

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 621.396.67

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КАНАЛА ФЛОКЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ СИНФАЗНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ *ТЕМ*-РУПОРОВ

© 2022 г. С. Е. Банков^а, М. Д. Дупленкова^{а, *}

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: duplenkova@yandex.ru

Поступила в редакцию 22.10.2021 г.

После доработки 02.12.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2021 г.

Развит метод анализа бесконечной синфазной сверхширокополосной решетки *ТЕМ*-рупоров, основанный на теории длинных линий. Для определения характеристического сопротивления в каждом сечении бесконечной синфазной решетки использованы методы матриц рассеяния и конформного отображения. Изложен алгоритм, реализующий метод конформного отображения. Проведено сравнение результатов расчета с использованием предлагаемой методики и электродинамического моделирования в программной среде ANSYS HFSS.

DOI: 10.31857/S0033849422060043

ВВЕДЕНИЕ

Сверхширокополосные (СШП) антенные решетки *ТЕМ*-рупоров интенсивно исследуются в настоящее время. Интерес к ним связан с требованием расширения полосы рабочих частот радиотехнических систем. При этом большинство известных работ (см., например, [1–5]) посвящено численному и экспериментальному исследованию конструкций таких решеток. В отличие от линейных и кольцевых решеток при использовании *ТЕМ*-рупора в качестве элемента двумерной решетки возникает эффект аномально высокого заднего излучения [6, 7], а использование металлического экрана приводит к значительному сужению полосы согласования. Для частичного преодоления указанной проблемы были предложены [8, 9] двумерные решетки *ТЕМ*-рупоров с металлизацией междупорного пространства. В указанных работах моделирование проводилось численно-аналитическим методом Бубнова–Галеркина для решения интегрального уравнения, а также при помощи электродинамического моделирования.

Для моделирования больших антенных решеток было использовано приближение бесконечной решетки [7, 8, 10]. Анализ такой структуры сводится к анализу одного ее периода, получившего название канала Флоке, т.е. фактически исследовали соб-

ственные волны канала Флоке. Аналогичный подход использован для решеток антенн Вивальди без диэлектрического заполнения [11, 12].

В рамках указанного метода канал Флоке рассматривается как ступенчатый волноводный трансформатор, преобразующий волны, возбужденные источником, в волны пустого канала Флоке (т.е. свободного пространства). Анализ неоднородного канала Флоке проводится в два этапа. На первом решается задача о собственных волнах однородного канала. Иными словами, строится математическая модель, связывающая параметры собственных волн с геометрическими параметрами структуры. На втором этапе строится математическая модель неоднородной структуры: исследуемый *ТЕМ*-рупор разбиваем на парциальные ступеньки и для каждой определяем волновую матрицу передачи, а затем находим результирующую матрицу путем их перемножения.

В работе [10] для нахождения импеданса в сечении канала Флоке использовали метод Бубнова–Галеркина [7]. Цель данной работы – развитие альтернативного способа анализа СШП-решеток *ТЕМ*-рупоров с металлизацией междупорного пространства с помощью метода конформного отображения.

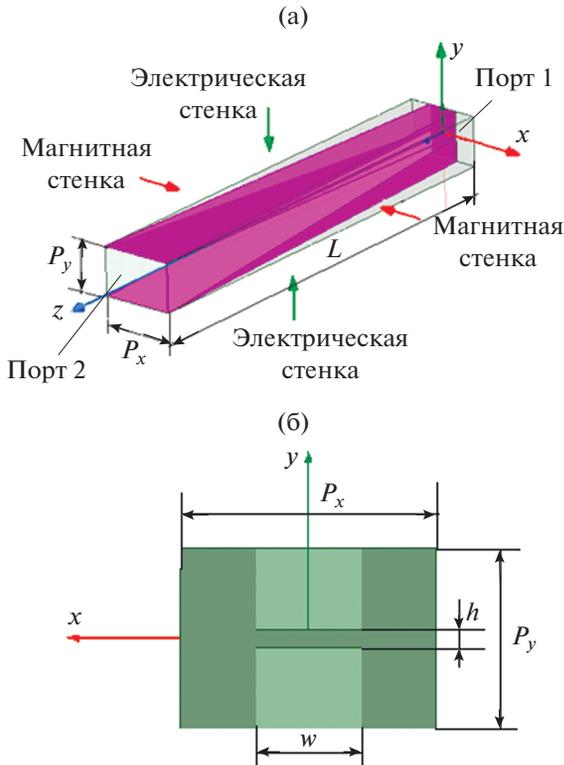


Рис. 1. Канал Флоке: а – общий вид, б – поперечное сечение.

