alpha$ и $\Phi_\alpha^{(1\alpha)} = \Phi_0 = 1$ В.

Интегрирование проводится по пространству без металлических электродов (влияние подводящих ток проводов предполагается незначительным, см. обсуждение вопроса в [12, 14]). Потенциальным должно быть только вспомогательное поле. Широта области применимости теоремы видна уже из формулы (1). Поляризация в (3) может быть связана не только со структурной поляризацией твердого тела (как, например, в сегнетоэлектриках), но и с отдельными диполями (см., например, оценки проявления генерации дипольных дефектов в полупроводниковых структурах с диэлектриками в [15]) и с другими явлениями.

Обычно ТШР понимают в более узком смысле, удерживая в правой части (1) только конвективные токи:

$$I_{\alpha 1} = \iiint \vec{E}^{(\alpha)} \cdot \vec{j}\, dV \quad (5)$$

(где $I_{\alpha 1}$ – вклад во внешний ток на α-й электрод от конвективных токов в образце), или даже, как это делалось в первых работах [1, 2], рассматривая движение лишь одного точечного заряда. Отметим, что ту же природу (и тот же вид) имеет также слагаемое в (1), связанное с изменением поляризации ($\partial P/\partial t$), так что и его следует отнести к токам той же природы, что и (5). Тогда

$$I_{\alpha 1} = \iiint \vec{E}^{(\alpha)} \cdot (\vec{j} + \partial \vec{P}/\partial t) dV. \tag{6}$$

Вклад же в (1) от второго слагаемого в (3) имеет другую природу. Во многих случаях токи, связанные с временными изменениями электрической индукции (токи смещения), сводятся к емкостным токам, формулы для которых хорошо известны в теории полупроводниковых приборов [16–18]. Возникает вопрос, не является ли в этих случаях обсуждаемый вклад чисто емкостным. Тогда полный ток в (1) будет складываться из емкостных токов и токов из (5), которые индуцируются конвективными токами. Обычно в полупроводниковых приборах при не слишком высоких частотах так оно и есть.

Отметим в этой связи, что при создании интегральных схем в послевоенные годы независимо рассматривался аналог ТШР для МДП-структур. Речь шла об определении конвективных токов в тонких диэлектрических пленках этих структур путем вычитания емкостных токов из полных измеряемых во внешней цепи токов (“метод вычитания”). Развитие этой высокочувствительной электрофизической методики было необходимо для диагностики рекордно низких концентраций подвижных ионов в пленках окислов структур металл–окисел–полупроводник (МОП) (см. обсуждение истории вопроса в [10, 18], некоторые детали эксперимента отмечены в [19]).

Тем не менее в рассматриваемом в ТШР общем случае при выделении из (1) токов емкостной природы все же остается дополнительное третье слагаемое [11, 12]. В работе [14] приведен поясняющий пример со структурой, в которой неоднородные изменения диэлектрической проницаемости (при отсутствии двигающихся зарядов в образце) индуцируют во внешней цепи токи только неемкостного характера.

1. ЕКОСТНЫЕ И АНОМАЛЬНЫЕ ТОКИ

Формула для тока на отдельный электрод после выделения емкостных токов приобретает (при $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$) следующий вид [11, 12]:

$$I_\alpha = I_{\alpha 1} + I_{\alpha 2} + I_{\alpha 3}. \tag{7}$$

Второе слагаемое здесь описывает емкостные токи:

$$I_{\alpha 2} = \sum_{\beta=1}^{N} \frac{\partial}{\partial t}(C_\beta^\alpha \Phi_\beta), \tag{8}$$

$$C_\beta^\alpha = Q_\beta^{(1\alpha)}/\Phi_0, \tag{9}$$

где C_β^α – емкостные коэффициенты (в электростатике это коэффициенты емкости (C_α^α) и коэффициенты электростатической индукции (C_β^α, $\beta \neq \alpha$) [20]), а $Q_\beta^{(1\alpha)}$ – заряд на β-м электроде во вспомогательной задаче в рассматриваемом случае. Поле здесь, конечно, должно быть потенциально. Отметим, что изменение потенциала системы на константу не меняет ток $I_{\alpha 2}$, как это видно из следующего равенства (вытекающего из электронейтральности системы во вспомогательной задаче):

$$\sum_{\beta=1}^{N} \partial C_\beta^\alpha/\partial t = (1/\Phi_0)\frac{\partial}{\partial t}\sum_{\beta=1}^{N} Q_\beta^{(1\alpha)} = 0. \tag{10}$$

