

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ВЫПУКЛО-ВОГНУТОЙ НАНООБОЛОЧКЕ ИЗ СЕРЕБРА

© 2022 г. А. П. Аниютин*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация*

*E-mail: anioutine@mail.ru

Поступила в редакцию 28.05.2021 г.

После доработки 28.05.2021 г.

Принята к публикации 25.06.2021 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны TM -типа на цилиндрической нанооболочке (структуре) из серебра, внешний и внутренний контуры поперечного сечения которой представляет собой симметричные выпукло-вогнутые кривые. В диапазоне длин волн $320 \text{ нм} < \lambda < 1500 \text{ нм}$ (λ – длина волны) строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния, диаграммы рассеяния и структура ближнего поля для резонансных длин волн. Исследовано влияние геометрических размеров структуры, угла падения плоской волны и относительной диэлектрической проницаемости ядра оболочки на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что у таких оболочек наблюдается наличие выраженных мультипольных резонансов, эффект вырождения ближнего поля, возможность смещения дипольного резонанса в область $\lambda \approx 1500 \dots 1700 \text{ нм}$ и значительное различие в резонансных длинах волн у дипольных и мультипольных резонансов.

DOI: 10.31857/S0033849422070038

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что при дифракции электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн $320 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ (λ – длина волны) наблюдается как образование поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так и наличие их резонансов. Отметим, что интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов в таких структурах связан с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, что позволяет использовать этот эффект в субволновом и ближнепольном зондировании. В [1] отмечалось, что нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров. Плазмонные резонансы в цилиндрических выпуклых нанооболочках (структурах), имеющих постоянную или переменную кривизну контуров поперечного сечения наноструктур без изменения знака кривизны, исследовались в целом ряде работ. Так, было показано, что в отличие от случая сплошных цилиндрических нанонитей [1], плазмонные резонансы нанотрубок располагаются в видимой области светового диапазона [2, 3]. В работе [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины, в предположении, что гра-

ницами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварцевого ядра, образованные круговыми, эллиптическими цилиндрами или прямоугольными пластинами, рассматривались в работах [5–10].

Цель данной работы – исследование особенностей резонансов плазмонов, образующихся в выпукло-вогнутой нанооболочке из серебра с кварцевым ядром в диапазоне длин волн $320 \text{ нм} < \lambda < 1500 \text{ нм}$.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной линейно-поляризованной волны TM -типа на диэлектрической цилиндрической оболочке (структуре) в случае, когда ее внешний и внутренний контуры поперечного сечения представляют собой выпукло-вогнутые кривые. Будем считать, что в цилиндрической системе координат r, φ внешний $r_1(\varphi)$ и внутренний $r_2(\varphi)$ контуры поперечного сечения оболочки описываются соответственно формулами

$$r_1(\varphi) = a_1 + b_1 \cos(2\varphi), \quad a_1 > b_1, \quad (1)$$

$$r_2(\varphi) = a_2 + b_2 \cos(2\varphi), \quad a_2 > b_2, \quad a_2 < a_1. \quad (2)$$

