

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.87;621.371;517.958

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ЧАСТОТЫ СОУДАРИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2022 г. А. С. Крюковский^{а, *}, Д. С. Лукин^а, Е. В. Михалёва^а, Д. В. Растягаев^а

^а *Российский новый университет,
ул. Радио, 22, Москва, 105005 Российская Федерация*

^{*} *E-mail: kryukovsky56@yandex.ru*

Поступила в редакцию 16.08.2021 г.

После доработки 16.08.2021 г.

Принята к публикации 10.09.2021 г.

На основе данных об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при вертикальном зондировании ионосферы Земли развит метод восстановления эффективной частоты соударений электронов. Методом расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослойной, так и двухслойной модели. Построены лучевые траектории частотно-модулированных декаметровых сигналов в координатах время-высота. Исследовано поглощение сигналов от частоты, амплитудные характеристики сигналов, зависимости максимальной высоты отражения и времени прихода от частоты, исследованы зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени. Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

DOI: 10.31857/S0033849422020085

ВВЕДЕНИЕ

В связи с влиянием ионосферы Земли на работу радиосистем различного назначения: систем радиолокации, радиосвязи и радионавигации (позиционирования), актуальной задачей является диагностика и контроль ионосферы, а также постоянный мониторинг экстремальных явлений в атмосфере [1–4]. Математическое моделирование распространения радиоволн в возмущенной ионосферной плазме [5], привязанное непосредственно к оперативным данным наклонного и вертикального зондирования [6–8], является перспективным методом решения указанной задачи.

В данной работе рассмотрен метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме, основанный на измерении задержки отраженных от ионосферы сигналов и амплитудных характеристик линейно частотно-модулированных (ЛЧМ) сигналов ионозонда вертикального зондирования (ВЗ) [6, 7], так как ионозонды ВЗ являются одним из наиболее эффективных и апробированных средств диагностики ионосферы Земли [9].

1. РАСШИРЕННАЯ БИХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Рассмотрим подход к определению эффективной частоты соударений электронов в ионосферной

плазме, основанный на решении расширенной бихарактеристической системы Лукина [10–12]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2\bar{k}c^2 - \omega^2 \partial \epsilon / \partial \bar{k}}{\partial(\epsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad \frac{d\bar{k}}{dt} = -\frac{\omega^2 \partial \epsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\epsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{r}_\zeta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{2\bar{k}c^2 - \omega^2 \partial \epsilon / \partial \bar{k}}{\partial(\epsilon\omega^2) / \partial \omega} \right), \quad (2)$$

$$\frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\omega^2 \partial \epsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\epsilon\omega^2) / \partial \omega} \right),$$

$$\frac{d\vec{r}_\eta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{2\bar{k}c^2 - \omega^2 \partial \epsilon / \partial \bar{k}}{\partial(\epsilon\omega^2) / \partial \omega} \right), \quad (3)$$

$$\frac{d\vec{k}_\eta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\omega^2 \partial \epsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\epsilon\omega^2) / \partial \omega} \right).$$

В формулах (1)–(3) введены следующие обозначения: ω – круговая частота, $\omega = 2\pi f$ (f – рабочая частота); $\epsilon(\vec{r}, \bar{k}, \omega)$ – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения; $\vec{k}(t)$ – волновой вектор; $\vec{r} = (x, y, z)$ – декартовы координаты луча; t – время группового запаздывания сигнала; (η, ζ) – углы выхода луча.

Первые шесть уравнений (1) определяют координаты луча и волновой вектор. Для их находде-

ния необходимо дополнить систему (1) начальными условиями:

$$\begin{aligned} k_x(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \sin \zeta, \quad k_y(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \zeta \cos \eta, \\ k_z(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \zeta \sin \eta, \quad \vec{r}(0) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В формулах (4) ϵ_0 – значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике, который расположен в начале координат. Для того чтобы избежать особенностей при вычислениях вертикального луча, нами выбрана параметризация волнового вектора, для которой вертикальному лучу соответствуют $\zeta = 0$, $\eta = \pi/2$ [13].

Для вертикального луча из (4) находим

$$\begin{aligned} k_x(0) &= 0, \quad k_y(0) = 0, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0}, \\ x(0) &= y(0) = z(0) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Следующие 12 уравнений (см. (2), (3)) определяют скорости изменений производных координат и компонент волновых векторов по угловым координатам η и ζ . Для этой группы уравнений начальные условия имеют вид

$$\begin{aligned} k'_{x\zeta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \zeta, \quad k'_{x\eta}(0) = 0, \\ k'_{y\zeta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \sin \zeta \cos \eta, \\ k'_{y\eta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \zeta \sin \eta, \\ k'_{z\zeta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \sin \zeta \sin \eta, \\ k'_{z\eta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \zeta \cos \eta, \\ \vec{r}'_{\zeta}(0) &= 0, \quad \vec{r}'_{\eta}(0) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае нормального падения получаем

$$\begin{aligned} k'_{x\eta}(0) &= k'_{y\zeta}(0) = k'_{z\zeta}(0) = k'_{z\eta}(0) = 0, \\ k'_{x\zeta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0}, \quad k'_{y\eta}(0) = -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0}. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение расширенной бихарактеристической системы позволяет найти расходимость D , которая вычисляется как корень из отношения якобианов \hat{J}_0 и \hat{J} [12, 14]:

$$D = \sqrt{\frac{\hat{J}_0}{\hat{J}_j}}, \quad \hat{J} = \begin{vmatrix} x_t & y_t & z_t \\ x'_\zeta & y'_\zeta & z'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta & z'_\eta \end{vmatrix}, \quad \hat{J}_0 = \hat{J}|_{r=r_0}. \quad (8)$$

Если среда изотропная, т.е. $\partial\epsilon/\partial\vec{k} = 0$, то в системе (1) первая группа уравнений упрощается:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2c^2}{\partial(\epsilon\omega^2)/\partial\omega} \vec{k}. \quad (9)$$

Известно, что в предположении изотропности среды (ионосферной плазмы) эффективную диэлектрическую проницаемость можно представить в виде

$$\epsilon = 1 - X, \quad X = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N(\vec{r})}{m_e \omega^2}, \quad (10)$$

где e и m_e – заряд и масса электрона, c – скорость света, ω_p – плазменная частота, а $N(\vec{r})$ – электронная концентрация. С учетом (10) формула (9) преобразуется и имеет вид

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{c^2}{\omega} \vec{k}. \quad (11)$$

Тогда выражение для якобиана \hat{J} принимает вид

$$\hat{J} = \frac{c^2}{\omega} \begin{vmatrix} k_x & k_y & k_z \\ x'_\zeta & y'_\zeta & z'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta & z'_\eta \end{vmatrix} = \frac{c^2}{\omega} J. \quad (12)$$

Очевидно, что выражение для расходимости D теперь можно представить как

$$D = \sqrt{\frac{J_0}{J_j}}. \quad (13)$$

Предположим, что эффективная диэлектрическая проницаемость среды зависит только от высоты z , т.е. $\epsilon(z, \omega)$. Тогда из системы (1) следует, что k_x и k_y вдоль траектории постоянны, а так как для вертикального луча начальные значения k_x и k_y равны нулю (см. (5)), то находим, что $k_x = k_y = 0$. Поэтому выражение для J можно переписать в следующем виде:

$$J = k_z \begin{vmatrix} x'_\zeta & y'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Из системы (1) находим, что $x(t) = y(t) = 0$, и остаются два уравнения относительно $z(t)$ и $k_z(t)$, образующие подсистему:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{c^2}{\omega} k_z, \quad \frac{dk_z}{dt} = -\frac{1}{2} \omega \frac{\partial\epsilon}{\partial z}, \quad (15)$$

с начальными условиями

$$k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0}, \quad z = 0. \quad (16)$$

Численное решение системы (14) с учетом (5) позволяет найти $z(t)$ и $k_z(t)$.

