

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ГРАДИЕНТНОЙ ЛИНЗЫ
С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ© 2022 г. А. С. Венецкий^а *, В. А. Калошин^а, Т. Т. Чан^б^а Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125007 Российская Федерация^б Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер. 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

*E-mail: vak@cplire.ru

Поступила в редакцию 24.10.2021 г.

После доработки 24.10.2021 г.

Принята к публикации 25.11.2021 г.

Получено общее решение задачи синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией и внешним фокусом, которая преобразует поле точечного источника в заданное геометрооптическое поле. В качестве примера использования полученного решения рассмотрена задача синтеза линзы, формирующей П-образную диаграмму направленности. Путем численного моделирования методом конечных элементов проведен анализ многолучевой планарной линзовой антенны на основе синтезированной линзы, выполненной в виде набора диэлектрических колец, расположенных между двумя металлическими дисками.

DOI: 10.31857/S0033849422080162

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возрос интерес к многолучевым антеннам на основе градиентных диэлектрических линз с центральной симметрией. Интерес связан, с одной стороны, с новыми технологическими возможностями изготовления градиентных линз, в первую очередь 3D технологиями [1], а с другой — с возможностями использования многолучевых линзовых антенн для радиолокации [2] и систем связи (<http://www.precision-marketing.com/principals/matsing>).

Впервые задача синтеза градиентной линзы с центральной симметрией, фокусирующей поле точечного источника, расположенного в одном фокусе, в другой фокус линзы, была решена в работе [3]. При этом каждый из фокусов находится вне или на поверхности линзы.

Случай, когда один из фокусов расположен внутри линзы, рассмотрен в работе [4]. Линза с полным обратным отражением плоской волны синтезирована в работах Итона, Липмана [5]. В работе [6] решена задача синтеза линзы без оболочки с фокусом на поверхности и произвольным выходным фронтом. В работе [7] решения задач синтеза, полученные в работах [3, 4], обобщены на случай линзы с оболочкой, внутри которой задан закон изменения коэффициента преломления. Решения, полученные в работе [7], обобщены

на случай анизотропной линзы [8]. В работе [9] решена задача синтеза линзы с концентрическим зеркалом.

Цель данной работы — решение задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией и внешним фокусом в общем случае.

1. СИНТЕЗ ГРАДИЕНТНОЙ ЛИНЗЫ

Рассмотрим задачу синтеза градиентной диэлектрической линзы с центральной симметрией, которая преобразует поле точечного источника, расположенного в фокусе F вне линзы (рис. 1), в заданное геометрооптическое поле. При этом заданы коэффициент преломления $n(r)$ в оболочке линзы ($a \leq r \leq r_0$) и зависимость угла между лучом и нормалью в произвольной точке B на выходе линзы $\psi = \psi(\varphi)$, $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ в первом, втором или третьем квадранте (см. рис. 1), где φ — угловая координата точки выхода луча. Задача синтеза заключается в определении зависимости $n(r)$ при $0 < r < a$.

Далее все размеры задачи нормируются на r_0 , в связи с чем без ограничения общности будем полагать $r_0 = 1$.

В силу центральной симметрии задачи траектория луча внутри линзы состоит из двух одинаковых кривых, симметричных относительно точки с ми-

нимальным расстоянием (r_{\min}) до начала координат. Соответственно, угол входа (ψ) между лучевым вектором падающего фронта и нормалью на границе линзы в точке A равен углу выхода луча (ψ). Угол ψ монотонно возрастает при увеличении угла α выхода луча из источника и, соответственно, при увеличении по абсолютной величине угла φ . Поэтому зависимость $\psi = \psi(\varphi)$ допускает однозначное обращение $\varphi = \varphi(\psi)$, $0 \leq \psi \leq \pi/2$.

Из уравнения луча в центрально-симметричной среде [5] можно найти приращение угловой координаты точки на луче в оболочке:

$$\Delta\varphi = \int_a^1 \frac{h dr}{r \sqrt{n^2(r)r^2 - h^2}}, \quad (1)$$

где $h = \sin \psi$ – лучевой параметр.

