

---

---

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

---

---

УДК 621.396:681.323

**СПЕКТР КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА  
ПРИ РАССОГЛАСОВАНИИ КВАДРАТУРНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ**

© 2022 г. С. И. Зиятдинов\*

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,  
ул. Большая Морская, 67, Санкт-Петербург, 190000 Российская Федерация*

\*E-mail: ziat.53@mail.ru

Поступила в редакцию 12.03.2021 г.

После доработки 24.10.2021 г.

Принята к публикации 30.10.2021 г.

Рассмотрен вопрос формирования квадратурных составляющих когерентной системы обработки сигналов, представленной двумя каналами со сдвинутыми на  $90^\circ$  опорными напряжениями. Исследовано влияния практически неизбежных амплитудных и фазовых рассогласований параметров квадратурных каналов на частотные свойства комплексного сигнала. Получены выражения для спектральной плотности комплексного сигнала в случае неравенства коэффициентов передачи каналов и отличия от  $90^\circ$  фазового сдвига опорных напряжений при преобразовании на видеочастоту высокочастотных входных радиосигналов. Показано, что отклонение коэффициентов передачи и фазовое рассогласование квадратурных каналов когерентной системы приводит к появлению в выходном сигнале дополнительной вещественной составляющей, уровень которой определяется величиной отклонения коэффициентов передачи квадратурных каналов и значением фазового рассогласования опорных напряжений.

**DOI:** 10.31857/S0033849422060213

### ВВЕДЕНИЕ

В импульсных радиосистемах реализация когерентной обработки на радиочастоте при длительностях радиоимпульсов от десятых долей микросекунд до наносекунд с частотами заполнения от сотен до тысяч мегагерц является сложной технической задачей. Поэтому в ряде практических случаев при построении когерентных систем, таких как обнаружители и измерители параметров сигналов, систем селекции движущихся целей (СДЦ), систем автоматического сопровождения по дальности и угловым координатам используют преобразование принимаемых высокочастотных радиосигналов на видеочастоту, что позволяет существенно упростить реализацию устройств обработки [1]. Данное преобразование осуществляется с помощью пары преобразователей (квадратурных каналов) со сдвинутыми на  $90^\circ$  опорными напряжениями. В результате формируется на видеочастоте комплексный сигнал в виде двух квадратурных составляющих, используя которые решаются все задачи обработки сигналов [2].

Рассмотренные в литературе вопросы обработки комплексных сигналов на основе их квадратурных составляющих базируются на безошибочном преобразовании высокочастотных сигналов на видео-

частоту [3]. На практике реализовать квадратурные каналы с абсолютно одинаковыми характеристиками не представляется возможным. Каналы могут иметь различные коэффициенты передачи, а используемые опорные напряжения могут иметь фазовый сдвиг, отличный от  $90^\circ$ . Данные погрешности приводят к ошибкам оценки параметров комплексного сигнала [4], снижению качества работы системы СДЦ [5], систем автоматического сопровождения. Так, в работе [4] показано, что наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов приводит к ошибкам оценки таких важнейших параметров комплексного сигнала, как его амплитуда и частота. При незначительных отклонениях коэффициентов передачи квадратурных каналов возникающие ошибки измерения амплитуды и частоты пропорциональны величине отклонения коэффициентов передачи. При этом ошибка измерения амплитуды комплексного сигнала, вызванная фазовым рассогласованием квадратурных каналов, пропорциональна отклонению коэффициентов передачи каналов. В то же время ошибка измерения частоты комплексного сигнала пропорциональна квадрату фазового рассогласования.

В работе [5] дана оценка влияния рассогласований параметров квадратурных каналов на работу

адаптивной системы селекции движущихся целей. В результате показано, что наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов приводит к существенному уменьшению коэффициента подавления пассивных помех.

В связи с этим представляет интерес установление на уровне параметров обрабатываемых сигналов причины ухудшения характеристик систем обработки при наличии погрешностей в настройке квадратурных каналов.