Для вычисления якобиана J необходимо знать производные x и y по начальным углам выхода лу-

чей ζ и η (14). Эти производные находятся как решения системы (2), (3):

$$\frac{d\vec{r}_\rho}{dt} = \frac{c^2 \partial \vec{k}}{\omega \partial \rho}, \quad \frac{d\vec{k}_\rho}{dt} = -\frac{1}{2} \omega \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right), \quad \rho = (\zeta, \eta), \quad (17)$$

с начальными условиями (6) или (7). В предположении, что горизонтальные градиенты отсутствуют, можно установить, что

$$k'_{x\zeta} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad k'_{y\zeta} = 0, \quad k'_{x\eta} = 0, \quad k'_{y\eta} = -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}. \quad (18)$$

2. МЕТОД ДИАГНОСТИКИ ЭФФЕКТИВНОЙ ЧАСТОТЫ СОУДАРЕНИЙ

Амплитуда A зондирующего сигнала связана с расходимостью D и поглощением ψ формулой [13, 14]

$$A = E_0 D \exp[-\psi], \quad (19)$$

в которой величина E_0 – значение амплитуды поля вне ионосферы на расстоянии r_0 от источника излучения, расположенного в начале координат. В случае изотропного излучателя получаем

$$E_0 = \sqrt{30W}/r_0. \quad (20)$$

При необходимости в выражение (20) могут быть включены диаграмма направленности, коэффициент усиления и другие параметры. В формуле (20) W – мощность источника излучения, и если мощность выражена в киловаттах, а r_0 – в метрах, то размерность E_0 будет В/м. При вычислениях принято, что $W = 1$ кВт.

Предполагается, что из данных ВЗ можно получить зависимость задержки $2t_m$ отразившегося от ионосферы сигнала от частоты f , а также зависимость амплитуды A принятого сигнала от частоты зондирования f . Параметр $t_m(f)$ – время прихода сигнала из излучателя в точку отражения от ионосферы.

Считая, что зависимость электронной концентрации $N(z)$ от высоты z известна, т.е. уже восстановлена по зависимости задержки сигнала от частоты излучения, можно, опираясь на формулы разд. 1, определить расходимость D (13).

Тогда из (19) находим поглощение

$$\psi = -\ln \frac{A}{DE_0} \equiv L(f). \quad (21)$$

Поглощение ψ можно найти по формуле [15, 16]

$$\psi = -\frac{\omega}{2} \int_0^t \varepsilon_2 dt, \quad (22)$$

где ε_2 – мнимая часть диэлектрической проницаемости среды. Мнимую часть диэлектрической

проницаемости среды можно приближенно представить в виде [9, 15]

$$\varepsilon_2 \cong -X \frac{Z}{1+Z^2}, \quad (23)$$

где

$$Z = v_e/\omega, \quad X = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e \omega^2}, \quad (24)$$

а v_e – эффективная частота соударений электронов.

Предполагая, что эффективная частота соударений на высотах выше 80 км не превышает 10^6 с⁻¹, в знаменателе выражения (23) можно пренебречь величиной Z^2 и считать, что

$$\varepsilon_2 \approx -XZ. \quad (25)$$

Приравняв (21) и (22) и исключив ψ , можно для определения $v_e(z)$ получить интегральное уравнение типа Вольтера второго рода:

$$-\frac{\omega}{2} \int_0^t \varepsilon_2 dt = L. \quad (26)$$

С учетом (24) и (25) уравнение (26) нетрудно переписать в виде

$$\frac{1}{\omega^2} \int_0^{t_m} G dt = L, \quad G = v_e V_c N, \quad V_c = \frac{4\pi e^2}{m_e}. \quad (27)$$

Для решения уравнения (27) применим метод итераций [13, 14] и найдем эффективную частоту соударений v_e как функцию высоты z . Следует подчеркнуть, что высота z зависит от группового времени t и вычисляется вдоль лучевой траектории отдельно для каждой частоты. Поэтому функция $z(t)$ также зависит от частоты.

Рассмотрим алгоритм решения уравнения (27). Так как ниже определенной высоты ионосферная плазма отсутствует, то электронная концентрация равна нулю. Следовательно, до некоторой частоты f_0 , для которой время t_m равно t_{m0} , интеграл в левой части (27) равен нулю:

$$\int_0^{t_{m0}} G dt = 0. \quad (28)$$

Рассмотрим частотный интервал (f_0, f_n) , принадлежащий частотному интервалу (f_{\min}, f_{\max}) , на котором осуществляется зондирование, причем $f_{\min} < f_0 < f_n < f_{\max}$. Будем считать, что f_{\max} совпадает с максимальной плазменной частотой ионосферного слоя. Разобьем интервал (f_0, f_n) на n частей: $f_0, f_1, \dots, f_j, \dots, f_n$. Предположим, что на каждом j -м интервале (f_{j-1}, f_j) функция G постоянная и равна G_j . Пусть t_{mj} – время прихода сигнала с частотой f_j из передатчика в точку отражения от ионосферы.

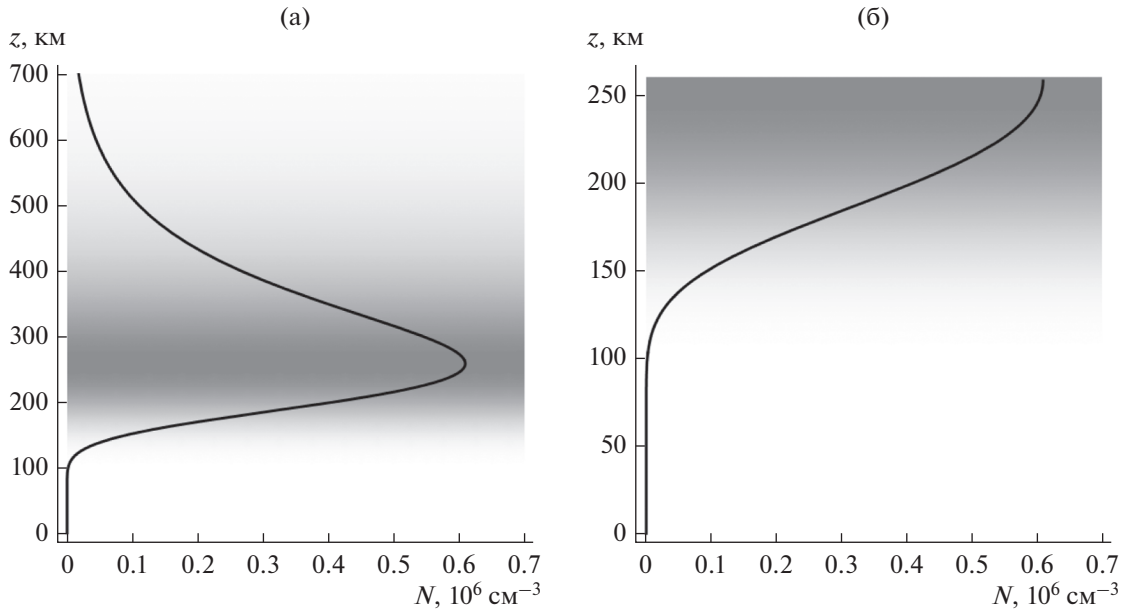


Рис. 1. Зависимость электронной концентрации N от высоты z : а – весь ионосферный слой, б – фрагмент.