Половина приращения угловой координаты точки на луче внутри линзы определяется формулой

$$\Delta\Phi = \int_{r_{\min}}^a \frac{h}{r \sqrt{n^2(r)r^2 - h^2}} dr. \quad (2)$$

Из геометрии луча (см. рис. 1) следует

$$\theta + 2\Delta\varphi + 2\Delta\Phi + \varphi(\psi) = \pi. \quad (3)$$

Из теоремы синусов для треугольника FAO (см. рис. 1) следует $f \sin \alpha = \sin \psi$. Учитывая, что $h = \sin \psi$, $\theta = \psi - \alpha$, уравнение (3) приводится к виду

$$\int_{r_{\min}}^a \frac{h}{r \sqrt{\rho^2(r) - h^2}} dr = F(h), \quad (4)$$

где

$$F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h + \frac{1}{2} \arcsin \frac{h}{f} - \frac{\varphi(\arcsin h)}{2} - \Delta\varphi.$$

Здесь $\rho(r) = n(r)r$ – новая неизвестная функция. Как показано в [7], решение $\rho(r)$ уравнения (4), если оно существует, монотонно возрастает от 0 до 1 при $0 < r \leq a$.

Вводя новые переменные $\rho = n(r)r$ и $\Omega(\rho) = -\ln \rho(r)$ и учитывая, что $\rho(a) = n(a)a = 1$, $\rho(r_{\min}) = h$, уравнение (4) можно привести к виду

$$-\int_h^1 \frac{h \Omega'(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} = F(h).$$

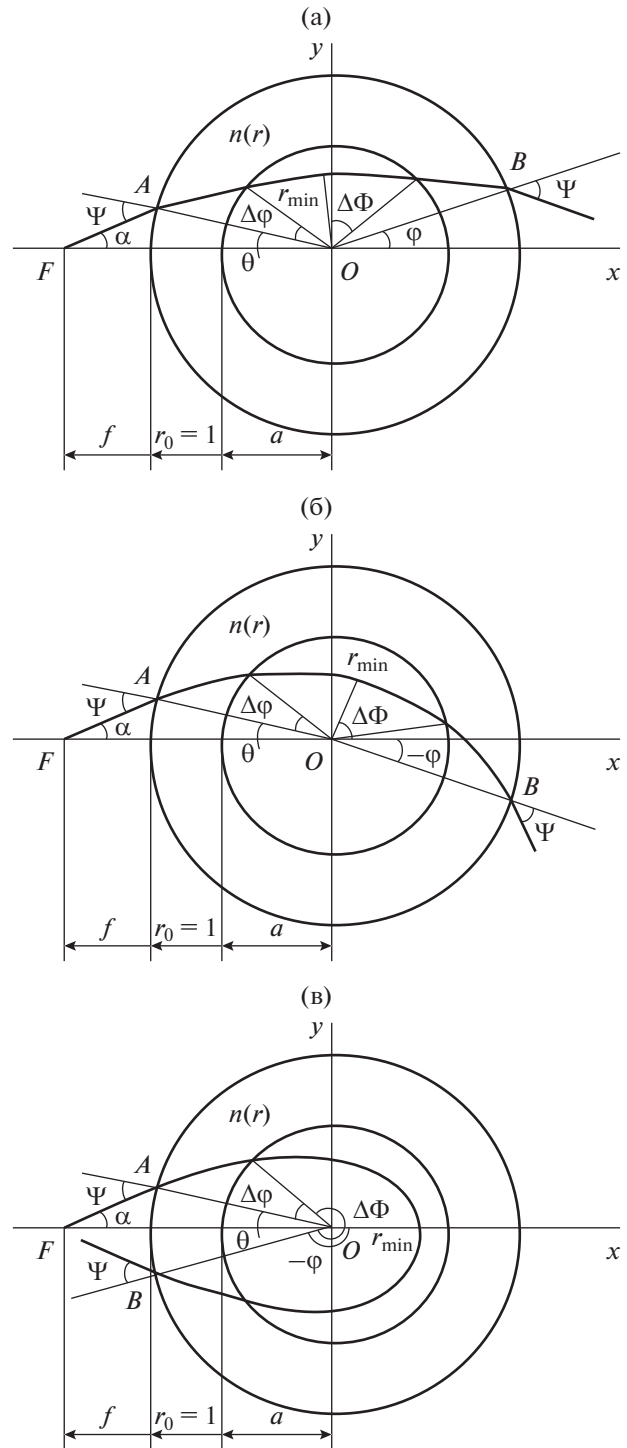


Рис. 1. Геометрия луча в линзе с центральной симметрией в первом (а), втором (б) и третьем (в) квадрантах.