Цель данной работы — исследовать влияние погрешностей реализации квадратурных каналов когерентной системы на частотные свойства комплексного сигнала.

## 1. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

Рассмотрим случай, когда для формирования квадратурных сигналов в когерентных системах обработки используются два фазовых детектора со сдвинутыми по фазе на  $90^\circ$  опорными напряжениями. При подаче на входы фазовых детекторов принимаемого высокочастотного сигнала на выходах фазовых детекторов появляются на видеочастоте два квадратурных сигнала, образующие комплексный сигнал, который запишем в виде

$$z(t) = x(t) + jy(t),$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  — квадратурные составляющие комплексного выходного сигнала квадратурных каналов. В случае отсутствия ошибок преобразования данные сигналы можно представить следующим образом [6]:

$$\begin{aligned} x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U(t)$  и  $\varphi_0(t)$  — флуктуирующие амплитуда и начальная фаза квадратурных сигналов;  $\omega_0$  — средняя частота.

Выражения (1) позволяют записать комплексный сигнал  $z(t)$  в виде

$$z(t) = U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}. \quad (2)$$

Применим к (2) прямое преобразование Фурье. Тогда спектральная плотность комплексного сигнала  $z(t)$  будет определяться выражением

$$\begin{aligned} G_{\text{ком}}(j\omega) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{-j[(\omega - \omega_0)t + \varphi_0(t)]\} dt. \end{aligned} \quad (3)$$

Вид модуля спектральной плотности (3) показан на рис. 1. Спектральная плотность комплексного

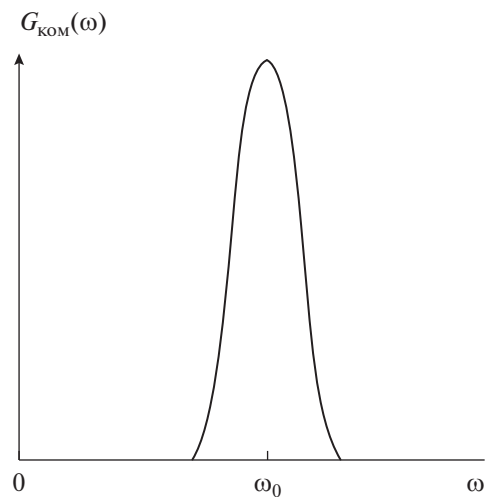


Рис. 1. Модуль спектральной плотности комплексного сигнала.

сигнала является односторонней относительно нуля частот и может располагаться как в области положительных частот, так и в области отрицательных частот.

В дальнейшем будем считать, что квадратурные каналы имеют различные коэффициенты передачи, а фазовые сдвиги опорных напряжений имеют отличный от  $90^\circ$  фазовый сдвиг. В этом случае выходные сигналы квадратурных каналов можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t) &= kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi]; \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k = 1 + \Delta k$ ;  $\Delta k$  — отклонение коэффициентов передачи квадратурных каналов;  $\Delta\varphi$  — отклонение от  $90^\circ$  фазового сдвига опорных напряжений.

## 2. ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАЧИ КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛОВ НА СПЕКТРАЛЬНУЮ ПЛОТНОСТЬ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

Рассмотрим отдельно влияние параметров  $\Delta k$  и  $\Delta\varphi$  на частотные свойства комплексного сигнала (4). Для этого положим в (4)  $\Delta k \neq 0$  и  $\Delta\varphi = 0$ . Тогда выражения (4) примут вид

$$\begin{aligned} x(t) &= kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \end{aligned} \quad (5)$$

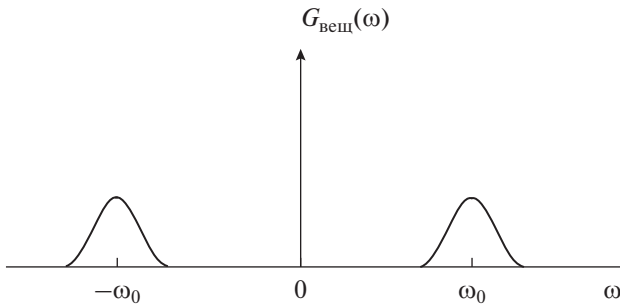


Рис. 2. Модуль спектральной плотности вещественного сигнала.