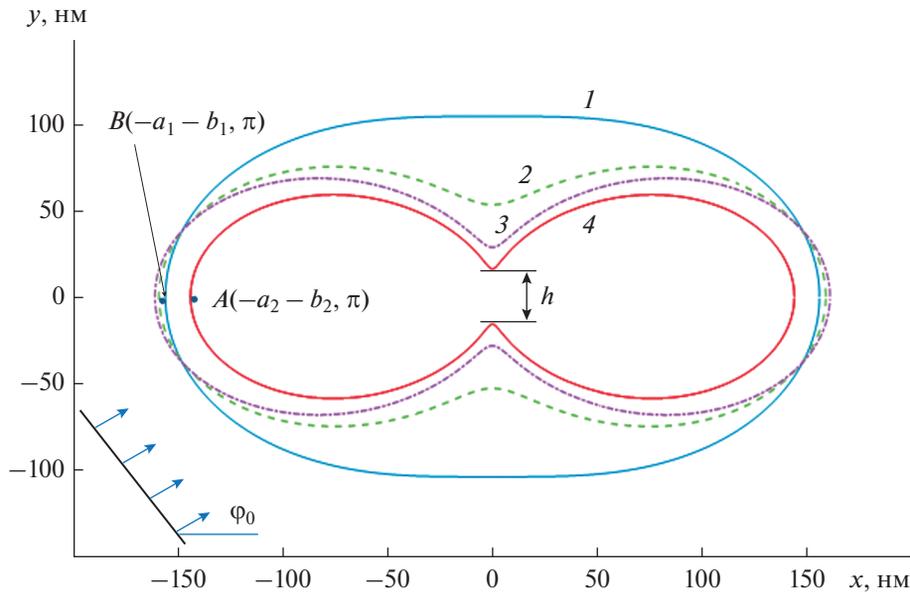


Рис. 1. Геометрия контуров поперечного сечения выпукло-вогнутой оболочки (параметры для внешних (1–3) и внутренней (4) оболочек см. в тексте).

На рис. 1 представлена геометрия внутренней и внешних оболочек с различными параметрами: внешние оболочки (кривые 1–3) – $d = 10$ нм, $a_1 = d + (a_2 + b_2)/(1 + \alpha)$, $b_1 = \alpha a_1$, $\alpha = 0.2$ (1), 0.5 (2), 0.7 (3), внутренняя оболочка (кривая 4) – $a_2 = 80$, $b_2 = 0.8a_2$.

Отметим, что, изменяя отношение параметров $b_{1,2}/a_{1,2}$, можно изменять как степень “вогнутости”, толщину контуров оболочки, так и размер h ее отверстия (см. рис. 1).

Плоская волна *TM*-типа распространяется в направлении единичного вектора $(\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0)$ и характеризуется в цилиндрической системе координат r, φ следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)], \\ E_\varphi^0 &= \eta \cos(\varphi - \varphi_0) \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)], \\ E_r^0 &= \eta \sin(\varphi - \varphi_0) \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$ – круговая частота (c – скорость света в вакууме), $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, $\eta = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление вакуума.

Считается, что среда оболочки представляет собой серебро, а ее ядро (внутренняя область) состоит из кварца или свободного пространства. При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости серебра $\epsilon_{Ag} = \epsilon' - i\epsilon'' \equiv \text{Re}(\epsilon_{Ag}) - i \text{Im}(\epsilon_{Ag})$ в диапазоне длин волн $320 \text{ нм} < \lambda < 1500 \text{ нм}$ рассчитывалась на ос-

нове интерполяции кубическими сплайнами экспериментальных данных работы [11]. Относительная диэлектрическая проницаемость ядра оболочки в случае кварца в этом диапазоне длин волн считалась постоянной и равной $\epsilon_{SiO_2} = 2.16$. В случае ядра из свободного пространства относительная диэлектрическая проницаемость полагалась равной $\epsilon_0 = 1$.

Пространственное распределение относительной диэлектрической проницаемости для оболочки из серебра и кварцевого ядра (см. рис. 1) имеет вид

$$\epsilon(r, \varphi) = \begin{cases} \epsilon_{Ag}, & r_2(\varphi) < r < r_1(\varphi), \\ \epsilon_{SiO_2}, & r < r_2(\varphi), \\ 1, & r > r_1(\varphi). \end{cases} \quad (4)$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя z -компоненту $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$ магнитного поля, так как краевая задача для функции $U(r, \varphi)$ является скалярной. Полное поле $U(r, \varphi)$ в кусочно-постоянной среде (4) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2 \epsilon(r, \varphi) \right] U(r, \varphi) = 0. \quad (5)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию $U(r, \varphi)$:

$$\begin{aligned} E_\varphi(r, \varphi) &= -\frac{\eta}{ik\epsilon(r, \varphi)} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial r}, \\ E_r(r, \varphi) &= \frac{\eta}{ik\epsilon(r, \varphi)} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (6)$$