Полученное уравнение является интегральным уравнением типа Абеля [10] и допускает обращение:

$$\Omega(\rho) - \Omega(1) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{F(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}.$$

Преобразовывая интеграл и используя соотношения

$$\frac{2}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\arccos h dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = -\ln \rho,$$

$$\frac{2}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\arcsin h dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = \ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}),$$

находим

$$\Omega(\rho) - \Omega(1) = -\ln \rho + \frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}) +$$

$$+ q(\rho, f) - \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\Delta\varphi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\varphi(\arcsin h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}},$$

где

$$q(\rho, t) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\arcsin(h/t)}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} dh.$$

Возвращаясь к переменным r, n и учитывая, что $\Omega(\rho) = -\ln r(\rho), \Omega(1) = -\ln a$, получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(T), \quad r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad (5)$$

где

$$T = \frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}) + q(\rho, f) - Q(\rho) - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\varphi(\psi) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}},$$

$$Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\Delta\varphi(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} = \frac{2}{\pi} \int_a^1 \arctg\left(\sqrt{\frac{1 - \rho^2}{P^2(r) - 1}}\right) \frac{dr}{r},$$

$$P(r) = n(r)r.$$

Для частного случая оболочки с внутренним радиусом $r_1 = a$ и постоянным коэффициентом преломления n_1 приращение угла (1) находится в явном виде

$$\Delta\varphi = \int_{r_1}^1 \frac{h}{r} \frac{dr}{\sqrt{n_1^2 r^2 - h^2}} = \arcsin \frac{h}{n_1 r_1} - \arcsin \frac{h}{n_1}.$$

Для оболочки, состоящей из N слоев, где коэффициенты преломления в слоях и толщины слоев удовлетворяют условиям

$$1 > r_1 > \dots > r_N = a, \quad r_i n_i \geq 1, \quad i = 1, \dots, N,$$

можно получить

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^N \left(\arcsin \frac{h}{n_i r_i} - \arcsin \frac{h}{n_i r_{i-1}} \right).$$

В этом случае

$$Q(\rho) = 2 \sum_{i=1}^N [q(\rho, n_i r_i) - q(\rho, n_i r_{i-1})].$$

В работе [7] выведено условие $F(1) \geq 0$ на коэффициент преломления в оболочке, выполне-

ние которого и обеспечивает полное использование апертуры линзы. Это условие справедливо для произвольной линзы с центральной симметрией и оболочкой и имеет вид

$$\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{f} - \frac{1}{2} \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) \geq \int_a^1 \frac{dr}{r \sqrt{P^2(r) - 1}}.$$

В частности, для оболочки из N однородных слоев это условие имеет вид

$$\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{f} - \frac{1}{2} \varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) \geq$$

$$\geq \sum_{i=1}^N \left(\arcsin \frac{1}{n_i r_i} - \arcsin \frac{1}{n_i r_{i-1}} \right).$$

Покажем, что из формулы (4) можно получить все известные решения.

1. Подставляя выражение $\varphi = \arcsin h - \arcsin(h/f_2)$ в формулу (5), получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(q(\rho, f) + q(\rho, f_2) - Q(\rho)),$$

$$r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \quad 0 \leq \rho \leq 1.$$

Эта формула совпадает с решением Моргана [7] для линзы с двумя внешними фокусами и оболочкой.

