

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.01

О ВОЗМОЖНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СВЕРХКОРОТКОГО РАДИОИМПУЛЬСА, ДЕФОРМИРОВАННОГО ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЫ

© 2022 г. Г. М. Стрелков^а, *, Ю. С. Худышев^а

^а Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: strelkov@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 17.12.2021 г.

После доработки 24.03.2022 г.

Принята к публикации 30.03.2022 г.

Изложены результаты анализа возможности восстановления исходной формы передаваемого радиоимпульса по временному ходу напряженности поля излучения, регистрируемого на приемном конце трассы. Анализ выполнен применительно к сверхкороткому синусоидальному цугу с синусоидальной огибающей, среда распространения – холодная разреженная плазма. Восстановление формы выполнено на основе полученного интегрального соотношения, во временной области выражающего поле излучаемого импульса через принимаемое поле. Приведены примеры, иллюстрирующие возможность эффективного восстановления исходной формы излученного импульса для ряда значений параметров задачи.

DOI: 10.31857/S0033849422080150

ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью процесса распространения радиоимпульсных сигналов в плазменных средах являются нарастающие с удалением от излучателя изменения их формы и интегральных характеристик. При достаточной протяженности трассы регистрируемый временной ход суммарной напряженности поля может весьма значительно отличаться от такового для излучаемого импульса. Искажения приводят к снижению надежности передачи информации, а при их значительном уровне – к необходимости введения дополнительных процедур по предварительной идентификации принимаемого сигнала. Естественно, возникают вопросы как о возможности компенсации искажений передаваемых импульсов (см., например, [1–3]), так и о возможности определения характеристик трассы, например ее длины [4, 5], по характеристикам принимаемого поля. Самостоятельным среди них является вопрос о восстановлении исходной формы поступившего в среду импульса.

Цель данной работы – аналитически и на основе вычислений оценить возможность восстановления исходной формы поступившего в среду сверхкороткого радиоимпульса по принимаемому деформированному импульсу применительно к случаю холодной плазмы. Частично результаты доложены на Международной конференции [6].

1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Пусть электромагнитный импульс распространяется в холодной плазменной среде по трассе протяженностью z с интегральной электронной концентрацией ТЕС. Процесс распространения описывается волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где E – напряженность электрического поля; c – скорость света в среде; t – время; P – поляризация единицы объема среды. В соответствии с моделью среды со свободными зарядами [8–10] величину P опишем уравнением

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \nu_e \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{e^2 N_e}{m} E \quad (2)$$

(e и m – заряд и масса электрона, N_e – электронная концентрация).

Решение системы уравнений (1) и (2) получено в [7] при единственном условии, что спектр излучаемого импульса находится вне области непрозрачности плазмы. В соответствии с [7] напряженность поля излучения, регистрируемая

на приемном конце трассы, описывается выражением

$$E(\text{ТЕС}; t') = E(0; t') - \int_0^{t'} \sqrt{\frac{\delta}{\theta}} J_1(2\sqrt{\delta\theta}) \exp(-v_{\text{эф}}\theta) E(0; t' - \theta) d\theta. \quad (3)$$

Здесь $E(0; t')$ – напряженность поля излучения, поступающего в среду; $t' = t - z/c$; $v_{\text{эф}}$ – эффективная частота соударений; $\delta = \omega_0^2 z / (2c)$; $\omega_0^2 = 31.81 \times 10^8 N_e$; ω_0 – плазменная частота; $J_1(x)$ – функция Бесселя. Нетрудно видеть, что величина параметра δ прямо пропорциональна ТЕС.

Относительно функции времени $E(0; t')$ равенство (3) представляет собой интегральное уравнение Вольтерра второго рода с разностным ядром [10]. Соответственно, его решение найдем, применив к (3) преобразование Лапласа по временной переменной. С учетом операторного равенства из [11, ф-ла 5.5.36] имеем

$$\begin{aligned} E(\text{ТЕС}; p) &= \\ &= E(0; p) - \left(\exp\left(-\frac{\delta}{p + v_{\text{эф}}}\right) - 1 \right) E(0; p) = \\ &= \exp\left(-\frac{\delta}{p + v_{\text{эф}}}\right) E(0; p). \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} E(0; p) &= \int_0^{\infty} E(0; t') \exp(-pt') dt', \\ E(\text{ТЕС}; p) &= \int_0^{\infty} E(\text{ТЕС}; t') \exp(-pt') dt'. \end{aligned}$$

