

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 621.396.677

МЕТОД РАСЧЕТА ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ В ВЫПУКЛОЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКЕ БОЛЬШОГО РАЗМЕРА

© 2022 г. М. В. Инденбом*

*Всероссийский научно-исследовательский институт радиотехники,
ул. Большая Почтовая, 22, Москва, 105082 Российская Федерация*

**E-mail: mindenbom@mail.ru*

Поступила в редакцию 21.10.2021 г.

После доработки 11.12.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2021 г.

Получено приближенное асимптотическое представление электромагнитного поля в приповерхностном слое квазипериодической выпуклой фазированной антенной решетки (ФАР) в виде линейной суперпозиции пространственных гармоник, обобщающее разложение Флоке для плоских ФАР. Пространственные гармоники имеют вид уходящих и стоячих волн двух поляризаций, зависимость которых от координаты, направленной по нормали к поверхности, описывается функциями Эйри. Коэффициенты разложения связаны интегральным преобразованием с электрическими и магнитными токами излучателей. Полученные выражения применены для анализа выпуклой квазипериодической ФАР с учетом взаимного влияния многовибраторных элементов с помощью метода моментов, примененного в единичной ячейке ФАР. Численные результаты получены для вибраторных осесимметричных сферических ФАР с числом элементов $N = 6106...7310$.

DOI: 10.31857/S0033849422050060

ВВЕДЕНИЕ

Выпуклые фазированные антенные решетки (ФАР) могут применяться для широкоугольного (полусферического и более) электрического сканирования или совмещения поверхности ФАР с выпуклой поверхностью летательного аппарата (конформные ФАР) [1–3].

Для корректной оценки характеристик выпуклых ФАР необходимо учитывать взаимное влияние ее излучающих элементов. При больших по сравнению с длиной волны размерах поверхности ФАР для расчета взаимного влияния элементов используются асимптотические (коротковолновые) методы. Один из них основан на так называемом поэлементном подходе [4], при котором на основе геометрической теории дифракции (ГТД) вычисляется матрица взаимных проводимостей (в случае вибраторов – матрица импедансов) элементов, являющаяся матрицей коэффициентов системы линейных уравнений, решение которой позволяет найти амплитуды напряжений (токов) в излучателях при заданном распределении падающих волн в питающих фидерах излучателей [5, 6]. Недостатком поэлементного подхода при большом числе излучающих элементов ФАР является необходимость вычисления и обращения матрицы взаимных проводимостей (импедансов)

большого размера, что представляет определенные вычислительные трудности.

Альтернативный асимптотический метод первоначально развит для периодических цилиндрических ФАР с произвольной выпуклой направляющей [1, 5, 7] и в дальнейшем распространен на квазипериодические выпуклые антенные решетки, характеризующиеся плавно меняющимися размерами единичной ячейки антенной решетки, для случая апертурных излучателей [8, 9]. Для представления электромагнитного ФАР в данном методе используются периодические граничные условия на боковой поверхности единичной ячейки решетки. Аналогично методу разложения Флоке для бесконечной плоской ФАР, разложение электромагнитного поля вблизи выпуклой поверхности антенны представляется в виде ряда пространственных гармоник, выражающихся, в отличие от случая плоской ФАР, через функции Эйри.

Для периодических выпуклых цилиндрических ФАР, как и для плоской ФАР, определение амплитуд напряжений или токов в излучателях сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, получающихся в результате применения численного метода для определения электромагнитного поля в одной ячейке решетки

[1, 7, 8]. Порядок этой системы уравнений не зависит от числа элементов ФАР, а только от сложности описания поля одного элемента. Первоначально для квазипериодических ФАР система линейных уравнений заменялась системой интегральных уравнений той же размерности вдоль некоторой кривой на поверхности антенны [8, 9]. В дальнейшем для сферической решетки щелевых излучателей было показано, что решение на основе системы интегральных уравнений может быть с хорошей точностью заменено решением на основе системы линейных алгебраических уравнений [10]. Это позволяет существенно упростить решение задачи и применить данный метод для других типов излучающих элементов.

Цель данной работы – представить общие асимптотические выражения электромагнитного поля в приповерхностном слое выпуклой квазипериодической ФАР с учетом выявленной возможности упрощений и применить их для анализа взаимного влияния многовибраторных излучателей в составе осесимметричной выпуклой ФАР.

1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ФАР

1.1. Спектральное разложение возбуждения ФАР

Произвольное возбуждение ФАР системой падающих волн в фидерах излучателей запишем в виде N -элементного вектора-столбца комплексных амплитуд этих волн \mathbf{a} (N – число элементов ФАР). Это возбуждение можно представить в виде спектра парциальных возбуждений с единичной амплитудой и линейной фазой [7, 8], используя тождество

$$\mathbf{a} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{F}(\mathbf{u}) \mathbf{e}(\mathbf{u}) du_1 du_2, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{e}^+(\mathbf{u}) \mathbf{a} \quad (2)$$

– спектр возбуждения \mathbf{a} , $+$ – знак эрмитова сопряжения, $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{e}(\mathbf{u}) = \|\exp(-j(u_1 m_1 + u_2 m_2))\| \quad (3)$$

– вектор-столбец амплитуд падающих волн парциального возбуждения, m_1, m_2 – номера излучающего элемента.

Электромагнитное поле ФАР или любая линейно связанная с ним величина при произвольном возбуждении \mathbf{a} в силу принципа линейной суперпозиции может быть представлена в аналогичном (1) виде. Например, электрическое поле

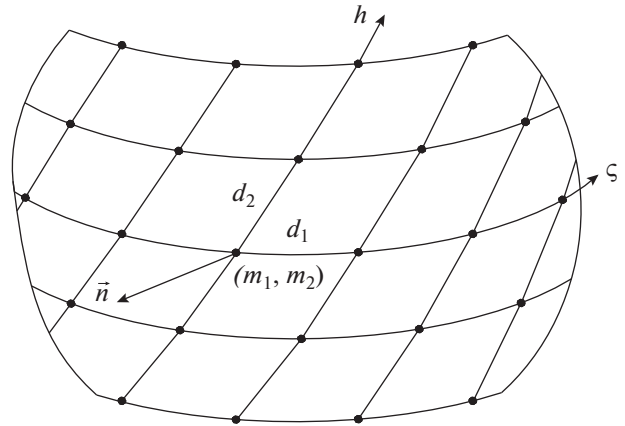


Рис. 1. Система координат на поверхности выпуклой ФАР, точки обозначают положение центров нормальных проекций элементов на проводящую поверхность ФАР.