Они известны из решения бихарактеристической системы. Тогда из (27) нетрудно получить

$$G_1 = L_1 \frac{\omega_1^2}{t_{m1} - t_{m0}}, \quad G_2 = L_2 \frac{\omega_2^2}{t_{m2} - t_{m1}} - G_1 \frac{t_{m1} - t_{m0}}{t_{m2} - t_{m1}},$$

$$G_j = L_j \frac{\omega_j^2}{t_{m,j} - t_{m,j-1}} - \sum_{i=1}^{j-1} G_i \frac{t_{m,i} - t_{m,i-1}}{t_{m,j} - t_{m,j-1}}, \quad (29)$$

$$j \geq 2.$$

Формулы (29) можно упростить и получить

$$G_j = \frac{L_j \omega_j^2 - L_{j-1} \omega_{j-1}^2}{t_{m,j} - t_{m,j-1}}, \quad j \geq 2. \quad (30)$$

После вычислений G_j , зная, что каждая из этих величин это произведение эффективной частоты соударений электронов $N(z)$, электронной концентрации в точке отражения и константы V_c , можно легко найти зависимость эффективной частоты соударений v_e от высоты z .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ. ОДНОСЛОЕВАЯ МОДЕЛЬ

Приведем примеры численной реализации рассмотренных выше алгоритмов. Далее на основе приведенных выше формул рассчитана амплитуда поля в точке приема, совпадающей с точкой излучения сигнала, для разных частот, восстановлена эффективная частота соударений электронов в плазме v_e и выполнено сравнение модельных и расчетных значений.

Рассмотрим однослойную модель ионосферы. Зависимость электронной концентрации от высоты приведена на рис. 1 и показана как фон, так и линией. Весь ионосферный слой представлен на рис. 1а, а та часть ионосферы, которая доступна сигналам станции ВЗ, – на рис. 1б.

Модель зависимости эффективной частоты соударений электронов v_e от высоты z , взятая из экспериментальных данных, показана на рис. 2а и 2б широкой белой линией [13]. Как и на рис. 1, плотность электронной концентрации показана фоном.

Аппроксимация эффективной частоты соударений v_e , полученная методом наименьших квадратов, на рис. 2а показана тонкой линией. Она может быть описана выражением

$$\lg v_e = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \frac{b_1}{z}, \quad (31)$$

в котором $a_0 \approx -1.02$, $b_1 \approx 498.9$, $a_1 \approx 0.0080$, $a_2 \approx -8.04 \times 10^{-6}$. По данным ВЗ зависимость $v_e(z)$ может быть восстановлена не выше максимума слоя F2, т.е. только в нижней части ионосферы, показанной на рис. 2б. Зависимость эффективной частоты соударений от высоты в этой области проще. Аппроксимацию можно представить гиперболической функцией:

$$\lg v_e = a + b/z, \quad (32)$$

в которой $a \approx 0.617$, $b \approx 416.18$. В формулах (31) и (32) высота z выражена в километрах.

Рассмотрим численные решения системы бихарактеристических уравнений (15), (16) (рис. 3, 4).

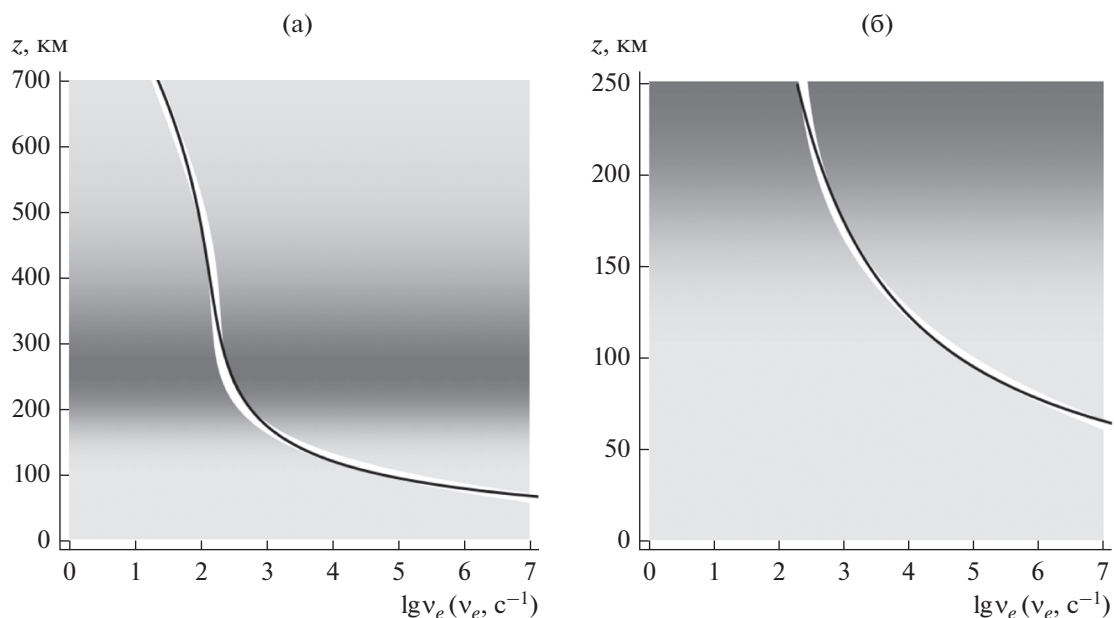


Рис. 2. Моделирование зависимости $\lg v_e$ от высоты: а – полный профиль, б – фрагмент, белая линия – экспериментальные данные, темная линия – результат моделирования.

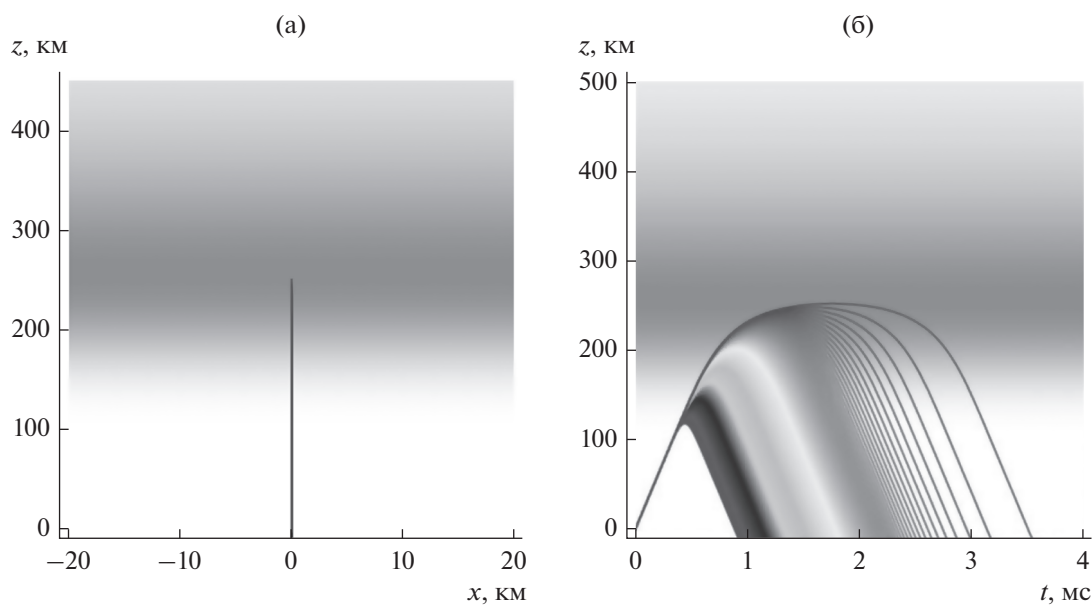


Рис. 3. Лучевые траектории для однослойной модели: а – в плоскости (x, z) , б – в плоскости (t, z) на частотах от 1 до 6.993 МГц (снизу вверх).