Отметим также, что кроме собственно емкостных токов в (8) включены и токи, связанные с изменением емкостных коэффициентов (см. [12]).

После выделения слагаемых указанной природы остается еще третье слагаемое, которое имеет вид

$$I_{\alpha 3} = -\iiint \frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t} \varepsilon_{ji} E_j dV. \tag{11}$$

Преобразуем его. Положим $\vec{P} = 0$ и рассмотрим, действуя в духе ТШР (и с теми же оговорками), объемный интеграл

$$J = \iiint \operatorname{div}\left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t}\vec{D}\right) dV \tag{12}$$

и выразим его, применяя теорему Остроградского–Гаусса, через поверхностный интеграл:

$$J = -\sum_{\beta=1}^{N} \frac{\partial \Phi_\beta^{(1)}}{\partial t} \oint\!\!\!\oint_{S_\beta} \vec{D} \cdot \vec{n}\, dS. \tag{13}$$

Интегрирование здесь проводится по поверхностям S_β металлических электродов системы, $\vec{n}$ – внешние нормали к ним, интеграл по бесконечности равен нулю вследствие электронейтральности системы.

Из (13) видно, если потенциалы электродов во вспомогательной задаче постоянны во времени ($\Phi_\beta^{(1)} = \mathrm{const}$), то $J = 0$. Вместе с тем, используя уравнение

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho,$$

где ρ – плотность заряда (в основной задаче), можно записать подынтегральное выражение в (12) в виде

$$\operatorname{div}\left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t}\vec{D}\right) = -\frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t}\vec{D} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t}\rho. \tag{14}$$

Отсюда для рассматриваемого случая следует

$$\iiint \frac{\partial \vec{E}^{(1\alpha)}}{\partial t} \cdot \vec{D} dV = \iiint \frac{\partial \varphi^{(1\alpha)}}{\partial t} \rho dV. \tag{15}$$

Поскольку левое слагаемое в (15) совпадает (при $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$) с интегралом в (11) с точностью до множителя $-(1/\Phi_0)$, то формулу для *аномального* тока $I_{\alpha 3}$ можно записать в окончательном виде:

$$I_{\alpha 3} = -\frac{1}{\Phi_0}\iiint \frac{\partial \varphi^{(1\alpha)}}{\partial t}\rho dV. \quad (16)$$

Рассмотрим теперь поясняющий пример из [14] с конденсатором, заполненным поровну двумя диэлектриками с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2, и найдем ток на второй электрод (обкладка конденсатора, примыкающая ко второму диэлектрику). Емкость такого конденсатора равна

$$C = \frac{2\varepsilon_0 S}{(\varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_2^{-1})d}, \quad (17)$$

где S – его площадь, d – толщина, а ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума. Если диэлектрические проницаемости изменяются со временем, то условие постоянства емкости имеет вид

$$\partial(\varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_2^{-1})/\partial t = 0. \quad (18)$$

Введем далее поверхностный заряд между диэлектриками с плотностью $-\sigma < 0$. Если этот заряд не двигается, потенциалы на электродах не меняются и емкость тоже постоянна, то емкостные и индуцированные токи $I_{\alpha 2}$ и $I_{\alpha 1}$, втекающие в электроды (на обкладки конденсатора) равны нулю. Аномальный же ток из (16) для этой задачи отличен от нуля и описывается выражением

$$I_{\alpha 3} = \frac{\sigma S}{\Phi_{\text{а}}}\frac{\partial \varphi^{(1\alpha)}(d/2)}{\partial t}, \quad (19)$$

