

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.2

ОПТИМАЛЬНЫЙ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЕМ ВОС-СИГНАЛОВ
НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ
В ПЕРСПЕКТИВНЫХ ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ
СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ

© 2022 г. М. С. Ярлыков*

Редакция журнала “Радиотехника и электроника”,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 24.10.2021 г.

После доработки 12.11.2021 г.

Принята к публикации 15.11.2021 г.

На базе марковской теории оценивания случайных процессов методом переприсвоения параметров вектора непрерывных процессов решена задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки \sin ВОС-сигналов и \cos ВОС-сигналов, предназначенных для применения в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай). Задача оптимальной нелинейной фильтрации решена применительно к векторному дискретно-непрерывному марковскому случайному процессу для случая, когда его непрерывная часть представляет собой векторный диффузионный марковский процесс, а дискретная часть характеризуется простой цепью Маркова на несколько положений. Принято, что полезные ВОС-сигналы наблюдаются на фоне аддитивного белого гауссовского шума. На основе поэтапного решения уравнения Стратоновича получены аналитические соотношения оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов ГНСС. Представлена структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов с переприсвоением параметров применительно к перспективным ГНСС. Примененная в работе методика решения задачи синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема ВОС-сигналов полностью применима и для тех режимов функционирования ГНСС, при которых ВОС-сигналы (т.е. меандровые шумоподобные сигналы (ШПС)) не используются, а используются традиционные ШПС.

DOI: 10.31857/S003384942204012X

ВВЕДЕНИЕ

В современных и перспективных глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай) используются шумоподобные сигналы (ШПС) [1, 2]. Расширение круга решаемых ГНСС задач и ужесточение требований, предъявляемых к системам по точности и надежности навигационных определений, а также при работе в условиях помех и многолучевости, обусловили все более широкое применение нового класса ШПС – ВОС-сигналов (binary offset carrier modulated signals) [3–5].

Характерной особенностью ВОС-сигналов, выделяющей их из традиционных ШПС, является наличие в составе модулирующей функции (МФ) ВОС-сигналов меандрового поднесущего колебания (МПК), длительность меандровых им-

пульсов которого в несколько раз (коэффициент кратности меандровых импульсов N_M) короче длительности элемента псевдослучайной последовательности (ПСП) [3–5].

Приведем примеры использования ВОС-сигналов и их разновидностей в ГНСС. У американской ГНСС GPS радиосигналы M code (military code signals) диапазонов частот L1 и L2 представляют собой ВОС-сигналы с меандровой модуляцией типа ВОС(10,5) и L1C сигналы являются ВОС-сигналами с меандровой модуляцией типа \sin ВОС(1, 1) [5, 6]. В модернизированной системе GPS предусматривается применение ТМВОС-сигналов с мультиплексированной меандровой модуляцией типа МВОС(6,1,1/11) [5, 7].

В европейской ГНСС Galileo L1OS сигналы являются ВОС-сигналами с меандровой модуляцией типа \sin ВОС(1,1). В системе Galileo при использовании PRS-сигналов (сигналы с ограни-

ченным доступом, предназначенные для правительственных служб) диапазона E6 на несущей частоте $f_H = 1278.75$ МГц применяется косинусная меандровая модуляция типа $\cos\text{BOC}(10,5)$. В ГНСС Galileo в диапазоне частот E1 для L1-A сигналов (PRS-сигналов) используется косинусная меандровая модуляция типа $\cos\text{BOC}(15, 2.5)$ [5, 7–10]. В ГНСС Galileo предусматривается применение полных восьмикомпонентных Alt-ВОС-сигналов с модуляцией типа $\text{AltBOC}(15,10)$ на несущей частоте $f_H = 1191.795$ МГц диапазона E5 [5, 10, 11]. Применение MBOC-сигналов реализуется при использовании E1-сигналов в ГНСС Galileo [5, 12].

В связи с этим важны исследования по созданию приемников ГНСС на основе оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов.

Для определенности рассуждений далее в работе всюду при конкретизации положений полагаем, что приемник ГНСС установлен на высокодинамичном подвижном объекте, в частности, летательном аппарате (ЛА), таком как самолет, вертолет, беспилотный ЛА и т.д. В таких случаях авиационные бортовые приемники ГНСС, как правило, входят в состав пилотажно-навигационных комплексов ЛА.

По сложности технических решений приемники ГНСС подразделяются на одноканальные и многоканальные. Одноканальный приемник ГНСС в каждый текущий момент времени ведет прием и обработку радиосигнала только от одного навигационного космического аппарата (НКА). Многоканальный приемник ГНСС позволяет одновременно принимать и обрабатывать радиосигналы от нескольких НКА. В настоящее время в авиации в основном применяются многоканальные приемники ГНСС.

Прием радиосигналов приемниками ГНСС происходит одновременно на разных частотах (L1, L2, L2C, L5, E1, E2 и др.) применительно к разным НКА и навигационным системам. Приемники, способные принимать сигналы только по одной частоте, называют одночастотными, а на разных частотах – многочастотными.

Кроме того, приемники ГНСС подразделяются на односистемные и многосистемные (двухсистемные). Односистемный приемник ГНСС принимает радиосигналы от какой-либо одной спутниковой навигационной системы (например, GPS). Многосистемный приемник ГНСС принимает радиосигналы от нескольких систем (например, GPS, ГЛОНАСС и Galileo).

В работе рассматривается односистемный многоканальный и многочастотный приемник ГНСС.

Примерами российских авиационных приемников ГНСС могут быть авиационный приемник-индикатор А-737, бортовой приемник спутниковой навигации БПСН-2 и др. [2, 13].

Полезный ШПС (ВОС-сигнал, в частности), наблюдаемый на входе приемника ГНСС от j -го НКА, где $j = \overline{1, J}$, является нелинейной функцией от случайного векторного дискретно-непрерывного процесса (ДНП) [1–5]. При этом дискретно-непрерывный (смешанный) вектор состояния (ВС) $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, порожденный ДНП, содержит дискретную часть, представляющую собой скалярный дискретный процесс (ДП) $\Theta_j(t)$ в виде цепи Маркова на M положений, и непрерывную часть, образующую векторный диффузионный марковский процесс $\mathbf{X}(t)$ (или его выборку). Здесь и далее T – символ транспонирования.

В принимаемом от j -го НКА ВОС-сигнале ДП $\Theta_j(t)$ является манипулируемой фазой и содержит навигационную служебную информацию (СИ) от j -го НКА, $j = \overline{1, J}$. Компоненты непрерывной части ДНП $\mathbf{X}(t)$ представляют собой запаздывание принимаемого ВОС-сигнала, его фазу, доплеровский сдвиг частоты и т.д.

Задачи оптимальной нелинейной фильтрации таких ДНП позволяет успешно решать марковская теория оценивания (МТО) случайных процессов [14–19].

Чтобы на основе МТО разработать оптимальные (квазиоптимальные) алгоритмы нелинейной фильтрации ДНП $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, используется один из двух методов: метод синтеза с переприсвоением параметров вектора непрерывных процессов (НП) и метод синтеза с обратными связями по ДП [14–21].

Эти методы базируются на различном разложении совместной апостериорной плотности вероятности (АПВ) смешанного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ по одному из двух следующих вариантов [18, 20, 21].

Первый вариант разложения (определяющий метод синтеза с переприсвоением) основан на представлении совместной АПВ (АПВ смешанного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в виде произведения безусловной апостериорной вероятности (АВ) состояния ДП $\Theta_j(t)$ и условной АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$. При другом варианте разложения совместной АПВ (характеризующем метод синтеза с обратными связями по ДП) условной принимается АВ состояния ДП $\Theta_j(t)$, тогда как вектор НП $\mathbf{X}(t)$ описывается безусловной АПВ. Синтезированные алгоритмы, которые основаны на первом или втором варианте разложения АПВ смешанного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, соответственно получили назва-

ние алгоритмов с переприсвоением параметров условных АПВ вектора НП и алгоритмов с обратными связями по ДП [14–21].

Оба варианта разложения АПВ дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в соответствии с теоремой Байеса полностью эквивалентны. В то же время квазиоптимальные алгоритмы и соответствующие структурные схемы устройств для приема и обработки радиосигналов, синтезированные указанными методами, отличаются заметными особенностями.

Применительно к ГНСС задача синтеза оптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов методами МТО на основе алгоритмов с обратной связью по ДП решена в [20].

Представляет интерес решить подобную задачу и на основе алгоритмов с переприсвоением параметров вектора НП. Это обусловлено, в частности, тем, что алгоритмы с переприсвоением свободны от ограничения, накладываемого на скорость изменения компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$. Как известно, алгоритмы с обратной связью по ДП требуют, чтобы время корреляции компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$ было много больше шага цепи Маркова, характеризующей ДП $\Theta_j(t)$ [18, 19], в то время как алгоритмы с переприсвоением не требуют выполнения этого условия, хотя и отличаются несколько большей сложностью (многоканальностью) структурной схемы приемника ГНСС.

Решить изложенную задачу синтеза оптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов конструктивно, т.е. довести алгоритмы до практически реализуемой структурной схемы приемника ГНСС, удастся благодаря применению метода поэтапного (двухэтапного) решения уравнения Стратоновича [22]. При этом на первом этапе обработки применительно к каждому такту производится аппроксимация вектора НП $\mathbf{X}(t)$ векторным квазислучайным процессом, что дает возможность получить точное решение уравнения Стратоновича [18–20].

Цель данной работы – на основе метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП получить аналитические соотношения для оптимальных и квазиоптимальных оценок дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ и матрицы ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания вектора НП $\mathbf{X}(t)$, а также на этой основе разработать соответствующую структурную схему квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов приемников ГНСС.

В работе всюду каждый вектор представляет собой вектор-столбец; производная от скалярной функции по вектору-столбцу понимается как вектор-строка, а выражения вида $\left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}_{jk}^*} \right]$ рас-

сматриваются как операторы, действующие на функции, расположенные после них.

1. ВОС-СИГНАЛЫ НА ВХОДЕ ПРИЕМНИКА ГНСС

Вектор наблюдения (ВН) $\Xi(t)$ на входе приемника ГНСС от всех одновременно видимых в данный момент времени НКА спутниковой группировки имеет вид

$$\Xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_j(t), \dots, \xi_J(t)]^T, \quad (1)$$

$$j = \overline{1, J}, \quad t \in [t_0, t),$$

и определяется соотношением

$$\Xi(t) = \mathbf{S}(t) + \mathbf{G}_{\Xi}(t)\mathbf{N}(t), \quad t \in [t_0, t), \quad (2)$$

$$j = \overline{1, J},$$

где

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_j(t), \dots, s_J(t)]^T \quad (3)$$

– вектор принимаемых полезных ВОС-сигналов от всей совокупности J одновременно видимых в данный момент НКА группировки ГНСС,

$$\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_j(t), \dots, n_J(t)]^T$$

– вектор аддитивных независимых стандартных белых гауссовских шумов (БГШ) с известными характеристиками, J – общее число всех одновременно видимых в данный момент времени НКА, j – номер НКА.

Входящая в (2) переходная матрица $\mathbf{G}_{\Xi}(t)$ определяет матрицу интенсивностей помех $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t)$:

$$\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t) = \mathbf{G}_{\Xi}(t)\mathbf{G}_{\Xi}^T(t), \quad (4)$$

где матрица $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t)$ – невырожденная, т.е. $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}^{-1}(t)$ существует.

Наблюдение от j -го НКА $\xi_j(t)$ на входе приемника ГНСС представляет собой согласно (2) аддитивную смесь полезного сигнала и шума:

$$\xi_j(t) = s_j(t) + n_j(t), \quad t \in [t_0, t), \quad j = \overline{1, J}, \quad (5)$$

где $s_j(t)$ – принимаемый полезный ВОС-сигнал от j -го НКА на входе приемника ГНСС; $n_j(t)$ – аддитивная флуктуационная помеха в наблюдении $\xi_j(t)$ от j -го НКА.

Флуктуационная помеха $n_j(t)$, аппроксимируемая стационарным БГШ, имеет статистические характеристики:

$$M[n_j(t)] = 0; \quad M[n_j(t)n_j(t + \tau)] = \frac{1}{2}N_{0j}\delta|\tau|, \quad (6)$$

где N_{0j} – интенсивность БГШ, $M[\cdot]$ – символ усреднения по множеству реализаций.

На входе приемника ГНСС принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ с использованием двоичной фазовой манипуляции (ФМ) для передачи СИ имеет вид [5, 20]

$$s_j(t) = A_j d_j(t - \tau_{3j}) \cos[(\omega_{Hj} + \Delta\omega_{Dj} + \Delta\omega_j) \times (t - \tau_{3j}) + \Theta_j(t_k - \tau_{3j})\pi + \varphi_j(t)], \quad j = \overline{1, J}, \quad (7)$$

где A_j – амплитуда ВОС-сигнала от j -го НКА на входе приемника ГНСС, $d_j(t)$ – МФ ВОС-сигнала $s_j(t)$, отражающая специфику навигационных ШПС и собственно ВОС-сигналов, τ_{3j} – запаздывание принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$ на трассе от j -го НКА до приемника ГНСС, $\omega_{Hj} = 2\pi f_{Hj}$ – круговая несущая частота ВОС-сигнала; f_{Hj} – несущая частота ВОС-сигнала; $\Theta_j(t_k)$ – ДП, содержащий СИ от j -го НКА, $\Delta\omega_{Dj}$ – доплеровский сдвиг несущей частоты принимаемого радиосигнала $s_j(t)$ на трассе от j -го НКА до приемника ГНСС, $\Delta\omega_j$ – медленный сдвиг несущей частоты ω_{jH} , возникающий в канале распространения радиосигнала $s_j(t)$ и в приемнике ГНСС, $\varphi_{jH}(t)$ – фаза принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$. Начало отсчета в (7) принято равным $t_0 = 0$.

Как обычно, полагаем, что МФ $d_j(t)$ ВОС-сигналов $s_j(t)$ (7) образуется путем перемножения взаимно синхронизированных последовательно-стей: собственно ПСП дальномерного кода $g_j(t)$ и МПК $r_j(t)$ [5, 20].

Каждая из последовательностей состоит из чередующихся единичных видеоимпульсов соответствующей длительности, меняющих свою полярность по определенным законам согласно кодовым коэффициентам, значения которых на каждом такте равны +1 или –1.

В таком случае МФ $d(t)$ ВОС-сигнала $s(t)$ (7) описывается следующим выражением [5, 20]:

$$d(t - t_0) = g(t - t_0)r(t - t_0), \quad (8)$$

где $g(t)$ – собственно ПСП дальномерного кода, $r(t)$ – МПК, отражающее специфику ВОС-сигналов $s(t)$.

Отметим, что в работе применительно к принимаемому от j -го НКА ВОС-сигналу $s_j(t)$ в обозначениях типа (7), (8) и далее индекс j там, где это не затрудняет понимания, не приводится.

В зависимости от относительного фазирования ПСП дальномерного кода и МПК ВОС-сигналы делятся на синусные ВОС-сигналы (sinВОС) и косинусные ВОС-сигналы (cosВОС) [3–5].

Формула МФ (8) применительно к sinВОС- и cosВОС-сигналам соответственно записывается в следующем виде [5, 8–10]:

$$d_{\sin \text{ВОС}}(t - t_0) = g(t - t_0)r_{\sin}(t - t_0), \quad (9)$$

где $d_{\sin \text{ВОС}}(t - t_0)$ – МФ sinВОС-сигналов, $r_{\sin}(t - t_0)$ – синусное МПК;

$$d_{\cos \text{ВОС}}(t - t_0) = g(t - t_0)r_{\cos}(t - t_0), \quad (10)$$

где $d_{\cos \text{ВОС}}(t - t_0)$ – МФ cosВОС-сигналов, $r_{\cos}(t - t_0)$ – косинусное МПК.