Используя соотношения (5), найдем спектральную плотность комплексного сигнала:

$$\begin{aligned} G_{\Delta k}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) + jy(t)] \exp(-j\omega t) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \{kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] + \\ &+ jU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим в (6)  $k = 1 + \Delta k$ . В результате получим

$$\begin{aligned} G_{\Delta k}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \{U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] + \\ &+ jU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt + \\ &+ \Delta k \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (7)$$

Перепишем (7) в виде

$$\begin{aligned} G_{\Delta k}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \times \\ &\times \exp(-j\omega t) dt + \\ &+ \Delta k \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (8)$$

В выражении (8) первый интеграл представляет спектральную плотность комплексного сигнала  $G_{\text{ком}}(j\omega)$ , соответствующую спектральной плотности (3), модуль которой показан на рис. 1. Второй интеграл в (8) представляет спектральную плотность  $G_{\text{вещ}}(j\omega)$  вещественного сигнала  $\Delta k U(t) \cos[(\omega_0 t + \varphi_0(t))]$ , которая является двухсторонней относительно нуля частот [7]. Модуль данной спектральной плотности показан на рис. 2.

Таким образом, можно записать, что

$$G_{\Delta k}(j\omega) = G_{\text{ком}}(j\omega) + G_{\text{вещ}}(j\omega), \quad (9)$$

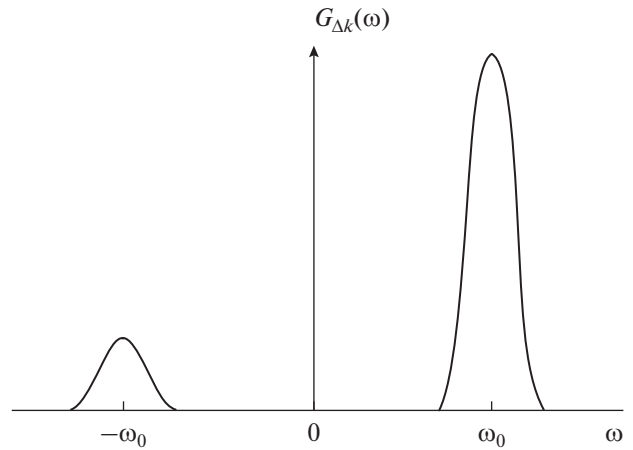


Рис. 3. Модуль спектральной плотности сигнала при амплитудном (фазовом) рассогласовании квадратурных составляющих.

где

$$\begin{aligned} G_{\text{ком}}(j\omega) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt; \\ G_{\text{вещ}}(j\omega) &= \\ &= \Delta k \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned}$$

Графически модуль спектральной плотности (9) показан на рис. 3.

Из полученных результатов следует, что при отклонении коэффициентов передачи квадратурных каналов в спектре выходного сигнала кроме спектральной плотности комплексного сигнала появляется спектральная плотность вещественного сигнала, величина которой определяется разностью коэффициентов передачи квадратурных каналов.

### 3. ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОГО РАССОГЛАСОВАНИЯ КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛОВ НА СПЕКТРАЛЬНУЮ ПЛОТНОСТЬ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

Примем в (4)  $\Delta k = 0$  и  $\Delta\varphi \neq 0$ . Для этих условий квадратурные составляющие (4) записываются в виде

$$\begin{aligned} x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi], \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Первое выражение в (10) можно представить следующим образом:

$$x(t) = U(t) \cos \Delta \varphi \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)].$$

Тогда комплексный сигнал записывается в виде

$$z(t) = U(t) \cos \Delta \varphi \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] + jU(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \quad (11)$$