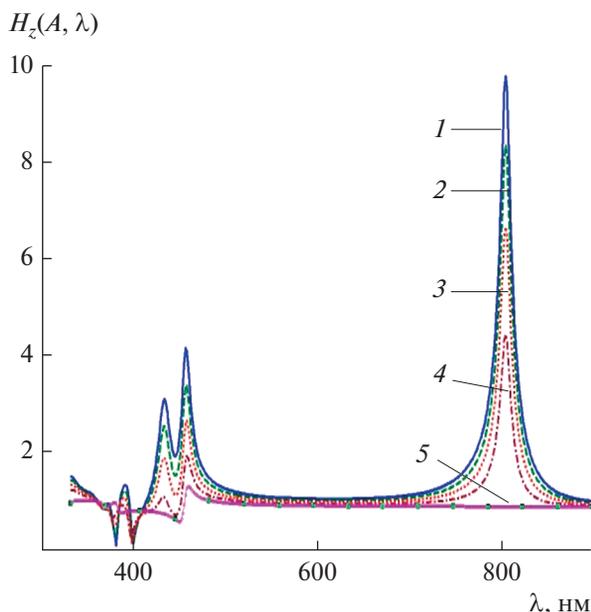


Рис. 2. Зависимость модуля компоненты поля $H_z(A, \lambda)$ в точке A от длины волны λ при различных углах падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ (1), π (2), $\pi/2$ (3), $\pi/4$ (4), $\pi/2$ (5) и при параметрах оболочки с кварцевым ядром: $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 25$ нм, $b_2 = 0.8a_2$.

На границах структуры должны быть непрерывны величины U и $\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial N}$, где $\frac{\partial U}{\partial N}$ – производная по направлению нормали к границе раздела сред.

Отметим, что полное поле $U(r, \varphi)$ вне оболочки состоит из падающего U^0 и рассеянного U^s полей:

$$U(r, \varphi) = U^0(r, \varphi) + U^s(r, \varphi). \quad (7)$$

При этом падающее поле задается функцией

$$U^0 = \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)]. \quad (8)$$

Рассеянное поле $U^s(r, \varphi)$ в цилиндрической системе координат (r, φ) в дальней зоне ($kr \rightarrow \infty$) должно удовлетворять условию излучения:

$$U^s = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (9)$$

где $\Phi(\varphi)$ – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния σ_s определяется формулой

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (10)$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной выше задачи проводили модифицированным методом

дискретных источников [12, 13]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки δ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наилучшим образом [12]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину $\delta < 10^{-3}$.

Рассмотрим сначала случай выпукло-вогнутой оболочки с кварцевым ядром и параметрами $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 15$ нм, $b_2 = 0.8a_2$. Отметим, что в диапазоне длин волн 320 нм $< \lambda < 1500$ нм максимальный электрический размер оболочки $kL = 2k(a_1 + b_1)$ лежит в интервале $0.3351 < kL < 1.508$.

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости модуля компоненты поля $H_z(A, \lambda)$ (спектра поля $H_z(A, \lambda)$) от длины волны λ в точке A с координатами оболочки $r = a_2 + b_2$, $\varphi = \pi$ (точка внутреннего контура на рис. 1) при различных углах падения плоской волны $\varphi_0 = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$ и кварцевого ядра с относительной диэлектрической проницаемостью, равной $\varepsilon_{\text{SiO}_2} = 2.16$. Из представленных на рис. 2 данных следует, что спектр поля $H_z(A, \lambda)$ содержит четыре максимума для углов падения плоской волны $0 \leq \varphi_0 < \pi/2$. При угле падения $\varphi_0 = \pi/2$ наибольший (главный) максимум поля отсутствует. Далее покажем, что эти максимумы поля $H_z(A, \lambda)$ соответствуют резонансам плазмонов, образующихся на внутреннем контуре оболочки. Отметим, что расположение резонансов (максимумов $H_z(A, \lambda)$) практически не зависит от угла падения φ_0 плоской волны. Первые три резонанса имеют место соответственно при значениях длин волн $\lambda = 806, 457.5$ и 433.6 нм. Наибольший максимум поля наблюдается при длине волны $\lambda = 806$ нм, ($kL \approx 0.62 < 1$), т.е. принадлежит квазистатическому диапазону длин волн. Остальные резонансы располагаются в резонансном ($kL \approx 1.2$) диапазоне длин волн.

На рис. 3а–3в представлено пространственное распределение линий равных амплитуд поля $H_z(A, \lambda)$ для рассмотренной выше оболочки в случае трех резонансов поля $H_z(A, \lambda)$ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$. Результаты расчетов показывают, что при $\lambda = 806$ нм наблюдается дипольный резонанс (главный максимум), а при $\lambda = 457.5$ и 433.6 нм – мультипольные резонансы.