$\vec{E}[\mathbf{a}]$ выражается через электрическое поле при парциальном возбуждении $\vec{E}[\mathbf{e}]$:

$$\vec{E}[\mathbf{a}] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{F}(\mathbf{u}) \vec{E}[\mathbf{e}(\mathbf{u})] du_1 du_2. \quad (4)$$

Таким образом, характеристики ФАР, линейно связанные с возбуждением, можно сначала найти при парциальном возбуждении (3), а затем определить их с помощью (4) при любом другом возбуждении \mathbf{a} с использованием его спектра (2).

1.2. Электромагнитное поле вблизи поверхности ФАР

Введем на гладкой выпуклой поверхности антенны систему поверхностных координат ζ, h , в которых излучатели расположены с постоянными шагами d_ζ и d_h соответственно (рис. 1). При этом расстояния между элементами

$$d_1 = \int_{\zeta}^{\zeta+d_\zeta} \sqrt{g_{\zeta\zeta}} d\zeta, \quad d_2 = \int_h^{h+d_h} \sqrt{g_{hh}} dh$$

в общем случае зависят от координат точки на поверхности ζ, h . Условием применимости предлагаемого метода является квазипериодичность выпуклой ФАР, означающая, что изменение размеров ее единичной ячейки должно быть не более среднего размера ячейки на размере поверхности порядка характерного радиуса кривизны ρ . Это можно выразить в виде условий медленности изменения компонент метрического тензора (коэффициентов первой квадратичной формы) поверхности $g_{\zeta\zeta}, g_{hh}, g_{\zeta h}$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{g}} \left| \text{grad} \sqrt[4]{g} \right| = O\left(\frac{1}{\rho}\right), \quad (5)$$

где grad – функция градиента на поверхности, g – определитель метрического тензора. Излучатели

ФАР должны быть идентичны и расположены одинаковым образом в единичной ячейке.

Электрическое и магнитное поля в свободном пространстве вблизи проводящей поверх-

ности при парциальном возбуждении (3) в этом случае могут быть представлены в виде двойного ряда пространственных гармоник [8, 9]

$$\vec{E}(\zeta, h, n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{E}(\zeta, h, n; \gamma_p, \nu_q) \exp(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h)), \tag{6a}$$

$$\vec{H}(\zeta, h, n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{H}(\zeta, h, n; \gamma_p, \nu_q) \exp(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h)), \tag{6b}$$

где n – длина отрезка нормали от поверхности до точки наблюдения вблизи поверхности,

$$\gamma_p = \gamma + \frac{2\pi p}{d_\zeta}, \quad \nu_q = \nu + \frac{2\pi q}{d_h}; \tag{7}$$

$$\gamma = \frac{u_1}{d_\zeta}, \quad \nu = \frac{u_2}{d_h}. \tag{8}$$

Амплитуды пространственных гармоник для квазипериодической антенной решетки представляются интегралами по бесконечному спектру

$$\vec{E}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} C_{il}(n; \gamma, \nu; t) \vec{e}^{(il)}(t; \zeta, h, n; \gamma, \nu) \exp\left(j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right) dt, \tag{9a}$$

$$\vec{H}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} C_{il}(n; \gamma, \nu; t) \vec{h}^{(il)}(t; \zeta, h, n; \gamma, \nu) \exp\left(j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right) dt, \tag{9b}$$

где векторные функции $\vec{e}^{(il)}$, $\vec{h}^{(il)}$, характеризующие пространственные гармоники поля вблизи поверхности, имеют индексы $i = 1$ для стоячих у поверхности волн и $i = 2$ для уходящих от поверхности волн. Индекс $l = 1, 2$ разделяет волны двух поляризации (квази-*LSE*-волны). Компоненты векторных пространственных гармоник имеют вид

$$e_\xi^{(il)} \cong \frac{1}{jm_\xi} \frac{\partial \psi_1^{(il)}}{\partial s}, \tag{10a}$$

$$e_\eta^{(il)} \cong \psi_2^{(il)}, \quad e_n^{(il)} \cong \frac{1}{\sqrt{g_{11}}} \psi_1^{(il)},$$

$$h_\xi^{(il)} \cong \frac{1}{jZm_\xi} \frac{\partial \psi_2^{(il)}}{\partial s}, \quad h_\eta^{(il)} \cong -\frac{1}{Z} \psi_1^{(il)}, \tag{10b}$$

$$h_n^{(il)} \cong \frac{1}{Z\sqrt{g_{11}}} \psi_2^{(il)},$$

где $Z = 120\pi$; $i, l = 1, 2$; функции $\psi_{1,2}^{(il)}$ в наиболее компактном виде можно записать как

$$\psi_1^{(il)} = \mathbf{P}\mathbf{x}^{(il)} \mathbf{w}(s), \quad \psi_2^{(il)} = \mathbf{x}^{(il)} \mathbf{w}(s). \tag{11}$$

Здесь вектор-столбец $\mathbf{w}(s)$ составлен из первой и второй функций Эйри

$$\mathbf{w}(s) = \begin{pmatrix} w_1(t - s + x_\xi) \\ w_2(t - s + x_\xi) \\ w_1(t - s - x_\xi) \\ w_2(t - s - x_\xi) \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$s = \frac{kn}{m_\xi}, \tag{13}$$

– приведенная координата вдоль нормали,

$$m_\xi = \left(\frac{k\rho_\xi}{2}\right)^{1/3} \tag{14}$$

– большой параметр, по степеням которого разлагается асимптотическое решение; ρ_ξ – радиус кривизны нормального сечения поверхности вдоль направления движения фронта пространственной гармоники, $k = 2\pi/\lambda$;

$$t_\xi = m_\xi^2 (g_{11}^{-1} - 1), \tag{15}$$

$$x_\xi = \frac{1}{m_\xi} \sqrt{\frac{g_{11} b_{12}}{g_{22} b_{11}}}, \tag{16}$$

где g_{11}, g_{22} – компоненты метрического тензора, а b_{11}, b_{12} – компоненты тензора кривизны поверхности в координатах ξ, η , первая из которых направлена вдоль направления движения фронта пространственной гармоники

$$\xi = \frac{\gamma}{k} \zeta + \frac{\nu}{k} h, \tag{17}$$

а вторая ей ортогональна;

$$\mathbf{x}^{(11)} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -w_2'(t + x_\xi) \\ w_1'(t + x_\xi) \\ w_2'(t - x_\xi) \\ -w_1'(t - x_\xi) \end{pmatrix}, \quad (18a)$$

$$\mathbf{x}^{(12)} = \frac{m_\xi}{4} \begin{pmatrix} -w_2(t + x_\xi) \\ w_1(t + x_\xi) \\ -w_2(t - x_\xi) \\ w_1(t - x_\xi) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{x}^{(21)} = \frac{m_\xi}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ w_2(t - x_\xi) \\ 0 \\ -w_2(t + x_\xi) \end{pmatrix}, \quad (18b)$$

$$\mathbf{x}^{(22)} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ w_2'(t - x_\xi) \\ 0 \\ w_2'(t + x_\xi) \end{pmatrix},$$

$$\omega = w_2'(t + x_\xi)w_2(t - x_\xi) + w_2(t + x_\xi)w_2'(t - x_\xi); \quad (19)$$

$$\mathbf{P} = j \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Верхний предел интегрирования по dx' в (9) связан с координатой ξ соотношением

$$x = \int_0^{\xi} \frac{g_{11} m_\xi}{\rho_\xi} d\xi. \quad (21)$$

Спектральные амплитуды пространственных гармоник $\bar{e}^{(il)}$, $\bar{h}^{(il)}$ являются медленно меняющимися функциями точки на поверхности. Касательные составляющие электрического вектора стоячих пространственных гармоник равны нулю при $n = 0$.