2. МЕТОД КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Метод конформного отображения является строгим методом решения электростатических задач. Определение характеристического сопротивления (импеданса) одиночного TEM -рупора методом конформного отображения проводилось в [13], причем было показано, что импеданс регулярного бесконечного TEM -рупора в квазистатическом приближении зависит только от двух угловых параметров и не меняется вдоль его длины. В данной работе аналогичный метод был применен для определения импеданса в сечении бесконечной решетки TEM -рупоров.

На рис. 1а и 1б показаны соответственно канал Флоке и его поперечное сечение. В синфазной решетке на боковых поверхностях канала Флоке могут быть установлены идеальные электрические и идеальные магнитные стенки. В результате задача сводится к четверти поперечного сечения канала Флоке (рис. 2).

Чтобы определить импеданс, отобразим этот элемент на прямоугольник, причем на его горизонтальных ребрах выполняются граничные условия идеальной электрической проводимости, а на вертикальных ребрах – идеальной магнитной

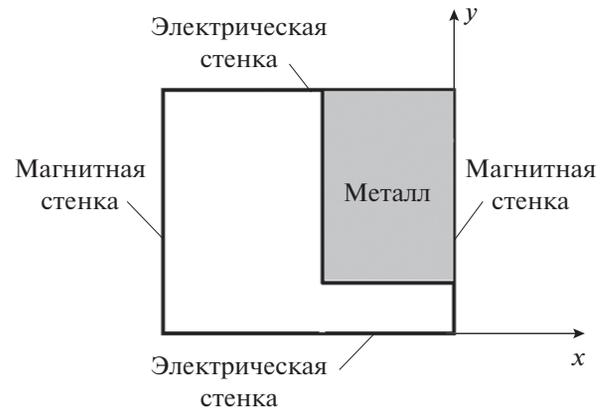


Рис. 2. Поперечное сечение канала Флоке с учетом симметрии.

проводимости. Такую структуру принято называть TEM -волноводом. Его импеданс определяется как отношение его сторон [14]. В связи с тем, что не существует прямого решения для конформного отображения многоугольника на прямоугольник, отображение будем осуществлять в два этапа, используя известные отображения многоугольника на полуплоскость интеграла Шварца–Кристоффеля и полуплоскости на прямоугольник. Конформное отображение многоугольника на полуплоскость [15] осуществляют с использованием выражения (1), которое устанавливает соответствие между вершинами многоугольника на плоскости z_1 и точками a_n на нижней границе верхней полуплоскости $\text{Im}(\omega) > 0$. Для произвольного многоугольника преобразование Шварца–Кристоффеля имеет следующий вид:

$$z_1 = C_1 \int_{\omega_0}^{\omega} (\omega - a_0)^{\alpha_0 - 1} (\omega - a_1)^{\alpha_1 - 1} \dots (\omega - a_{n-1})^{\alpha_{n-1} - 1} d\omega + C_2, \quad \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j = n - 1, \quad (1)$$

где n – общее число вершин многоугольника, α_j – внутренний угол многоугольника в вершине A_j . Основной проблемой метода конформного отображения при использовании интеграла Шварца–Кристоффеля является определение неизвестных констант, входящих в выражение (1). Их определяют из условий тождества многоугольника, который задается отображением (1) и поперечного сечения канала Флоке. Для определения констант конформного отображения (1) нами предложен следующий численный алгоритм.