Выражение, определяющее ПСП дальномерного кода $g(t)$ на одном ее периоде, имеет традиционный вид [1–5]

$$g(t - t_0) = \sum_{k=0}^{L-1} v_k \text{rect}_{\tau_c}[t - k\tau_c - t_0], \quad (11)$$

где L – коэффициент расширения спектра, т.е. число элементов на периоде ПСП $g(t)$; $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$ – номер элемента ПСП на периоде, τ_c – длительность элемента ПСП $g(t)$; t_0 – начало отсчета.

Функция $\text{rect}_{\tau_c}[\cdot]$ в (11) представляет собой импульс единичной амплитуды длительностью τ_c :

$$\text{rect}_{\tau_c}[t - k\tau_c] = \begin{cases} 1 & \text{при } k\tau_c \leq t < (k+1)\tau_c, \\ 0 & \text{при } k\tau_c > t \geq (k+1)\tau_c, \end{cases} \quad (12)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$.

Длительность периода ПСП $g(t)$ (11) равна

$$T_L = L\tau_c. \quad (13)$$

Кодовые коэффициенты $v_k = v(t_k)$, где $t_k = k\tau_c$ – дискретное время, формируют ПСП дальномерного кода $g(t)$ (11). Они принимают на каждом элементе ПСП длительностью τ_c значения +1 или –1 согласно закону чередования элементов на периоде, определяемому кодом.

Так, например, в ГНСС типа GPS дальномерный С/А код является периодической последовательностью Голда с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования символов $f_c = 1.023$ МГц. В ГНСС типа ГЛОНАСС дальномерный код стандартной точности представляет собой периодическую последовательность максимальной длины (М – последовательность, или последовательность Хаффмена) с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования символов $f_c = 511$ кГц [1, 2, 7].

Согласно (8)–(13) на рис. 1а и 1б представлены графики ПСП $g(t)$ (при произвольно заданной в примере реализации), МПК $r(t)$ и МФ $d(t)$ соответственно для sinВОС- и cosВОС-сигналов при коэффициенте кратности меандровых импульсов $N_M = 4$.

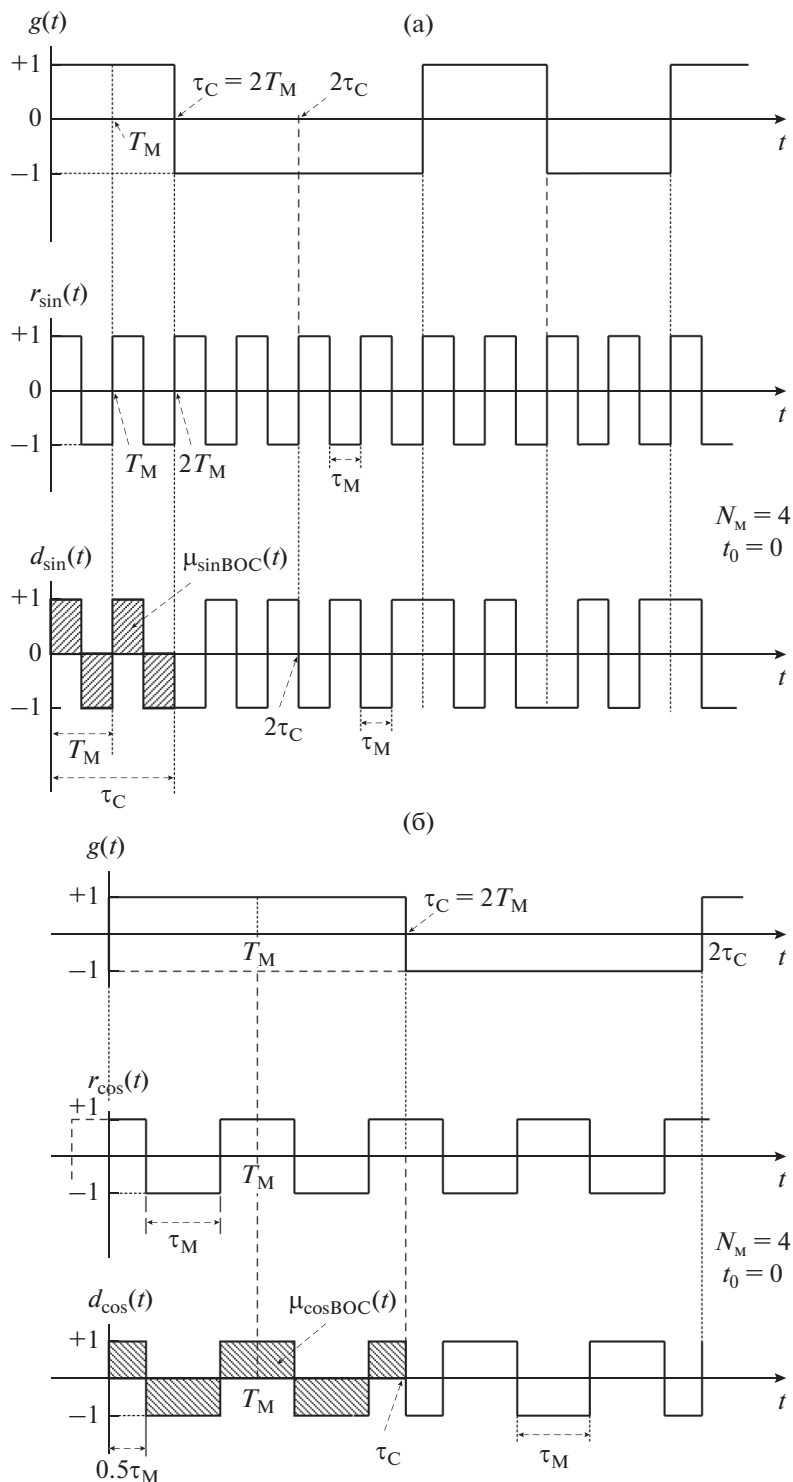


Рис. 1. Формирование модулирующей функции sinBOC-сигнала (а) и cosBOC-сигнала (б).

Коэффициент кратности меандровых импульсов N_M представляет собой число импульсов МПК $r(t)$, которые укладываются на длительности τ_C одного элемента ПСП $g(t)$, и характеризуется соотношением [3–5]

$$N_M = 2\tau_C/T_M = 2f_M/f_C = 2\alpha/\beta, \quad (14)$$

где $\alpha = f_M/f_{оп}$ и $\beta = f_C/f_{оп}$ – параметры меандровой модуляции ВОС-сигналов, $f_{оп}$ – базовая (опорная) частота, $f_C = 1/\tau_C$ – частота следования символов ПСП $g(t)$. Например, для ГНСС GPS и Galileo $f_{оп} = 1.023$ МГц. Отметим, что $N_M = 4$ со-

ответствует, в частности, типу меандровой модуляции ВОС(10, 5) [5, 6].

На рис. 1а и 1б обозначено: τ_c – длительность элемента ПСП $g(t)$, T_M – длительность периода МПК $r(t)$, τ_M – длительность меандрового импульса МПК $r(t)$. При этом длительность периода МПК T_M равна $T_M = 2\tau_M$. Частота МПК $r(t)$ равна $f_M = 1/T_M$. В виде заштрихованных фигур на рис. 1а и 1б соответственно выделены синусный символ МФ $\mu_{\sin\text{ВОС}}(t)$ и косинусный символ МФ $\mu_{\cos\text{ВОС}}(t)$. Принято, что начало отсчета $t_0 = 0$.

Вектор принимаемых полезных ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t)$ (3) от всей совокупности J одновременно видимых в данный момент НКА группировки ГНСС может быть записан в виде

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}(t)], \quad (15)$$

где $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$ – вектор ДП применительно ко всей совокупности J одновременно видимых НКА; $\Theta_{jk} = \Theta_j(t_k)$ – ДП, представляющий собой манипулируемую фазу принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$ (7) от j -го НКА, с помощью которой передается навигационная СИ.

Информационный ДП Θ_{jk} в (7) характеризует двоичную ФМ (BPSK – binary phase-shift keying) ВОС-сигнала $s_j(t)$.

При двоичной ФМ в сигнале $s_j(t)$ (7) используются два значения фазы несущего колебания, 0° и 180° . В таком случае ДП $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_{ji}\}$ ($i = \overline{1, 2}$) принимает значения $\vartheta_{j1} = 0$ или $\vartheta_{j2} = 1$.

Дискретный процесс Θ_{jk} содержит сведения об эфемеридах, альманахе, поправках к бортовой шкале времени (ШВ) и т.д. для j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) группировки ГНСС [1, 2]. Смена значений ДП $\Theta_j(t_k)$ может происходить в моменты $t_k = t_0 + k\tau_{\text{СИ}}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), где $\tau_{\text{СИ}}$ – длительность информационной посылки СИ от j -го НКА.

В современных ГНСС для передачи СИ применяются полезные сигналы $s_j(t)$ с двоичной ФМ (7). Наряду с этим в ряде технических приложений навигации и связи (например, в спутниковой системе связи Globalstar) используется также четверичная (квадратурная) ФМ (QPSK – Quadrature Phase Shift Keying), что позволяет более эффективно использовать предоставленную полосу частот. Поэтому ДП $\Theta_j(t_k)$ для передачи СИ характеризуем в данной работе более общей моделью с использованием многопозиционной ФМ [20, 21].

Тогда в соответствии с (7) на входе приемника ГНСС принимаемый от j -го НКА полезный

ВОС-сигнал $s_j(t)$ с использованием многопозиционной ФМ для передачи СИ (без учета каких-либо технических особенностей) описывается следующим выражением:

$$s_j(t) = A_j d_j(t - \tau_{3j}) \cos \left[(\omega_{Hj} + \Delta\omega_{Dj} + \Delta\omega_j) \times \right. \\ \left. \times (t - \tau_{3j}) + \Theta_j(t_k - \tau_{3j}) \frac{2\pi}{M} + \varphi_j(t) \right], \quad (16) \\ j = \overline{1, J}.$$

Характеризующий в принимаемом сигнале $s_j(t)$ многопозиционную ФМ ДП $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_i\}$ применительно к j -му НКА определяется соотношением

$$\vartheta_i = i - 1, \quad \Theta_j(t_k) = \{i - 1\}, \quad (17)$$

где $i = \overline{1, M}$, i – номер состояния ДП $\Theta_j(t_k)$.

Таким образом, ДП $\Theta_j(t_k)$ представляет собой простую цепь Маркова на M положений, и на каждом такте он принимает одно из значений $\vartheta_i = i - 1$, где $i = \overline{1, M}$.

В формуле (16) $M = 2^n$ – показатель многопозиционности ФМ, n – целое положительное число. Так, например, при $M = 2$ ($i = \overline{1, 2}$) имеем двоичную ФМ и сигнал (16) принимает вид (7), при $M = 4$ ($i = \overline{1, 4}$) – квадратурную ФМ.

Запаздывание τ_{3j} принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) на трассе от j -го НКА до входа приемника ГНСС может быть записано в виде [1, 2, 20, 23]

$$\tau_{3j} = \tau_{Dj} + \Delta\tau_\Sigma, \quad (18)$$

где $\tau_{Dj}(t)$ – задержка принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$, обусловленная дальностью трассы между j -м НКА и объектом (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС; $\Delta\tau_\Sigma$ – суммарная задержка ВОС-сигнала $s_j(t)$, вызванная сдвигами ШВ j -го НКА и приемника ГНСС, задержкой радиосигнала за счет неточного прогноза эфемерид, ионосферной и тропосферной задержками сигнала $s_j(t)$ и т.п.

Задержка $\tau_{Dj}(t)$ принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$, обусловленная дальностью трассы между j -м НКА и объектом (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС, характеризуется выражением

$$\tau_{Dj}(t) = D_j(t)/c, \quad (19)$$

где $D_j(t)$ – дальность трассы между j -м НКА и объектом, на котором установлен приемник ГНСС, c – скорость распространения радиоволн.

Связь между дальностью $D(t)$ и прямоугольными координатами в геоцентрической системе ко-

ординат j -го НКА и объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС, имеет вид [1, 2, 23]

$$D_{\text{изм}}(t) = D(t) + \delta D = \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2} + \delta D, \quad (20)$$

где x, y, z – прямоугольные координаты объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС, x_j, y_j, z_j – прямоугольные координаты j -го НКА, $D_{\text{изм}}(t)$ – измеренное значение дальности $D(t)$ (псевдодальность), δD – неизвестная постоянная на время измерения ошибка (например, за счет расхождения ШВ j -го НКА и приемника ГНСС).

В соответствии с (19) и (20) радиальная псевдоскорость $V_{\text{изм}}(t)$ применительно к j -му НКА характеризуется следующим выражением [1, 2, 23]:

$$V_{\text{изм}}(t) = \frac{d}{dt} D_{\text{изм}}(t) = K_x(V_x - W_{jx}) + K_y(V_y - W_{jy}) + K_z(V_z - W_{jz}), \quad (21)$$

где

$$V_x(t) = \frac{d}{dt} x(t), \quad V_y(t) = \frac{d}{dt} y(t), \quad V_z(t) = \frac{d}{dt} z(t)$$

– проекции скорости объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС,

$$W_{jx}(t) = \frac{d}{dt} x_j(t), \quad W_{jy}(t) = \frac{d}{dt} y_j(t), \\ W_{jz}(t) = \frac{d}{dt} z_j(t)$$

– проекции скорости j -го НКА;

$$K_x = \frac{x_j - x}{D_{\text{изм}}(t)}, \quad K_y = \frac{y_j - y}{D_{\text{изм}}(t)}, \quad K_z = \frac{z_j - z}{D_{\text{изм}}(t)} \quad (22)$$

– направляющие косинусы применительно к j -му НКА.

Обычно значения направляющих косинусов K_x, K_y и K_z (22) на тактовых интервалах времени принимают постоянными.

Значения координат x_j, y_j, z_j каждого j -го НКА и их производные W_{jx}, W_{jy}, W_{jz} в приемнике ГНСС являются известными в результате обработки СИ. Они при решении задач синтеза относятся к вектору управления $\mathbf{U}_{\text{упр}}(t)$.

Доплеровский сдвиг несущей частоты ω_H принимаемого от j -го НКА ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) имеет вид [1, 23]

$$\Delta\omega_D(t) = \omega_H \frac{V(t)}{c}, \quad (23)$$

где $V(t) = dD(t)/dt$ – радиальная скорость перемещения объекта (например, ЛА), на котором

установлен приемник ГНСС, относительно j -го НКА.

Случайная фаза $\varphi(t)$ принимаемого от j -го НКА ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) достаточно полно описываются следующей системой стохастических дифференциальных уравнений [18, 23]:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \Delta\omega(t) - \frac{\omega_H}{c} \frac{dD(t)}{dt} + \sqrt{\frac{N_\varphi}{2}} n_\varphi(t), \\ \varphi(t_0) = \varphi_0, \\ \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} = -\gamma_\omega \Delta\omega(t) + \sqrt{2\gamma_\omega \sigma_\omega^2} n_{\delta\omega}(t), \\ \Delta\omega(t_0) = \Delta\omega, \end{cases} \quad (24)$$

где $n_\varphi(t)$ и $n_{\delta\omega}(t)$ – взаимонезависимые стандартные БГШ (с нулевыми математическими ожиданиями (МО) и единичными интенсивностями), $\Delta\omega(t)$ – медленный сдвиг несущей частоты ω_H ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) из-за нестабильности задающих генераторов j -го НКА и приемника ГНСС, а также в связи с изменением внешних условий функционирования, σ_ω^2 – дисперсия нестабильности частоты, γ_ω – коэффициент, характеризующий ширину спектра уходов частоты $\Delta\omega(t)$; N_φ – интенсивность собственных фазовых флуктуаций приемника ГНСС.