В выражении (11) сделаем следующую подстановку  $\cos \Delta \varphi = 1 - d$ . В результате (11) можно представить как

$$\begin{aligned} z(t) &= U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] + jU(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - \\ &- U(t) d \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] = \\ &= U(t) \exp \{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} - \\ &- \{U(t) d \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] + \\ &+ U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}. \end{aligned} \quad (12)$$

В полученном соотношении (12) первое слагаемое является комплексным сигналом и определяет спектральную плотность  $G_{\text{ком}}(j\omega)$  комплексной составляющей выходного сигнала квадратурных каналов, второе слагаемое является вещественным сигналом и определяет спектральную плотность  $G_{\text{вещ}}(j\omega)$  вещественной составляющей выходного сигнала квадратурных каналов.

Найдем составляющую  $G_{\text{вещ}}(j\omega)$  выходного сигнала квадратурных каналов. Для этого ко второму слагаемому выражения (12) применим прямое преобразование Фурье

$$\begin{aligned} G_{\text{вещ}}(j\omega) &= d \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \times \\ &\times \exp(-j\omega t) dt + \sin \Delta \varphi \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \times \\ &\times \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (13)$$

Соотношение (13) перепишем в виде

$$G_{\text{вещ}}(j\omega) = dG_{\text{вещ}}^*(j\omega) + \sin \Delta \varphi G^*(j\omega), \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} G_{\text{вещ}}^*(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt, \\ G^*(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt \end{aligned}$$

– спектральные плотности вещественных сигналов  $U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)]$  и  $U(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)]$  соответственно.

При малых углах фазового рассогласования квадратурных каналов  $\Delta \varphi$ , не превышающих единиц градусов, с учетом того, что  $d \approx \Delta \varphi^2 / 2 \ll \Delta \varphi$  выражение (14) можно представить следующим образом:

$$G_{\text{вещ}}(j\omega) \approx \Delta \varphi G^*(j\omega).$$

В результате спектральная плотность выходного сигнала квадратурных каналов принимает вид

$$G_{\Delta \varphi}(j\omega) = G_{\text{ком}}(j\omega) + G_{\text{вещ}}(j\omega). \quad (15)$$

Графически модуль спектральной плотности (15) имеет такой же вид, как и спектральная плотность (9), представленная на рис. 3.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что при фазовом рассогласовании квадратурных каналов в спектре выходного сигнала присутствует спектральная плотность как комплексного, так и вещественного сигнала, величина которой определяется уровнем фазового рассогласования каналов. Возможные по разным причинам изменения параметров настройки квадратурных каналов могут быть скомпенсированы путем использования устройства автоматического регулирования усиления и схемы фазовой автоподстройки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К качеству настройки квадратурных каналов когерентной системы обработки сигналов должны предъявляться весьма жесткие требования. Наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов обуславливает искажение спектральной плотности выходного комплексного сигнала. Ошибки настройки квадратурных каналов когерентной системы приводят к появлению в выходном сигнале каналов вещественной составляющей, уровень которой пропорционален разности коэффициентов передачи и величине фазового отклонения опорных напряжений от  $90^\circ$ . Наличие в выходном сигнале квадратурных каналов когерентной системы вещественной составляющей приводит к ошибкам оценки параметров комплексного сигнала, к ошибкам при решении задач обнаружения сигналов, снижению качества работы систем селекции движущихся целей.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бакулев П.А., Стенин В.М.* Методы и устройства селекции движущихся целей. М.: Радио и связь, 1986.
2. *Бакулев П.А.* Радиолокационные системы. М.: Радиотехника, 2004.
3. *Попов В.И.* // Радиопромышленность. 2017. Т. 27. № 1. С. 57.
4. *Мичурин С.В.* // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63. № 6. С. 495.
5. *Зиатдинов С.И.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2020. Т. 23. № 3. С. 25.
6. *Попов Д.И.* // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32.
7. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.