На рис. 3 показаны лучевые траектории. В плоскости (x, z) все лучевые траектории образуют вертикальную прямую линию (см. рис. 3а), а в координатах (t, z) каждая частота от 1 до 6.993 МГц имеет свою траекторию и показана своим оттенком серого цвета (рис. 3б). Из рисунка видно, что с возрастанием частоты растет время распространения сигнала.

Зависимости вертикальной компоненты волнового вектора k_z от времени t и высоты z показаны на рис. 4. Частота возрастает от 1 до 6.993 МГц на рис. 4а слева направо, а на рис. 4б – снизу вверх.

При построении рис. 4 волновой вектор k_z нормирован на начальное значение волнового вектора $k_0 = k_z(0)$. Отметим, что величина k_0 яв-

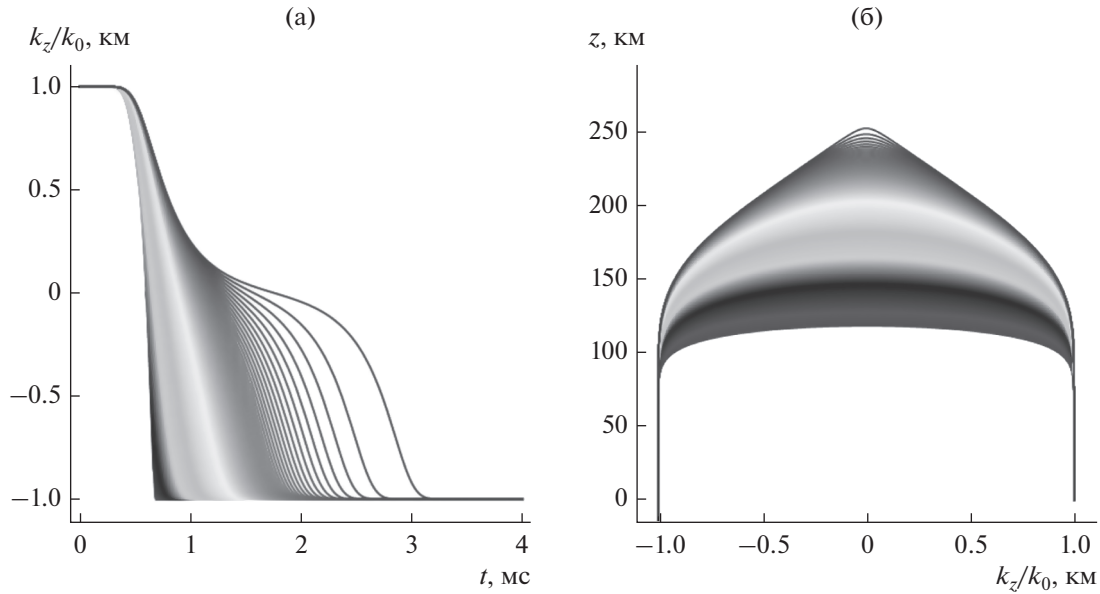


Рис. 4. Зависимость k_z от времени (а) и высоты (б) для однослойной модели на частотах от 1 до 6.993 (а – слева направо, б – снизу вверх).

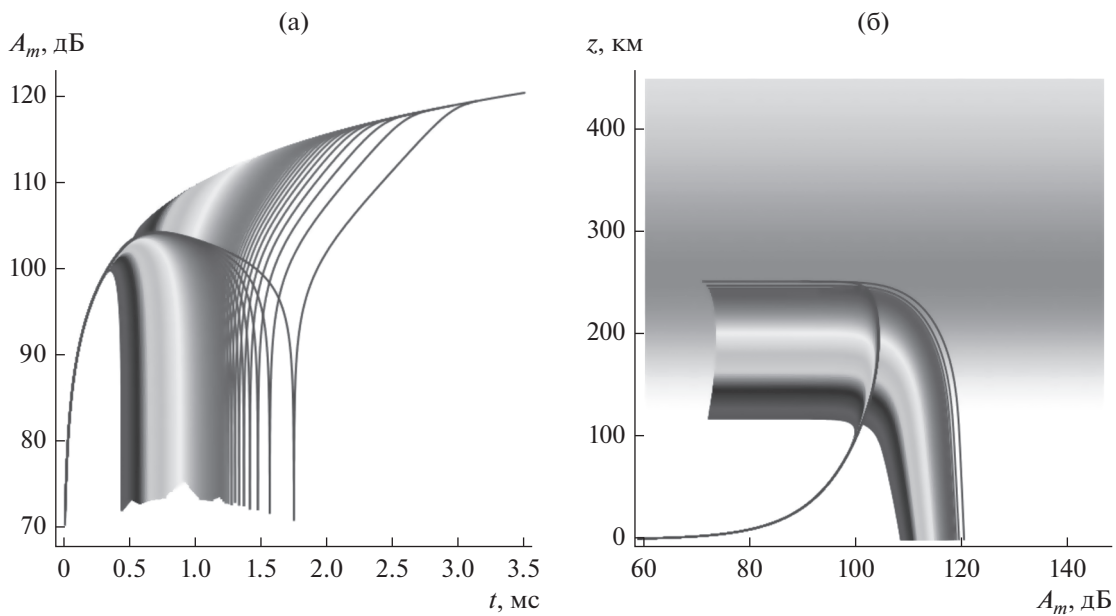


Рис. 5. Зависимость амплитуды сигнала от времени (а) и высоты (б) для однослойной модели.

ляется функцией частоты (16). Из рис. 4 видно, что значение нормированного волнового вектора меняется при распространении в ионосфере, уменьшаясь до 0 в точке отражения, а после смены знака волнового вектора опять по модулю возрастает. Когда отношение k_z/k_0 становится равным 1, луч покидает ионосферу.

Рассмотрим теперь амплитудные характеристики, получаемые из решения расширенной би-

характеристической системы (18). Зависимости ослабления сигнала A_m от времени и высоты

$$A_m = -20 \lg \left| \sqrt{\frac{J_0}{J}} \right| \quad (33)$$

вдоль лучей, соответствующих различным частотам, приведены на рис. 5.

При движении вдоль луча от источника ослабление сначала резко увеличивается (до 100 дБ).

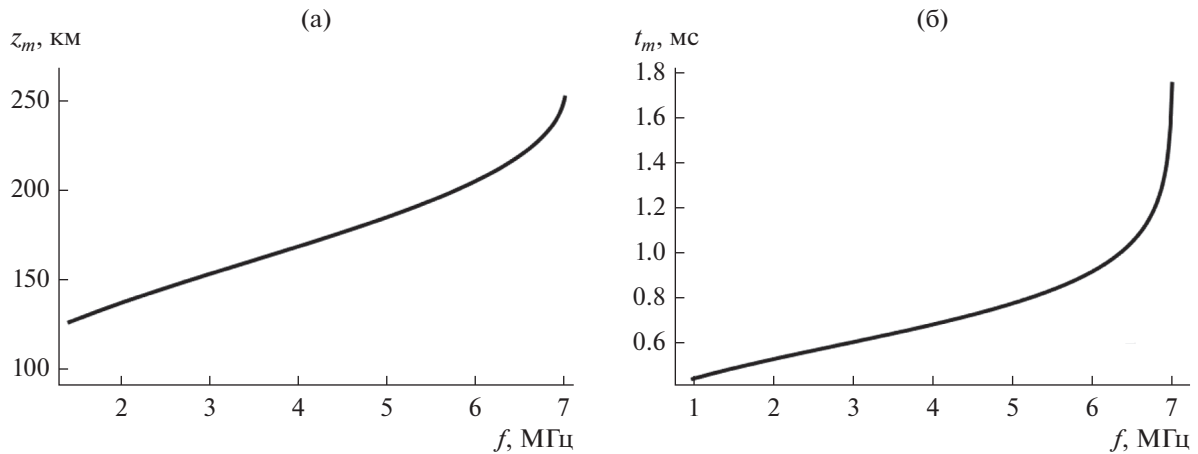


Рис. 6. Зависимость высоты отражения сигнала z_m (а) и времени t_m (б) от частоты f для однослойной модели.