Приведенные выражения поля справедливы в поверхностном слое $n \sim \lambda$ при больших размерах поверхности ($m_\xi \gg 1$), медленности изменения радиусов кривизны поверхности $\text{grad} \rho \sim 1$ и условии квазипериодичности ФАР (5). Численные расчеты показывают, что метод дает хорошее приближение к результатам строгого решения уже при $m_\xi > 2$ [10]. Условия применимости асимптотических выражений нарушаются на скачках кривизны поверхности, разрывах непрерывности поверхностных координат ζ , h и в точках их сгущения $g = 0$. При наличии таких неоднород-

ностей выражения поля справедливы на достаточном удалении от них, чтобы полем дифракции на неоднородностях можно было пренебречь.

Интегральное представление (9) является преобразованием Фурье, что позволяет связать коэффициенты разложения с токами излучателей с помощью леммы Лоренца, примененной к единичной ячейке антенной решетки так же, как в случае периодической антенной решетки [8]. Вспомогательное поле в лемме Лоренца выберем в виде

$$\bar{E}_{i'j'}(-\gamma, -\nu) = \bar{e}^{(i'j')}(\gamma, \nu) \times \exp \left(j(\gamma \zeta + \nu h) - j \int_0^x (t_\xi - t') dx' \right),$$

$$\bar{H}_{i'j'}(-\gamma, -\nu) = \bar{h}^{(i'j')}(\gamma, \nu) \times \exp \left(j(\gamma \zeta + \nu h) - j \int_0^x (t_\xi - t') dx' \right).$$

При интегрировании по поперечному сечению ячейки используем ортогональность пространственных гармоник, считая, что изменением амплитуд пространственных гармоник в пределах единичной ячейки можно пренебречь. Затем выполним интегрирование по dx с применением известного соотношения

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j(t - t')x) dx = 2\pi \delta(t - t').$$

В результате получаем коэффициенты разложения

$$C_{il}(n; \gamma, \nu; t) = \frac{Z}{2\pi S_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{V_{(3-i)(n)}} \left(\bar{j}^e e^{-(3-i)l} - \bar{j}^m \bar{h}^{(3-i)l} \right) \times \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dV' \exp \left(-j \int_0^x (t_\xi - t) dx' \right) dx, \quad (22)$$

где \bar{j}^e – электрический ток, \bar{j}^m – магнитный ток излучателя; $V_1(n)$ – часть объема единичной ячейки, расположенная между сечениями $0 \leq n' \leq n$, $V_2(n)$ – часть объема единичной ячейки, расположенная между сечениями $n \leq n' \leq n_0$, где n_0 – толщина поверхностного слоя, содержащего излучатели; S_0 – площадь единичной ячейки. В области протекания токов излучателей коэффициенты возбуждения пространственных гармоник C_{il} зависят от координаты n ; при $n \geq n_0$, $C_{1l} = 0$, а C_{2l} не зависят от n .

В области протекания токов, при наличии продольных компонент электрических и магнитных токов относительно нормали к поверхности, к нормальным компонентам выражений для электрического (9а) и магнитного (9б) полей необходимо прибавить дополнительные слагаемые [8, 13]:

$$\Delta E_n(\zeta, h, n) = \frac{j}{\omega \epsilon} j_n^e = \frac{j}{\omega \epsilon} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B^{(e)}(n; \gamma, \nu; t) \exp\left(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h) + j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right), \quad (23a)$$

$$\Delta H_n(\zeta, h, n) = \frac{j}{\omega \mu} j_n^m = \frac{j}{\omega \mu} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B^{(m)}(n; \gamma, \nu; t) \exp\left(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h) + j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right), \quad (23б)$$

также представленные здесь в виде разложений, коэффициенты которых имеют вид

$$B^{(e,m)}(n; \gamma, \nu; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{S_0(n)} \times \int_{S_0(n)} j_n^{(e,m)} \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dS \times \exp\left(-j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right) dx. \quad (24)$$

Выражения (6), (9), (22)–(24) обобщают и развивают аналогичные выражения для апертурных излучателей [9] на общий случай произвольных излучателей, представимых системой электрических и магнитных токов в приповерхностном слое выпуклой квазипериодической ФАР.

Подставим (22), (24) в (9), (23) и выполним интегрирование по dx' методом стационарной фазы. Точка стационарной фазы $x' = x$, $t = t_\xi(x)$; определитель, составленный из вторых частных производных фазовой функции, (гессиан) равен -1 , и в результате применения метода стационарной фазы [15] получаем

$$\vec{E}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\vec{C}_{il}(n; \gamma, \nu; t_\xi) \vec{e}^{(il)}(t_\xi; \zeta, h, n; \gamma, \nu) + \frac{j}{\omega \epsilon} \vec{B}^{(e)}(\zeta, n; \gamma, \nu) \vec{n} \right], \quad (25a)$$

$$\vec{H}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\vec{C}_{il}(n; \gamma, \nu; t_\xi) \vec{h}^{(il)}(t_\xi; \zeta, h, n; \gamma, \nu) + \frac{j}{\omega \mu} \vec{B}^{(m)}(\zeta, n; \gamma, \nu) \vec{n} \right], \quad (25б)$$

$$\vec{C}_{il}(n; \gamma, \nu; t) = \frac{Z}{S_0} \times \int_{V_{(3-i)}(n)} (\vec{j}^e \vec{e}^{(3-i)l} - \vec{j}^m \vec{h}^{(3-i)l}) \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dV', \quad (26)$$

$$\vec{B}^{(e,m)}(\zeta, n; \gamma, \nu) = \frac{1}{S_0(n)} \int_{S_0(n)} j_n^{(e,m)} \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dS'. \quad (27)$$

Так как

$$\int_{x'}^x t_\xi dx'' = \frac{k}{2} \int_{\xi'}^{\xi} (1 - g_{11}) d\xi'',$$

то формально большим параметром для метода стационарной фазы является волновое число k , а фактически $k\rho_\xi \gg 1$. Применение метода стационарной фазы математически не вполне обосновано в переходной области (области “полутени”) $t_\xi(x) \sim 1$, так как в этой области изменение амплитудного множителя не может считаться достаточно медленным. Несмотря на эту слабость математического обоснования, результаты численного исследования осесимметричной сферической ФАР щелевых излучателей в данном приближении, названном автором асимптотическим приближением первого порядка, показали их хорошее совпадение с результатами строгого решения [10].