Первый этап преобразования отображает плоскость z_1 (рис. 3а) на комплексную плоскость

ω (рис. 3б). Тогда общее выражение (1) принимает вид

$$z_1 = C_1 \int_{\omega_0}^{\omega} f(\omega) d\omega + C_2, \quad (2)$$

$$f(\omega) = (\omega - a_0)^{\alpha_0-1} (\omega - a_1)^{\alpha_1-1} \dots (\omega - a_5)^{\alpha_5-1},$$

причем контур многоугольника на плоскости z_1 соответствует действительной оси плоскости ω , вершины $A_0 \dots A_5$ соответствуют точкам a_0, \dots, a_5 действительной оси плоскости ω , внутренний угол многоугольника при вершине A_j равен $\alpha_j \pi$ ($j = 0, 1, \dots, n - 1$). Для каждого многоугольника в плоскости z_1 три точки a_j из шести могут быть выбраны произвольно, а остальные точки и константы C_1 и C_2 определяются единственным образом.

Введем длины сторон многоугольника I_j :

$$I_j = A_n A_{n+1} = \int_{a_n}^{a_{n+1}} f(\omega) d\omega, \quad j = 0, \dots, 5. \quad (3)$$

Для однозначного определения конформного отображения получаем следующие соотношения:

$$\frac{|I_0|}{|I_4|} = \frac{w}{P_x}, \quad \frac{|I_1|}{|I_3|} = 1 - \frac{h}{P_y}, \quad \frac{|I_3|}{|I_4|} = \frac{P_x}{P_y}. \quad (4)$$

Постоянную C_1 , задающую масштаб фигуры, находят из следующего равенства:

$$C_1 |I_3| = P_y. \quad (5)$$

Постоянная C_2 определяет положение многоугольника на плоскости z_1 относительно начала координат. Примем ее равной $i |I_5| C_1$. Тогда вершина A_5 окажется в точке $z = 0$.

Соотношения (4) используем для определения параметров a_0, \dots, a_5 . Видно, что число неизвестных превышает число уравнений, что дает нам возможность сформулировать для параметров a_0, \dots, a_5 дополнительные условия. Потребуем выполнения следующих соотношений:

$$a_0 = -a_5, \quad a_3 = -a_4, \quad a_0 = -1. \quad (6)$$

С учетом равенств (6) находим три неизвестные постоянные a_1, \dots, a_3 и три уравнения (4) для их определения.

Зададим положение точек a_1, \dots, a_3 с помощью коэффициентов k_1, \dots, k_3 :

$$a_1 = -k_1, \quad a_2 = -k_1 k_2, \quad a_3 = -k_1 k_2 k_3, \quad (7)$$

где все указанные коэффициенты меняются в пределах интервала от 0 до 1. Определение точек a_1, \dots, a_3 (7) автоматически обеспечивает выполнение неравенств $a_1 < a_2 < a_3$.