Таким образом, принимаемый от j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (16) согласно (17)–(24) (без учета каких-либо технических особенностей) является функцией ДП $\Theta_j(t_k)$ и вектора непрерывных параметров радиосигнала (ПРС) $\mathbf{Y}_j(t)$:

$$s_j(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_j(t)], \quad (25)$$

где

$$\mathbf{Y}_j(t) = \left[D_{j\text{изм}}(t) \frac{d}{dt} D_{j\text{изм}}(t) \varphi_j(t) \Delta\omega_j(t) \right]^T$$

– j -й вектор ПРС, $j = \overline{1, J}$.

Компоненты вектора ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ представляют собой параметры, от которых непосредственно зависит принимаемый от j -го НКА ВОС-сигнал $s_j(t)$ (псевдодальность объекта, на котором установлен приемник ГНСС, его псевдоскорость, фаза сигнала и т.п.).

Для j -го вектора ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ и вектора НП $\mathbf{X}(t)$ выполняется соотношение [1, 7, 13]

$$\mathbf{Y}_j(t) = \mathbf{L}_j \{ \mathbf{X}(t) \}, \quad (26)$$

где $\mathbf{L}_j \{ \mathbf{X}(t) \}$ – известная нелинейная векторная функция, вектор-столбец $\mathbf{Y}_j(t)$ имеет размер $(m \times 1)$, вектор-столбец $\mathbf{X}(t)$ имеет размер $(n \times 1)$.

Число векторов ПРС $Y_j(t)$ равно J – числу всех одновременно видимых НКА.

Из рассмотрения (26) видно, что совокупность векторов ПРС $Y_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, содержит необходимую информацию о положении и динамике движения объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС, а также об условиях распространения радиоволн и стабильности несущих частот принимаемых ВОС-сигналов.

Далее рассмотрим вектор НП $X(t)$ и его взаимосвязь с векторами ПРС $Y_j(t)$ (25), где $j = \overline{1, J}$.

Вектор НП $X(t)$ описываем с использованием типовой математической модели (ММ) динамики объектов навигации на основе прямоугольной гринвичской системы координат (СК), характеризующей положение объекта, на котором установлен приемник ГНСС, в пространстве и его движение применительно к небольшим отрезкам времени. В таком случае вектор НП $X(t)$ может быть представлен в следующем виде [20, 23]:

$$X(t) = [X_c^T(t), V^T(t), A^T(t), \Phi^T(t), \Delta\Omega^T(t), \Delta D^T(t)]^T, \quad (27)$$

где

$$X_c(t) = [x, y, z]^T$$

– вектор прямоугольных координат объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС,

$$V(t) = [V_x, V_y, V_z]^T \quad \text{и} \quad A(t) = [A_x, A_y, A_z]^T$$

– векторы земной скорости и ускорения объекта (например, ЛА) на оси прямоугольной гринвичской СК,

$$\Phi(t) = [\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_j(t), \dots, \varphi_J(t)]^T$$

– вектор случайных фаз принимаемых полезных ВОС-сигналов $s_j(t)$ (16), где $j = \overline{1, J}$, от всей совокупности одновременно видимых в данный момент НКА,

$$\Delta\Omega(t) = [\Delta\omega_1(t), \Delta\omega_2(t), \dots, \Delta\omega_j(t), \dots, \Delta\omega_J(t)]^T$$

– вектор медленных уходов несущих частот принимаемых полезных ВОС-сигналов $s_j(t)$ (16), где $j = \overline{1, J}$, от всей совокупности одновременно видимых в данный момент НКА,

$$\Delta D(t) = [\delta d_1(t), \delta d_2(t), \dots, \delta d_j(t), \dots, \delta d_J(t)]^T$$

– вектор сдвигов ШВ приемника ГНСС относительно ШВ каждого видимого НКА, выраженный в единицах дальности.

Динамика компонент вектора НП $X(t)$ (27) применительно к высокодинамичным объектам (например, ЛА) достаточно полно описывается

ММ в виде следующей системы стохастических дифференциальных уравнений [20, 23]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X_c(t) = V(t), & X_c(t_0) = X_{c0}; \\ \frac{d}{dt} V(t) = A(t), & V(t_0) = V_0; \\ \frac{d}{dt} A(t) = -[\alpha + \beta]A(t) - \alpha\beta V(t) + \\ + \sqrt{2(\alpha + \beta)\sigma_A^2} N_A(t), & A(t_0) = A_0; \\ \frac{d}{dt} \Phi(t) = \Delta\Omega(t) - \frac{\omega_H}{c} \frac{d}{dt} D(t) + \\ + G_\Phi N_\Phi(t), & \Phi(t_0) = \Phi_0; \\ \frac{d}{dt} \Delta\Omega(t) = -\Gamma_\omega \Delta\Omega(t) + \\ + G_{\Delta\Omega} N_{\Delta\Omega}(t), & \Delta\Omega(t_0) = \Delta\Omega_0; \\ \frac{d}{dt} \Delta D = 0, & \Delta D(t_0) = \Delta D_0; \end{cases} \quad (28)$$

где σ_A^2 – дисперсия флуктуаций ускорения, $N_A(t), N_\Phi(t), N_{\Delta\Omega}(t)$ – векторы формирующих стандартных БГШ, α и β – размерные коэффициенты, определяющие спектр флуктуаций ускорения, $D(t) = [D_1(t), D_2(t), \dots, D_j(t), \dots, D_J(t)]^T$ – вектор дальностей применительно ко всей совокупности одновременно видимых в данный момент НКА, $D_j(t)$ – дальность между j -м НКА и объектом (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС; $\Gamma_\omega, G_\Phi, G_{\Delta\Omega}$ – диагональные матрицы, у которых на главных диагоналях соответственно находятся элементы $\gamma_{\omega j}, \sqrt{N_{\varphi j}}/2, \sqrt{2\gamma_{\omega j}\sigma_{\omega j}^2}$, где $j = \overline{1, J}$.

Как видно из (27) и (28), вектор НП $X(t)$ представляет собой многокомпонентный диффузионный гауссовский марковский процесс, который описывается линейным векторно-матричным стохастическим дифференциальным уравнением вида [18, 23]

$$\frac{d}{dt} X(t) = A_X(t)X(t) + C_X(t)U_{\text{упр}}(t) + G_X(t)N_X(t), \quad (29)$$

$$X(t_0) = X_0,$$

где $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ – вектор-столбец НП размером $(n \times 1)$; n – число компонент вектора НП $X(t)$; $A_X(t)$ – матрица состояния размером $(n \times n)$; $U_{\text{упр}}(t)$ – детерминированный вектор управления; $C_X(t)$ – матрица управления; $N_X(t) = [N_A^T(t)N_\Phi^T(t)N_{\Delta\Omega}^T(t)]$ – вектор стандартных БГШ; $G_X(t)$ – матрица интенсивностей шумов; $B_{XX}(t) = G_X(t)G_X^T(t)$ – матрица коэффициентов диффузии вектора НП $X(t)$.

Применительно к (29) матрица $\mathbf{G}_X(t)$ имеет вид

$$\mathbf{G}_X(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2(\alpha + \beta)\sigma_A^2} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{G}_\Phi & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{G}_{\Delta\Omega} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Взаимосвязь вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (27) и j -го вектора ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, (26) в типовом случае (25) характеризуется соотношением [20, 23]

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_j(t) &= \mathbf{L}_j \{\mathbf{X}(t)\} = \\ &= [l_{j1} \{\mathbf{X}(t)\} \ l_{j2} \{\mathbf{X}(t)\} \ l_{j3} \{\mathbf{X}(t)\} \ l_{j4} \{\mathbf{X}(t)\}]^T, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\mathbf{Y}_j(t) = [y_{j1}(t) \ y_{j2}(t) \ y_{j3}(t) \ y_{j4}(t)]^T$, $j = \overline{1, J}$.

Компоненты нелинейной векторной функции $\mathbf{L}_j \{\mathbf{X}(t)\}$ в (30) применительно к типовому случаю (25) определяются следующими соотношениями: согласно (20) –

$$y_{j1}(t) = l_{j1} \{\mathbf{X}(t)\} = D_{jизм}(t); \quad (31)$$

согласно (21) –

$$y_{j2}(t) = l_{j2} \{\mathbf{X}(t)\} = \frac{d}{dt} D_{jизм}; \quad (32)$$

согласно (24) –

$$y_{j3}(t) = l_{j3} \{\mathbf{X}(t)\} = \varphi_j(t) \text{ и } y_{j4}(t) = l_{j4} \{\mathbf{X}(t)\} = \Delta\omega_{Dj}.$$

Векторы ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, и взаимосвязанный с ними вектор НП $\mathbf{X}(t)$ (26) и (30) подлежат оцениванию на основе решения задачи синтеза.

Таким образом, как следует из рассмотрения (17), (25), (27) и (28)–(31), принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (16) является функцией ДП $\Theta_j(t_k)$ и вектора НП $\mathbf{X}(t)$:

$$s_j(t) = s[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{X}(t)]. \quad (33)$$

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

При постановке задачи синтеза оптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов на основе МТО следует в пространстве состояний выбрать и обосновать ВН и ВС, а также описать динамику этих векторов, используя соответствующие ММ. При этом необходимо задать критерий оптимальности в соответствии с физическим смыслом и целью решаемой задачи синтеза [14–19].

Полагаем, что ВН $\Xi(t)$ на входе авиационного приемника ГНСС имеет вид (1) и определяется

соотношениями (2)–(4). Полезные ВОС-сигналы $s_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, (16) на входе приемника ГНСС рассмотрены в разд. 1.

Обосновывая компоненты ВС, исходим из того, что решается основная задача навигации: определение пространственных координат объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС, и их производных (компоненты скорости полета и ускорения). Как обычно, сопутствующими компонентами ВС при этом являются параметры, характеризующие флуктуации фазы принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$, нестабильность частоты задающего генератора и т.п. [20, 23].

Как отмечали, применительно к решаемой задаче синтеза ВС представляет собой ДНП $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$, где $\Theta_j(t_k)$ – ДП (17), содержащий СИ от j -го НКА ($j = \overline{1, J}$); $\mathbf{X}(t)$ – вектор НП (27), содержащий информацию о положении в пространстве и динамике движения объекта (например, ЛА), на котором установлен приемник ГНСС, а также сведения об условиях распространения радиоволн и стабильности несущей частоты ВОС-сигнала $s_j(t)$.

У излучаемого от j -го НКА полезного ВОС-сигнала $s_{jin}(t)$ возможные моменты перехода ДП $\Theta_j(t_k)$ из одного состояния в другое являются дискретными и определяются выражением $t_k = t_0 + kT$, где $T = \text{const}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Для ГНСС типа ГЛОНАСС, GPS и Galileo длительность такта $T = t_{k+1} - t_k$ ДП $\Theta_j(t_k)$ равна длительности информационной посылки СИ: $T = \tau_{си} = 20$ мс [1, 2].

На входе приемника ГНСС у принимаемого от j -го НКА полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) моменты времени перехода $(t_k - \tau_{3j})$ ДП $\Theta_j(t_k - \tau_{3j})$ из одного состояния в другое являются случайными, поскольку они зависят от случайного запаздывания принимаемого сигнала τ_{3j} (18).

Напомним, что далее применительно к ДП $\Theta_j(t_k)$ в принимаемом от j -го НКА ВОС-сигнале $s_j(t)$ (16) индекс j там, где это не затрудняет понимания, не приводим.

На всех тактовых полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, ДП $\Theta(t_k)$ остается постоянным, и он может быть описан соответствующим априорным уравнением вида

$$\frac{d\Theta(t)}{dt} = 0, \text{ где } t \in [t_k, t_{k+1}), \ k = 0, 1, 2, \dots \quad (34)$$

Матрица одношаговых вероятностей перехода и вектор вероятностей начального состояния ДП $\Theta(t_k)$ соответственно имеют вид [18, 19]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}(t_k) &= [\pi_{il}(t_k)], \text{ где } \pi_{il}(t_k) = \\ &= P\{\Theta(t_k + 0) = \vartheta_i | \Theta(t_k - 0) = \vartheta_l\}, \\ &\quad i, l = \overline{1, M}; \\ \mathbf{P}_\Theta(t_0) &= \{P_{\vartheta_i}(t_0)\}, \text{ где } i = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (35)$$

В начале k -го такта $[t_k, t_{k+1})$ вероятности состояний ДП $\Theta(t_k)$

$$P_{\vartheta_i}(t_k + 0) \triangleq P(t_k + 0, \Theta(t_k + 0) = \vartheta_i)$$

определяются формулой [18, 19]

$$P_{\vartheta_i}(t_k + 0) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{\vartheta_m}(t_k - 0), \quad i = \overline{1, M}, \quad (36)$$

где $P_{\vartheta_m}(t_k - 0)$ – вероятность состояния ДП $\Theta(t_k)$ в конце $(k - 1)$ -го такта $[t_{k-1}, t_k)$.

При использовании методов МТО с целью повышения конструктивности решения задач синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ДНП применяется поэтапное решение уравнения Стратоновича [18, 22]. С учетом специфики непрерывных (27)–(29) и дискретных (34)–(36) компонент ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, где $j = \overline{1, J}$, появляется возможность в два этапа решить уравнение Стратоновича для АПВ оцениваемых ДНП.

Применяя метод поэтапного решения уравнения Стратоновича, удастся обоснованно упростить ММ оцениваемого ВС и тем самым повысить конструктивность решения задачи синтеза.

Суть такого упрощения ММ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ заключается в возможности описания на характерных полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, где $t_k = t_0 + k\tau_{\text{СИ}}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) и $\tau_{\text{СИ}}$ – длительность посылки СИ от j -го НКА, динамики компонент вектора $\mathbf{X}(t)$ квазислучайными процессами. Применительно к ГНСС $\tau_{\text{СИ}} = 20$ мс [1, 2]. При этом выполняется двухэтапная обработка ВН $\Xi(t)$ (1)–(4).

На первом этапе применительно к каждому k -му такту $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, обрабатывается только вектор НП $\mathbf{X}(t)$ (27) оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, поскольку ДП $\Theta_j(t)$ при этом остаются постоянными. В таком случае для первого этапа обработки удастся найти точное решение уравнения Стратоновича как решение нелинейной задачи оценки параметров в силу аппроксимации ММ вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (28) векторным квазислучайным процессом.

На втором этапе обработка осуществляется в дискретном времени в точках $t_k + 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, т.е. точках (с учетом запаздывания τ_{3j} принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) на трассе) возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$. При этом оценки компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$, полученные на первом этапе обработки, используются в качестве начальных значений для второго этапа обработки ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, где $j = \overline{1, J}$.

В дискретные моменты времени t_k , где $k = 0, 1, 2, \dots$, вектор НП $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$, характеризуемый соотношениями (27) и (28), описывается эквивалентным применительно к (29) линейным векторно-матричным стохастическим разностным уравнением

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \Phi_{XX}(t_k, t_{k-1})\mathbf{X}_{k-1} + \\ &+ \Psi_{XU}(t_k, t_{k-1})U_{\text{упрк}} + \Gamma_X(t_k, t_{k-1})\mathbf{N}_{Xk}, \end{aligned} \quad (37)$$

где $\mathbf{N}_{Xk} = \mathbf{N}_X(t_k)$ – вектор формирующих стандартных дискретных БГШ, Φ_{XX} , Ψ_{XU} и Γ_X – известные матрицы, $U_{\text{упрк}}$ – дискретный вектор управления.