Выражения для амплитуд пространственных гармоник (9), (22) дают в переходной области $t_\xi \sim 1$ порядок отброшенных асимптотических членов разложения (6), (23) $O(m_\xi^{-2})$. Для приближения первого порядка (25)–(27) порядок первой производной амплитуд пространственных гармоник в этой области равен

$$\frac{\partial e^{(il)}}{\partial \xi} = O\left(\frac{e^{(il)}}{m_\xi}\right).$$

Отсюда следует, что порядок отброшенных членов асимптотического приближения первого порядка (25) в переходной области увеличился и равен $O(m_\xi^{-1})$. Вне переходной области $|t_\xi| \gg 1$ действует приближение геометрической оптики, порядок отброшенных членов $O(m_\xi^{-3})$ в обоих случаях и выражения (6), (23) и (25) асимптотически эквивалентны. Для ФАР с периодической сеткой расположения элементов разложения (6), (25) переходят в ранее полученные для этого частного случая в [8], а порядок отброшенных членов становится $O(m_\xi^{-4})$.

Выражения (25)–(27) носят локальный характер: с их помощью амплитуды токов и напряжений в излучающих элементах ФАР могут быть найдены из рассмотрения только текущей ячейки антенной решетки без решения интегрального уравнения (или системы таких уравнений), свя-

зывающего амплитуды токов в соседних ячейках, к которой приводит представление (6), (22).

1.3. Поле в дальней зоне

Учтем, что электромагнитное поле ФАР при парциальном возбуждении не изменяется при изменении фазовых сдвигов между излучателями u_1, u_2 на $2\pi m$, где m – любое целое число. Тогда диаграмма направленности элемента в составе антенной решетки (парциальная диаграмма элемента) с использованием (4) и спектра падающих волн при возбуждении одного элемента $F(\mathbf{u}) = \exp(j(m_1u_1 + m_2u_2))$ может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \vec{f}_{m_1m_2}(\theta, \varphi) &= \frac{kd_\zeta d_h}{4\pi\sqrt{2\pi Z}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}_0(\theta, \varphi; \gamma, \nu; \zeta, h) \exp(j(\gamma\zeta m_1 + \nu h m_2)) d\gamma d\nu, \end{aligned} \quad (28)$$

где \vec{F}_0 – диаграмма направленности одной пространственной гармоники, которая определяется по электромагнитному полю на поверхности S' : $n = n_0$, охватывающей излучатели ФАР, формулой типа Гюйгенса–Кирхгофа [8, 14]:

$$\begin{aligned} \vec{F}_0(\theta, \varphi; \gamma, \nu) &= \frac{1}{2\pi} \times \\ &\times \iint_{S'} \vec{M}(\gamma, \nu; \zeta, h) \exp[jk(\vec{i}_R \vec{r} - \xi)] dS, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\vec{i}_R = \vec{k}/k$ – единичный вектор в направлении наблюдения, \vec{r} – радиус-вектор точки на поверхности S' , а величину

$$\vec{M} = \left[[\vec{n}, \vec{E}], \vec{i}_R \right] + \left[\vec{i}_R, \left[\vec{i}_R, \left[\vec{n}, Z\vec{H} \right] \right] \right] \quad (30)$$

назовем для удобства изложения “вектором излучения”, \vec{E}, \vec{H} – амплитуды векторов поля пространственной гармоники. Поверхность интегрирования в (29) можно перенести на проводящую поверхность S ($n = 0$), так как в вектор излучения входит поле только уходящей пространственной гармоники ($C_1(n_0) = 0$), источники которого находятся на поверхности S , а результат интегрирования по формуле типа Гюйгенса–Кирхгофа не зависит от того, по какой охватывающей источники поверхности производится интегрирование. При этом коэффициенты возбуждения гармоники $C_2(n_0)$, конечно, должны быть вычислены при $n = n_0$.

Поскольку вектор излучения ортогонален единичному вектору \vec{i}_R , направленному в точку наблюдения, введем для его представления ортонормированный поляризационный базис (рис. 2):

$$\vec{i}_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} [\vec{i}_R, \vec{n}], \quad \vec{i}_2 = [\vec{i}_R, \vec{i}_1]. \quad (31)$$

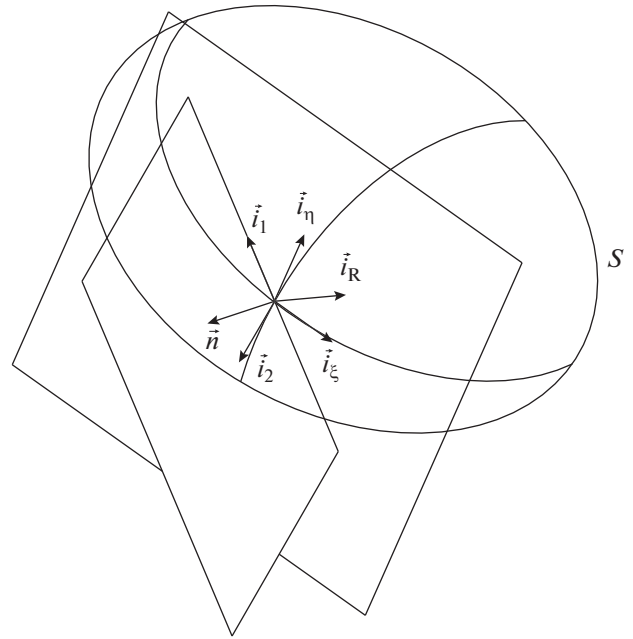


Рис. 2. Базисы на поверхности антенной решетки.

Проекция вектора излучения в этом базисе

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} \left\{ -[\hat{E}_\xi(\vec{n}\vec{i}_R) + Z\hat{H}_\eta](\vec{i}_R\vec{i}_\eta) + \right. \\ &\quad \left. + [\hat{E}_\eta(\vec{n}\vec{i}_R) - Z\hat{H}_\xi](\vec{i}_R\vec{i}_\xi) \right\}, \\ M_2 &= -\frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} \left\{ [\hat{E}_\eta - (\vec{n}\vec{i}_R)Z\hat{H}_\xi](\vec{i}_R\vec{i}_\eta) + \right. \\ &\quad \left. + [\hat{E}_\xi + (\vec{n}\vec{i}_R)Z\hat{H}_\eta](\vec{i}_R\vec{i}_\xi) \right\}, \end{aligned} \quad (32)$$

где $\vec{i}_\xi = \vec{r}_\xi/\sqrt{g_{11}}, \vec{i}_\eta = \vec{r}_\eta/\sqrt{g_{22}}$ – единичные векторы вдоль координатных линий ξ и η .