2. Подставляя $f = 1, a = 1$ в формулу (5), получаем решение для линзы без оболочки с произвольным выходным фронтом и фокусом на поверхности:

$$n(\rho) = (1 + \sqrt{1 - \rho^2}) \exp\left(-\frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\varphi(\psi) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}\right),$$

$$\psi = \arcsin h, \quad r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \quad 0 \leq \rho \leq 1,$$

которое совпадает с известным решением Кэя [6].

Из этой формулы при $\varphi = -\psi$ нетрудно получить формулу

$$n(r) = \left(\frac{-1 + \sqrt{1 + 8r^2}}{2r^2} \right)^{3/2},$$

которая совпадает с полученной в работе [9] для линзы с зеркалом.

3. Подставляя $f = \infty, \varphi = \pi - \psi$ в формулу (5), получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{\rho a} (1 + \sqrt{1 - \rho^2}) \exp(-Q(\rho)),$$

$$r(\rho) = a(1 - \sqrt{1 - \rho^2}) \exp(Q(\rho)).$$

Для линзы без оболочки ($a = 1, Q(\rho) = 0$) эта формула переходит в решение $n(r) = \sqrt{2/r - 1}$, которое совпадает с решением Итона, Липмана [5] для отражающей линзы без оболочки.

Следует отметить, что изготовление линзы без оболочки приводит к технологическим трудностям при реализации $n(r) \rightarrow 1$ при $r \rightarrow 1$.

Рассмотрим в качестве примера использования полученной формулы (5) задачу синтеза многочечковой линзовой антенны с оболочкой и заданной амплитудной диаграммой направленности (ДН) лучей.

Ограничимся задачей синтеза ДН в приближении геометрической оптики. Из закона сохранения энергии для лучевой трубки можно записать

$$P(\alpha)d\alpha = D(\beta)d\beta, \quad (6)$$

где $\beta = \varphi - \psi$, $P(\alpha)$ – ДН (по мощности) облучателя, а $D(\beta)$ – заданная ДН линзы. Интегрируя обе части уравнения (6), можно выразить β через α , а из теоремы синусов для треугольника *FAO* (см. рис. 1а) находим $\sin \alpha = \sin \psi / f$. В результате находим $\beta(\psi)$ и $\varphi = \psi + \beta(\psi)$.

Рассмотрим важный частный случай, а именно синтез П-образной ДН:

$$D(\beta) = \begin{cases} D_0, & |\beta| < \beta_0 \\ 0, & |\beta| \geq \beta_0 \end{cases}.$$

В этом случае правую часть уравнения (6) можно проинтегрировать явно и в результате получим

$$\beta = \frac{1}{D_0} \int_0^\alpha P(\alpha) d\alpha, \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{\sin \psi}{f}\right), \quad (7)$$

где

$$D_0 = \frac{1}{\beta_0} \int_0^{\alpha_0} P(\alpha) d\alpha, \quad \alpha_0 = \arcsin \frac{1}{f}.$$

Подставляя в качестве $P(\alpha)$ в интеграл (7) известное [11] выражение для ДН моды H_{10} из открытого конца волновода:

$$P(\alpha) = \frac{\exp(-\pi\gamma \cos \alpha) \cos(\pi\gamma \sin \alpha) \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - 4\gamma^2 \sin^2 \alpha},$$

($\gamma = h/\lambda$, h – размер широкой стенки волновода, λ – длина волны в свободном пространстве), находим $\varphi(\psi)$. Поставляя найденную функцию $\varphi(\psi)$ в формулу (5), находим $n(r)$. Результаты расчета $n(r)$ для линзы с оболочкой ($a = 0.84$, $n = 1.2$, $f = 1$) приведены на рис. 2, там же для сравнения приведена соответствующая зависимость для линзы без оболочки.