Полагаем, что длительность тактового интервала (информационной посылки СИ) $T = t_{k+1} - t_k$ ДП $\Theta(t_k)$ ($T = \tau_{\text{СИ}} = 20$ мс) достаточно мала, чтобы в (33) вектор НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, можно было с требуемой для оценивания степенью точности аппроксимировать векторным квазислучайным процессом [18, 20, 22]:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \\ k &= 0, 1, 2, \dots, \quad \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(t_0), \end{aligned} \quad (38)$$

где $\mathbf{f}(\cdot)$ – детерминированная векторная функция; $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$, $\mathbf{X}_k = \mathbf{f}(t_k, \mathbf{X}_k)$ – начальное значение на k -м такте.

Входящая в линейное векторно-матричное стохастическое разностное уравнение (36) функция $\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)$ равна [18, 20, 22]

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k) = \Phi_{XX}(t, t_k)\mathbf{X}_k, \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (39)$$

где $\Phi_{XX}(t, t_k)$ – переходная матрица состояния, характеризуемая (37).

В соответствии с (38) принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (33) в пределах одного тактового полуинтервала принимает вид

$$\begin{aligned} s_j(t) &= s_j[t, \Theta_{jk}, \mathbf{f}(t_k, \mathbf{X}_k)], \text{ где} \\ \Theta_{jk} &= \Theta_j(t_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ &\quad j = \overline{1, J}. \end{aligned} \quad (40)$$

Задача синтеза заключается в том, чтобы на k -м такте $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, имея ВН (1)–(4) и располагая априорными сведениями (27)–(29), (30) и (34)–(36) об оцениваемом ВС $[X^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$, с использованием метода переприсвоения параметров НП получить оптимальную оценку \hat{X}_{k+1} выборки вектора НП $X(t)$ и оптимальные оценки $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ ДП $\Theta_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$.

Оптимальная оценка \hat{X}_{k+1} выборки вектора НП $X(t)$ должна удовлетворять критерию минимума апостериорного риска при квадратичной функции потерь [17–19]

$$\hat{X}(t) = \tilde{X}(t) : \min \left\{ \int c(X, \tilde{X}) p_{ps}(t, X) dX \right\},$$

где $c(X, \tilde{X}) = (X - \tilde{X})^T C_X (X - \tilde{X})$ – квадратичная функция потерь, C_X – заданная неотрицательно определенная матрица, $p_{ps}(t, X) \triangleq p(t, X | \Xi'_{t_0})$ – АПВ вектора НП $X(t)$; $\Xi'_{t_0} = \{\Xi(\tau) : \tau \in [t_0, t]\}$ – реализация ВН $\Xi(t)$ на полуинтервале $t \in [t_0, t]$; $\tilde{X}(t)$ – оценка вектора НП $X(t)$; $\hat{X}(t)$ – оптимальная оценка вектора НП $X(t)$.

Как известно [18, 19], оптимальной оценкой \hat{X}_{k+1} , удовлетворяющей этому критерию, является апостериорное математическое ожидание $M_{ps}[X_{k+1}]$ выборки вектора НП $X(t)$:

$$\hat{X}_{k+1} = M_{ps}[X_{k+1}] = \int_{X_{k+1}} X_{k+1} p_{ps}(t, X_{k+1}) dX_{k+1}, \quad (41)$$

где $p_{ps}(t, X_{k+1}) \triangleq p(t, X_{k+1} | \Xi'^{t_{k+1}}_{t_0})$ – АПВ выборки X_{k+1} ; $\Xi'^{t_{k+1}}_{t_0} = \{\Xi(\tau) : \tau \in [t_0, t_{k+1}]\}$ – реализация ВН $\Xi(t)$ (1) на входе приемника ГНСС на отрезке $[t_0, t_{k+1}]$; индекс “ ps ” означает соответствующую АПВ.

Если АПВ $p_{ps}(t, X_{k+1})$ является унимодальной и гауссовской, то оптимальная оценка $\hat{X}(t)$ согласно критерию (41) и согласно критерию максимума АПВ совпадают [16–19], что и используем в дальнейшем.

Оптимальные оценки $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ компонент вектора ДП $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$, где $j = \overline{1, J}$, применительно ко всей совокупности J одновременно видимых НКА должны удовлетворять критерию минимума апостериорного риска при простой функции потерь, что эквивалентно критерию максимума АВ компонент вектора ДП Θ_k [16–19]:

$$\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0) = \vartheta_j : \max_{\vartheta_1 \leq \vartheta_j \leq \vartheta_m} \{P_{ips}(t_{k+1} - 0)\}, \quad (42)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ – АВ состояния ДП $\Theta_j(t)$ в момент времени $t = t_{k+1} - 0$.

3. УРАВНЕНИЯ СТРАТОНОВИЧА ДЛЯ СОВМЕСТНОЙ АПОСТЕРИОРНОЙ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ И АПОСТЕРИОРНЫХ СМЕШАННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$

Основной характеристикой, которая дает возможность согласно выбранному критерию при решении задач синтеза методами МТО получить общие выражения для оптимальных оценок вектора НП $X(t)$ и ДП $\Theta_j(t)$ применительно ко j -му НКА ($j = \overline{1, J}$), является совместная АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j(t), X(t))$ оцениваемого ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$.

Чтобы решить поставленную задачу синтеза, необходимо получить аналитические соотношения, связывающие совместную АПВ или, что эквивалентно, соответствующую совокупность апостериорных смешанных распределений (АСР) оцениваемого ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в соседние тактовые моменты времени $t_k + 0$ и $t_{k+1} + 0$ применительно ко всем $k = 0, 1, 2, \dots$

С учетом требований метода поэтапного решения уравнения Стратоновича обработка ВН $\Xi(t)$ (1)–(3) на каждом такте организуется, как отмечали, в два этапа [18, 22].

На первом этапе обработка ВН $\Xi(t)$ (1)–(3) происходит применительно к каждому тактовому полуинтервалу $[t_k, t_{k+1})$, где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

На втором этапе этого же такта обработка ВН $\Xi(t)$ осуществляется в точке $t_{k+1} + 0$, когда происходит смена такта и возможное изменение состояния ДП $\Theta_j(t_{k+1} + 0)$, где $j = \overline{1, J}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Совместная АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j(t), X(t))$ (или соответствующая совокупность АСР) векторного ДНП, вычисленная на первом этапе обработки, рассматривается как начальное условие для второго этапа обработки на этом же такте.

Повторяя такую процедуру вычислений для каждого такта последовательно, получим эволюцию совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j(t), X(t))$ (или совокупности АСР) оцениваемого ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$ во времени [17–19].

Применительно к j -му НКА ($j = \overline{1, J}$) совместная АПВ $p_{ps}(t, X(t), \Theta_j(t))$ оцениваемого ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$ записывается в виде

$$p_{ps}(t, \Theta_j(t), X(t)) \triangleq p(t, \Theta_j(t), X(t) | \Xi'^{t_{k+1}}_{t_0}).$$

В соответствии с теоремой умножения плотностей вероятности совместная АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j(t), \mathbf{X}(t))$ может быть представлена в одном из следующих эквивалентных видов [18, 19, 21]:

$$p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X}) = \begin{cases} p_{ps}(t, \mathbf{X}) p_{ps}(t, \Theta_j | \mathbf{X}); & (43) \\ p_{ps}(t, \Theta_j) p_{ps}(t, \mathbf{X} | \Theta_j). & (44) \end{cases}$$

Здесь и далее в формулах для краткости там, где это не затрудняет понимания сути, в записи функций аргумент t не приводится.

Каждое из этих разложений совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$ определяет соответствующий метод синтеза алгоритмов оптимальной нелинейной фильтрации ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$.

Разложение совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$ вида (43) определяет метод синтеза с обратными связями по ДП и приводит к соответствующим алгоритмам обработки сигналов [18–21]. Представление совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$ в виде (44) характеризует метод синтеза с переприсвоением параметров вектора НП и позволяет разработать соответствующие алгоритмы обработки сигналов [18, 19, 21, 24].

Разложение совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$ вида (43), приводящее к алгоритмам обработки сигналов с обратными связями по ДП, применительно к ВОС-сигналам ГНСС рассмотрено в [20].

Далее применительно к ВОС-сигналам ГНСС остановимся на представлении совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$ в виде (44), которое приводит к алгоритмам с переприсвоением значений параметров условных АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$. Как известно [18, 19], алгоритмы с переприсвоением свободны от ограничений, накладываемого на скорость изменения компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Таким образом, на каждом тактовом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, для ВС $[X_k^T, \Theta_{jk}]^T$ применительно к j -му НКА совместная АПВ $p_{ps}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ при использовании метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП (44) имеет вид

$$p_{ps}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) = p_{ps}(t, \Theta_{jk}) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | \Theta_{jk}), \quad (45)$$

где $p_{ps}(t, \Theta_{jk})$ – АПВ ДП Θ_{jk} ;

$$\begin{aligned} p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | \Theta_{jk}) &= \\ &= p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | \Theta_{jk} = \vartheta_i) \triangleq p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i) \end{aligned} \quad (46)$$

– условная (i -я) по Θ_{jk} АПВ выборки вектора НП \mathbf{X}_k , соответствующая состоянию ДП $\Theta_{jk} = \vartheta_i$; $i = \overline{1, M}$; j – номер НКА; $j = \overline{1, J}$; J – общее число

всех одновременно видимых в данный момент времени НКА.

Выразив АПВ ДП Θ_{jk} через соответствующие АВ, получим [17–20]

$$p_{ps}(t, \Theta_{jk}) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t) \delta(\Theta_{jk} - \vartheta_i), \quad (47)$$

где $P_{ips}(t) \triangleq P_{ps}(t, \Theta_{jk} = \vartheta_i)$ – АВ состояния ДП $\Theta_{jk} = \vartheta_i$; $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака.

На каждом такте, т.е. на полуинтервале времени $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, в течение которого ДП $\Theta_j(t)$ является постоянным, совместную АПВ $p_{ps}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ оцениваемого ВС $[X_k^T, \Theta_{jk}]^T$ удобно выражать через соответствующую совокупность (в числе, равном M) АСР, представляющую собой характеристику эквивалентную совместной АПВ [18, 21, 24]:

$$w_{ips}(t, \mathbf{X}_k) \triangleq w(t, \Theta_k = \vartheta_i, \mathbf{X}_k | \Xi_{t_0}^{t_k}), \quad (48)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$.

В точках возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, соотношения для АСР имеют вид [18]

$$\begin{aligned} w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) &= \\ &= \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) w_{mps}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_{k+1}), \end{aligned} \quad (49)$$

где $i = \overline{1, M}$; $\pi_{mi}(t_{k+1})$ – одношаговые вероятности перехода (35).

Формула связи между совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ и соответствующими АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ определяется следующим соотношением [18, 21]:

$$p_{ps}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) = \sum_{i=1}^M w_{ips}(t, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_{jk} - \vartheta_i), \quad (50)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$, $j = \overline{1, J}$.

При использовании метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП \mathbf{X}_k (45) выражение для АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ с учетом (47) и (49) принимает вид [18, 21]

$$w_{ips}(t, \mathbf{X}_k) = P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | \Theta_{jk}), \quad (51)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$.

Согласно (51) для формирования оптимальных оценок $\hat{\mathbf{X}}_k$ и $\hat{\Theta}_{jk}$ на основе метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП \mathbf{X}_k необходимо знать условные АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | \Theta_{jk})$ и АВ $P_{ips}(t)$, где $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, J}$, на каждом такте на

первом и втором этапах обработки принимаемых ВОС-сигналов ГНСС.

3.1. Первый этап обработки

На первом этапе обработки на каждом k -м тактовом полуинтервале (т.е. при $t \in [t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$) согласно (34) выполняется соотношение $\Theta_{jk} = \vartheta_i = \text{const}$, и в соответствии с (38) производится аппроксимация вектора НП $\mathbf{X}(t)$ квазислучайным процессом: $\mathbf{X}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)$.

Применительно к j -му НКА, где $j = \overline{1, J}$, совместную АПВ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ на первом этапе обработки k -го такта обозначим как

$$p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) \triangleq p_1(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}}), \quad (52)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, индекс 1 означает первый этап обработки.

Тогда с учетом (34) и (38) на k -м такте уравнение Стратоновича для совместной АПВ $p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ в симметризованной форме записи стохастических интегралов имеет вид [13–15, 20, 25]

$$\frac{\partial p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)}{\partial t} = [F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) - M_{ps}\{F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\}] p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k), \quad (53)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $j = \overline{1, J}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Производная по времени от логарифма функционала правдоподобия (ЛФП) $F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ и ее апостериорное среднее $M_{ps}\{F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\}$ в уравнении Стратоновича (53) согласно (2), (3), (29) и (38)–(40) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (2)–(4), (15) от всех одновременно видимых J НКА равны [17, 18, 20, 25]:

$$F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) = F_\Sigma[t, \Theta_k, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)] = \mathbf{S}^T[t, \Theta_k, \mathbf{X}_k] \mathbf{B}_{\Xi\Xi}^{-1} \left[\Xi(t) - \frac{1}{2} \mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}_k] \right], \quad (54)$$

$$M_{ps}\{F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\} = \iint_{\Theta_k, \mathbf{X}_k} \{F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\} \times p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k, \Theta_{jk}) d\Theta_k d\mathbf{X}_k, \quad (55)$$

где $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$ – вектор ДП для всей совокупности J одновременно видимых НКА.

Как известно, формула связи между производной по времени от ЛФП $F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (54) применительно к совокупности принимаемых ВОС-

сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА и производной по времени от ЛФП $F_j(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ применительно к ВОС-сигналу $s_j(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ (16), принимаемому от какого-либо одного j -го НКА, имеет вид [25]

$$F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) = \sum_{j=1}^J F_j(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k), \quad (56)$$

где согласно (1)–(3) и (54)

$$F_j(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) = F_j[t, \Theta_{jk}, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)] = s_j(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) b_{jj}^{-1} \left[\xi_j(t) - \frac{1}{2} s_j(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) \right].$$

Уравнение Стратоновича (53) для совместной АПВ $p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ на k -м такте в соответствии с (38) имеет аналитическое решение [17–19]:

$$p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) = C_1 p_{ps}(t_k, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_\Sigma(\tau, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (57)$$

где

$$C_1 = \left[\iint_{\Theta_k, \mathbf{X}_k} p_{ps}(t_k, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) \times \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_\Sigma(\tau, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\Theta_k d\mathbf{X}_k \right]^{-1}$$

– нормировочный коэффициент, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Начальное значение $p_{ps}(t_k, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ для (57) представляет собой совместную АПВ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$, полученную после второго этапа обработки на предыдущем такте, т.е. в момент времени $t_k + 0$.

Искомая совместная АПВ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ в конце первого этапа обработки на k -м такте $[t_k, t_{k+1})$, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, применительно к j -му НКА согласно (57) равна

$$p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) = C_1 p_{ps}(t_k, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) \times \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1} - 0} F_\Sigma(\tau, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (58)$$

где $F_\Sigma(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ определяется выражением (54); $j = \overline{1, J}$; $k = 0, 1, 2, \dots$

В соответствии с формулой связи между АПВ и АСР (50) на основании уравнения Стратоновича для АПВ $p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ (53) находим, что уравнение Стратоновича применительно к j -му НКА

для соответствующего АСР $w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k)$ на первом этапе потактовой обработки может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k)}{\partial t} = [F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Sigma \Theta X}(t)]w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k), \quad (59)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$.