Полагая далее величину $E(0; p)$ неизвестной, перепишем (4) в виде

$$\begin{aligned} E(0; p) &= \exp\left(\frac{\delta}{p + v_{\text{эф}} + i\omega}\right) E(\text{ТЕС}; p) = \\ &= E(\text{ТЕС}; p) + \left(\exp\left(\frac{\delta}{p + v_{\text{эф}} + i\omega}\right) - 1 \right) E(\text{ТЕС}; p). \end{aligned} \quad (5)$$

Обратный переход во временную область ([9, операторное равенство 5.5.31]) дает

$$\begin{aligned} E(0; t') &= E(\text{ТЕС}; t') + \\ &+ \int_0^{t'} \sqrt{\frac{\delta}{\theta}} J_1(2\sqrt{\delta\theta}) \exp(-v_{\text{эф}}\theta) E(\text{ТЕС}; t' - \theta) d\theta. \end{aligned} \quad (6a)$$

Здесь $I_1(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого порядка, остальные величины определены выше.

Полагая, что временной ход величины $E(\text{ТЕС}; t')$ достаточно достоверно известен, на-

пример по экспериментальным данным, и также известна величина ТЕС трассы, получаем возможность трактовать соотношение (6a) как инструмент восстановления исходной формы принятого импульса. Соответственно, далее под левой частью формулы (6a) будем понимать восстановленный импульс, напряженность поля которого теперь переобозначим как $E_{\text{в}}(\text{ТЕС}; t')$. Тогда формула примет вид

$$\begin{aligned} E_{\text{в}}(\text{ТЕС}; t') &= E(\text{ТЕС}; t') + \\ &+ \int_0^{t'} \sqrt{\frac{\delta}{\theta}} J_1(2\sqrt{\delta\theta}) \exp(-v_{\text{эф}}\theta) E(\text{ТЕС}; t' - \theta) d\theta. \end{aligned} \quad (6b)$$

Вычисления в (3) и (6b) выполнялись с четверной точностью (34 значащие цифры), интегралы вычислялись методом Гаусса по 15 узлам интегрирования. Все следующие данные являются следствием соотношений (3) и (6b).

2. ИЗЛУЧАЕМЫЙ, ДЕФОРМИРОВАННЫЙ И ВОССТАНОВЛЕННЫЙ СВЕРХКОРОТКИЕ ИМПУЛЬСЫ

Возможность восстановления исходной формы излученного импульса с применением соотношений (3) и (6b) рассмотрим на примере радиоимпульса вида

$$E(0; t) = \begin{cases} E_0 \sin(\pi t/t_n) \sin(2\pi N t/t_n), & 0 \leq t \leq t_n; \\ 0, & t > t_n, \end{cases} \quad (7)$$

где N – число полных колебаний поля в импульсе; $t_n = NT = N/f'$ – длительность импульса; T и f' – период колебаний и частота колебаний (“несущая”) поля в излучаемом импульсе; E_0 – “высота” импульса. Начальное значение энергии импульса (3) при $E_0 = 1$ и целых значениях параметра N равно

$$E_n(0) = \int_0^{t_n} E^2(0; t) dt = 0.25t_n.$$

Рисунки 1 и 2 совместно иллюстрируют принципиальную возможность восстановления формы поступившего в среду импульса по временной зависимости напряженности поля, регистрируемой на приемном конце трассы. На рисунках для ряда возрастающих по величине ТЕС (10^{15} , 10^{16} , 2.0×10^{16} , 2.4×10^{16} и 2.6×10^{16} м⁻²) сопоставлены кривые 1 и 2: соответственно напряженность поля излучения $E(0; t')$, поступающего в среду (излучаемый импульс), и напряженность поля $E(\text{ТЕС}; t')$, регистрируемая на приемном конце трассы (деформированный импульс). Как видим, кривые 2 постепенно отстают и становятся шире относительно кривых 1. Количественные данные о степени нарастающей деформации кривых 2