где потенциал из вспомогательной задачи (в которой объемного заряда нет) взят в точке $x = d/2$ между диэлектриками (ось Ox направлена от первого электрода с потенциалом 0 ко второму с потенциалом Φ_0). Этот потенциал описывается, очевидно, формулой

$$\varphi^{(1\alpha)}(d/2) = \Phi_0\varepsilon_2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad (20)$$

с помощью которой искомый ток, с учетом (18), можно записать в конечном виде:

$$I_{\alpha 3} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_2^{-1}}\frac{\partial(1/\varepsilon_1)}{\partial t}. \quad (21)$$

Из (21) видно, что если ε_1 растет (а тогда ε_2, как это следует из (18), убывает), то $I_{\alpha 3} < 0$ и заряд на втором электроде убывает (на первом электроде заряд растет). Таким образом, аномальный ток в приведенном примере связан с перераспределением экранирующих зарядов на электродах при неоднородном изменении диэлектрической проницаемости образца (и неподвижных зарядах в образце).

2. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

В общем случае формула для токов, втекающих в электроды, после выделения в ней емкостных токов имеет вид [12]

$$\sum_{\beta=1}^{N}\Phi_\beta^{(1)}I_\beta = N\sum_{\beta=1}\frac{\partial}{\partial t}(Q_\beta^{(1)}\Phi_\beta) + \iiint\{E_i^{(1)}(j_i + \partial P_i\partial t) + \\ + E_i^{(1)}\frac{\partial}{\partial t}[(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji})E_j] - \frac{\partial E_i^{(1)}}{\partial t}\varepsilon_{ji}E_j\}dV. \quad (22)$$

Заметим, что при наличии магнитного поля $\vec{H}$ симметрия тензора диэлектрической проницаемости определяется равенством

$$\varepsilon_{ij}(\omega;\vec{H}) = \varepsilon_{ji}(\omega;-\vec{H}) \quad (23)$$

(ω – частота), которое следует из *обобщенного* принципа симметрии кинетических коэффициентов [20] и допускает асимметрию. Отметим также, что изменение потенциала на константу не изменяет равенство ввиду электронейтральности системы

$$\sum I_\alpha = 0 \quad (24)$$

(см. также (10)).

Для выделения аномальных токов удобно тождественно преобразовать выражение под интегралом в (22) к следующему виду:

$$\sum_{\beta=1}^{N}\Phi_\beta^{(1)}I_\beta = \sum_{\beta=1}^{N}\frac{\partial}{\partial t}(Q_\beta^{(1)}\Phi_\beta) + \iiint\{E_i^{(1)}(j_i + \partial P_i\partial t) + \\ + \frac{\partial}{\partial t}[E_i^{(1)}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji})E_j] - \frac{\partial E_i^{(1)}}{\partial t}\varepsilon_{ij}E_j\}dV. \quad (25)$$

Отсюда искомая формула, описывающая ток I_α, втекающий в отдельный (α-й) электрод, следует обычным образом (при $\Phi_\beta^{(1\alpha)} = 0$, если $\beta \neq \alpha$ и $\Phi_\alpha^{(1\alpha)} = \Phi_0 = 1$ В):

$$\Phi_0 I_\alpha = \sum_{\beta=1}^{N}\frac{\partial}{\partial t}(Q_\beta^{(1\alpha)}\Phi_\beta) + \iiint\{E_i^{(1\alpha)}(j_i + \partial P_i\partial t) + \\ + \frac{\partial}{\partial t}[E_i^{(1\alpha)}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji})E_j] - \frac{\partial E_i^{(1\alpha)}}{\partial t}\varepsilon_{ij}E_j\}dV \quad (26)$$