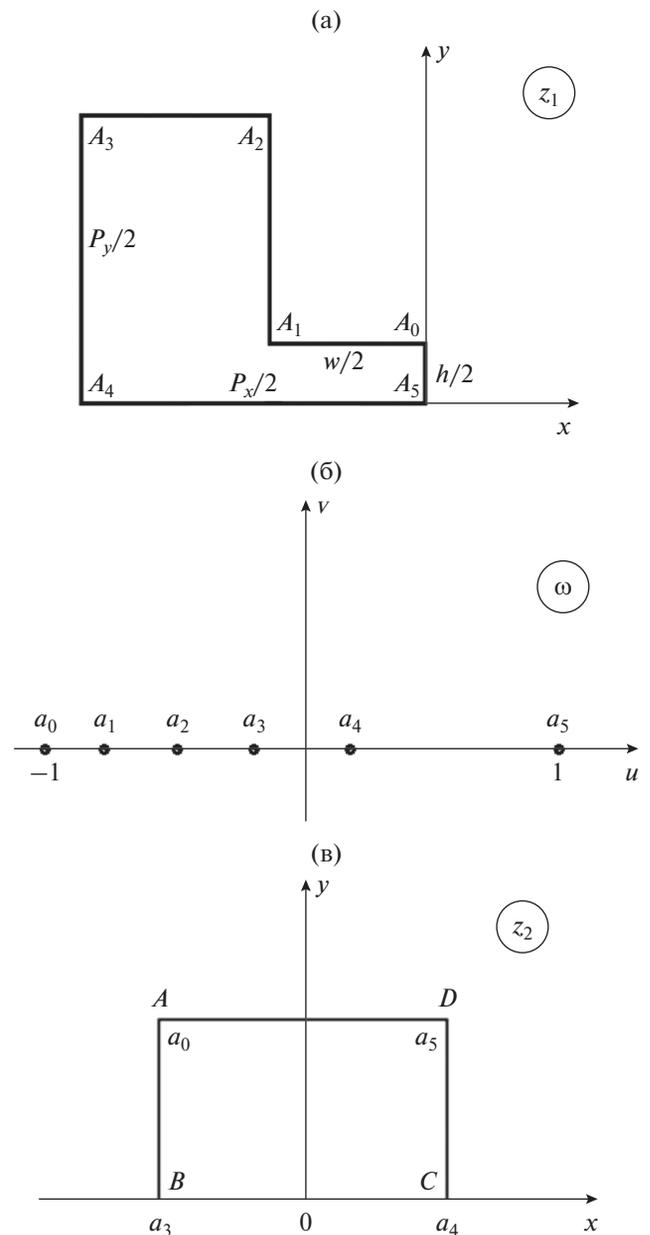


Рис. 3. Схема метода конформного отображения.

Введем следующие функции:

$$A_1(k_1, k_2, k_3) = \frac{|I_0|}{|I_4|}, \quad A_2(k_1, k_2, k_3) = \frac{|I_1|}{|I_3|}, \quad (8)$$

$$A_3(k_1, k_2, k_3) = \frac{|I_3|}{|I_4|}.$$

Подстановка (8) приводит нас к системе трех уравнений относительно коэффициентов k_1, \dots, k_3 . Непосредственное ее решение представляет собой достаточно трудоемкий процесс, связанный с численным определением интегралов (3). Чтобы избежать больших затрат компьютерного времени,

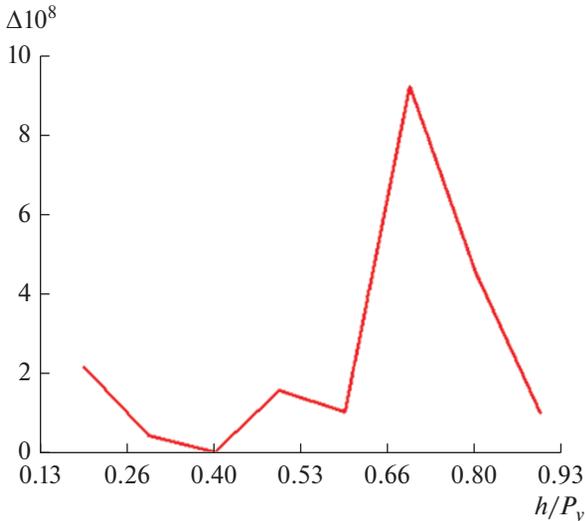


Рис. 4. Зависимость погрешности решения от параметра h/P_y .

мы использовали процедуру многомерной аппроксимации. Для этого функции A_1, \dots, A_3 были рассчитаны для дискретных значений аргументов:

$$\begin{aligned} k_{1r} &= r/N, \quad r = 0, 1, \dots, N, \\ k_{2s} &= s/N, \quad s = 0, 1, \dots, N, \\ k_{3t} &= t/N, \quad t = 0, 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (9)$$

По полученным массивам данных строится сплайн-аппроксимация. Для контроля точности получаемого решения введем параметр Δ :

$$\Delta = |A_1 - w/P_x| + |A_2 - 1 + h/P_y| + |A_3 - P_x/P_y|. \quad (10)$$

Он позволяет оценить отличие между фигурой на плоскости z_1 и истинным сечением канала Флоке. На рис. 4 показана зависимость параметра Δ от расстояния h (см. рис. 1). Кривая получена для $w/P_x = 0.4$. Видно, что конформное отображение в описываемом примере осуществляется с относительной погрешностью, не превышающей 10^{-7} .