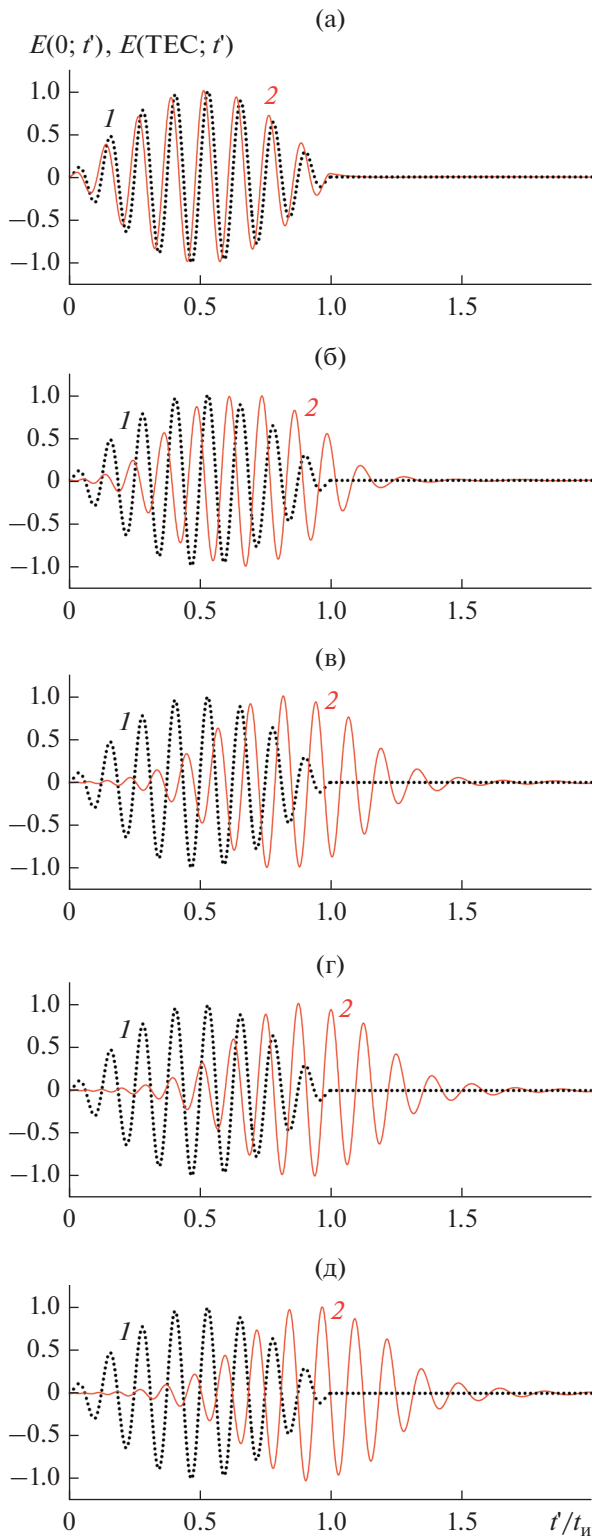


Рис. 1. Сопоставление напряженностей поля излучаемого $E(0; t')$ (кривые 1) и принимаемого $E(\text{TEC}; t')$ (кривые 2) импульсов при $t_{и} = 8 \text{ нс}$, $N = 8$, $f' = 1 \text{ ГГц}$, $v_{эф} = 0$, $\text{TEC} = 10^{15}$ (а), 10^{16} (б), 2.0×10^{16} (в), 2.4×10^{16} (г) и $2.6 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$ (д).