Отметим, что в случае дипольного резонанса увеличение поля $H_z(A, \lambda)$ наблюдается не только вблизи внутренней поверхности оболочки, но и в значительной части ее внутренней области. При

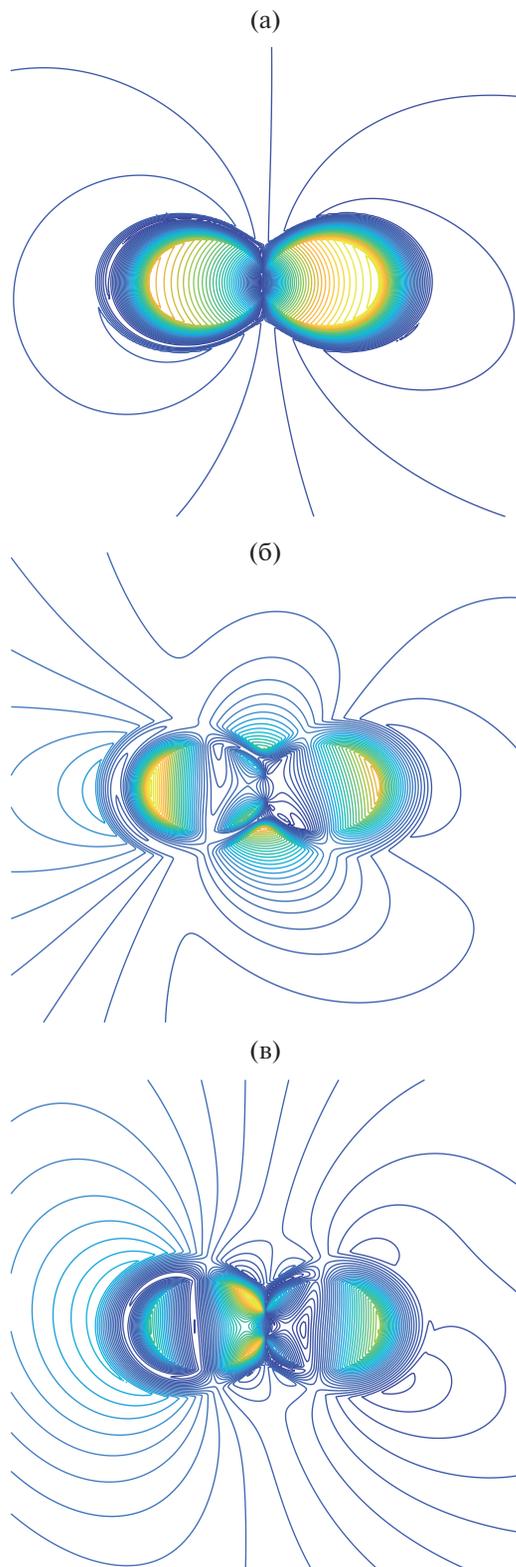


Рис. 3. Пространственное распределение линий равных амплитуд поля $H_z(A, \lambda)$ для оболочки с кварцевым ядром и параметрами: $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 25$ нм, $b_2 = 0.8a_2$, при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$ и длинах волн $\lambda = 806$ (а), 457.5 (б) и 433.6 нм (в).

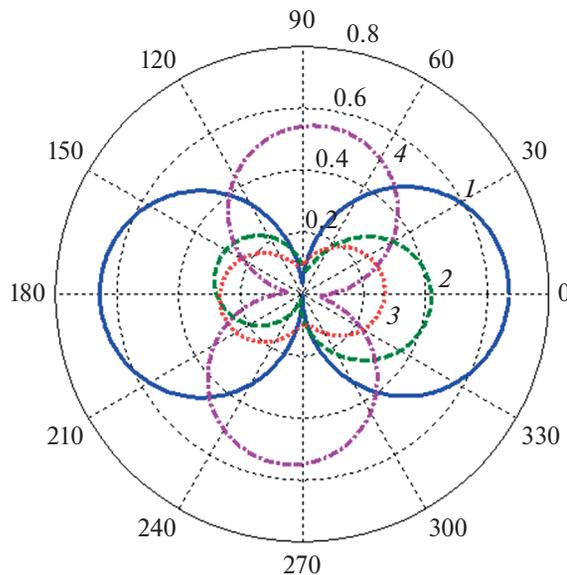


Рис. 4. Диаграмма рассеяния для выпукло-вогнутой оболочки с кварцевым ядром и параметрами: $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 15$ нм, $b_2 = 0.8a_2$, при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$; $\lambda = 433.6$ (1), 457.5 (2), 806 (3) и 600 нм (4).