В уравнении (59) производная по времени от парциального (i -го) ЛФП (т.е. ЛФП, соответствующего значению ДП $\Theta_{jk} = \vartheta_i$) $F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)$ и ее апостериорное среднее $F_{\Sigma \Theta X}(t)$ в соответствии с (38), (50), (54) и (55) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (2)–(4), (15) от всех одновременно видимых J НКА имеют вид [17–20, 25]:

$$F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k) \triangleq F_{\Sigma} [t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)] = \mathbf{S}^T(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k) \times \quad (60)$$

$$\times \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1} \left[\Xi(t) - \frac{1}{2} \mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k) \right],$$

$$F_{\Sigma \Theta X}(t) \triangleq M_{psX_k, \Theta_k} \{F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)\} = \int_{\mathbf{X}_k} \sum_{i=1}^M F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k) w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k. \quad (61)$$

Уравнение (59) справедливо там, где $d\Theta(t)/dt = 0$ (34), т.е. для всех $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Соотношение для i -го АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ в точках разрыва между соседними тактами, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, когда происходит возможная смена состояний компонент вектора ДП $\Theta(t_{k+1} + 0)$, определяется (49).

Отметим, что в (49) не учитываются (как малые) разрывы 1-го рода выборки \mathbf{X}_k , обусловленные аппроксимацией вектора НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом такте квазислучайным процессом (38).

Решение уравнения Стратоновича для i -го АСР применительно к j -му НКА на первом этапе обработки $w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k)$ (59) имеет вид [20, 25]

$$w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k) = C_2 w_{ips}(t_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (62)$$

где

$$C_2 = \left[\int_{\mathbf{X}_k} \sum_{i=1}^M w_{ips}(t_k, \mathbf{X}_k) \times \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\mathbf{X}_k \right]^{-1}$$

– нормировочный коэффициент; $i = \overline{1, M}$; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Начальным значением для (62) является АСР $w_{ips}(t_k, \mathbf{X}_k)$, которое получено в конце второго этапа обработки на предыдущем такте, т.е. на $(k-1)$ -м.

В соответствии с (62) i -е АСР $w_{ips1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, равно

$$w_{ips1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) = C_2 w_{ips}(t_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (63)$$

где $i = \overline{1, M}$; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

3.2. Второй этап обработки

Второй этап обработки характерен тем, что вычисления производятся в дискретном времени в точках перехода от одного такта к другому, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, когда происходит возможная смена состояний компонент вектора ДП $\Theta(t_{k+1} + 0)$.

Цель вычислений при этом состоит в том, чтобы на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, применительно к j -му НКА получить соотношения, характеризующие совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1})$ или соответствующую совокупность АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$, где $i = \overline{1, M}$, оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$.

Чтобы получить искомые соотношения на втором этапе обработки, рассмотрим совместную АПВ

$$p_2 \triangleq p(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}, \Theta_k, \mathbf{X}_k | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}+0})$$

для двух соседних дискретных моментов времени t_k и t_{k+1} [20, 26].

С учетом (51) совместная АПВ p_2 согласно теореме умножения может быть представлена в следующем виде:

$$p_2 = p(t_{k+1}, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1} | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}+0}, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) \times p(t_{k+1} - 0, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}+0}) = v_{\Theta} v_X p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k), \quad (64)$$

где

$$v_{\Theta} = v(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk}) \triangleq p(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)} | t_{k+1} - 0, \Theta_{jk})$$

и

$$v_X = v(\mathbf{X}_{k+1} | \mathbf{X}_k) \triangleq p(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) \quad (65)$$

– плотности вероятностей переходов (ПВП) случайных процессов $\Theta_j(t)$ и $\mathbf{X}(t)$.

При получении (64) учитывали, что процессы $\Theta_j(t)$ и $\mathbf{X}(t)$ априорно независимы, а совместный случайный процесс $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ в дискретные моменты времени t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) представляет собой марковскую последовательность.

Проинтегрировав обе части равенства (64) по всем областям существования процессов Θ_{jk} и \mathbf{X}_k , находим

$$p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\Theta_{jk}} \int_{\mathbf{X}_k} v_{\Theta} v_X p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k) d\Theta_{jk} d\mathbf{X}_k, \quad (66)$$

где

$$p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1}) \triangleq p(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1} | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}+0})$$

– искомая совместная АПВ на втором этапе обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Соотношение (66) представляет собой рекуррентное уравнение Стратоновича, которое позволяет при заданном начальном распределении вычислять совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1})$ на втором этапе обработки k -го такта, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, последовательно для $k = 0, 1, 2, \dots$

Входящие в (66) ПВП v_{Θ} и v_X определяются моделями ДП Θ_{jk} (35) и вектора НП \mathbf{X}_k (37), а совместная АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \Theta_{jk}, \mathbf{X}_k)$ вычисляется согласно (58) в момент времени $t = t_{k+1} - 0$ при обработке принимаемых ВОС-сигналов $s_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$ (см. (16)), на первом этапе.

Для дискретного процесса $\Theta_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, формула связи между ПВП $v(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk})$ и соответствующими вероятностями перехода (35) имеет вид [18, 20]

$$v_{\Theta} = v(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk}) = \begin{cases} v_1(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk} = \vartheta_1) = \sum_{l=1}^M \pi_{1l}(t_{k+1}) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_l) \text{ при } \Theta_{jk} = \vartheta_1, \\ v_2(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk} = \vartheta_2) = \sum_{l=1}^M \pi_{2l}(t_{k+1}) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_l) \text{ при } \Theta_{jk} = \vartheta_2, \\ v_i(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk} = \vartheta_i) = \sum_{l=1}^M \pi_{il}(t_{k+1}) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_l) \text{ при } \Theta_{jk} = \vartheta_i, \\ v_M(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk} = \vartheta_M) = \sum_{l=1}^M \pi_{Ml}(t_{k+1}) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_l) \text{ при } \Theta_{jk} = \vartheta_M, \end{cases} \quad (67)$$

где $i = \overline{1, M}$.

Далее получим основное соотношение для вычисления АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_{k+1}^T, \Theta_{j(k+1)}]^T$ на втором этапе обработки ВОС-сигналов $s_j(t)$ на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$.

Выражение (66), характеризующее совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1})$, с учетом формулы связи между АПВ и АСР (50) для момента времени $t_{k+1} + 0$ принимает вид

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_X \left[\int_{\Theta_{jk}} v_{\Theta} \sum_{m=1}^M w_{m ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) \times \delta(\Theta_{jk} - \vartheta_m) d\Theta_{jk} \right] d\mathbf{X}_k. \quad (68)$$

Согласно (67) формула связи между ПВП $v_{\Theta} = v(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk})$ и вероятностями перехода (35) при $\Theta_{jk} = \vartheta_m$ характеризуется следующим выражением:

$$v_{\Theta m} = v(\Theta_{j(k+1)} | \Theta_{jk} = \vartheta_m) = \sum_{l=1}^M \pi_{ml}(t_{k+1}) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_l). \quad (69)$$

С учетом (69) для совместной АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1})$, внося ПВП v_{Θ} в (68) под знак суммы, находим:

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_X \left\{ \int_{\Theta_{jk}} \sum_{m=1}^M \left[\sum_{l=1}^M \pi_{ml}(t_{k+1}) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_l) \right] \times w_{m ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_{jk} - \vartheta_m) d\Theta_{jk} \right\} d\mathbf{X}_k. \quad (70)$$

На втором этапе обработки в точках возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, для АСР согласно (49) выполняется соотношение

$$w_{ips\text{ПРДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) w_{m\text{ПС1}}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k), \quad (71)$$

где $w_{ips\text{ПРДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$ – промежуточное АСР, которое учитывает на втором этапе обработки на k -м такте воздействие только одного фактора: возможную смену состояния ДП Θ_{jk} в момент времени $t_{k+1} + 0$.

После преобразований запишем формулу (70), определяющую совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1})$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_{k+1}^T, \Theta_{j(k+1)}]^T$ на втором этапе обработки ВОС-сигналов $s_j(t)$ на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, с учетом (71) в следующем виде:

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{j(k+1)}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} \times \sum_{i=1}^M w_{ips\text{ПРДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_{j(k+1)} - \vartheta_i) d\mathbf{X}_k. \quad (72)$$

Далее, выразив левую часть (72) по формуле связи между АПВ и АСР (50) и проинтегрировав обе части этого равенства по всей области существования ДП $\Theta_{j(k+1)}$, получаем:

$$\sum_{i=1}^M w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{i=1}^M \left[\int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{ips\text{ПРДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k \right], \quad (73)$$

где $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ – итоговое АСР на втором этапе обработки на k -м такте, которое учитывает воздействие обоих факторов: возможную смену состояния ДП Θ_{jk} в момент времени $t_{k+1} + 0$ и априорное изменение на k -м такте вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} .

Полученное равенство выполняется для любого члена суммы.

В соответствии с (72) и (73) находим, что окончательное соотношение, представляющее собой рекуррентное уравнение Стратоновича для итогового АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки ВС $[\mathbf{X}_{k+1}^T, \Theta_{j(k+1)}]^T$ применительно к j -му НКА на вто-

ром этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, имеет вид

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{ips\text{ПРДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \quad (74)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}$.

Входящее в (74) АСР $w_{ips\text{ПРДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$ характеризуется согласно (71).

Итоговая формула (74) позволяет при известном начальном распределении последовательно для $k = 0, 1, 2, \dots$ вычислить АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки ВС $[\mathbf{X}_{k+1}^T, \Theta_{j(k+1)}]^T$ на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, и на этой основе получить искомые оптимальные оценки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и ДП Θ_{jki} .

4. ОСНОВНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СИНТЕЗА С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРА НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕССОВ

Чтобы на основе метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП (51) сформировать оптимальные оценки $\hat{\Theta}_{jk}$ и $\hat{\mathbf{X}}_k$, опираясь на соотношения для АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ (63), (71) и (74), получим выражения, характеризующие АВ $P_{ips}(t)$ и условные АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | \Theta_{jk})$ на первом и втором этапах обработки принимаемых ВОС-сигналов.

4.1. Алгоритмы первого этапа обработки

А. Апостериорные вероятности состояния дискретного процесса Θ_{jk}

Уравнение для АВ $P_{ips}(t)$ состояния дискретного процесса Θ_{jk} на первом этапе обработки может быть получено на основании уравнения Стратоновича для АСР $w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k)$ (59).

Подставив (51) с учетом (46) в (59) и выполнив интегрирование обеих частей равенства по всей области существования \mathbf{X}_k , находим

$$\int_{\mathbf{X}_k} \frac{\partial}{\partial t} [P_{ips}(t) p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k | j, i)] d\mathbf{X}_k = \int_{\mathbf{X}_k} F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Sigma \Theta X}(t) P_{ips}(t) p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k, \quad (75)$$

где $F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)$ и $F_{\Sigma \Theta X}(t) \triangleq M_{p_{\Sigma \mathbf{X}_k, \Theta_k}} \{F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)\}$ определяются согласно (60) и (61) соответственно.

Учитывая в (75) условие нормировки

$$\left(\int_{\mathbf{X}_k} p_{psl}(t, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k = 1 \right)$$

и вынося за знак интеграла сомножитель, который не зависит от \mathbf{X}_k , получим

$$\frac{\partial P_{ips}(t)}{\partial t} = [M_{ps\mathbf{X}_k} \{F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)\} - F_{\Sigma \Theta X}(t)] P_{ips}(t), \quad (76)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$; $i = \overline{1, M}$ и принято обозначение

$$\begin{aligned} M_{ps\mathbf{X}_k} \{F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)\} &\triangleq \\ &\triangleq \int_{\mathbf{X}_k} F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k) p_{psl}(t, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (77)$$

Начальные условия для уравнения (76) $P_{ips}(t_k + 0)$ формируются на втором этапе обработки предыдущего $(k-1)$ -го такта, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$. Они рассчитываются на основании (49) и представлены среди алгоритмов второго этапа обработки.

Дифференциальные уравнения (76) имеют аналитическое решение.

Применив к уравнению (76) метод разделения переменных, получим

$$\int_{t_k}^t \frac{\partial P_{ips}}{P_{ips}} = \int_{t_k}^t [M_{ps\mathbf{X}_k} \{F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)\} - F_{\Sigma \Theta X}(t)] d\tau + c.$$

Выполнив потенцирование, находим

$$\begin{aligned} P_{ips}(t) &= \\ &= c \exp \left\{ \int_{t_k}^t [M_{ps\mathbf{X}_k} \{F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)\} - F_{\Sigma \Theta X}(t)] d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (78)$$

где $c = P_{ips}(t_k + 0)$.

С учетом условия нормировки

$$\left(\sum_{i=1}^M P_{ips}(t) = 1 \right)$$

соотношение (78), характеризующее АВ $P_{ips}(t)$ состояния ДП Θ_{jk} на первом этапе обработки, окончательно принимает вид

$$P_{ips}(t) = \frac{P_{ips}(t_k + 0) \exp\{\Phi_{\mathbf{X}_k i}(t)\}}{\sum_{l=1}^M P_{ips}(t_k + 0) \exp\{\Phi_{\mathbf{X}_k l}(t)\}}, \quad (79)$$

где

$$\Phi_{\mathbf{X}_k i}(t) \triangleq \int_{t_k}^t M_{ps\mathbf{X}_k} \{F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}_k)\} d\tau \quad (80)$$

– усредненный по \mathbf{X}_k парциальный (i -й) ЛФП вектора НП \mathbf{X}_k ; $i = \overline{1, M}$; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Входящая в $\Phi_{\mathbf{X}_k i}(t)$ (80) функция $F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}_k)$ вычисляется в соответствии с (60), а ее усредненное по \mathbf{X}_k значение $M_{ps\mathbf{X}_k} \{F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}_k)\}$ определяется согласно (77).

Начальное условие для (79) $P_{ips}(t_k + 0)$ определяется на втором этапе обработки на предыдущем $(k-1)$ -м такте.

При формировании оптимальной оценки ДП $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ на k -м такте все АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$, где $i = \overline{1, M}$, вычисляются в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Поскольку в течение всего полуинтервала $[t_k, t_{k+1})$ ДП $\Theta_j(t)$ не меняет своего значения, то к окончанию полуинтервала точность оценивания АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ ДП $\Theta_j(t)$ максимальна.

Таким образом, на k -м такте в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), на основе (42) в соответствии с (79) формируются оптимальные оценки ДП $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$.

Б. Условные и безусловная апостериорные плотности вероятности выборки вектора непрерывных процессов \mathbf{X}_k

При разработке оптимальных алгоритмов приема ВОС-сигналов на основе метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП \mathbf{X}_k согласно (51) необходимо на первом этапе обработки вычислить условные АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$ (46), где i – состояние ДП Θ_{jk} ; $i = \overline{1, M}$; j – номер НКА; $j = \overline{1, J}$; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Получим уравнение Стратоновича для условной АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$ (46).

Подставив (51) в уравнение Стратоновича для АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ (59), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial [P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)]}{\partial t} &= \\ &= [F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Sigma \Theta X}(t)] [P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)], \end{aligned} \quad (81)$$

где функции $F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)$ и $F_{\Sigma \Theta X}(t)$ определяются (60) и (61) соответственно.

На основании (81) с учетом (76) можем записать

$$\begin{aligned} & [M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)\} - F_{\Sigma_{\Theta X}}(t)] \times \\ & \times P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i) + P_{ips}(t) \frac{\partial p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)}{\partial t} = \\ & = [F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Sigma_{\Theta X}}(t)] [P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)]. \end{aligned}$$

Учитывая, что $P_{ips}(t) \neq 0$, получим

$$\begin{aligned} & [M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)\} - F_{\Sigma_{\Theta X}}(t)] p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i) + \\ & + \frac{\partial p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)}{\partial t} = \end{aligned} \quad (82)$$

$$= [F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Sigma_{\Theta X}}(t)] p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i).$$

Таким образом, уравнение Стратоновича для условной АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$ на первом этапе обработки для k -го такта согласно (82) после преобразований окончательно принимает вид

$$\frac{\partial p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)}{\partial t} = \quad (83)$$

$$= [F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) - M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)\}] p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i),$$

где функции $F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ и $M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)\}$ определяются согласно (60) и (77) соответственно; $j = \overline{1, J}$; $i = \overline{1, M}$; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Число уравнений Стратоновича (83) равно числу возможных состояний ДП Θ_{jk} , т.е. равно M .