На втором этапе с помощью эллиптического интеграла первого рода (11) конформно отобразим верхнюю полуплоскость $\text{Im}(\omega) > 0$ на прямоугольник $ABCD$ в плоскости z_2 (см. рис. 3в).

$$z_2 = I(\omega) = C_3 \int_0^{\omega} \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}, \quad k < 1. \quad (11)$$

При этом потребуем, чтобы вершины A_0-A_3 на плоскости z_1 перешли на левую вертикальную границу прямоугольника на плоскости z_2 , а вершины A_4, A_5 на его правую границу. В этом случае получаем искомое расположение электрических

и магнитных стенок, позволяющее записать для импеданса Z_c простое соотношение

$$Z_c = W_0 |AD|/|CD|, \quad (12)$$

где W_0 – волновое сопротивление свободного пространства, отрезки AD, CD (см. рис. 3в).

Отображение в форме (11) переводит точку $\omega = 0$ на плоскости ω в нулевую точку на плоскости z_2 . Точкам a_0, a_3, a_4, a_5 на плоскости ω будут соответствовать точки $ABCD$ на плоскости z_2 . Параметр k , задающий положение точки перехода с горизонтальной стороны прямоугольника на вертикальную, выбирается из условия $k = 1/a_4$. При $0 < u < 1/k$, $u = \text{Re}(\omega)$ подынтегральное выражение в формуле (11) будет чисто действительным, т.е. движению точки в этом интервале в плоскости ω соответствует движение точки вдоль стороны BC (от 0 до C) в плоскости z_2 , а при $1/k < u < 1$ выражение становится чисто мнимым и движению точки в этом интервале на плоскости ω будет соответствовать вертикальный отрезок CD . Вычисляя соответствующие интегралы, определяем длины отрезков BC и CD . Отметим, что величина постоянной C_3 , входящей в отображение (11), не влияет на характеристическое сопротивление, так как в него входит отношение длин отрезков и данная константа сокращается.

Отметим, что в результате отображений исходной фигуры на прямоугольник ее две электрические стенки перешли в вертикальные отрезки AB и CD , а магнитные соответственно в горизонтальные AD и BC , т.е. мы пришли к так называемому *ТЕМ*-волноводу, для которого известно соотношение (12). Физически это отношение разности потенциалов между двумя металлическими пластинами к полному току на одной из них.

Таким образом, осуществив преобразования (1) и (11) и определив необходимые константы, мы получили решение задачи о характеристическом сопротивлении (импедансе) в сечении канала Флоке.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты расчетов импеданса, полученных при использовании конформного отображения и расчетов с помощью системы электродинамического моделирования HFSS приведены на рис. 5. Расчет был проведен для ячеек Флоке, имеющих вдоль оси Oz постоянное сечение при $w = 3, 4, 5$ мм и изменении параметра h от 2 до 12 мм. Как видно на рисунке, результаты совпадают с графической точностью.

На рис. 6 представлены зависимости коэффициента отражения от частоты для решетки регулярных *ТЕМ*-рупоров, рассчитанные методом матрицы рассеяния и конформного отображения (точки) и при помощи HFSS (сплошные линии). Результаты

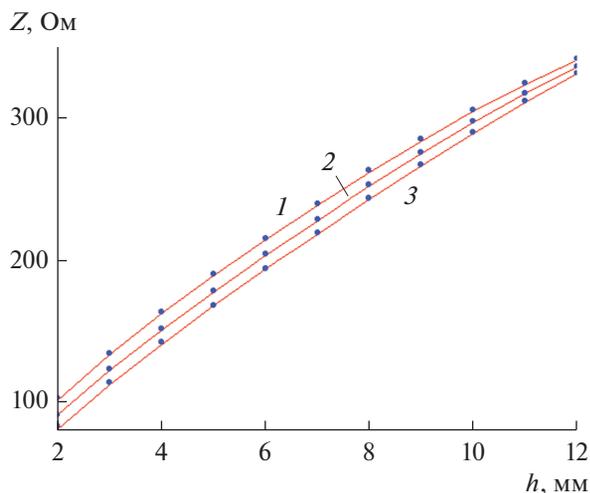


Рис. 5. Зависимость характеристического сопротивления от геометрических параметров структуры: $w = 4$ (1), 5 (2) и 6 мм (3).