мультипольных резонансах увеличение поля $H_z(A, \lambda)$ происходит в отдельных (локальных) частях поверхности оболочки. Распределения линий равных амплитуд поля $H_z(A, \lambda)$ (см. рис. 3б, 3в) показывают наличие эффекта вырождения ближнего поля оболочки, приводящее к образованию только двух лепестков у диаграммы рассеяния.

Результаты расчета диаграммы рассеяния для оболочки при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$ и трех резонансных длинах волн, $\lambda = 433.6, 457.5$ и 806 нм, и одной нерезонансной, 600 нм, изображены на рис. 4. Из рисунка следует, что во всех указанных случаях диаграммы рассеяния содержат только два лепестка. При этом в резонансных случаях максимумы лепестков диаграммы рассеяния соответствуют направлениям углов $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. Однако в нерезонансном случае $\lambda = 600$ нм максимумы лепестков наблюдаются при углах $\varphi = \pm\pi/2$, т.е. диаграмма рассеяния повернута на угол 90° относительно резонансных случаев.

На рис. 5а, 5б представлены зависимости спектра поля $H_z(A, \lambda)$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром и оболочки, ядро которой представляет собой свободное пространство. При этом угол падения плоской волны равен $\varphi_0 = \pi/6$. Параметры внешнего контура оставались постоянными и равными $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, а параметры внутреннего контура изменяли свои значения: $a_2 = 15$ нм, $b_2 = 0.6a_2, 0.7a_2, 0.8a_2, 0.9a_2$, вызывая

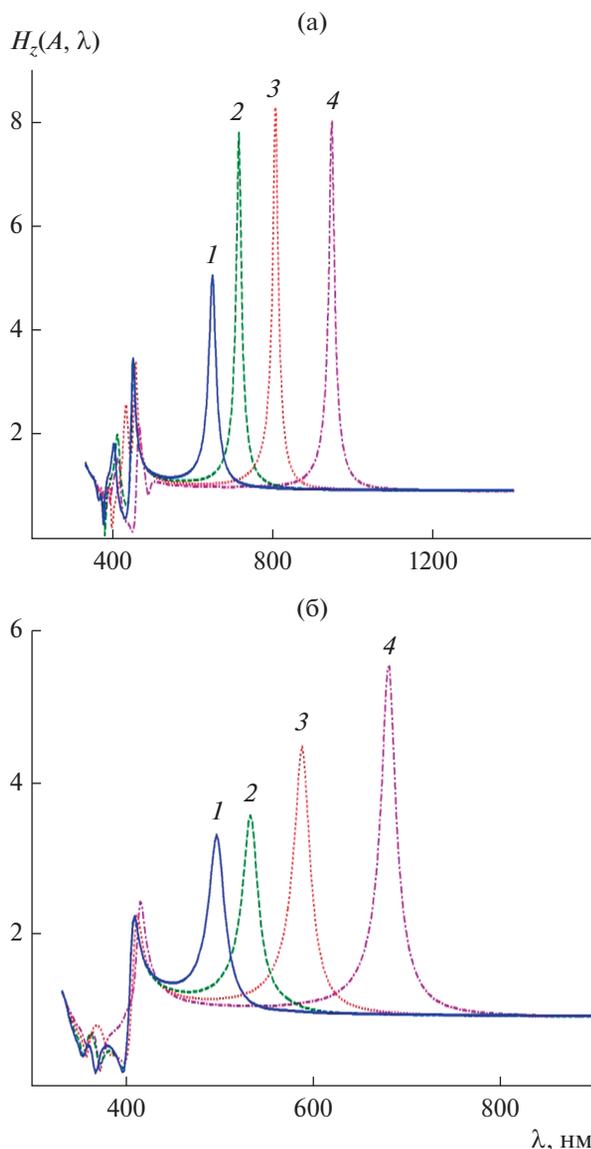


Рис. 5. Зависимость модуля компоненты поля $H_z(A, \lambda)$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром (а) или ядром из свободного пространства (б); параметры: $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 15$ нм, $b_2 = 0.6a_2$ (1), $0.7a_2$ (2), $0.8a_2$ (3), $0.9a_2$ (4) при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$.