Вычисление интегралов (28), (29) в общем случае даже асимптотическими методами затруднительно. Однако в случае отсутствия условий возникновения дифракционных лепестков (шаги антенной решетки меньше $\lambda/2$ для прямоугольной ячейки и меньше $\lambda/\sqrt{3}$ для гексагональной ячейки) диаграмма элемента приближенно может быть вычислена методом стационарной фазы, примененным к четырехкратному интегралу, получающемуся после подстановки (29) в (28).

Стационарная точка единственная и определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \gamma_s &= k\vec{i}_R\vec{r}_\xi(\zeta_{m_1}, h_{m_2}), \quad \nu_s = k\vec{i}_R\vec{r}_\eta(\zeta_{m_1}, h_{m_2}), \\ \zeta_s &= \zeta_{m_1}, \quad h_s = h_{m_2}. \end{aligned} \quad (33)$$

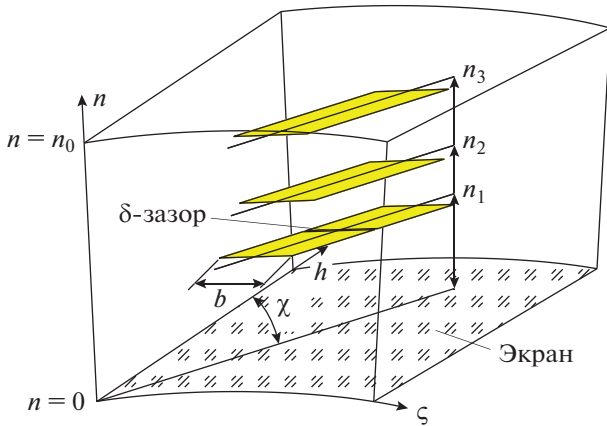


Рис. 3. Излучатель с тремя вибраторами в единичной ячейке ФАР: n_1, n_2, n_3 – высота вибраторов над экраном; b – ширина вибратора; χ – угол между осями вибраторов и координатной линией.

В результате применения общей формулы метода стационарной фазы [15] получим простое выражение для парциальной диаграммы элемента

$$\vec{f}_{m_1 m_2}(\theta, \varphi) \cong \frac{k S_0}{2\sqrt{2\pi Z}} \times \vec{M}(\gamma_s, \nu_s; \zeta_{m_1}, h_{m_2}, n_0) \exp(jk\vec{i}_R \vec{r}_{m_1 m_2}), \quad (34)$$

где $S_0 = d_\xi d_h \sqrt{g}$ – площадь единичной ячейки. Это выражение остается равномерно непрерывным для всех углов наблюдения, как при $\vec{i}_R \vec{n}(\zeta_{m_1}, h_{m_2}) > 0$ (освещенная элементом область), так и при $\vec{i}_R \vec{n}(\zeta_{m_1}, h_{m_2}) < 0$ (тенивая область). Выражения для вектора излучения (32) в стационарной точке упрощаются:

$$M_1 = \hat{E}_\eta(\vec{n}\vec{i}_R) - Z\hat{H}_\xi, \quad M_2 = -\hat{E}_\xi - (\vec{n}\vec{i}_R)Z\hat{H}_\eta. \quad (35)$$

Переход к проекциям на орты сферической системы координат $\vec{\theta}^0, \vec{\varphi}^0$ осуществляется преобразованием вращения поляризационного базиса

$$\begin{pmatrix} M_\theta \\ M_\varphi \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}, \quad (36)$$

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} \begin{pmatrix} \vec{n}\vec{\varphi}^0 & \vec{n}\vec{\theta}^0 \\ \vec{n}\vec{\theta}^0 & \vec{n}\vec{\varphi}^0 \end{pmatrix}, \quad (37)$$

где $\vec{n} = \vec{n}(\zeta_{m_1}, h_{m_2})$.

Диаграмма направленности ФАР в целом с учетом взаимной связи элементов может быть получена суммированием парциальных диаграмм элементов ФАР с весовыми коэффициентами, равными амплитудам падающих волн на их входах.

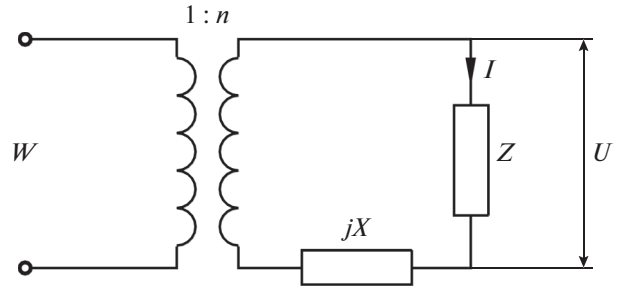


Рис. 4. Эквивалентная схема входной цепи излучателя: Z – входное сопротивление излучателя; W – волновое сопротивление подводящего фидера; X – согласующая реактивность; n – коэффициент трансформации входной цепи; U, I – напряжение и ток в зазоре вибратора.

2. АНТЕННАЯ РЕШЕТКА ВИБРАТОРНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Применим асимптотическое приближение первого порядка для анализа антенной решетки вибраторных (в общем случае многовибраторных, директорных) излучателей ленточного типа, плоскость ленты которых параллельна проводящей поверхности антенной решетки (рис. 3). Ширину лент примем достаточно узкой для того, чтобы токи вибраторов можно было считать параллельными их продольной оси. На входе излучателей предполагается наличие включенной в узком зазоре активного вибратора согласующей цепочки, эквивалентная схема которой приведена на рис. 4.

Для определения токов в вибраторах одного элемента при парциальном возбуждении (3) воспользуемся методом моментов. Взаимные сопротивления базисных функций тока имеют вид [11]

$$Z_{n'm',nm} = - \int_{V_{nm}} \vec{l}\psi_{nm} \vec{E}[\vec{l}\psi_{n'm'}] dV, \quad (38)$$

где ψ_{nm} – вещественная базисная функция тока, \vec{l} – единичный вектор, направленный вдоль продольной оси вибратора, n, n' – номера вибраторов в одном элементе решетки, m, m' – номера базисных функций.