Рассмотрим планарную конструкцию линзовой антенны в виде набора концентрических диэлектрических колец, расположенных внутри планарного волновода, образованного двумя металлическими дисками (рис. 3), описанную в работе [12]. Для уменьшения отражения от кромок металлических дисков и увеличения направленности антенны диски дополнены биконическим рупором. В качестве облучателя будем использо-

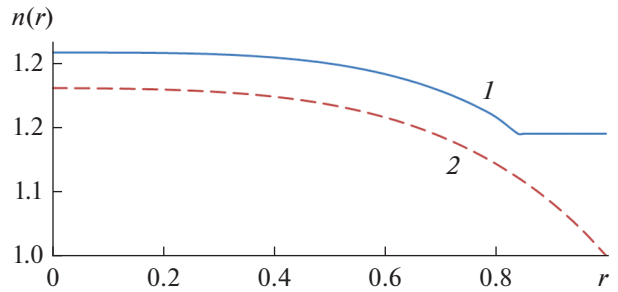


Рис. 2. Зависимость коэффициента преломления линзы с оболочкой (1) и без оболочки (2) от радиуса.

вать открытый конец прямоугольного металлического волновода.

Для реализации найденного выше закона $n(r)$ определим зависимость коэффициента заполнения $c(r) = t(r)/d$, где $t(r)$ – толщина колец в зависимости от их среднего радиуса, d – период расположения колец.

Для определения функции $c(r)$ воспользуемся формулами для компонентов тензора диэлектрической проницаемости слоистой среды, найденными в работе [13]:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\parallel} &= \epsilon_{\parallel 0} + \frac{(k_0 a b (\epsilon_1 - \epsilon_2))^2}{12 d^2}; \\ \epsilon_{\perp} &= \left(\frac{\cos^2 \varphi}{\epsilon_{\perp 0}} + \frac{\sin^2 \varphi}{\epsilon_{\parallel 0}} \right)^{-1} \times \\ &\times \left[1 + \frac{(k_0 a b (\epsilon_1 - \epsilon_2))^2 (\epsilon_{\parallel 0} \epsilon_{\perp 0})^2}{12 d^2 (\epsilon_1 \epsilon_2)} \right] \times \\ &\times \left[\frac{\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi \left(\frac{\epsilon_{\parallel}^2}{\epsilon_1 \epsilon_2} \right)}{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \left(\frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} \right)} \right]^2; \\ \epsilon_{\parallel 0} &= \frac{a \epsilon_1 + b \epsilon_2}{d}; \quad \epsilon_{\perp 0} = \left(\frac{a}{d \epsilon_1} + \frac{b}{d \epsilon_2} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где a и b – толщины слоев с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , $d = a + b$ – период, $k_0 = 2\pi/\lambda$.

Прямоугольный волновод возбуждает в планарном волноводе, образованном металлическими дисками, цилиндрическую волну со структурой *ТЕМ*-моды и вектором электрического поля, ортогональным диском. Поэтому мы используем только одну компоненту тензора (ϵ_{\parallel}) в формуле (8) для нахождения коэффициента преломления анизотропной среды. Луч в этом случае является

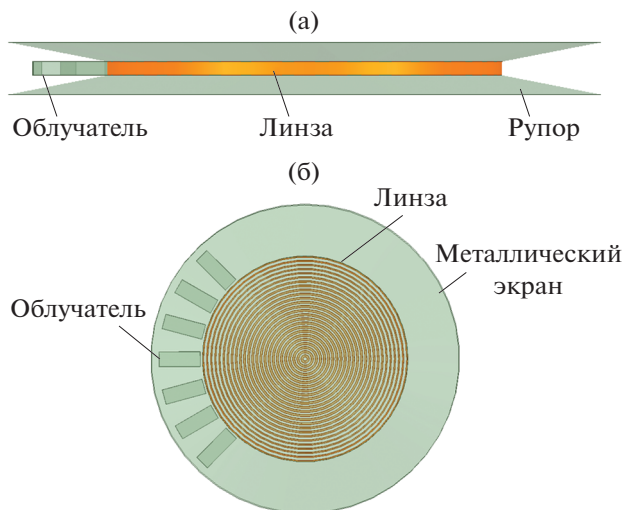


Рис. 3. Многолучевая планарная антенна: а – продольное сечение, б – вид сверху со снятым диском.