изменение кривизны внутреннего контура и размера отверстия $h = a_2 - b_2$. Из данных, представленных на этих рисунках, следует, что в случае кварцевого ядра увеличение параметра b_2 (уменьшение размера отверстия h) приводит к смещению резонансной длины волны дипольного резонанса примерно на 300 нм в сторону больших длин волн. Для ядра из свободного пространства также наблюдается аналогичное смещение резонансной длины волны дипольного резонанса. Однако величина

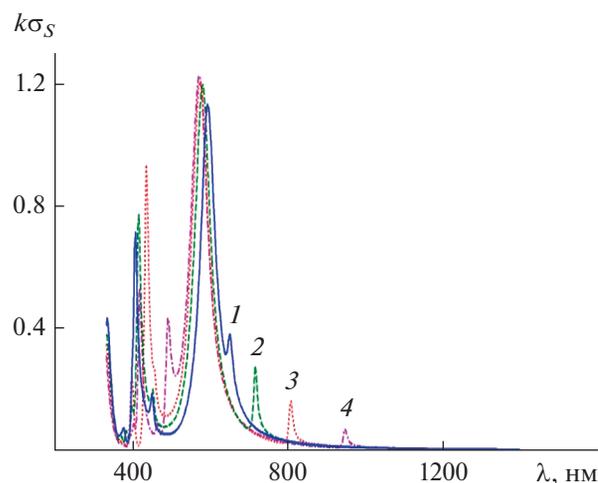


Рис. 6. Зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром при параметрах внешнего контура: $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$ и внутреннего контура: $a_2 = 15$ нм, $b_2 = 0.6a_2$ (1), $0.7a_2$ (2), $0.8a_2$ (3), $0.9a_2$ (4).

смещения равна примерно 180 нм, т.е. значительно меньше, чем для кварцевого ядра. Таким образом, изменяя кривизну внутреннего контура или относительную диэлектрическую проницаемость ядра оболочки, мы можем изменять резонансную длину волны дипольного резонанса. Отметим, что влияние кривизны внутреннего контура или относительной диэлектрической проницаемости ядра оболочки на смещение резонансных длин волн у мультипольных резонансов более слабое.

Рисунок 6 иллюстрирует результаты расчетов нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для рассмотренной выше оболочки с кварцевым ядром, параметрах внешнего контура $a_1 = 25$ нм, $b_1 = 0.6a_1$ и различных значениях параметров внутреннего контура: $a_2 = 15$ нм, $b_2 = 0.6a_2, 0.7a_2, 0.8a_2, 0.9a_2$. Из рис. 6 видно, что каждая кривая содержит несколько основных и побочных максимумов. Отметим соответствие основных максимумов дипольным и мультипольным резонансам плазмонов. Кроме того, наличие побочных максимумов свидетельствует о существовании эффекта вытеснения ближнего поля плазмонов.

Рассмотрим теперь случай выпукло-вогнутой оболочки с кварцевым ядром и большими, чем в предыдущем случае, параметрами внешнего и внутреннего контуров. При этом параметры внешнего контура полагались равными: $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, а параметры внутреннего контура изменяли свои значения: $a_2 = 80$ нм, $b_2 = 0.7a_2, 0.8a_2, 0.9a_2$. Угол падения плоской волны был равен $\varphi_0 = \pi/6$. Отметим, что диапазоне длин волн