Используя разложение электрического поля по пространственным гармоникам (25), (26), запишем (38) в виде

$$Z_{n'm',nm} = j \frac{Z}{S_0} \times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} g_{nm}^*(\gamma_p, \nu_q) g_{n'm'}(\gamma_p, \nu_q) m_\xi(\gamma_p, \nu_q) \times \left\{ l_\xi^2 \sum_{l=1}^2 e_\xi^{(1l)}(s_{\min}) e_\xi^{(2l)}(s_{\max}) + l_\eta^2 \sum_{l=1}^2 e_\eta^{(1l)}(s_{\min}) e_\eta^{(2l)}(s_{\max}) + l_\xi l_\eta \sum_{l=1}^2 \left(e_\xi^{(1l)}(s_{\min}) e_\eta^{(2l)}(s_{\max}) + e_\xi^{(2l)}(s_{\min}) e_\eta^{(1l)}(s_{\max}) \right) \right\}, \quad (39)$$

где s_n – приведенная высота (13) n -го вибратора над поверхностью, $s_{\min} = \min(s_n, s_{n'})$, $s_{\max} = \max(s_n, s_{n'})$,

$$g_{nm}(\gamma, \nu) = \int_{s_n} \psi_{nm} \exp(j(\gamma \zeta + \nu h)) dS, \quad (40)$$

l_ξ, l_η – проекции единичного вектора на орты поверхностных координат ξ, η .

Использував выражения (10), (11), преобразуем (39) к виду

$$Z_{n'm',nm} = j \frac{Z}{S_0} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} g_{nm}^*(\gamma_p, \nu_q) g_{n'm'}(\gamma_p, \nu_q) \times \\ \times \left\{ \frac{l_\eta^2}{m_\xi(\gamma_p, \nu_q)} \mathbf{w}'^T(s_{\min}) \mathbf{P} \mathbf{X} \mathbf{P} \mathbf{w}'(s_{\max}) - \right. \\ \left. - l_\xi^2 m_\xi(\gamma_p, \nu_q) \mathbf{w}^T(s_{\min}) \mathbf{X} \mathbf{w}(s_{\max}) + \right. \\ \left. + j l_\xi l_\eta \left[\mathbf{w}'^T(s_{\min}) \mathbf{P} \mathbf{X} \mathbf{w}(s_{\max}) + \mathbf{w}^T(s_{\min}) \mathbf{X} \mathbf{P} \mathbf{w}'(s_{\max}) \right] \right\}, \quad (41)$$

где матрица \mathbf{P} определяется (20), штрих означает производную, T – знак транспонирования;

$$\mathbf{X} = -\frac{j}{4} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \beta & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$\alpha_1 = \frac{w_1(t_\xi + x_\xi) w_2'(t_\xi - x_\xi) + w_1'(t_\xi + x_\xi) w_2(t_\xi - x_\xi)}{\omega}, \quad (43)$$

$$\alpha_2 = \frac{w_1(t_\xi - x_\xi) w_2'(t_\xi + x_\xi) + w_1'(t_\xi - x_\xi) w_2(t_\xi + x_\xi)}{\omega}, \quad (44)$$

$$\beta = \frac{2j}{\omega}. \quad (45)$$

Вектор коэффициентов разложения плотности тока по базисным функциям \mathbf{x} находится из решения системы линейных уравнений

$$\bar{\mathbf{Z}} \mathbf{x} = 2n\sqrt{2W} \mathbf{i}_0, \quad (46)$$

где W – волновое сопротивление подводящего фидера, n – коэффициент трансформации входной цепи (рис. 4). Коэффициенты матрицы $\bar{\mathbf{Z}}$ определяются по формуле

$$\bar{Z}_{n'm',nm} = Z_{n'm',nm} + Z_{\text{вн}} I_m I_m \delta_{n0} \delta_{n'0}, \quad (47)$$

где

$$Z_{\text{вн}} = n^2 W + jX \quad (48)$$

– внутреннее входное сопротивление входной цепи со стороны вибратора,

$$I_m = \int_b \psi_{0m} dy \quad (49)$$

– ток, переносимый базисной функцией через поперечное сечение активного вибратора в точке

подключения фидера, b – ширина активного вибратора, δ_{0n} – символ Кронекера. Компоненты вектора \mathbf{i}_0 в правой части системы уравнений (46) равны

$$i_{0nm} = I_m \delta_{n0}. \quad (50)$$

Ток активного (ведущего) вибратора –

$$I = \mathbf{i}_0^T \mathbf{x}. \quad (51)$$

Входное (действующее) сопротивление в зазоре вибратора выражается через этот ток формулой

$$Z_{\text{вх}} = \frac{2n\sqrt{2W}}{I} - Z_{\text{вн}}. \quad (52)$$

Действующий коэффициент отражения на входе входной цепи элемента дается соотношением

$$\Gamma_a = \frac{Z_{\text{вх}} - Z_{\text{вн}}^*}{Z_{\text{вх}} + Z_{\text{вн}}}. \quad (53)$$

При выборе параметров входной цепи из условий согласования элемента решетки, расположенного на поверхности антенной решетки в точке с координатами ζ_0, h_0 , для некоторого фиксированного значения постоянных парциального возбуждения γ_0, ν_0 , коэффициент трансформации и согласующая реактивность выражаются через входное сопротивление вибратора

$$n = \sqrt{\text{Re}[Z_{\text{вх}}(\gamma_0, \nu_0, \zeta_0, h_0)]/W}, \quad (54)$$

$$X = -\text{Im}[Z_{\text{вх}}(\gamma_0, \nu_0, \zeta_0, h_0)],$$

а внутреннее сопротивление входной цепи (48) принимает вид

$$Z_{\text{вн}} = Z_{\text{вх}}^*(\gamma_0, \nu_0, \zeta_0, h_0).$$

Вектор излучения для расчета диаграммы элемента вибраторной антенной решетки (34) можно представить в виде

$$M_i = \sum_{l=1}^2 \bar{C}_{2l} M_{il}, \quad i = 1, 2, \quad (55)$$

где M_{il} выражаются через функции $e^{2l}, h_{\xi,\eta}^{2l}$ по формуле (35) при значении аргумента $s = 0$. При этом коэффициенты возбуждения (26) равны

$$\bar{C}_{2l} = \sum_{n,m} x_{nm} g_{nm} c_l(s_n), \quad (56)$$

$$c_l(s) = \frac{jZ}{m_\xi S_0} \left\{ -l_\eta \mathbf{x}^{(l)T} \mathbf{P} \mathbf{w}'(s) + j m_\xi l_\xi \mathbf{x}^{(l)T} \mathbf{w}(s) \right\}, \quad (57)$$

где x_{nm} – компоненты вектора коэффициентов разложения плотности тока по базисным функциям \mathbf{x} , полученного из решения системы уравнений (46). Суммирование в (56) ведется по всем базисным функциям всех вибраторов в одной ячейке антенной решетки.