Далее ослабление резко уменьшается при приближении к точке отражения, соответствующей каустике [16–19], а потом опять возрастает, когда луч возвращается в источник излучения. На каустике (в точке отражения) в геометрооптическом приближении амплитуда сигнала обращается в бесконечность, хотя из рис. 5 это не очевидно. Однако более точные расчеты показывают, что при приближении к точке отражения, а также в источнике $A_m \rightarrow -\infty$.

Рассмотрим характеристики радиосигнала, отраженного от ионосферы, в точке приема. Зависимость высоты отражения сигнала z_m от частоты, вычисленная по модельным данным, показана на рис. 6а, а зависимость времени прихода луча в точку отражения t_m от частоты – на рис. 6б. Видно, что и время t_m , и высота отражения z_m сигнала монотонно растут с ростом частоты f . При приближении частоты f к критической f_m (≈ 7 МГц) на-

блюдается особенно быстрый рост как высоты z_m , так и времени t_m .

Используя частоту f как параметр и опираясь на данные рис. 6а и 6б, можно построить зависимость высоты отражения сигнала z_m от задержки t_m (рис. 7). Для однослойной модели эта кривая плавная и взаимно-однозначная.

На рис. 8 приведена зависимость от частоты f поглощения ψ , найденная по формулам (22), (23), при условии, что зависимость логарифма эффективной частоты соударений ν_e от высоты z определяется графиком на рис. 2б. Видно, что поглощение убывает при увеличении частоты и начинает вновь увеличиваться при приближении частоты f к критической.

Зависимости амплитуды сигнала в точке приема A (19) и функции L (21) от частоты f показаны на рис. 9. Амплитуда радиосигнала, отраженного от ионосферы, сначала растет при увеличении ча-

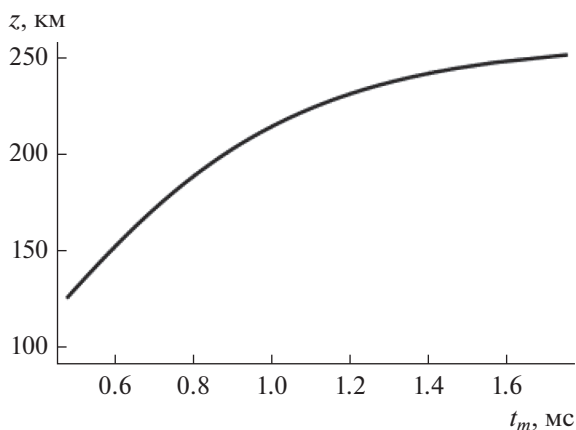


Рис. 7. Функция высоты отражения сигнала z_m от времени t_m .

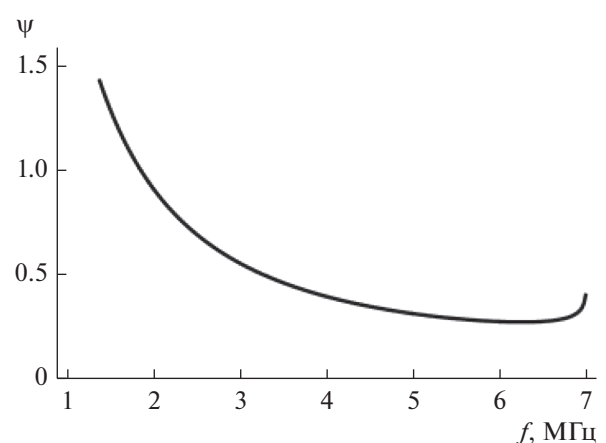


Рис. 8. Зависимость поглощения ψ от частоты f .

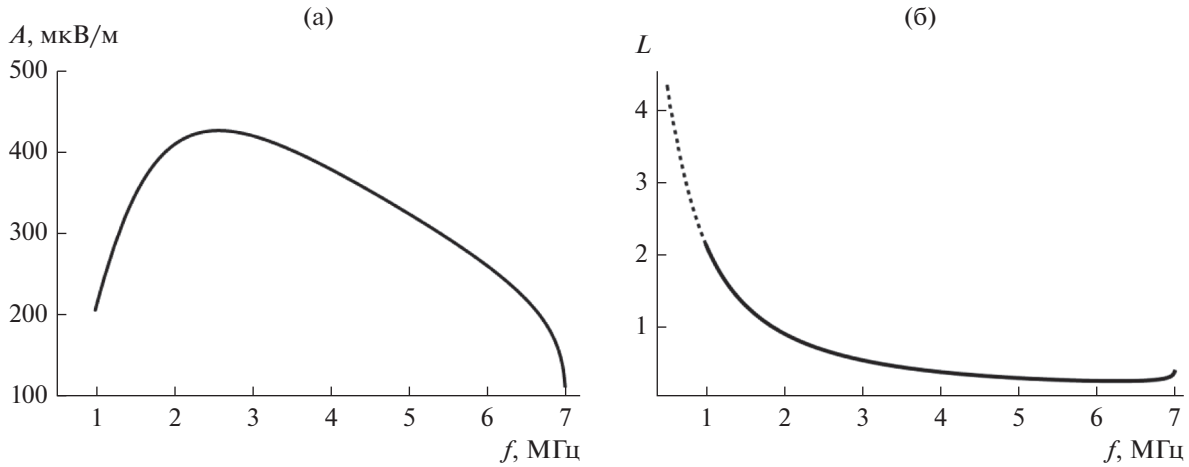


Рис. 9. Зависимость амплитуды A (а) и логарифма амплитудной функции L (б) от частоты f .

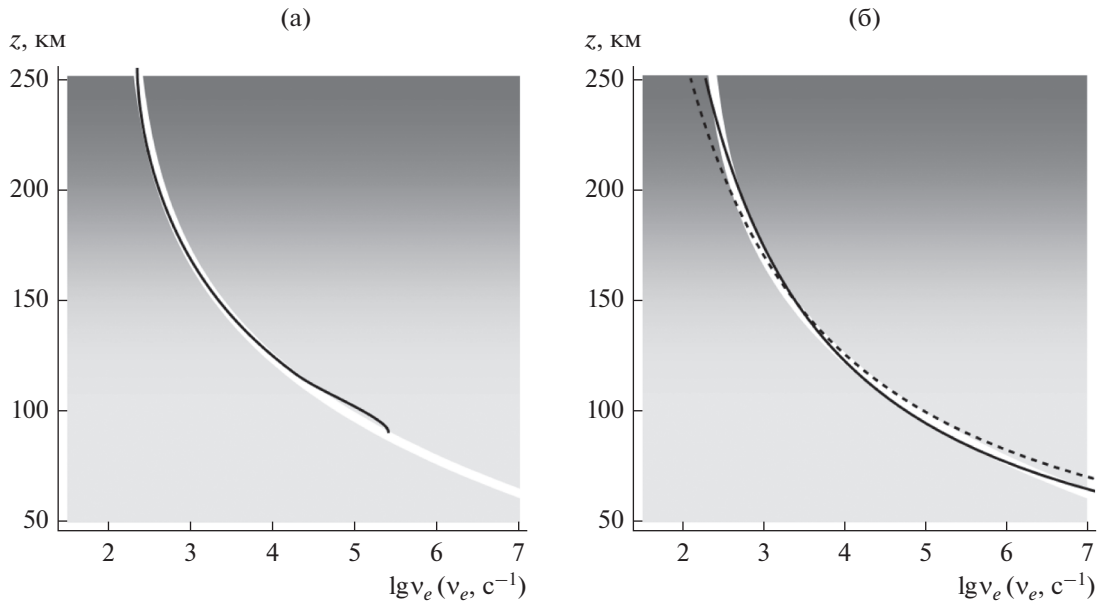


Рис. 10. Частота соударений для однослойной модели: а – сопоставление зависимости от высоты модельной (широкая белая линия) и расчетной (темная линия) частоты соударений, б – аппроксимация эффективной частоты соударений по формулам (32) (сплошная темная линия) и (34) (пунктир).