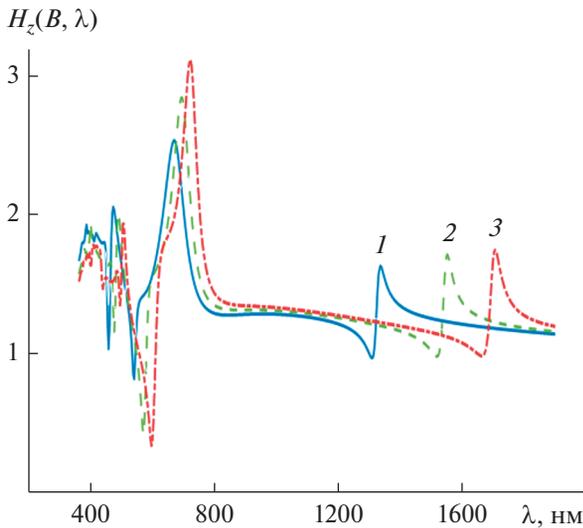


Рис. 7. Зависимость модуля компоненты поля $H_z(B, \lambda)$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром и параметрами: $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 80$ нм, $b_2 = 0.7a_2$ (1), $0.8a_2$ (2), $0.9a_2$ (3), при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$.

$320 \text{ нм} < \lambda < 1500 \text{ нм}$ максимальный электрический размер $kL = 2k(a_1 + b_1)$ оболочки лежит в интервале $1.508 < kL < 7.068$.

На рис. 7 представлены зависимости спектра поля $H_z(B, \lambda)$ от длины волны для этого случая. Из рисунка следует, что каждая кривая содержит несколько максимумов различной амплитуды. Максимумы спектра поля $H_z(A, \lambda)$ соответствуют дипольному и мультипольному резонансам плазмонов. При этом увеличение кривизны внутреннего контура (уменьшение размера отверстия h , см. рис. 1) ведет к смещению резонансной длины волны дипольного резонанса в сторону ее увеличения примерно на 400 нм.

Результаты расчетов нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для рассмотренной выше оболочки с кварцевым ядром представлены на рис. 8. Здесь каждая кривая имеет несколько максимумов, существование которых объясняется наличием дипольного и мультипольного резонансов плазмонов.

Выше на рис. 7, 8 мы привели результаты расчетов для оболочки, у которой кривизна внешнего контура оставалась постоянной, а кривизна внутреннего контура изменялась. Рассмотрим теперь обратную ситуацию, когда кривизна внутреннего контура остается постоянной, а изменяется кривизна внешнего контура. Этой ситуации соответствует оболочки, изображенные на рис. 1, у которых параметры внутреннего контура $a_2 = 80$ нм, $b_2 = 0.8a_2$, а параметры внешнего контура следую-

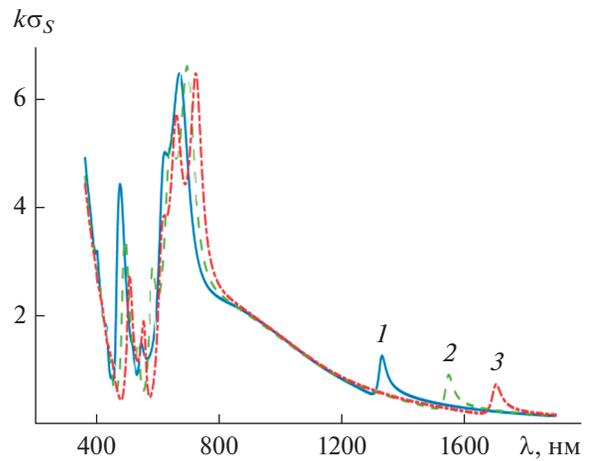


Рис. 8. Зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_S$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром и параметрами: $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 0.6a_1$, $a_2 = 80$ нм, $b_2 = 0.7a_2$ (1), $0.8a_2$ (2), $0.9a_2$ (3), и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$.

щие: $a_1 = d + (a_2 + b_2)/(1 + \alpha_1)$, $d = 10$ нм, $b_1 = \alpha_1 a_1$, $\alpha_1 = 0.2, 0.5, 0.7$.