Начальное условие $p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ для уравнения Стратоновича (83) вычисляется в конце второго этапа обработки (т.е. в момент $t = t_k + 0$) на предыдущем ($k - 1$)-м такте $[t_{k-1}, t_k)$.

Подставив (51) в соотношение (71), получим, что условная АПВ $p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ характеризуется следующим выражением:

$$\begin{aligned} & p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \\ & = \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k | j, m)}{P_{ips}(t_k + 0)}, \end{aligned} \quad (84)$$

где $j = \overline{1, J}$; $i = \overline{1, M}$; $k = 0, 1, 2, \dots$

Согласно (84) находим, что начальное условие $p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ для уравнения Стратоновича (83) окончательно имеет вид

$$\begin{aligned} & p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \\ & = \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k | j, m)}{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0)}, \end{aligned} \quad (85)$$

где $j = \overline{1, J}$; $i = \overline{1, M}$; $k = 0, 1, 2, \dots$

Уравнение Стратоновича (83) для условной АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$ имеет аналитическое решение.

Процедура решения уравнения Стратоновича (83) для условной АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$ во многом подобна процедуре решения уравнения (76) для АВ $P_{ips}(t)$.

Применив к уравнению (83) метод разделения переменных и проинтегрировав обе части полученного равенства, можем записать

$$\begin{aligned} & \int_{t_k}^t \frac{\partial p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)}{p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)} = \\ & = \int_{t_k}^t [F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) - M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k)\}] d\tau + c, \end{aligned} \quad (86)$$

где видно, что

$$\int_{t_k}^t \frac{\partial p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)}{p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)} = \ln p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i).$$

Выполнив потенцирование (86) и вычислив постоянную интегрирования c , находим, что с учетом выполнения условия нормировки —

$$\int_{\mathbf{X}_k} p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k = 1$$

решение уравнения Стратоновича (83) для условной АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$ имеет вид

$$\begin{aligned} & p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i) = \\ & = \frac{p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}}{\int_{\mathbf{X}_k} p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\mathbf{X}_k}, \end{aligned} \quad (87)$$

где $j = \overline{1, J}$; $i = \overline{1, M}$; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Таким образом, условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, равна

$$\begin{aligned} & p_{ps}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \\ & = \frac{p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}}{\int_{\mathbf{X}_k} p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\mathbf{X}_k}, \end{aligned} \quad (88)$$

где начальное условие $p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ для (88) определяется согласно (85); производная по времени от парциального (i -го) ЛФП (т.е. ЛФП, соответствующего значению ДП $\Theta_k = \{\vartheta_i\}$) $F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ характеризуется выражением (60); $j = \overline{1, J}$;

$i = \overline{1, M}$; $k = 0, 1, 2, \dots$. Сам парциальный ЛФП $\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$, представляющий собой вектор-столбец размером $(n \times 1)$, записывается в виде

$$\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) = \int_{t_k}^t F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau.$$

Условная (по $\Theta_j(t)$) АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}|j, i)$ вектора НП $\mathbf{X}(t)$ в точках $t_k + 0$ возможной смены состояний ДП $\Theta_j(t)$ согласно (85) терпит разрывы первого рода, что является особенностью алгоритмов с переприсвоением параметров вектора НП (в сравнении с алгоритмами с обратными связями по ДП). По этой причине возникает необходимость пересчета в моменты времени t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) условных АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}|j, i)$, где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$, с учетом новых для каждого последующего такта начальных условий (85). Необходимость такого пересчета и обуславливает название этих алгоритмов обработки оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ алгоритмами с потактовым переприсвоением значений параметров условных АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}|j, i)$ вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Заметим, что, как видно из рассмотрения соотношений (79), (80) и (84), даже в случае априорно независимых $\Theta_j(t)$ и $\mathbf{X}(t)$, апостериорно они являются статистически взаимосвязанными.

Получим формулу связи между безусловной АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k)$ и условными АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k|j, i)$ (87) выборки вектора НП \mathbf{X}_k .

Видно, что применительно к j -му НКА АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ на каждом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, в соответствии с (43), (44), (50) и (51) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} w_{ips}(t, \mathbf{X}_k) &= p_{ps}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t|\mathbf{X}_k) = \\ &= P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k|j, i), \end{aligned} \quad (89)$$

где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$.

Просуммировав обе части равенства (89) по всем значениям i , находим

$$\sum_{i=1}^M p_{ps}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t|\mathbf{X}_k) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k|j, i). \quad (90)$$

Вынося в соотношении (90) АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k)$ за знак суммы и учитывая условие нормировки ($\sum_{i=1}^M P_{ips}(t|\mathbf{X}_k) = 1$) получим, что формула, определяющая безусловную АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k)$ выборки вектора НП \mathbf{X}_k , имеет вид

$$p_{ps}(t, \mathbf{X}_k) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t) p_{ps}(t, \mathbf{X}_k|j, i), \quad (91)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$; $k = 0, 1, 2, \dots$; $j = \overline{1, J}$; $P_{ips}(t)$ и $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k|j, i)$ определяются согласно (79) и (87) соответственно.

Покажем, что безусловная АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k)$ (91) непрерывна на всей оси времени t , т.е.

$$p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k) = p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k). \quad (92)$$

Для момента времени $t = t_k + 0$ согласно (91) запишем

$$p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_k + 0) p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k|j, i). \quad (93)$$

Подставив (84) в (93), имеем

$$\begin{aligned} p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k) &= \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_k + 0) \times \\ &\times \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k|j, m)}{P_{ips}(t_k + 0)}. \end{aligned} \quad (94)$$

Изменив порядок суммирования в (94) и вынося за знак суммы множитель, который не зависит от i , находим

$$\begin{aligned} p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k) &= \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^M \{P_{ips}(t_k + 0)\} \frac{\pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k|j, m)}{P_{ips}(t_k + 0)} \right\} = \\ &= \sum_{m=1}^M P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k|j, m) \sum_{i=1}^M \pi_{mi}(t_k). \end{aligned}$$

С учетом условия нормировки ($\sum_{i=1}^M \pi_{mi}(t_k) = 1$) в соответствии с (91) получим, что равенство (92) выполняется:

$$p_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k) = \sum_{m=1}^M P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k|j, m) = p_{ps}(t_k - 0, \mathbf{X}_k).$$

4.2. Алгоритмы второго этапа обработки

На втором этапе обработки на k -м такте применительно к j -му НКА каждое АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$, где $i = \overline{1, M}$, оцениваемого ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ формируется под воздействием двух факторов. Один фактор, определяемый формулой (74), учитывает априорное изменение на k -м такте вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} в соответствии с (37). Другой фактор обусловлен возможной сменой состояния ДП Θ_{jk} на k -м такте в момент времени $t_{k+1} + 0$ согласно (71).

Для удобства при выкладках на втором этапе обработки на k -м такте вводим в рассмотрение промежуточную условную АПВ p_{ps} пр НП $(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$, которая учитывает только один фактор – априорное изменение на k -м такте вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} . Итоговая на втором этапе обработки на k -м такте условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ учитывает воздействие обоих факторов.

В ряде случаев при вычислениях удобнее рассматривать другую промежуточную условную АПВ p_{ps} пр дп $(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$, которая учитывает тоже только один, но второй фактор – возможную смену состояния ДП Θ_{jk} на втором этапе обработки на k -м такте. Итоговая на втором этапе обработки на k -м такте условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ учитывает воздействие обоих факторов. Естественно, что итоговые соотношения на втором этапе обработки для обоих вариантов представления условных АПВ эквивалентны друг другу. Аналогичные соотношения при необходимости вводятся в рассмотрение и для соответствующих АСР.

При использовании метода синтеза с переприсвоением параметров вектора НП \mathbf{X}_k выражение для АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, согласно (51) имеет вид

$$\begin{aligned} w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) &= \\ &= P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i). \end{aligned} \quad (95)$$

Применительно к методу синтеза с переприсвоением параметров вектора НП \mathbf{X}_k на основании формул (71) и (74), используя разложение АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ (95), получим соотношения для АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ и условных АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ в конце второго этапа обработки на k -м такте.

Соотношение (71) с учетом (51), (63) и (95) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) &= \\ &= \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i). \end{aligned} \quad (96)$$

Проинтегрировав обе части (96) по всей области существования \mathbf{X}_k , получим

$$\begin{aligned} \int_{\mathbf{X}_k} P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k &= \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

Вынося сомножители, которые не зависят от \mathbf{X}_k , за знак интеграла, с учетом выполнения условия нормировки

$$\int_{\mathbf{X}_k} p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k = 1$$

находим

$$P_{ips}(t_{k+1} + 0) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0), \quad (97)$$

где $i = \overline{1, M}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Формула (97) отражает изменение АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ на втором этапе обработки за счет возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$ в момент $t_{k+1} + 0$.

Выражение (97) представляет собой начальное условие для расчета соответствующих АВ $P_{ips}(t)$ согласно (79) ДП $\Theta_j(t)$ на первом этапе обработки следующего, т.е. $(k + 1)$ -го такта.

Рассмотрим условные АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$, где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$. Сначала оценим влияние только одного фактора за счет возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$ на условные АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$. Подставив (97) в (96), запишем

$$\begin{aligned} \left[\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) \right] p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) &= \\ &= \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i). \end{aligned} \quad (98)$$

Согласно (98) получим

$$p_{ps \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)}{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0)}, \quad (99)$$

где

$$p_{ps \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) \triangleq p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$$

– промежуточная условная АПВ, которая учитывает на втором этапе обработки воздействие только одного фактора: возможную смену состояния ДП $\Theta_j(t)$ в момент $t = t_{k+1} + 0$.

Далее рассмотрим влияние на условные АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ также и другого фактора на втором этапе обработки, т.е. оценим их изменение за счет априорного изменения вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} в соответствии с (37) на k -м такте в момент $t = t_{k+1} + 0$.

Подставив разложение АСР (51) и (95) в рекуррентное уравнение Стратоновича (74), находим

$$P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k.$$

После преобразований с учетом того, что $P_{ips}(t_{k+1} + 0) \neq 0$, выражение для итоговых условных АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ на втором этапе обработки на k -м такте в момент $t = t_{k+1} + 0$ может быть записано в следующем виде:

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k, \quad (100)$$

где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Итоговая безусловная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ в конце второго этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент $t_{k+1} + 0$, согласно формуле связи (91) с соответствующими итоговыми условными АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (100), характеризуется следующим выражением:

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i), \quad (101)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ определяется согласно (97); $k = 0, 1, 2, \dots$; $j = \overline{1, J}$.

Таким образом, полученные аналитические соотношения для АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ (79) и для итоговой безусловной АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ (101) поз-

воляют найти в соответствии с правилами (41) и (42) на каждом такте оптимальные оценки $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ и $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$.

Для алгоритмов обработки с переписыванием параметров получим соотношения, определяющие условные АПВ (и соответствующие им АСР), эквивалентные (99) и (100), но в которых факторы, характеризующие воздействие изменений ДП и НП на втором этапе обработки, отражались в противоположном порядке. В связи с этим рассмотрим промежуточную условную АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$, которая учитывает на втором этапе обработки только один фактор – априорное изменение на k -м такте вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} .

Итоговая условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ на втором этапе обработки учитывает воздействие обоих факторов. Применительно к j -му НКА итоговая условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ на втором этапе обработки на k -м такте в момент времени $t_{k+1} + 0$ характеризуется соотношением (100).

В соответствии с (100) при учете (74) и (89) выражение для соответствующих итоговых АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ применительно к j -му НКА на втором этапе обработки для метода синтеза с переписыванием параметров имеет вид

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{ips \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \quad (102)$$

где $w_{ips \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$ – промежуточное АСР, которое учитывает возможную смену состояния ДП Θ_{jk} на втором этапе обработки на k -м такте в момент времени $t_{k+1} + 0$; $i = \overline{1, M}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Промежуточное АСР $w_{ips \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$ применительно к j -му НКА определяется на основе (71) и имеет вид

$$w_{ips \text{ ПР ДП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k), \quad (103)$$

где АСР $w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ характеризуется согласно (63), $i = \overline{1, M}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Соответствующая промежуточная условная АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ определяется согласно (97) и (99).

Далее преобразуем (102) и (103) так, чтобы сформировать другое промежуточное АСР $w_{ips \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$, учитывающее только априорное изменение вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} на k -м такте. Подставив (103) в (102) и вынося за знак

интеграла сомножитель, который не зависит от \mathbf{X}_k , получим

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) \times \left[\int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k \right]. \quad (104)$$

Формула (104) при использовании метода синтеза с переприсвоением параметров согласно (89) после преобразований может быть записана в виде

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) \times \left[\int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, m) d\mathbf{X}_k \right] = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) \times \left[\int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, m) d\mathbf{X}_k \right], \quad (105)$$

где учтено, что

$$w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) = P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, m).$$

Выражение в квадратных скобках в (105) представляет собой промежуточную условную АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m)$, учитывающую только априорное изменение на k -м такте вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} . С учетом этого (105) для итогового АСР принимает вид

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) \times p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m), \quad (106)$$

где

$$p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, m) d\mathbf{X}_k \quad (107)$$

— промежуточная условная АПВ.

Промежуточная безусловная АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ на втором этапе обработки на k -м такте согласно формуле связи (91) с соответствующими промежуточными условными

АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (107) характеризуется следующей формулой:

$$p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} + 0) p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i), \quad (108)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ определяется согласно (97); $k = 0, 1, 2, \dots; j = \overline{1, J}$.

Видно, что согласно (89) применительно к (106) можно записать

$$w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m).$$

Тогда выражение для итогового АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ (106) применительно к j -му НКА на втором этапе обработки на k -м такте в момент времени $t_{k+1} + 0$ окончательно принимает вид

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}), \quad (109)$$

где $w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$ — промежуточное условное АСР, учитывающее только априорное изменение на k -м такте вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} ; $i = \overline{1, M}, k = 0, 1, 2, \dots$

Получим формулу промежуточного условного АСР $w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$, которое учитывает априорное изменение вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} на втором этапе обработки на k -м такте.

Подставив в (108) соотношение (107), находим, что промежуточное условное АСР $w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$ может быть представлено в виде

$$w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = P_{mps}(t_{k+1} - 0) \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, m) d\mathbf{X}_k.$$

После преобразования этого выражения с учетом (105) находим, что окончательное выражение, характеризующее промежуточное АСР $w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$, которое учитывает априорное изменение вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} на втором этапе обработки на k -м такте, применительно к j -му НКА записывается как

$$w_{mps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \quad (110)$$

где $i = \overline{1, M}, k = 0, 1, 2, \dots$

Итоговая условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ в соответствии с (95) и (109) может быть представлена в следующем виде:

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) = \frac{w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})}{P_{ips}(t_{k+1} + 0)} = \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps\text{ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m)}{P_{ips}(t_{k+1} + 0)}, \quad (111)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ и $p_{ps\text{ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m)$ рассчитываются согласно (97) и (107).

Реализация полученных оптимальных алгоритмов практически затруднена, так как требует знания АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$. Как обычно, в таких случаях истинное АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$ аппроксимируется гауссовским законом. Особенностью применения метода гауссовской аппроксимации применительно к алгоритмам с переприсвоением параметров вектора НП является то, что гауссовским законом [14–19] аппроксимируются условные по ДП $\Theta(t)$ АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (100).

5. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРА НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕССОВ

С целью повышения конструктивности синтезированных оптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов, как обычно, приме-

ним метод гауссовской аппроксимации и получим квазиоптимальные оценки ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$ [14–19].

Особенностью применения метода гауссовской аппроксимации в случае алгоритмов с переприсвоением является то, что нормальным законом описываются условные АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_k | j, i)$, где $j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

5.1. Квазиоптимальные алгоритмы первого этапа обработки

Применяя метод гауссовской аппроксимации [17–19], полагаем, что условные АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$, характеризующиеся (88), в конце первого этапа обработки на k -м такте, при $t = t_{k+1} - 0$, описываются кривой Гаусса и имеют вид

$$p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \mathcal{N}\left\{\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0); \mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_{k+1} - 0)\right\} = \left[(2\pi)^n \det \mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_{k+1} - 0)\right]^{-\frac{1}{2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0)\right]^T \mathbf{K}_{j,i}^{-1} \times (t_k | t_{k+1} - 0) \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0)\right]\right\}, \quad (112)$$

где

$$p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) \triangleq p_1^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}-0}; \Theta_{jk} = \vartheta_j; j - \text{номер НКА}); \quad (113)$$

$$\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \triangleq \mathbf{X}^*(t_k | t_{k+1} - 0; \Theta_{jk} = \vartheta_j) = M_{psj,il} \{\mathbf{X}_k\} = \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k$$

— условная (по ДП Θ_{jk}) квазиоптимальная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k (первый момент условной АПВ) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА;

$$\mathbf{K}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \triangleq \mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0; \Theta_{jk} = \vartheta_j; j - \text{номер НКА}) = M_{psj,il} \left\{ \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0) \right] \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0) \right]^T \right\} = \int_{\mathbf{X}_k} \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0) \right] \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0) \right]^T p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \quad (114)$$

— матрица ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания $\left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0) \right]$ (второй момент условной АПВ) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент вре-

мени $t = t_{k+1} - 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА; \mathcal{N} — символ гауссовского распределения; \mathbf{X}_k^* — квазиоптимальная оценка вектора НП \mathbf{X}_k ; $j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Согласно постановке задачи вектор НП \mathbf{X}_k является гауссовским (37), поэтому при выполнении требования гауссовской аппроксимации (112) условная АПВ на втором этапе обработки на предыдущем, т.е. $(k - 1)$ -м такте, $p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$, входящая в (88) в качестве начального условия, также является гауссовской [18]:

$$p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \mathcal{N} \left\{ \mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_k + 0); \mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_k + 0) \right\}, \quad (115)$$

где $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_k + 0)$ – условная (по ДП Θ_{jk}) квазиоптимальная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА; $\mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_k + 0)$ – матрица ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_k + 0)]$ в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА.

При использовании метода гауссовской аппроксимации условные АПВ $p_{psl}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ полностью описываются первыми двумя моментами.

Следуя по существу [18], в соответствии с уравнением Стратоновича (83) применительно к (37)–(39) в гауссовском приближении первого порядка для первых двух моментов условной АПВ $p_{psl}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ получим соответствующие рекуррентные соотношения.

Условная квазиоптимальная оценка (1-й момент условной АПВ $p_{psl}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$) согласно (83), (112) и (113) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, характеризуется следующим рекуррентным соотношением [18]:

$$\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) = \mathbf{X}' + \mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_{k+1} - 0) \int_{t_k}^{t_{k+1} - 0} \left[\frac{\partial F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}')}{\partial \mathbf{X}'} \right]^T d\tau, \quad (116)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &\triangleq \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0) = \\ &= \mathbf{X}^*(t_k + 0 | \Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА}) = \\ &= M_{psj,i} \{ \mathbf{X}_k \} = \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned} \quad (117)$$

– условная квазиоптимальная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце второго этапа обработки

на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА; функция $F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}')$ в (116) определяется согласно (60); $k = 0, 1, 2, \dots, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Матрица ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания (2-й момент условной АПВ $p_{psl}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$) на основании (83), (112) и (114) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, определяется рекуррентным соотношением вида [18]

$$\mathbf{K}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) = \left[[\mathbf{K}']^{-1} - \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}'} \right)^T \int_{t_k}^{t_{k+1} - 0} \frac{\partial F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}')}{\partial \mathbf{X}'} d\tau \right]^{-1}, \quad (118)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{K}' &\triangleq \mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0) = \\ &= \mathbf{K}(t_k + 0 | \Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА}) = \\ &= M_{psj,i} \{ [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}'] [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}']^T \} = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}'] [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}']^T p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned} \quad (119)$$

– матрица ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_k + 0)]$ в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА; функция $F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}')$ в (118) определяется согласно (60); $k = 0, 1, 2, \dots, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Отметим, что в (118) и далее производная от скалярной функции по вектору-столбцу всюду, как обычно, понимается как вектор-строка, а выражение $(\partial/\partial \mathbf{X}')^T$ представляет собой дифференциальный оператор, действующий на функцию, расположенную от него справа.

Как видно из (116) и (118), в случае алгоритмов с переписыванием (в отличие от алгоритмов с обратными связями по ДП) для вычисления условных квазиоптимальных оценок $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0)$ и матрицы ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_{k+1} - 0)$ знания АВ ДП Θ_{jk} не требуется.

В случае алгоритмов с переписыванием функции условных квазиоптимальных оценок $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k | t_{k+1} - 0)$ (116) и матрицы ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i}(t_k | t_{k+1} - 0)$ (118) на каждом такте по оси времени t терпят разрывы первого рода в моменты возможной смены состояния ДП Θ_{jk} , т.е. $t_k + 0$, где

$k = 0, 1, 2, \dots$ По этой причине необходимо пере-
считывать (переприсваивать) значения этих двух
параметров условных АПВ $p_{ps}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$
(112) выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Чтобы получить на k -м такте начальные условия
 $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$ и $\mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$ для уравне-
ний (116) и (118), подставим в исходные определе-
ния (113) и (114) выражение для начального значе-
ния условной АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ (99):

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k = \end{aligned} \quad (120)$$

$$= \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}^*(t_k - 0, \mathbf{X}_k | j, m)}{P_{ips}(t_k + 0)} d\mathbf{X}_k;$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) &= \int_{\mathbf{X}_k} [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)] \times \\ &\times [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)]^T \times \\ &\times p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)] \times \\ &\times [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)]^T \times \\ &\times \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) p_{ps}^*(t_k - 0, \mathbf{X}_k | j, m)}{P_{ips}(t_k + 0)} d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (121)$$

Вынося в (120) и (121) за знак интеграла сомножи-
тели, которые не зависят от \mathbf{X}_k , и учитывая усло-
вие нормировки, после преобразований оконча-
тельно получим, что начальные значения услов-
ных квазиоптимальных оценок $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$
и матрицы ковариаций условных квазиоптималь-
ных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$ для ре-
куррентных соотношений (116) и (118) характери-
зуются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) \mathbf{X}_{j,m}^*(t_k - 0 | t_{k+1} - 0)}{P_{ips}(t_k + 0)}, \end{aligned} \quad (122)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{j,m}^*(t_k - 0 | t_{k+1} - 0) &= \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps}^*(t_k - 0, \mathbf{X}_k | j, m) d\mathbf{X}_k; \\ \mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0) \left\{ \mathbf{K}_{j,m}(t_k - 0 | t_{k+1} - 0) + \right. \\ &+ \left[\mathbf{X}_{j,m}^*(t_k - 0 | t_{k+1} - 0) - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) \right] \times \\ &\times \left[\mathbf{X}_{j,m}^*(t_k - 0 | t_{k+1} - 0) - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) \right]^T \left. \right\} \times \\ &\times P_{ips}^{-1}(t_k + 0), \end{aligned} \quad (123)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, J}$.

Второе слагаемое в фигурных скобках в (123)
характеризует факт, что условные квазиопти-
мальные оценки $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$ и матрицы ко-
вариаций условных квазиоптимальных ошибок
оценивания $\mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$ терпят разрывы
первого рода в моменты $t_k + 0$ возможной смены
состояния ДП Θ_{jk} , где $k = 0, 1, 2, \dots$.

Хотя в рекуррентные соотношения (116) и (118)
АВ $P_{ips}(t)$ непосредственно не входят, тем не ме-
нее согласно (122) и (123) в моменты t_k знание АВ
 $P_{ips}(t)$ необходимо для пересчета начальных зна-
чений $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$ и $\mathbf{K}_{j,i}(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$.

Соответствующие соотношения для безуслов-
ной квазиоптимальной оценки $\mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$
и безусловной матрицы ковариаций квазиопти-
мальных ошибок оценивания $\mathbf{K}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ в
конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е.
при $t = t_{k+1} - 0$, согласно (91) применительно к
(116) и (118) имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0) \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0); \\ \mathbf{K}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0) \left\{ \mathbf{K}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) + \right. \\ &+ \left[\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) - \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right] \times \\ &\times \left[\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) - \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right]^T \left. \right\}, \end{aligned} \quad (124)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, J}$.

Квазиоптимальные оценки ДП $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где
 $j = \overline{1, J}$, формируются по тем же формулам, что и

оптимальные оценки ДП, согласно (42), (79) и (80) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. при $t = t_{k+1} - 0$, но с учетом выполнения требования о гауссовости АПВ $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ (112).

5.2. Квазиоптимальные алгоритмы второго этапа обработки

Цель формирования квазиоптимальных алгоритмов с переприсвоением параметров на втором этапе обработки состоит в том, чтобы при выполнении требования о гауссовости условных АПВ $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ в конце первого этапа обработки (112) получить аналитические соотношения для 1-го и 2-го моментов промежуточной условной АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (107) и итоговой условной АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (111).

При выполнении требования о гауссовости условных АПВ $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ (112) с учетом аппроксимации вектора НП $\mathbf{X}(t)$ квазислучайным процессом и вида используемых ММ (37)–(39) промежуточная условная АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m)$ (107) и итоговая условная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (111) также представляют собой кривые Гаусса.

Как известно [18], в такой постановке задачи удастся получить точные алгоритмы квазиоптимальной обработки.

А. Первый и второй моменты промежуточной и итоговой условных АПВ

При выполнении требования о гауссовской аппроксимации промежуточной условной АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ (107) промежуточная условная квазиоптимальная оценка (1-й момент промежуточной условной АПВ) $\mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ определяется как

$$\begin{aligned} & \mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) \triangleq \\ & \triangleq \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \mathbf{X}_{k+1} p_{ps \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) d\mathbf{X}_{k+1}. \end{aligned} \quad (126)$$

С учетом того, что вектор НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, аппроксимирован квазислучайным процессом (37)–(39), соотношение для промежуточной условной квазиопти-

мальной оценки $\mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ на втором этапе обработки согласно (107) имеет вид

$$\begin{aligned} & \mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) = \\ & = \Phi_{XX}(t_{k+1} | t_k) \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0), \end{aligned} \quad (127)$$

где $\Phi_{XX}(t_{k+1} | t_k)$ – переходная матрица состояния размером $(n \times n)$, характеризующая (37);

$\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ – условная квазиоптимальная оценка вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -ом такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, определяемая (113).

Соответствующая квазиоптимальной оценке $\mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ матрица ковариаций промежуточных условных квазиоптимальных ошибок оценивания (второй момент промежуточной условной АПВ) $\mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ определяется выражением

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) \triangleq \\ & \triangleq \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) \right] \times \\ & \times \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) \right]^T \times \\ & \times p_{ps \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) d\mathbf{X}_{k+1}. \end{aligned} \quad (128)$$

Соотношение для вычисления матрицы ковариаций промежуточных условных квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ на втором этапе обработки согласно (37)–(39) и (107) имеет вид [18, 24]

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) = \\ & = \Phi_{XX}(t_{k+1} | t_k) \mathbf{K}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \Phi_{XX}^T(t_{k+1} | t_k), \end{aligned} \quad (129)$$

где $\mathbf{K}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ – матрица ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания в конце первого этапа обработки на k -м такте, характеризующая (118).

Связь 1-го и 2-го условных моментов $\mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ и $\mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ с соответствующими безусловными моментами выполняется по формулам весового суммирования, аналогичным (124) и (125).

Рассмотрим 1-й и 2-й моменты итоговой условной АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ при применении метода гауссовской аппроксимации.

Формулы, определяющие 1-й и 2-й моменты итоговой условной АПВ $p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$ в конце второго этапа обработки на k -м такте, т.е. при $t = t_{k+1} + 0$, соответственно имеют вид

$$\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* \triangleq \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \mathbf{X}_{k+1} p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) d\mathbf{X}_{k+1} \quad (130)$$

– итоговая условная квазиоптимальная оценка АПВ $p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$;

$$\mathbf{K}_{j,i(k+1)} \triangleq \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* \right] \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* \right]^T \times p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) d\mathbf{X}_{k+1} \quad (131)$$

– матрица ковариаций итоговых условных квазиоптимальных ошибок оценивания АПВ $p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i)$.

Итоговая условная квазиоптимальная оценка $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$ в конце второго этапа обработки на k -м такте, т.е. при $t = t_{k+1} + 0$, вычисляется в соответствии с формулой переприсвоения (111):

$$\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* = \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) \mathbf{X}_{j,m \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)}{P_{ips}(t_{k+1} + 0)}, \quad (132)$$

где $\mathbf{X}_{j,m \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ и $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ определяются согласно (126) и (97).

Выражение для вычисления матрицы ковариаций итоговых условных квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i(k+1)}$ в конце второго этапа обработки на k -м такте, т.е. при $t = t_{k+1} + 0$, на основании (111) после преобразований записывается в следующем виде:

$$\mathbf{K}_{j,i(k+1)} = \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0)}{P_{ips}(t_{k+1} + 0)} \times \left\{ \mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) + \left[\mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) - \mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* \right] \times \left[\mathbf{X}_{j,i \text{ ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0) - \mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* \right]^T \right\}, \quad (133)$$

где $\mathbf{K}_{j,i \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0)$ и $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ определяются согласно (127) и (97).

Б. Формулы связи 1-го и 2-го моментов итоговых безусловной и условных АПВ

Рассмотрим формулы связи итоговой безусловной квазиоптимальной оценки

$$\mathbf{X}_{(k+1)}^* \triangleq \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \mathbf{X}_{k+1} p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) d\mathbf{X}_{k+1} \quad (134)$$

и матрицы ковариаций итоговых безусловных квазиоптимальных ошибок оценивания

$$\mathbf{K}_{(k+1)} \triangleq \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{(k+1)}^* \right] \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{(k+1)}^* \right]^T p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) d\mathbf{X}_{k+1} \quad (135)$$

с соответствующими условными характеристиками (130) и (131).

Согласно (101) итоговая безусловная квазиоптимальная оценка $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$ (134) связана с итоговыми условными квазиоптимальными оценками $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$ (132) в конце второго этапа обработки на k -ом такте, т.е. при $t = t_{k+1} + 0$, следующим выражением:

$$\mathbf{X}_{(k+1)}^* = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} + 0) \mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*, \quad (136)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$ определяется согласно (97), $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}$.

Формула (135), определяющая матрицу ковариаций итоговых безусловных квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{(k+1)}$, согласно (97) и с учетом выполнения требования о гауссовской аппроксимации (112) может быть представлена в следующем виде:

$$\mathbf{K}_{(k+1)} = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} + 0) \times \left\{ \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{(k+1)}^* \right] \left[\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_{(k+1)}^* \right]^T \times p_{ps}^*(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i) d\mathbf{X}_{k+1} \right\}. \quad (137)$$

Прибавив к выражению в квадратных скобках и вычтя из него величину $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$, находим, что после преобразований матрица ковариаций итоговых безусловных квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{(k+1)}$ в конце второго этапа обработки на k -ом такте, т.е. при $t = t_{k+1} + 0$, окончательно записывается в виде

$$\mathbf{K}_{(k+1)} = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} + 0) \times \left\{ \mathbf{K}_{j,i(k+1)} + \left[\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* - \mathbf{X}_{(k+1)}^* \right] \left[\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^* - \mathbf{X}_{(k+1)}^* \right]^T \right\}, \quad (138)$$

где $\mathbf{K}_{j,i(k+1)}$ – матрица ковариаций итоговых условных квазиоптимальных ошибок оценивания в конце второго этапа обработки на k -ом такте, характеризуемая согласно (131) и (133); $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}$.