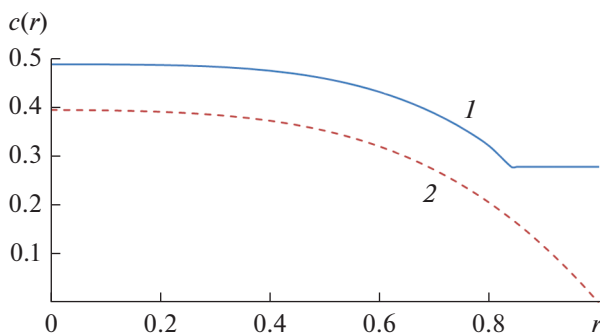


Рис. 4. Зависимость коэффициента заполнения от радиуса: 1 – с оболочкой, 2 – без оболочки.

“обыкновенным”, и нет необходимости использовать теорию анизотропной линзы Лüneбурга [8].

Полагая заполнение между кольцами воздушным ($\epsilon_2 = 1$) и разрешая первое уравнение в (8) относительно коэффициента заполнения, находим

$$c(r) = c_0(r) + \frac{(k_0 d)^2 c_0^2 (1 - c_0)^2 (\epsilon_d - 1)}{12}; \quad (9)$$

$$c_0(r) = \frac{\epsilon(r) - 1}{\epsilon_d - 1},$$

где ϵ_d – диэлектрическая проницаемость материала колец.

Результаты расчета зависимости коэффициента заполнения от радиуса с использованием формул (9) для $\epsilon_d = 2.56$, $d = 2$ мм и частоты 30 ГГц показаны на рис. 4, там же для сравнения приведена соответствующая зависимость для линзы без оболочки.

Результаты моделирования ДН в H -плоскости планарной линзовой антенны диаметром 100 мм, высотой 3.4 мм с семью волноводными облучателями сечением 7.2×3.4 мм методом конечных элементов в программной среде Ansys HFSS на трех частотах показаны на рис. 5.

Как видно из рис. 5, ДН лучей имеет форму трапеции с относительным уровнем пересечения соседних лучей -0.4 дБ на частоте 27 ГГц, -1.3 дБ на частоте 30 ГГц и -2.4 дБ на частоте 33 ГГц. При этом абсолютный уровень пересечения лучей меняется в пределах 14.4...15.0 дБ. В результате сектор обзора антенны по уровню усиления 14.4 дБ превышает 100° .

Максимальное усиление лучей растет с частотой от 16 до 17 дБ. При этом абсолютный уровень пересечения лучей через один почти не зависит от частоты и примерно равен 7.5 дБ.