стоты (до ~ 2.5 МГц), а затем резко убывает (см. рис. 9а). Зависимость функции L (20) от частоты f более плавная (см. рис. 9б), поскольку она пропорциональна логарифму отношения амплитуды сигнала и лучевой расходимости, умноженной на постоянный коэффициент. Участок рис. 9б на частотах меньше 1 МГц получен с помощью экстраполяции (пунктирная линия) и важен для вычислений.

Результаты моделирования зависимости эффективной частоты соударений электронов ν_e от высоты z показаны на рис. 10. Светлой широкой линией показана модельная зависимость эффективной частоты соударений ν_e от высоты, а тон-

кой – расчетные значения. Видно, что модельные и расчетные значения совпадают с хорошей точностью, а сама точность совпадений модельных и расчетных значений увеличивается с высотой. На рис. 10б помимо модельной зависимости ν_e приведены экстраполяционные кривые, построенные по формуле (32) (тонкая линия) и по формуле (34):

$$\lg \nu_e = a + b/z, \quad a \approx 0.164, \quad b \approx 483.5, \quad (34)$$

полученной по расчетным данным (пунктирная линия). Из рис. 10б следует, что совпадение удовлетворительное.

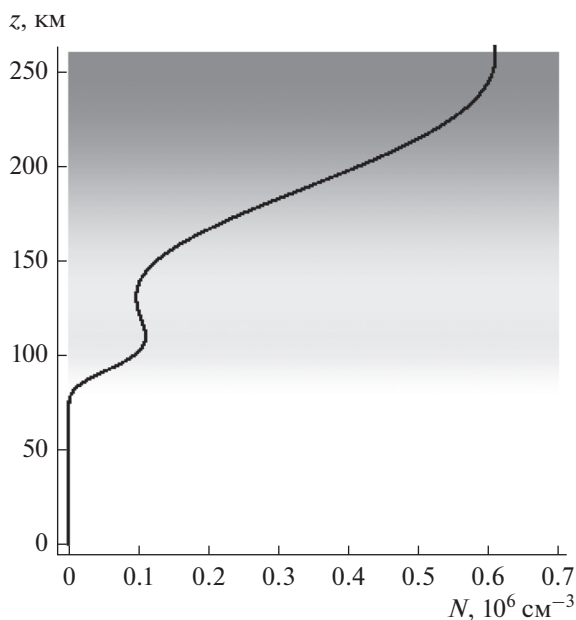


Рис. 11. Зависимость электронной концентрации от высоты для двухслойной модели.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ. ДВУСЛОЕВАЯ МОДЕЛЬ

Проблемы с восстановлением эффективной частоты соударений возникают тогда, когда имеет место двухслойная модель электронной концентрации или присутствуют локальные неоднородности. На рис. 11 показана используемая в расчетах зависимость электронной концентрации от высоты для двухслойной модели со слоями F и E.

На рис. 12 представлены лучевые траектории для двухслойной модели. Как и на рис. 3б, каждая частота имеет свою траекторию и показана своим оттенком серого цвет: от 1 МГц (нижняя линия) до 6.993 МГц (верхняя). В отличие от рис. 3б, на рис. 12 хорошо видна группа лучей, отразившаяся от нижнего слоя E.

Зависимости вертикальной компоненты волнового вектора k_z/k_0 от времени t и от высоты z показаны на рис. 13. Частота возрастает от 1 до 6.993 МГц на рис. 13а слева направо, а рис. 13б — снизу вверх. Сравнение рис. 4 и 13 позволяет оценить влияние слоя E на волновой вектор. Особенно следует отметить центральную область на рис. 13б, соответствующую волновому межслойному каналу, в которую не проникают лучи.

Рассмотрим особенности характеристик радиосигнала, отраженного от ионосферы, в точке приема в двухслойной модели. Зависимость высоты отражения сигнала от частоты показана на рис. 14. Видно, что, как и в случае однослойной модели, высота отражения z_m сигнала монотонно

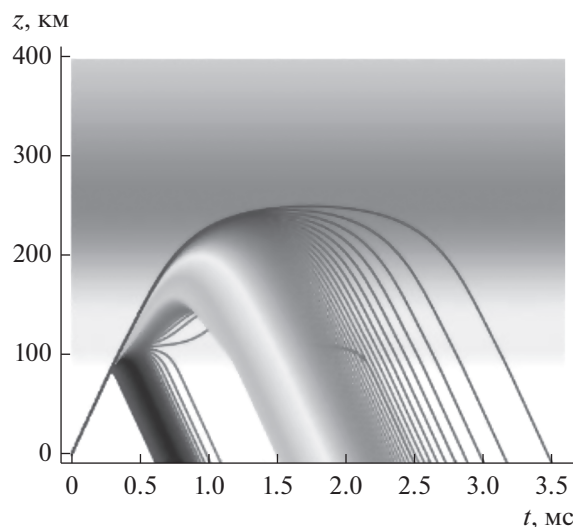


Рис. 12. Лучевые траектории в плоскости (t, z) для двухслойной модели на частотах от 1 до 6.993 МГц (снизу вверх).

растет с ростом частоты f . В районе частоты порядка 3 МГц виден разрыв, обусловленный межслойной долиной.

Однако зависимость времени t_m прихода луча в точку отражения от частоты уже не является монотонной. Особенно резкий рост времени t_m наблюдается при приближении частоты f к критической частоте как слоя F f_m (≈ 7 МГц), так и слоя E (≈ 3 МГц). Резкий рост кривых на рис. 14 в районе межслойной долины и максимума слоя F2 неизбежно приводит к неустойчивости итерационного процесса при восстановлении эффективной частоты соударений.

Как и в случае однослойной модели, исключив частоту f , можно построить график зависимости высоты отражения z_m от задержки t_m (рис. 15). Как и на рис. 14, пунктирная линия на рис. 15 связана с разрывом, обусловленным межслойной долиной, и условно соединяет две части графика. Следует отметить неоднозначность: одному и тому же времени t_m могут соответствовать две различные высоты отражения, что связано с резким увеличением времени t_m при приближении к критическим частотам как слоя E, так и слоя F.

Зависимости ослабления сигнала A_m от времени и от высоты для двухслойной модели, рассчитанные по формуле (33) вдоль лучей, соответствующих различным частотам, приведены на рис. 16.