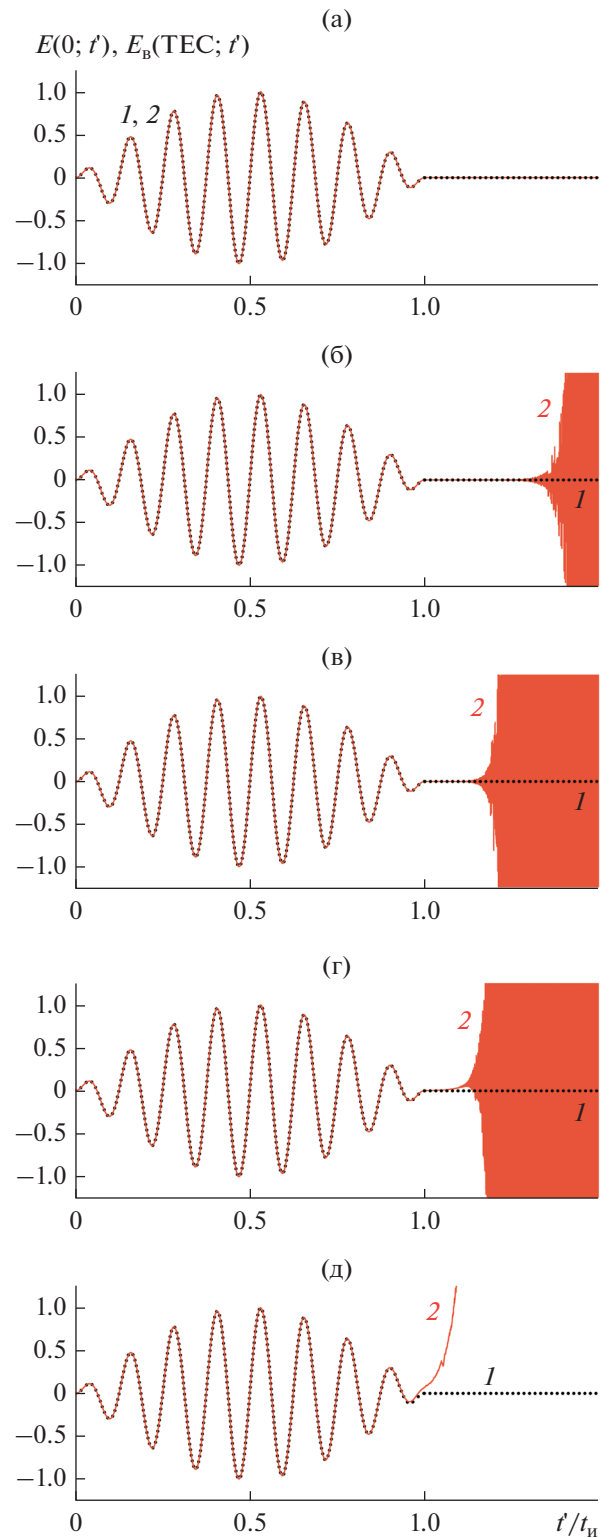


Рис. 2. Сопоставление напряженностей поля излучаемого $E(0; t')$ (кривые 1) и восстановленного $E_{в}(\text{TEC}; t')$ (кривые 2) импульсов при тех же значениях параметров, что и на рис. 1.

Таблица 1. Интегральные характеристики для $(E(\text{ТЕС}; t'))$ (см. рис. 1 кривые 2)

ТЕС, м ⁻²	$\bar{t}_{\text{цт}}$	$\Delta\bar{t}_{\text{и}}$
0	0.5000	0.1807
10 ¹⁵	0.5169	0.1808
10 ¹⁶	0.6698	0.1821
2.0 × 10 ¹⁶	0.8395	0.1857
2.2 × 10 ¹⁶	0.8734	0.1866
2.4 × 10 ¹⁶	0.9073	0.1876
2.6 × 10 ¹⁶	0.9412	0.1887

Таблица 2. Интегральные характеристики для $(E(\text{ТЕС}; t'))$ (см. рис. 3 кривые 2)

N	$\bar{t}_{\text{цт}}$	$\Delta\bar{t}_{\text{и}}$
6	0.9568	0.1994
5	1.0530	0.2186
4	1.2024	0.2685
2	2.1060	1.1345
1	5.3681	7.7159

Таблица 3. Интегральные характеристики для $(E(\text{ТЕС}; t'))$ (см. рис. 5 кривые 2)

N	$\bar{t}_{\text{цт}}$	$\Delta\bar{t}_{\text{и}}$
6	1.1091	0.2125
5	1.3847	0.2644
4	1.9036	0.4172
2	6.9030	3.8591
1	26.310	19.524

приведены в табл. 1: нормированные на $t_{\text{и}}$ величины центра тяжести –

$$\bar{t}_{\text{цт}}(\text{ТЕС}) = \frac{1}{t_{\text{и}} E_{\text{и}}(0)} \int_0^{\infty} t' E^2(\text{ТЕС}; t') dt' \quad (8)$$

и среднеквадратической ширины –

$$\begin{aligned} \Delta\bar{t}_{\text{и}}(\text{ТЕС}) &= \\ &= \frac{1}{t_{\text{и}}} \left(\frac{1}{E_{\text{и}}(0)} \int_0^{\infty} (t' - \bar{t}_{\text{цт}})^2 E^2(\text{ТЕС}; t') dt' \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Дополнительно в первой строке таблицы приведены величины $\bar{t}_{\text{цт}}$ и $\Delta\bar{t}_{\text{и}}$ для излучаемого импульса. Данные таблицы указывают, в частности, на заметно большие относительные вариации величины $\bar{t}_{\text{цт}}(\text{ТЕС})$ в рассмотренном интервале значений ТЕС и прочих равных условиях.

Аналогично на рис. 2а–2д сопоставлены излучаемая $E(0; t')$ (кривые 1) и восстанавливаемая по (6б) $E_{\text{в}}(\text{ТЕС}; t')$ (кривые 2) напряженности поля. При относительно малой величине $\text{ТЕС} = 10^{15} \text{ м}^{-2}$ (см. рис. 2а) кривые 1 и 2 практически совпадают, но и на рис. 1а расхождение кривых 1 и 2 весьма мало. С увеличением ТЕС восстановление также оказывается практически полным (см. рис. 2б–2д), однако при принятых значениях параметров уже начиная с $\text{ТЕС} = 10^{16} \text{ м}^{-2}$, по-видимому, нарастающие погрешности вычислений приводят к “срыву” восстанавливаемых величин $E_{\text{в}}(\text{ТЕС}; t')$ в пределах широкого интервала значений. Так, при $\text{ТЕС} = 10^{16} \text{ м}^{-2}$ “срыв” наблюдается при $t' \sim 1.3t_{\text{и}}$ (см. рис. 2б), а при $\text{ТЕС} = 2.6 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$ (см. рис. 2д) “срыв” происходит сразу после окончания импульса.