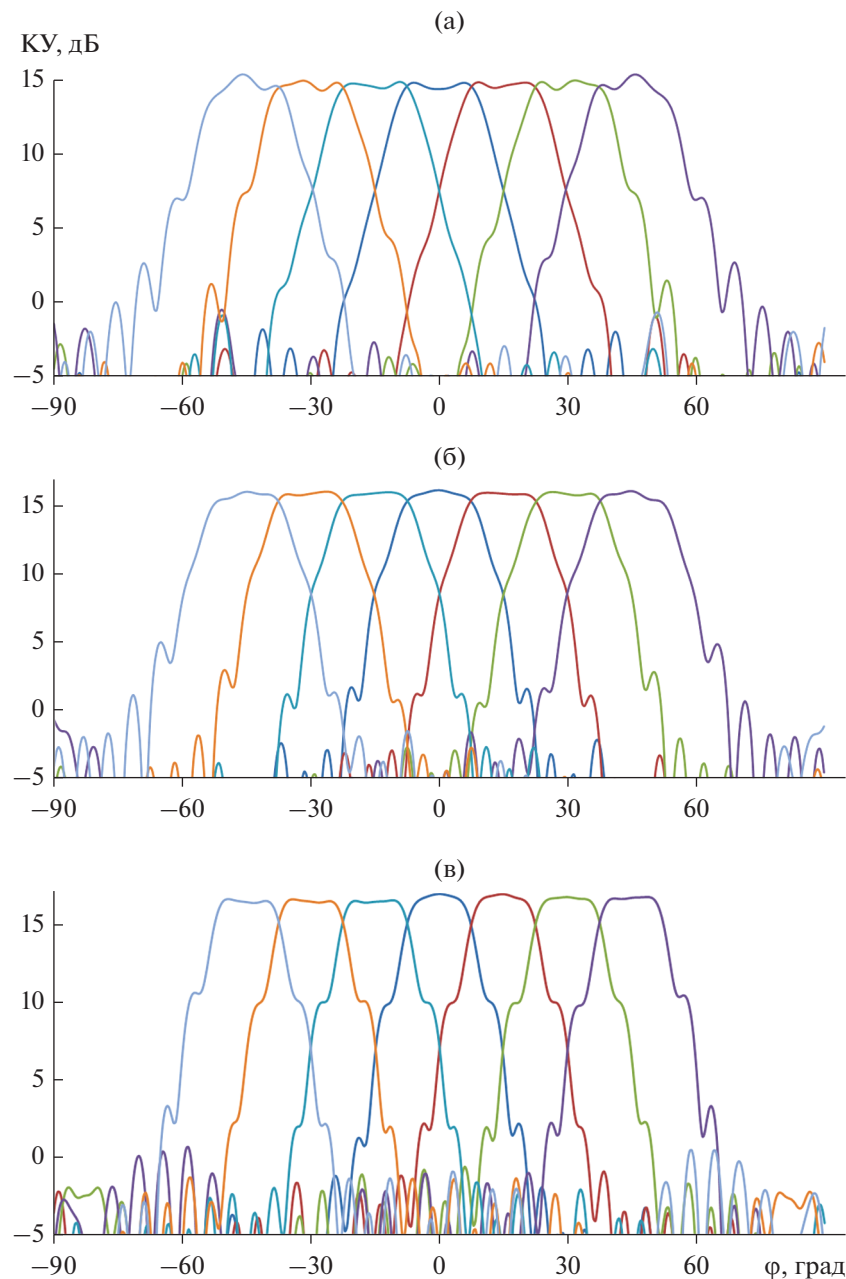


Рис. 5. Диаграммы направленности лучей планарной антенны при $\theta = 90^\circ$ и разных частотах: 27 (а), 30 (б) и 33 ГГц (в).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Полученное в общем случае решение задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией и внешним фокусом описывает и обобщает все известные решения.

2. Многолучевая антенна с семью облучателями на основе синтезированной планарной линзы в виде набора диэлектрических колец обеспечивает в 20%-ной полосе частот сектор обзора более 100° по уровню усиления 14.4 дБ.

3. Абсолютный уровень пересечения соседних лучей планарной антенны слабо зависит от частоты.

4. Абсолютный уровень пересечения лучей планарной антенны через одного практически не зависит от частоты.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhang S., Arya R.K., Whittow W.G. et al. // IEEE Trans. 2021. V. AP-69. № 7. P. 3788.
2. Voiglaender K., Wagner K. Multi-Beam Automobile Radar System // US Pat. № 6 043 772. Publ. Mar. 28, 2000.
3. Luneburg R.K. Mathematical Theory of Optics. Providence: Brown Univ., 1944.
4. Gutman A.S. // J. Appl. Phys. 1954. № 7. V. 25. P. 855.
5. Зелкин Е.Г., Петрова Р.А. Линзовые антенны. М.: Сов. радио, 1974.
6. Kay A.F. // Trans. IRE. 1959. V. AP-7. № 1. P. 32.
7. Morgan S.P. // J. Appl. Phys. 1958. V. 19. № 9. P. 1358.
8. Калошин В.А., Щербенков В.Я. // РЭ. 1973. Т. 18. № 1. С. 26.
9. Ruiz-Garcia J., Martini E., Giovampola C.D. et al. // IEEE Trans. 2021. V. AP-69. № 7. P. 3924.
10. Забрейко П.П., Кошелев А.И., Красносельский М.А. и др. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.
11. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966.
12. Ахияров В.В., Калошин В.А., Никитин Е.А. // Журн. радиоэлектроники. 2014. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.pdf>.
13. Калошин В.А., Стоянов С.В. // РЭ. 1989. Т. 35. № 12. С. 2640.