Сравнивая рис. 5 для однослойной модели и рис. 16 для двухслойной, видим, что для двухслойной модели кривые разделились на две группы. Первая группа кривых соответствует лучам, отразившимся от слоя E. Это левые кривые на рис. 16а и нижние кривые на рис. 16б. Вторая группа кри-

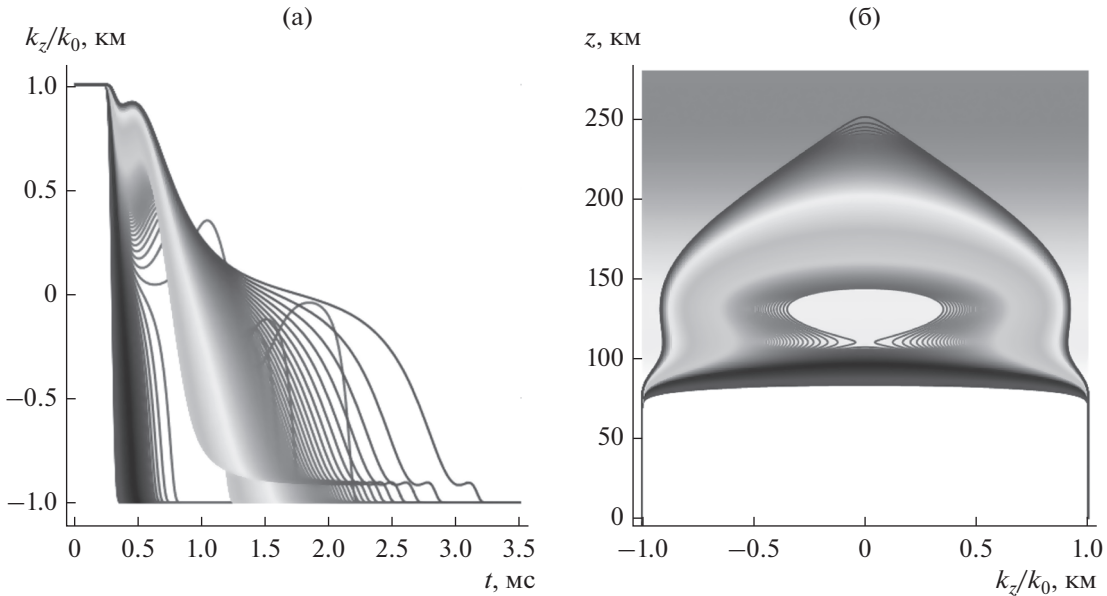


Рис. 13. Зависимость k_z/k_0 от времени (а) и высоты (б) для двуслойной модели на частотах от 1 до 6.993 МГц (а – слева направо, б – снизу вверх).

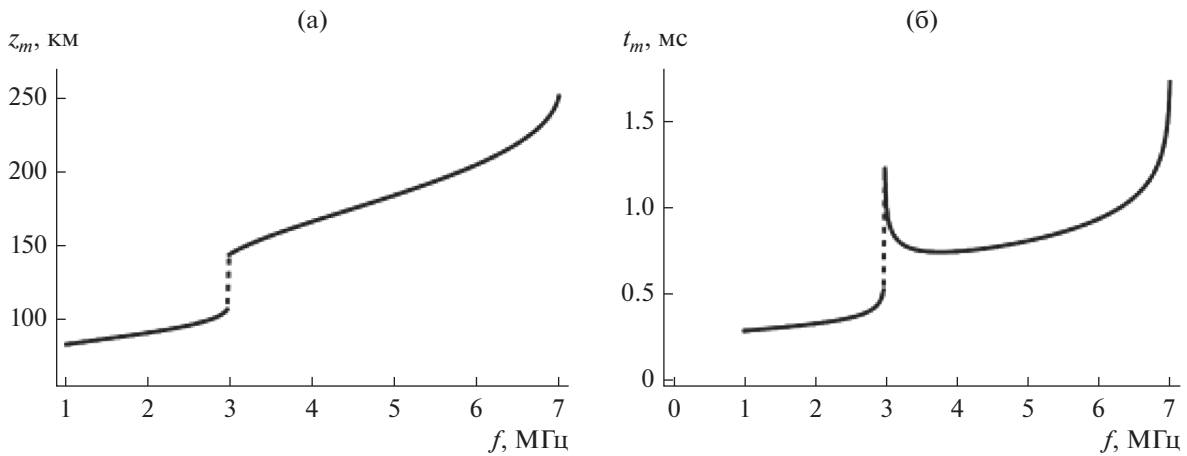


Рис. 14. Зависимость высоты отражения сигнала z_m (а) и времени t_m (б) от частоты f для двуслойной модели.

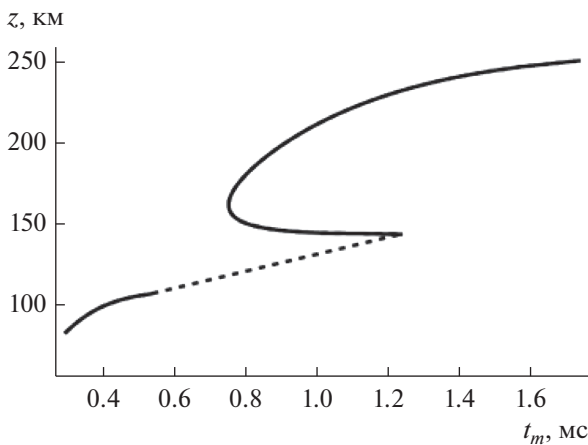


Рис. 15. Зависимость высоты отражения сигнала z_m от времени t_m .

вых соответствует лучам с более высокой частотой, отразившимся от слоя F (правые кривые на рис. 16а и верхние кривые на рис. 16б). Между ними прослеживаются линии, связанные с переходной областью.

Зависимость поглощения ψ от частоты f представлена на рис. 17. В отличие от однослойной модели (см. рис. 8), функция имеет экстремум (максимум) в окрестности критической частоты слоя E и не является монотонной.

Перейдем теперь к восстановлению зависимости эффективной частоты соударений ν_e как функции высоты z . На рис. 18 показана частотная зависимость функции L , используемой для восстановления.

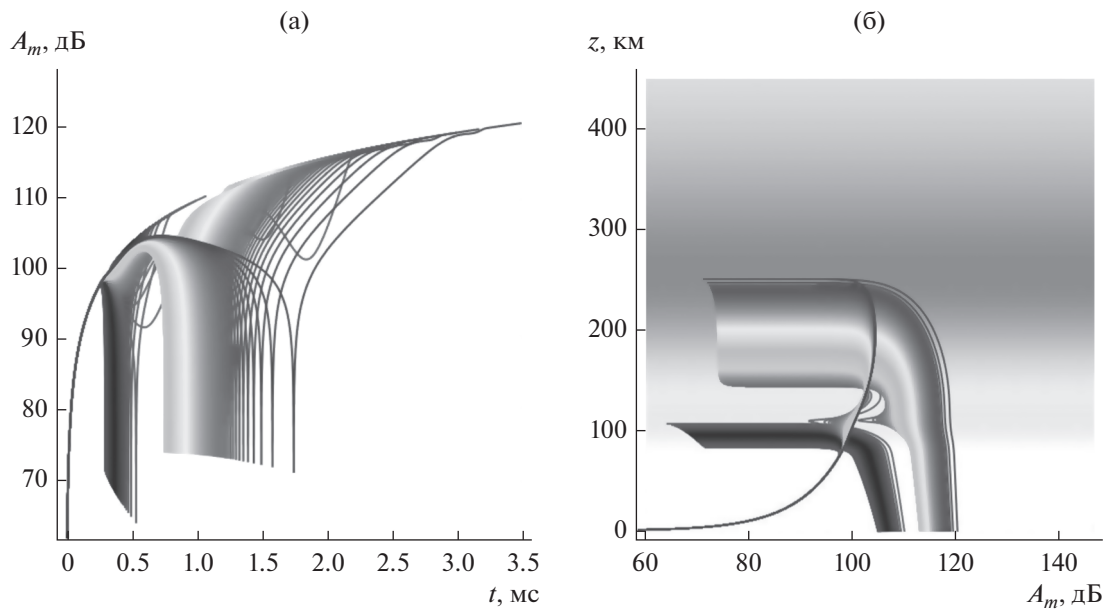


Рис. 16. Зависимость амплитуды сигнала от времени (а) и от высоты (б) для двухслойной модели.