Выше было отмечено, что в примерах, представленных на рис. 1 и 2, деформацию излученных импульсов визуально можно определить как заметную, но еще, возможно, малозначимую. На рис. 3 и 4 приведены примеры восстановления импульсов со значительно большей деформацией. Их содержание аналогично содержанию рис. 1 и 2, но переменной величиной является не ТЕС, а число колебаний поля в излучаемом импульсе. При постоянной несущей это означает, что вместе с N изменяется и его длительность. Укорочение излучаемого импульса за счет числа колебаний приводит к значительному относительному уширению временного интервала, занимаемого деформированным импульсом (см. рис. 3, кривые 2) и соответствующему росту значений его интегральных характеристик (см. табл. 2). При этом достигается полное восстановление импульса (см. рис. 4, кривые 2) при всех принятых значениях N . Дополнительно отметим, что укорочение излучаемого импульса смещает начало “срыва” вправо по временной оси.

Возможность полного восстановления при дальнейшем нарастании деформации распространяющегося импульса показана на рис. 5 и 6. Их содержание аналогично содержанию рис. 3 и 4, но при изменении величины N теперь длительность импульса остается постоянной и равной 8 нс, как на рис. 1 и 2. Качественно возросший уровень искажений иллюстрирует вкладка на рис. 5д, на которой представлен увеличенный фрагмент начального участка кривой 2. На временном интервале $0 \leq t' < 1.5t_{\text{и}}$ поле деформированного импульса практически отсутствует. Количественно возросший уровень искажений подтверждают данные табл. 3, величины $\bar{t}_{\text{цт}}$ и $\Delta\bar{t}_{\text{и}}$ в которой в десятки раз превышают соответствующие величины, приведенные в табл. 1. Тем не менее в пределах своей длительности импульсы восстанавливаются без искажений. Дополнительный анализ показал, что восстановление излучаемого импульса без “сры-