Покажем, что на втором этапе обработки на k -м такте промежуточная безусловная АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ и итоговая безусловная АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ совпадают:

$$p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}), \quad (139)$$

Подставив в выражение (101) соотношение (111), согласно (108) после преобразований с учетом выполнения условия нормировки ($\sum_{i=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) = 1$) получим

$$\begin{aligned} p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) &= \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} + 0) \times \\ &\times \frac{\sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mps}(t_{k+1} - 0) p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m)}{P_{ips}(t_{k+1} + 0)} = \\ &= \sum_{m=1}^M P_{mps}(t_{k+1} + 0) p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m) = \\ &= p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}). \end{aligned}$$

Что и требовалось доказать.

В соответствии с (139) выполняются равенства для первого и второго моментов безусловных АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ и $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$:

$$\mathbf{X}_{(k+1)}^* = \mathbf{X}_{\text{ПРНП}}^*(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0), \quad (140)$$

$$\mathbf{K}_{(k+1)} = \mathbf{K}_{\text{ПРНП}}(t_{k+1} + 0 | t_{k+1} + 0), \quad (141)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$

Видно, что переприсвоение параметров, применяемое к условным АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | j, m)$ на втором этапе обработки на каждом такте, не изменяет безусловную АПВ $p_{ps \text{ ПРНП}}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ (139) и соответствующие безусловные 1-й и 2-й моменты (140) и (141).

6. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРА НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕССОВ

Построение структурной схемы выполнено согласно основным соотношениям (34), (42), (45), (79), (80) и (97) для формирования квазиоптимальных оценок ДП $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$, и (41), (45), (116), (118) и (132)–(138) для формиро-

вания квазиоптимальной оценки вектора НП $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$ и матрицы ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{(k+1)}$.

Структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов с переприсвоением параметров вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (28), выполненная в соответствии с указанными алгоритмами, представлена на рис. 2.

В составе синтезированной системы применительно к j -му НКА, где $j = \overline{1, J}$, можно выделить две основные составные части: устройство формирования квазиоптимальных оценок вектора НП (УФОНП $_j$) $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$ и устройство формирования квазиоптимальной оценки ДП (УФОДП $_j$) $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$. Обе составные части охвачены соответствующими перекрестными связями, что отражает факт совместной обработки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и ДП $\Theta_j(t)$ на основе метода синтеза с переприсвоением параметров.

На схеме рис. 2 отдельно выделен модуль формирования опорных ВОС-сигналов применительно к j -му НКА (МФОС $_j$) $S_{ji}(t, \mathbf{X}_k^*)$, где $j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Отметим, что на структурной схеме рис. 2 во избежание излишней громоздкости у составных частей системы (УФОНП $_j$ и УФОДП $_j$) показаны связи, относящиеся только к какому-либо одному j -му НКА, а не ко всей совокупности J одновременно видимых НКА. Векторные связи на рис. 2 показаны двойными линиями.

На вход синтезированной системы поступают радиосигналы от всех одновременно видимых НКА, характеризуемые ВН $\Xi(t)$ в соответствии с (1)–(3).

Выходные сигналы системы представляют собой квазиоптимальные оценки $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$ и $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$.

Показанное на рис. 2 УФОНП $_j$ содержит M параллельных каналов обработки сигналов и модуль формирования безусловной оценки (МФБО) $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$.

Каждый из параллельных каналов обработки сигналов представляет собой модуль формирования условной оценки (МФУО $_{ji}$) $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$ в соответствии с алгоритмами второго этапа обработки (132) и (133).

Важной составной частью каждого МФУО $_{ji}$ является многомерный дискриминатор МД $_i$, на выходе которого образуется вектор парциальных (по i) сигналов ошибки $U_{ji}(t, \mathbf{X}')$, характеризующий согласно (116) следующим соотношением:

$$U_{ji}(t, \mathbf{X}') \triangleq \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial F_{\Sigma i}(\tau, \mathbf{X}')}{\partial \mathbf{X}'} \right]^T d\tau, \quad (142)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1} - 0)$, $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}$.

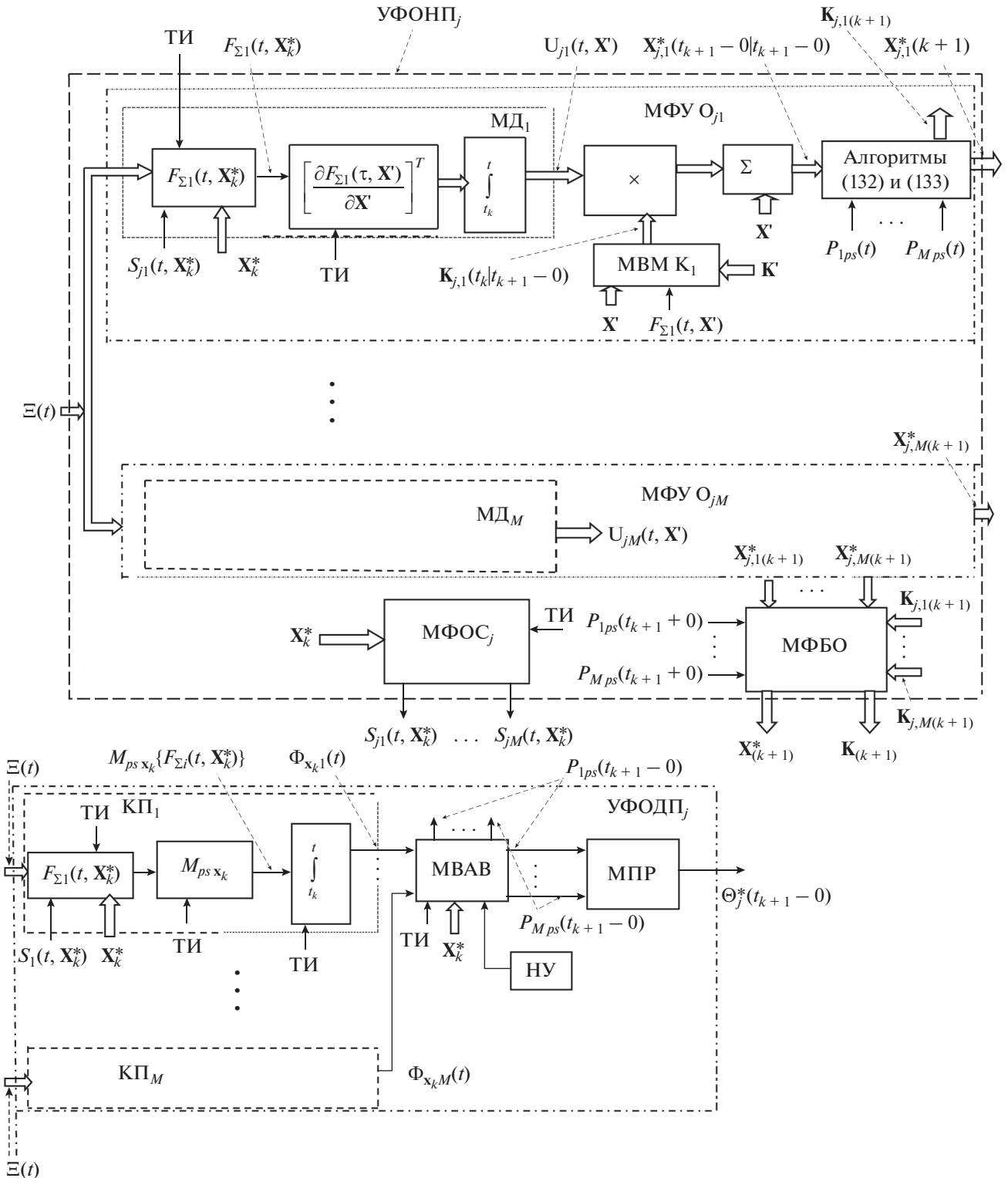


Рис. 2. Структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов с переприсвоением параметров.

Мерность MD_i определяется числом компонент вектора НП $X(t)$ и равна n .

В каждом $MFUO_{ji}$ сигнал с выхода MD_i согласно (116) подается на вход умножителя, на другой

вход которого поступает сигнал $K_{j,i}(t_k | t_{k+1} - 0)$ (114), представляющий собой матрицу ковариаций условных квазиоптимальных ошибок оценивания на первом этапе обработки на k -м такте. Сиг-

нал $\mathbf{K}_{j,i}(t_k|t_{k+1} - 0)$ снимается с выхода модуля вычисления матрицы ковариаций (МВМК₁) (118). Блок, реализующий алгоритмы (132) и (133), отражает факт преобразования сигналов на втором этапе обработки на k -м такте. С выхода этого блока снимается сигнал $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$ – итоговая условная квазиоптимальная оценка $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$ в конце второго этапа обработки на k -м такте.

Все условные оценки $\mathbf{X}_{j,i(k+1)}^*$, где $i = \overline{1, M}$, поступают на входы МФБО, в котором реализуется алгоритм весового суммирования (136). На другие входы МФБО подаются сигналы $P_{ips}(t_{k+1} + 0)$, снимаемые с выходов модуля вычисления апостериорных вероятностей (МВАВ).

Выходной сигнал МФБО представляет собой итоговую безусловную квазиоптимальную оценку $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$ вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Синтезированное применительно к j -му НКА УФОДП _{j} является M -канальным, что соответствует каждому возможному значению состояния ДП $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_{ji}\}$, где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$. Основой каждого i -го канала в составе УФОДП _{j} является корреляционный приемник КП _{i} , где $i = \overline{1, M}$.

В состав каждого КП _{i} входят модуль формирования функции $F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)$, реализующий алгоритм (60), модуль $M_{ps\mathbf{X}_k}$ – модуль усреднения по \mathbf{X}_k согласно (77) и интегратор (80).

Используемый при вычислении функции $F_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k)$ (60) опорный ВОС-сигнал $S_{ji}(t, \mathbf{X}_k^*)$ регистрируется с соответствующего выхода МФОС _{j} .

На выходе корреляционного приемника КП _{i} согласно (80) наблюдается сигнал $\Phi_{\mathbf{X}_k i}(t)$, который представляет собой усредненный по \mathbf{X}_k парциальный (i -й) ЛФП вектора НП \mathbf{X}_k . Запуск и сброс интеграторов каждого КП _{i} производится тактовым импульсом (ТИ) в моменты времени t_k , $k = 0, 1, 2, \dots$

С выхода каждого КП _{i} сигналы $\Phi_{\mathbf{X}_k i}(t)$, где $i = \overline{1, M}$, поступают на МВАВ, в котором реализуется алгоритм (79) при начальных условиях (97). МВАВ имеет M входов и две группы выходов. Каждая группа содержит M выходов. Выходные сигналы одной группы, представляющие собой АВ $P_{ips}(t_k)$, где $i = \overline{1, M}$, поступают на УФОНП _{j} , в которых реализуются алгоритмы (132) и (133). Выходные сигналы другой группы $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ подаются на модуль принятия решения (МПР), функционирующий согласно алгоритму (42). На выходе МПР в конце первого этапа обработки,

т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, на каждом такте $[t_k, t_{k+1})$, ($k = 0, 1, 2, \dots$) формируется квазиоптимальная оценка ДП $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$.

При практической реализации синтезированных алгоритмов и предложенной структурной схемы входящие в их состав многомерные дискриминаторы и корреляционные приемники, как правило, уместно выполнять применительно к соответствующим векторам ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, а не к вектору НП $\mathbf{X}(t)$ и тем самым, в частности, переходя от квазиоптимальных алгоритмов к субоптимальным [25].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На базе МТО дискретно-непрерывных случайных процессов методом синтеза с переприсвоением параметров вектора НП рассмотрены прием и обработка навигационных ШПС и, в частности, быстро развивающихся sinВОС- и cosВОС-сигналов (меандровых ШПС), которые предназначены для применения в современных и перспективных ГНСС, таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай).

Основной научный результат работы состоит в том, что путем решения задачи синтеза получены аналитические выражения для квазиоптимальной оценки выборки вектора НП $\mathbf{X}_{(k+1)}^*$ и матрицы ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{(k+1)}$ выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1} , а также для квазиоптимальных оценок ДП $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$. При решении задачи синтеза в алгоритмах для разложения совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$ дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j]^T$ был применен метод переприсвоения значений параметров условных АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$. Алгоритмы с переприсвоением свободны от ограничения, накладываемого на скорость изменения компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

На этой основе разработана соответствующая структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов с переприсвоением параметров вектора НП $\mathbf{X}(t)$ применительно к приемникам перспективных ГНСС.

Использованная в работе методика решения задачи синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема ВОС-сигналов полностью применима и для тех режимов функционирования ГНСС, при которых используются не ВОС-сигналы (т.е. не меандровые ШПС), а традиционные ШПС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1993.
2. Соловьев Ю. А. Спутниковая навигация и ее приложения. М.: Эко-Трендз, 2003.
3. Betz J.W. // Proc. 12th Int. Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 1999). Nashville. 15–17 Sept. Fairfax: ION, 1999. P. 639.
4. Betz J.W. // Navigation J. ION. 2001. V. 48. № 4. P. 227.
5. Ярлыков М.С. Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
6. Betz J.W. // Proc. 13th Int. Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 2000). Salt Lake City. 19–22 Sept. Fairfax: ION, 2000. P. 2140.
7. Global Positioning Systems Directorate. Systems Engineering and Integration. Interface Specification IS–GPS–800. – Navstar GPS Space Segment/User Segment L1C Interface, IS–GPS–800C, 05 September 2012.
8. Hein G.W., Godet J., Issler J.-L. et al. // Proc. 15th Int. Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 2002). Portland. 24–27 Sep. 2002. Fairfax: ION, 2002. P. 266.
9. European GNSS (Galileo) Open Service Signal In Space Interface Control Document (OS SIS ICD), Iss. 1.1. Revision 1. Paris: European Space Agency, September 2010.
10. Julien O., Macabiau C., Issler J.-L. // The Radio Science Bull. 2009. № 330. P. 32.
11. Lestarquit L., Artaud G., Issler J.-L. // Proc. 21st Int. Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2008). Savannah. 16–19 Sep. Fairfax: ION, 2008. P. 961.
12. Hein G.W., Avila-Rodriguez J.A., Wallner S. et al. // Proc. IEEE/ION Position, Location and Navigation Symp. of the Institute of Navigation (ION– PLANS 2006). San Diego. 25–27 Apr. Fairfax: ION, 2006. P. 883.
13. Воскобойников А.А., Стулов А.В. // Новости навигации. 2007. № 2. С. 8.
14. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
15. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный приём сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
16. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
17. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
18. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
19. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.
20. Ярлыков М.С. // РЭ. 2021. Т. 66. № 1. С. 39.
21. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // Радиотехника. 2010. № 1. С. 11.
22. Ярлыков М.С., Шишкин В.Ю. // РЭ. 1992. Т. 37. № 2. С. 260.
23. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
24. Ярлыков М.С., Скогорев К.К. // РЭ. 2008. Т. 53. № 9. С. 1136.
25. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 733.
26. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // РЭ. 2006. Т. 51. № 8. С. 933.
27. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // Радиотехника. 2004. № 7. С. 18.