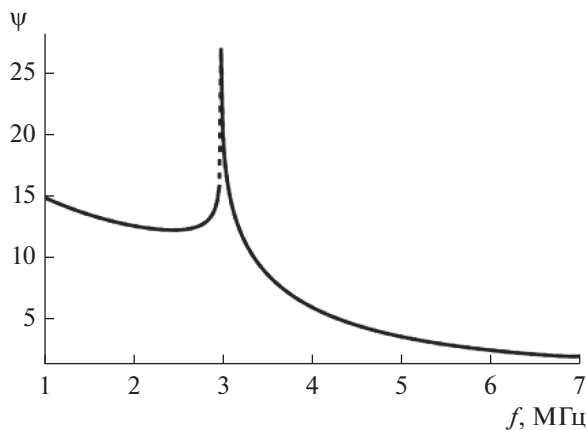


Рис. 17. Зависимость поглощения ψ от частоты f для двухслойной модели.

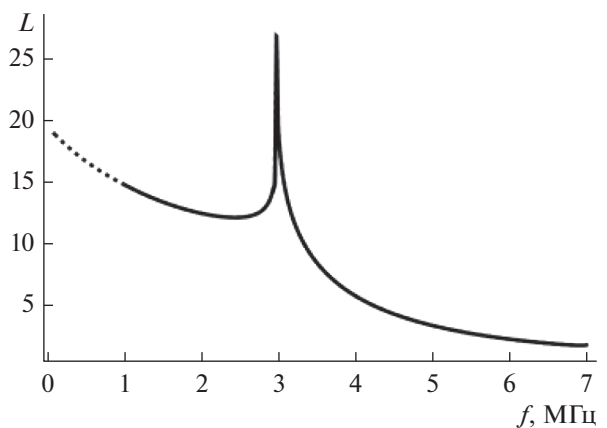


Рис. 18. Зависимость функции L от частоты f для двухслойной модели.

Она, разумеется, соответствует функции ψ , но имеет аналитическое продолжение в область малых частот, на которых измерения недоступны. Наличие слоя E, а главное, межслоевой долины препятствует прямому применению описанного выше алгоритма для восстановления v_e как функции высоты z . Результат восстановления $v_e(z)$ на низких частотах (и малых высотах) представлен на рис. 19.

Для нижней ионосферы расчетные (сплошная черная линия) и модельные значения (белая широкая линия) совпадают с хорошей точностью. Петля на конце черной линии — это следствие приближения (28). Нижняя часть ионосферы яв-

ляется особенно важной областью, поскольку формирует основное поглощение радиоволны.

По данным, представленным на рис. 19, методом наименьших квадратов можно построить экстраполяционную модель:

$$\lg v_e = a + \frac{b}{z}, \quad a \approx 0.443, \quad b \approx 442.8, \quad (35)$$

которая, естественно, отличается и от аналогичной модели для однослойной ионосферы (34) и от аппроксимации исходной зависимости (32). Однако результат экстраполяции оказывается вполне приемлемым.

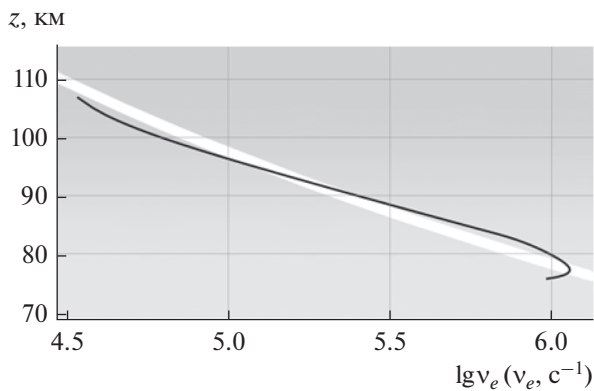


Рис. 19. Сравнение зависимости модельной (широкая белая линия) и расчетной (темная линия) частот соударений электронов от высоты.

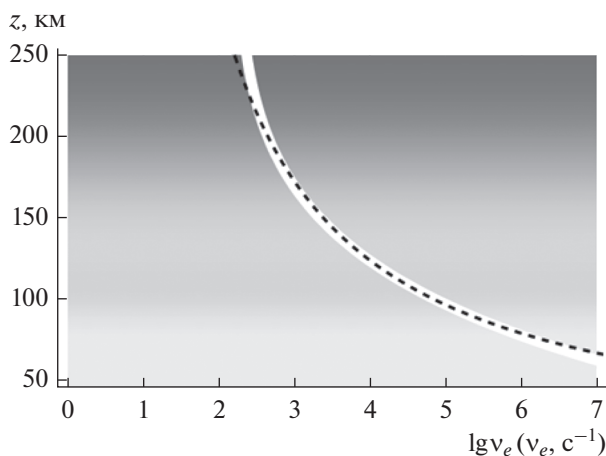


Рис. 20. Сравнение исходной зависимости (широкая белая линия) и экстраполяционной модели (пунктир).

На рис. 20 сопоставлена экстраполяционная модель (пунктирная линия), построенная по расчетным данным, и исходная зависимость.

Очевидно, что совпадение хорошее. На высоких частотах с помощью данных зондирования ЛЧМ возможна дополнительная коррекция.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе развит метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме на основе данных об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при вертикальном зондировании ионосферы Земли. На основе метода расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослойной, так и двухслойной модели.

Рассчитаны и приведены графики лучевых траекторий частотно-модулированных сигналов в координатах время–высота на разных частотах, построены графики зависимостей поглощения сигналов в точке приема от частоты, графики максимальной высоты отражения и времени прихода сигналов в точку отражения от частоты, получены зависимости амплитуды сигнала от времени и высоты вдоль лучей, построены зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени. Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00299).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С. Радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2007.
2. Иванов Д.В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных дециметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений. Йошкар-Ола: Марийский гос. технич. ун-т, 2006.
3. Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. М.: Наука, 1981.
4. Andreeva E.S., Frolov V.L., Kunitsyn V.E. et al. // Radio Sci. 2016. V. 51. № 6. P. 638. <https://doi.org/10.1002/2015RS005939>
5. Крюковский А.С., Куркин В.И., Ларюнин О.А. и др. // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 794.
6. Cedrik M., Podlesnyi A., Kurkin V. // 2020 7th All-Russian Microwave Conf. (RMC). Moscow. 25–27 Nov. N.Y.: IEEE, 2020. P. 260. <https://doi.org/10.1109/RMC50626.2020.9312341>
7. Podlesnyi A., Kurkin V., Cedrik M. // 2020 7th All-Russian Microwave Conf. (RMC). Moscow. 25–27 Nov. N.Y.: IEEE, 2020. P. 263. <https://doi.org/10.1109/RMC50626.2020.9312232>
8. Ryabova M.I., Ivanov D.V., Chernov A.A., Ovchinnikov V.V. // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO-2020). Svetlogorsk. 1–3 Jul. N.Y.: IEEE, 2020. P. 9166094. <https://doi.org/10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166094>
9. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973.
10. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. // Космич. исследования. 1967. Т. 5. № 4. С. 593.
11. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. // РЭ. 2015. Т. 60. № 10. С. 1001.
12. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. // РЭ. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028.

13. *Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Mikhaleva E.V. et al.* // 2020 7th All-Russian Microwave Conf. (RMC). Moscow. 25–27 Nov. N.Y.: IEEE. 2020. P. 211. <https://doi.org/10.1109/RMC50626.2020.9312352>
14. *Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В.* // Всерос. открытая науч. конф. “Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн”. Муром. 25–27 мая 2021. С. 57.
15. *Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 3.
16. *Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 12. С. 1160. <https://doi.org/10.31857/S0033849420120128>
17. *Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И.* // Вестн. Рос. нового ун-та. Сер. “Управление, вычислительная техника и информатика”. М.: РосНОУ, 2013. № 4. С. 47.
18. *Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С. и др.* // РЭ. 2014. Т. 59. № 12. С. 1180.
19. *Kryukovskii A.S., Rastyagaev D.V., Lukin D.S.* // Russ. J. Math. Phys. 2009. V. 16. № 2. P. 251.