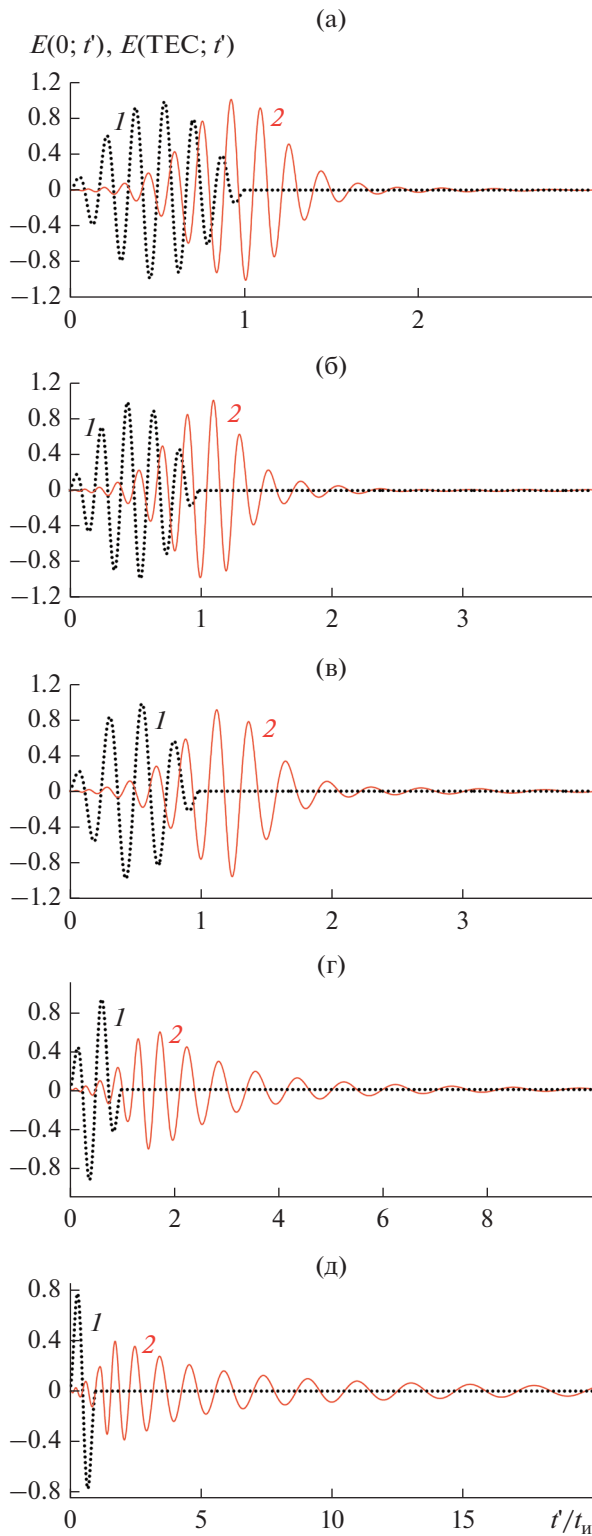


Рис. 3. Сопоставление напряженностей поля излучаемого $E(0; t')$ (кривые 1) и принимаемого $E(TEC; t')$ (кривые 2) импульсов при $f' = 1$ ГГц, $TEC = 2.0 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$, $v_{эф} = 0$; а также разных значениях N и t_n (нс) соответственно: 6 и 6 нс (а); 5 и 5 нс (б); 4 и 4 нс (в); 2 и 2 нс (г); 1 и 1 нс (д).

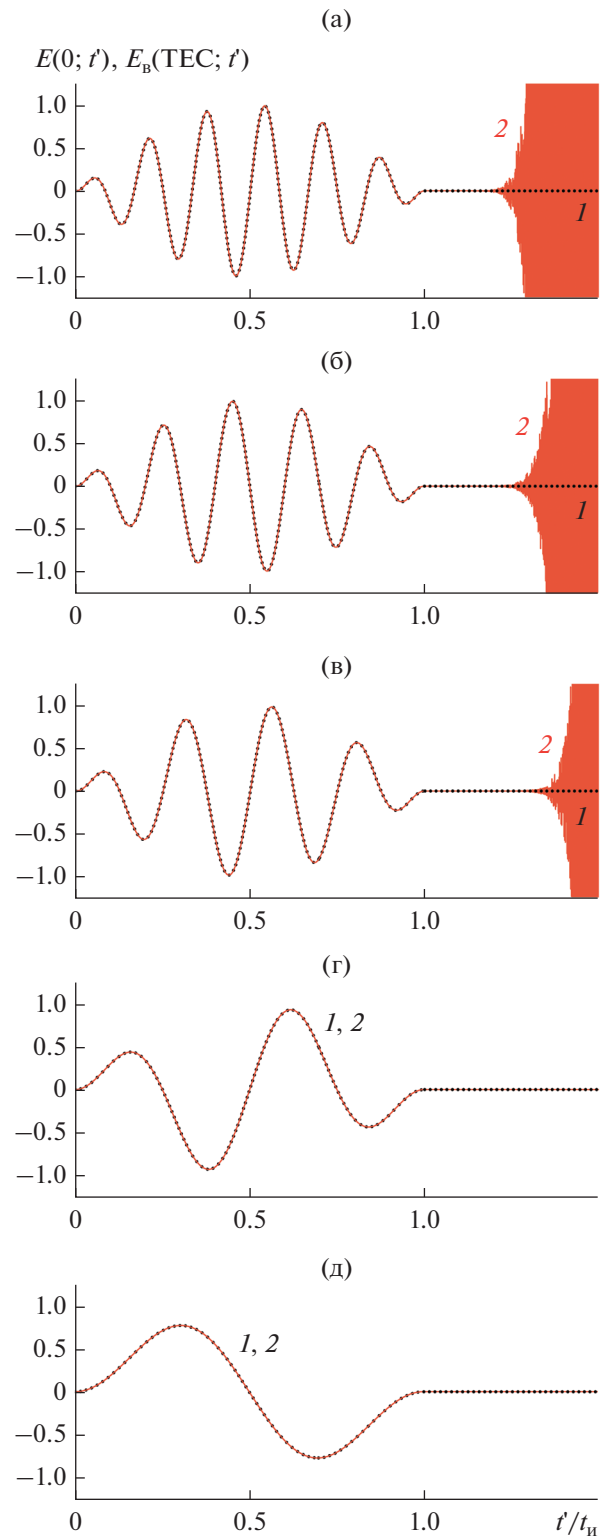


Рис. 4. Сопоставление напряженностей поля излучаемого $E(0; t')$ (кривые 1) и восстановленного $E_B(TEC; t')$ (кривые 2) импульсов при тех значениях параметров, что и на рис. 3.