Выражения для парциальной диаграммы элемента, пригодные при произвольном расстоянии

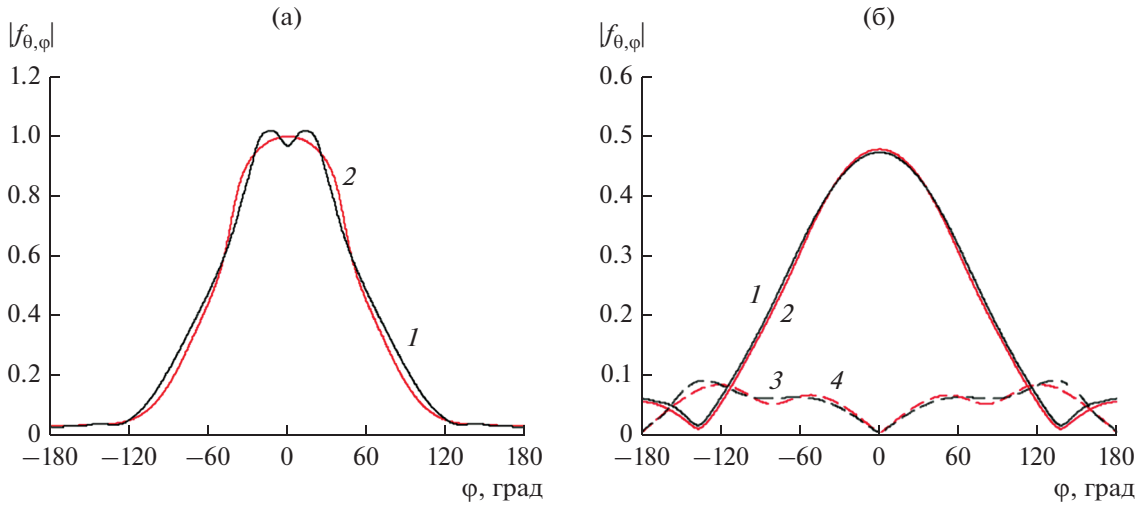


Рис. 5. Парциальная диаграмма аксиального вибратора в сферической антенной решетке в сечении $\theta = 90^\circ$ (а) и $\theta = 30^\circ$ (б); $\vartheta_n = 90^\circ$: 1, 2 – θ -поляризация; 3, 4 – φ -поляризация; 1, 3 – ряд Фурье; 2, 4 – метод стационарной фазы.

между элементами по направляющей, получены в виде ряда по азимутальным гармоникам для случая осесимметричной выпуклой антенной решетки щелевых излучателей [12]. Они применимы и для осесимметричной вибраторной ФАР при использовании в них вектора излучения (55), где величины M_{ij} в этом случае выражаются через функции $e_{\xi, \eta}^{2l}$, $h_{\xi, \eta}^{2l}$ по формуле (32). Там же приведены выражения для проекций единичного вектора \vec{i}_R на орты системы координат поверхности $\vec{i}_\xi, \vec{i}_\eta, \vec{n}$, а также для других параметров дифференциальной геометрии поверхности осесимметричной ФАР.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ВИБРАТОРНОЙ ФАР

Результаты расчета парциальной диаграммы элемента вибраторной осесимметричной сферической ФАР приведены на рис. 5. Вибраторы длиной $l_1 = 0.5\lambda$ расположены на высоте $n_1 = 0.243\lambda$ над проводящей поверхностью сферы радиусом $a = 4.016\lambda$ в узлах прямоугольной сетки параллелей и меридианов и ориентированы вдоль меридианов. Число элементов вдоль параллелей $N_\varphi = 46$, вдоль меридианов $N_\theta = 23$; расстояние между элементами вдоль меридианов $d_\theta = 0.56\lambda$, вдоль экватора $d_{\varphi_{\max}} = 0.56\lambda$. Входная цепь настроена на согласование элементов, расположенных на экваторе, в синфазном режиме.

Диаграммы рассчитаны в зависимости от азимутального угла φ для двух значений угла θ с помощью ряда азимутальных гармоник [12] и по методу стационарной фазы (34) и нормированы на корень квадратный из коэффициента направленного дей-

ствия (КНД) единичной ячейки. Активный излучающий элемент расположен при $\vartheta_n = 90^\circ$.

Поскольку вклад быстрых ползущих волн [1] в случае шагов решетки, близких к половине длины волны, достаточно мал, метод стационарной фазы достаточно близко описывает парциальную диаграмму вибраторного элемента, причем интересно отметить, что не только в освещенной, но и в теневой области излучателя.

Парциальные диаграммы элементов позволяют определить зависимость максимального коэффициента усиления (КУ) ФАР от углов сканирования, иначе, диаграмму сканирования [8]:

$$G_{p \max}(\theta_0, \varphi_0) = \sum_n \left| \left(\vec{p} \vec{f}_n(\theta_0, \varphi_0) \right) \right|^2, \quad (58)$$

где \vec{p} – единичный вектор поляризации поля излучения в направлении максимума излучения, θ_0, φ_0 – углы сканирования, а суммирование идет по всем элементам ФАР. Парциальные диаграммы в (58) не нормированы, а имеют масштаб усиления (34).

Диаграммы сканирования осесимметричных сферических ФАР аксиальных и азимутальных вибраторов с прямоугольной сеткой размещения при радиусе поверхности сферы $a = 13.5\lambda$, размерах вибраторов $n_1 = 0.243\lambda$, $l_1 = 0.5\lambda$ и расстоянии между ними по меридианам $d_\theta = 0.5\lambda$ приведены на рис. 6. Активные элементы располагаются в поясе сферы $30^\circ \leq \vartheta \leq 120^\circ$. Для сравнения также приведена зависимость максимального КНД в приближении физической оптики, равного КНД равномерного эквивалентного плоского раскрыва [1, 10]. Угол сканирования отсчитывается от экваториальной плоскости $\varepsilon_0 = \pi/2 - \theta_0$ (угол ме-

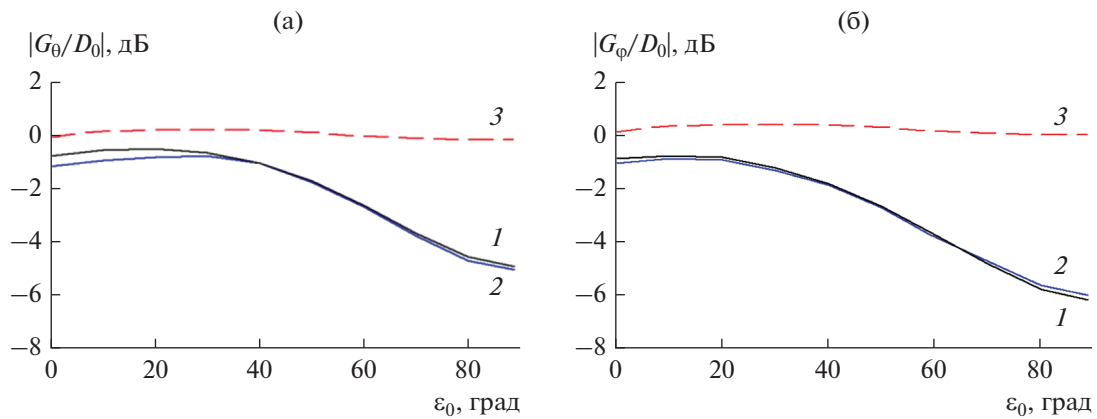


Рис. 6. Диаграммы сканирования сферических ФАР аксиальных (а) и азимутальных (б) вибраторов: $d_{\text{фmax}} = 0.5\lambda$ (1), 0.6λ (2); КНД (3).