или

$$I_\alpha = \sum_{\beta=1}^{N}\frac{\partial}{\partial t}(C_\beta^\alpha\Phi_\beta) + \iiint\{E_i^{(\alpha)}(j_i + \partial P_i\partial t) + \\ + \frac{\partial}{\partial t}[E_i^{(\alpha)}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji})E_j] - \frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t}\varepsilon_{ij}E_j\}dV. \quad (27)$$

От предыдущего выражения (22) формулы (26), (27) отличаются видом последних двух слагаемых под интегралом. В частности, последнее слагаемое в (27) приняло теперь как раз тот вид

$$\iiint \frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t} \varepsilon_{ij} E_j dV = \iiint \frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t} D_i dV, \qquad (28)$$

который необходим для вывода (см. формулы (14)–(15)) формулы (16) для аномального тока $I_{\alpha 3}$.

Итак, ток I_α, втекающий в отдельный электрод, разбивается, как это видно из (27), на несколько компонент различной природы

$$I_\alpha = I_{\alpha 1} + I_{\alpha 2} + I_{\alpha 3} + I_{\alpha 4}, \qquad (29)$$

где токи $I_{\alpha 1}$, $I_{\alpha 2}$ и $I_{\alpha 3}$ описываются соответственно формулами (6), (8) и (11), (16), а ток $I_{\alpha 4}$ равен

$$I_{\alpha 4} = \iiint \frac{\partial}{\partial t} [E_i^{(\alpha)} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji}) E_j] dV \qquad (30)$$

и имеет теперь более симметричный, чем в (22), вид и более полно описывает влияние несимметричности тензора диэлектрической проницаемости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В развитие идей ТШР показано, что ток из внешней цепи, втекающий в отдельный металлический электрод, включает в себя несколько компонент различной природы, которые описываются формулами (6), (8), (11), (16) и (30). Формула (6) описывает вклад в полный ток, индуцированный движением зарядов в образце (собственно ТШР); формула (8) – вклад от токов емкостной природы; формула (30) – вклад, связанный с асимметрией тензора диэлектрической проницаемости; наконец, формула (16) соответствует еще одному – аномальному – вкладу, который не сводится к предыдущим. Приведен простой поясняющий пример, в котором все вклады, кроме аномального, равны нулю. Отмечено, что ток в этом случае связан с перераспределением экранирующих зарядов на электродах при определенном неоднородном изменении диэлектрической проницаемости образца и наличии в нем неподвижного заряда. Таким образом, и неподвижный заряд в образце может, в определенных условиях, индуцировать ток во внешней цепи. В этом смысле обсуждаемый механизм дополняет вклад из ТШР.

Работа выполнена по госзаданию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shockley W.* // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. № 10. P. 635.
2. *Ramo S.* // Proc. IRE. 1939. V. 27. № 9. P. 584.
3. *Beck A.H.W.* Thermionic Valves: Their Theory and Design. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1953.
4. *Jen C.K.* // Proc. IRE. 1941. V. 29. № 6. P. 345.
5. *Gabor D.* // J. IEE. 1944. V. 91. Pt. 3. № 15. P. 128.
6. *Гвоздовер С., Лопухин В.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1946. Т. 10. № 1. С. 29.
7. *Cavalleri G., Fabri G., Gatti E., Svelto V.* // Nuclear Instruments and Methods. 1963. V. 21. P. 177.
8. *Cavalleri G., Gatti E., Fabri G., Svelto V.* // Nuclear Instruments and Methods. 1971. V. 92. № 1. P. 137.
9. *He Z.* // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2001. V. 463. № 1–2. P. 250.
10. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1229.
11. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1115.
12. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 926.
13. *Tavernier S.* Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics. L: Springer, 2010.
14. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 7. С. 725.
15. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2009. Т. 43. № 6. С. 854.
16. *Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г.* Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
17. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984.
18. *Nicollian E.R., Brews J.R.* MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology. N.Y.: J. Wiley & Sons, 1982.
19. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2011. Т. 45. № 2. С. 192.
20. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005.