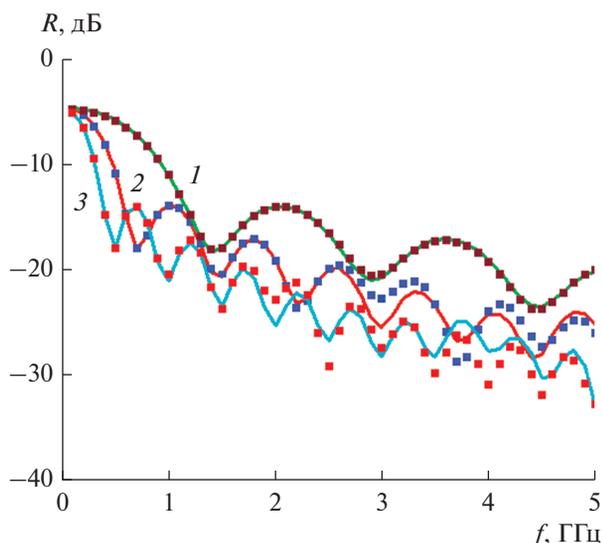


Рис. 6. Зависимости коэффициента отражения от частоты бесконечной двумерно-периодической решетки регулярных TEM -рупоров длиной $L = 100$ (1), 200 (2) и 300 мм (3); точки – расчет методом матрицы рассеяния и конформного отображения, сплошная линия – моделирование на HFSS.

совпадают с графической точностью до уровня -20 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты показали, что метод конформного отображения может быть применен для расчета характеристического сопротивления (импеданса) в сечениях канала Флоке сверхширокополосной синфазной антенной решетки TEM -рупоров с металлизацией межрупорного простран-

ства. Этот вывод подтверждается результатами сравнения с расчетами регулярных ячеек Флоке с использованием HFSS, а также сопоставлением расчетов частотной зависимости коэффициента отражения бесконечной двумерно-периодической решетки регулярных TEM -рупоров.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. McGrath D.T., Baum C.E. // IEEE Trans. 1999. V-AP. 47. № 3. P. 469.
2. Elmansouri M.A., Ha J., Filipovic D.S. // IEEE Trans. 2017. V-AP. 65. № 3. P. 1374.
3. Elmansouri M.A., Filipovic D.S. // IET Microwaves, Antennas and Propagation. 2017. V. 11 № 15. P. 2134.
4. Калошин В.А., Ле Н.Т., Фролова Е.В. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 4. <http://jre.cplire.ru/jre/apr20/2/text.pdf>.
5. Fedorov V.M., Efanov M.V., Ostashev V.Y. et al. // Electronics. 2021. V. 10. № 9. <https://doi.org/10.3390/electronics10091011>
6. Калошин В.А., Нгуен К.З. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 5. <http://jre.cplire.ru/jre/may17/14/text.pdf>.
7. Банков С.Е., Калошин В.А., Нгуен К.З. // РЭ. 2018. Т. 63. № 7. С. 702.
8. Банков С.Е., Калошин В.А., Ле Н.Т. // РЭ. 2018. Т. 63. № 12. С. 1263.
9. Калошин В.А., Ле Н.Т. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar20/8/text.pdf>.
10. Дуленкова М.Д., Калошин В.А. // РЭ. 2022. Т. 68. № 5. С. 419.
11. Банков С.Е., Скородумова Е.А. // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 470.
12. Банков С.Е., Дуленкова М.Д. // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 25.
13. Yang F.C., Lee K.S.H. // Sensor and Simulation Note. 1976. № 221. P. 1.
14. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / Под ред. В.И. Вольмана. М.: Радио и связь, 1982.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977.