На рис. 9 изображены зависимости спектра поля $H_z(B, \lambda)$ от длины волны для таких оболочек с кварцевым ядром при угле падения плоской вол-

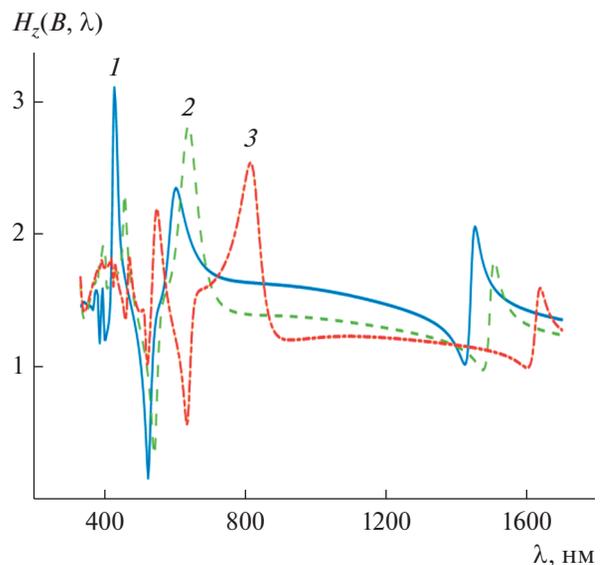


Рис. 9. Зависимость модуля компоненты поля $H_z(B, \lambda)$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром и параметрами: $a_2 = 80$ нм, $b_2 = 0.8a_2$, $a_1 = d + (a_2 + b_2)/(1 + \alpha_1)$, $d = 10$ нм, $b_1 = \alpha_1 a_1$, $\alpha_1 = 0.2$ (1), 0.5 (2), 0.9 (3), при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$.

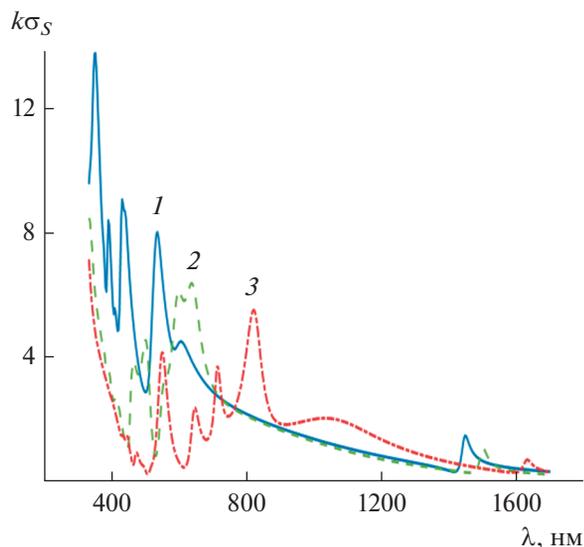


Рис. 10. Зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны для оболочки с кварцевым ядром и параметрами: $a_1 = 80$ нм, $b_2 = 0.8a_2$, $a_1 = d + (a_2 + b_2)/(1 + \alpha_1)$, $d = 10$ нм, $b_1 = \alpha_1 a_1$, $\alpha_1 = 0.2$ (1), 0.5 (2), 0.7 (3), при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/6$.

ны $\varphi_0 = \pi/6$. Из рисунка видно, что зависимости спектра поля $H_z(A, \lambda)$ от длины волны имеют несколько максимумов. При этом максимум поля, соответствующий дипольному резонансу, располагается в окрестности $\lambda \approx 1500...1700$ нм. Увеличение кривизны внешнего контура приводит к смещению резонансной длины волны примерно на 200 нм как для дипольного, так и мультипольного резонансов.

На рис. 10 представлены зависимости нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны для таких оболочек. Из рисунка видно, что для таких оболочек характерно наличие выраженных колебаний в области длин волн, где имеют место мультипольные резонансы. При этом их максимумы имеют большие значения чем максимумы, соответствующие дипольным резонансам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической оболочке из серебра, контуры поперечного сечения которой представляют собой выпукло-вогнутые кривые. Показано, что у таких оболочек наблюдается наличие выраженных мультипольных резонансов, эффект вырождения ближнего поля, а также возможность смещения дипольного резонанса в область $\lambda \approx 1500...1700$ нм. Отмечено значительное различие в значениях резонансных длин волн у дипольных и мультипольных резонансов.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. Velichko E.A., Nosich A.I. // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
5. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 35.
6. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
7. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
8. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 402.
9. Анютин А.П., Коршунов И.П. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1099.
10. Анютин А.П. // РЭ. 2020. Т. 65. № 3. С. 240.
11. Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
12. Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л. // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
13. Anyutin A.P., Stasevich V.I. // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.