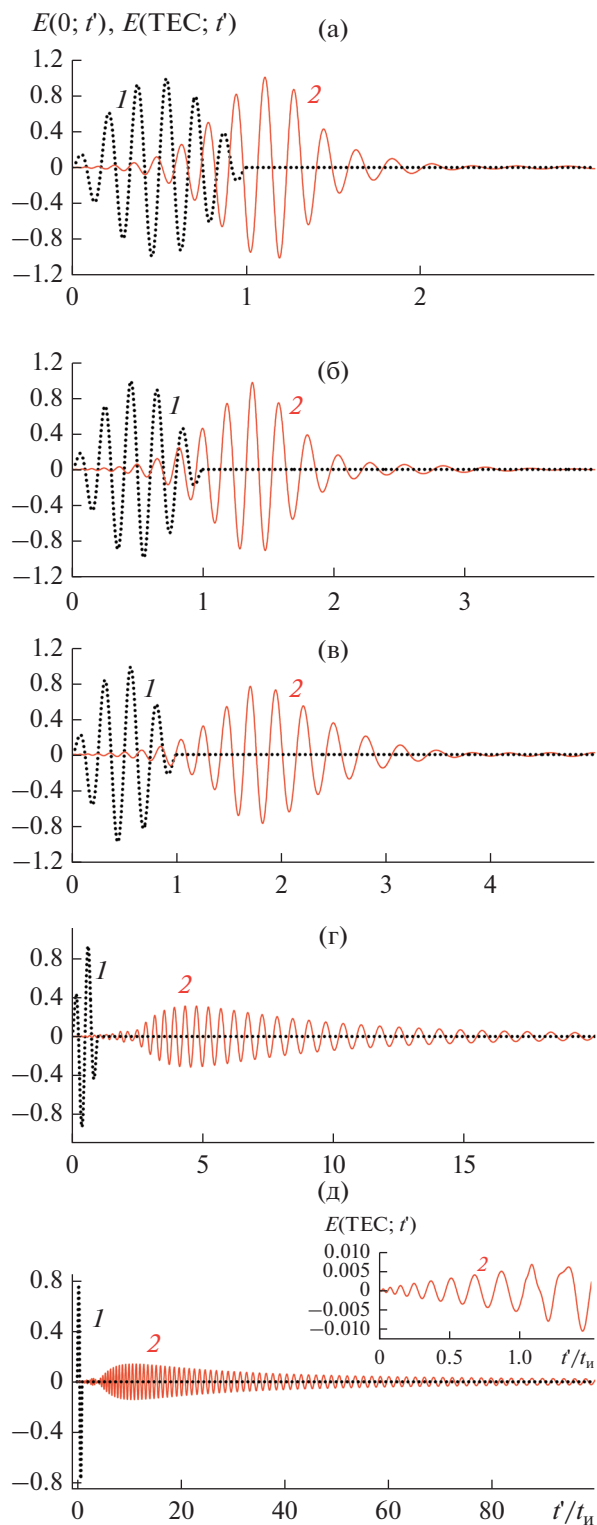


Рис. 5. Сопоставление напряженностей поля излучаемого $E(0; t')$ (кривые 1) и принимаемого $E(\text{TEC}; t')$ (кривые 2) импульсов при $t_{\text{и}} = 8$ нс, $\text{TEC} = 2.0 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$, $v_{\text{эф}} = 0$; а также разных значениях N и f' (ГГц) соответственно: 6 и 0.75 ГГц (а); 5 и 0.625 ГГц (б); 4 и 0.5 ГГц (в); 2 и 0.25 ГГц (г); 1 и 0.125 ГГц (д); на вставке – увеличенный фрагмент.