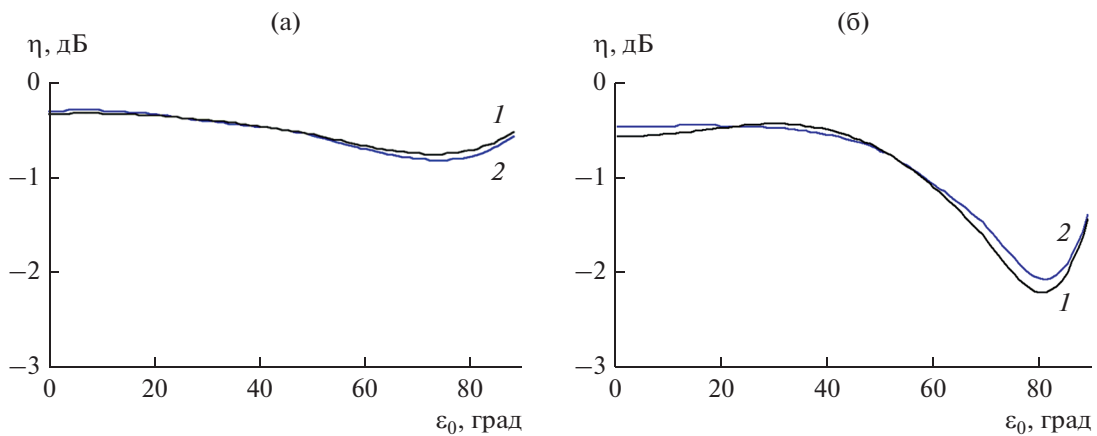


Рис. 7. КПД сферической ФАР аксиальных (а) и азимутальных (б) вибраторов для $d_{\text{фmax}} = 0.5\lambda$ (1) и 0.6λ (2).

ста). Значения КУ и КНД нормированы на КНД D_0 при $\epsilon_0 = 0$.

Уменьшение КУ ФАР при сканировании связано с отражением части падающей мощности от входов элементов (уменьшение КПД), неоптимальной поляризацией части излучающих элементов, приводящей к кроссполяризационным потерям, и в случае $d_{\text{фmax}} = 0.6\lambda$ – с наличием дифракционных лепестков. Как следует из расчета, меньшие потери КУ имеет ФАР аксиальных вибраторов.

Учет эффектов взаимного влияния излучателей позволяет также определить амплитуды отраженных волн на входах излучателей и рассчитать КПД ФАР [10]. На рис. 7 приведены зависимость КПД η рассматриваемых вибраторных сферических ФАР при возбуждении, соответствующем максимальному КУ ФАР [8], от угла сканирования.

Потери из-за рассогласования входов и поляризационные потери меньше для ФАР аксиальных

вибраторов. Для уменьшения потерь из-за рассогласования входов могут быть использованы более сложные излучающие элементы, например, такие как охватываемые соотношениями работы директорные излучатели. Поляризационные потери можно устранить только за счет использования в каждом элементе ФАР вибраторов двух ортогональных поляризаций с независимым управлением их возбуждением при сканировании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Электромагнитное поле выпуклой ФАР представлено в виде линейной суперпозиции полей при парциальных возбуждениях, при которых амплитуды падающих волн в фидерах излучателей ФАР имеют одинаковую амплитуду и постоянный сдвиг фазы между соседними излучателями. Для электромагнитного поля в приповерхностном слое квазипериодической выпуклой ФАР при парциальном возбуждении получено при-

ближенное асимптотическое представление в виде ряда пространственных гармоник, обобщающее разложение Флоке для плоских ФАР. Пространственные гармоники имеют вид уходящих и стоячих волн двух поляризаций у выпуклой поверхности, зависимость которых от продольной координаты, направленной по нормали к поверхности, описывается функциями Эйри. Коэффициенты разложения связаны интегральным преобразованием с электрическими и магнитными токами излучателей. В приближении первого порядка связь локальна, так что поле в данной ячейке ФАР определяется токами излучателя, расположенного в этой же ячейке. Выражения поля в приближении первого порядка использованы для анализа выпуклой квазипериодической вибраторной или директорной ФАР методом моментов. Для парциальной диаграммы направленности излучающего элемента в составе ФАР получено равномерное приближенное асимптотическое выражение, справедливое при расстоянии между элементами ФАР не более порядка половины длины волны.

Метод позволяет рассчитать характеристики ФАР большого электрического размера с большим числом элементов при учете их взаимного влияния. Так, для вибраторных осесимметричных сферических ФАР с числом элементов $N = 6106...7310$ рассчитаны зависимости от угла сканирования коэффициента усиления и коэффициента полезного действия, определяемого рассогласованием на входах элементов. Все численные расчеты выполнены в математической среде Mathcad 15.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воскресенский Д.И., Пономарев Л.И., Филиппов В.С.* Выпуклые сканирующие антенны. М.: Сов. радио, 1978.
2. *Josefsson L., Persson P.* Conformal Array Antenna Theory and Design. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.
3. *Caronti A., Celentano S., Immediata S. et al.* // IEEE Int. Symp. on Phased Array Systems and Systems and Technology (PAST). Boston, 18–21 Oct. 2016. N.Y.: IEEE, 2016. P. 7832540.
4. Сканирующие антенные системы СВЧ / Под ред. Р. Хансена. М.: Сов. радио, 1968. Т. 2.
5. *Shapira J., Felsen L.B., Hessel A.* // IEEE Trans. 1974. V. AP-22. № 1. P. 49.
6. *Pathak P.H., Wang N.* // IEEE Trans. 1981. V. AP-29. № 6. P. 911.
7. *Инденбом М.В., Филиппов В.С.* // РЭ. 1978. Т. 23. № 8. С. 1616.
8. *Инденбом М.В.* Антенные решетки подвижных обзорных РЛС. Теория, расчет, конструкции. М.: Радиотехника, 2015.
9. *Инденбом М.В.* // Антенны. 2017. № 3. С. 3.
10. *Инденбом М.В.* Журн. Радиотехники. 2020. № 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.9.2>
11. *Инденбом М.В., Филиппов В.С.* // Изв.вузов. Радиотехника. 1979. Т. 22. № 2. С. 34.
12. *Инденбом М.В.* // Антенны. 2018. № 1. С. 9.
13. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
14. *Фельд Я.Н., Бененсон Л.С.* Основы теории антенн. М.: Дрофа, 2007.
15. *Федорюк М.В.* Асимптотика. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.