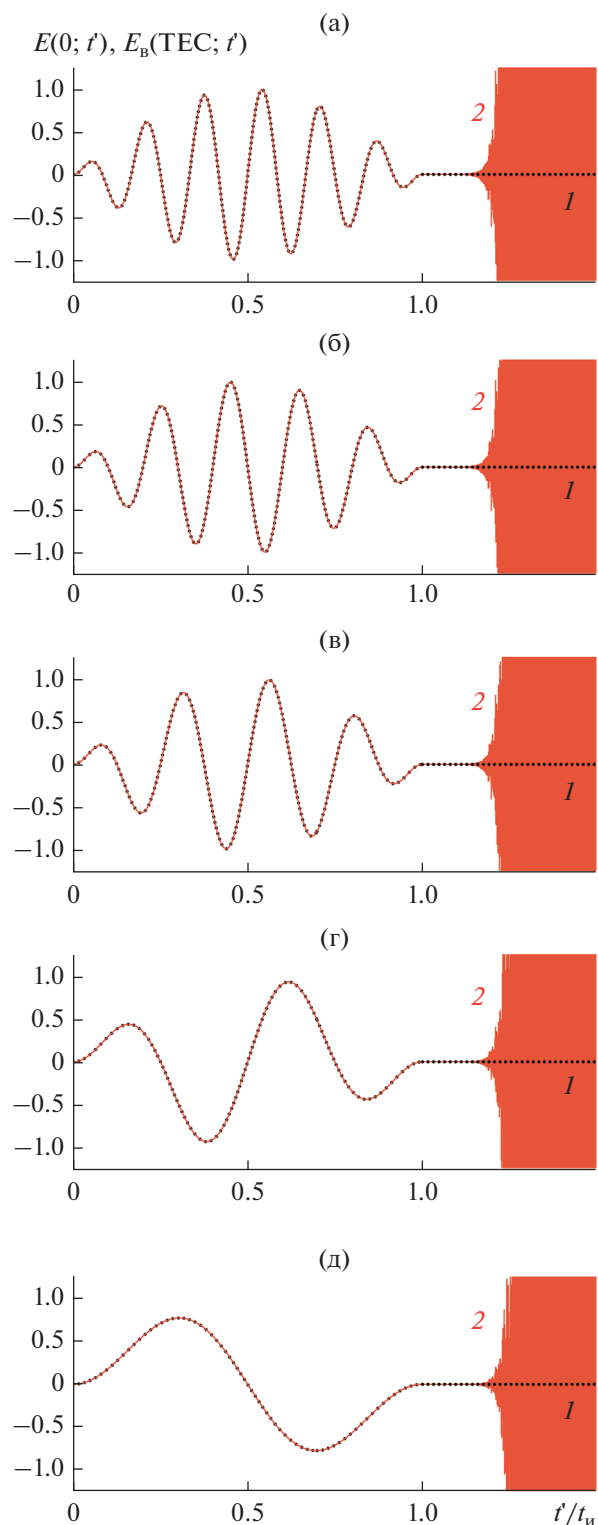


Рис. 6. Сопоставление напряженностей поля излучаемого $E(0; t')$ (кривые 1) и восстановленного $E_{\text{в}}(\text{TEC}; t')$ (кривые 2) импульсов при тех значениях параметров, что и на рис. 5.

ва” в рассматриваемой постановке задачи выполняется при выполнении неравенства $\delta t_{и} \leq \sim 1100$.

Приведенным выше результатам отвечает условие $v_{эф} = 0$. Дополнительное изучение влияния этого параметра показало, что его увеличение, по крайней мере до значения 10^5 с^{-1} , без изменения других параметров задачи не влияет на получаемые результаты и основанные на них выводы. Ориентируясь далее на оценки величины $v_{эф}$, приведенные в [8, с. 73], можно сделать вывод, что для рассмотренных выше значений параметров задачи полученные данные справедливы для ионосферных трасс, проходящих в пределах и выше E-слоя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведено не имеющее аналогов в литературе соотношение, которое во временной области выражает напряженность поля, поступающего в холодную плазменную среду импульса через напряженность поля излучения, регистрируемого на приемном конце трассы. На его основе для сверхкороткого синусоидального цуга с синусоидальной огибающей показана принципиальная возможность восстановления исходной формы радиоимпульса, приведены примеры такого восстановления и оценены значения параметров задачи, для которых восстановление оказывается весьма эффективным. Основными среди этих параметров являются интегральная электронная концентрация трассы ТЕС и характерная длительность импульса $t_{и}$, но не его начальная форма. Адекватное восстановление сверхкороткого радиоимпульса, выбранного для иллюстрации его принципиальной возможности, достигается при выполнении неравенства $\delta t_{и} \leq \sim 1100$.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках госзадания ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назаров Л.Е., Батанов В.В. // РЭ. 2017. Т. 62. № 9. С. 866.
2. Назаров Л.Е., Батанов В.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1584.
3. Батанов В.В., Назаров Л.Е. // Журн. радиоэлектроники. 2021. № 6. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.6.1>
4. Кальщикова А.А., Штыков В.В., Шалимова Е.В. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.9.1>
5. Кальщикова А.А., Штыков В.В. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 3. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.3.5>
6. Стрелков Г.М., Худышев Ю.С. // XXVII Междунар. науч.-техн. конф. “Радиолокация, навигация, связь” (Воронеж, сент.2021). Воронеж: ИД ВГУ. 2021. Т. 3. С. 327.
7. Стрелков Г.М. // РЭ. 2008. Т. 53. № 9. С. 1094.
8. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
9. Памятных Е.А., Туров Е.Ф. Основы электродинамики материальных сред в переменных и неоднородных полях. М.: Физматлит, 2000.
10. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979.
11. Полянин А.Д., Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям. М.: Физматлит, 2003.
12. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. М.: Наука, 1969. Т. 1.