РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2023, том 68, № 1, с. 83–94

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.3.049.774.2

АНАЛИЗ ПАССИВНОГО СМЕСИТЕЛЯ ЧАСТОТ С УПРАВЛЕНИЕМ ПО ТОКУ НА ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ЧАСТОТЕ С УЧЕТОМ ВХОДНОГО И ВЫХОДНОГО ИМПЕДАНСОВ

А. С. Коротков[a], *, Т. Д. Чан[a]

[a] *Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Политехническая ул., 29, Санкт-Петербург, 195251 Российская Федерация*

**E-mail: korotkov@spbstu.ru*

Поступила в редакцию 12.04.2022 г.
После доработки 04.08.2022 г.
Принята к публикации 25.08.2022 г.

Предложена обобщенная методика расчета схемы пассивного смесителя частот с управлением по току на произвольной промежуточной частоте с учетом комплексного входного импеданса источника тока и выходной нагрузки. Приведены результаты моделирования в среде Micro-Cap и сравнения с расчетом. Рассмотрены частотные зависимости передаточного импеданса.

DOI: 10.31857/S0033849423010072, **EDN:** CCZIBX

ВВЕДЕНИЕ

Представляется перспективным применение смесителей частот с управлением по току при построении многофункциональных и многодиапазонных приемо-передающих устройств [1]. В общем случае смесители частот классифицируются по двум основным группам: 1) пассивные смесители – на диодах [2], полевых транзисторах, работающих при нулевом смещении [3], на основе схемы с коммутационным управлением по току [1]; 2) активные смесители на основе схемы Гильберта – на биполярных [4], полевых транзисторах [5]. Преимущество пассивных смесителей – отсутствие потребляемой мощности (или очень низкая потребляемая мощность), активных смесителей – усиление входного сигнала. Активные смесители на основе схемы Гильберта подробно проанализированы, например, в [6]. В традиционной схеме Гильберта протекающие через транзисторы токи содержат не только переменную, но и постоянную составляющую (ток смещения). Было показано, что фликкерный шум транзисторов, как низкочастотный эффект, на выходе активного смесителя определяется в том числе постоянным током [7]. Пассивный смеситель с управлением по току коммутирует только радиочастотный ток с выхода малошумящего усилителя преселектора, поэтому влияние фликкерного шума в этом смесителе существенно меньше. Кроме того, пассивный смеситель с управлением по току обеспечивает высокую линейность [8]. Благодаря этим преимуществам, пассивные смесители с управлением по току применяются в различных современных беспроводных системах: сенсорные сети [9], мобильные системы пятого поколения [10], интернет вещей [11].

Схема пассивного смесителя частот с управлением по току проанализирована в [12] при комплексном входном импедансе и импедансе нагрузки как *RC*-цепи. Однако при этом предполагается, что на частоте гетеродина и его гармониках импеданс нагрузки много меньше, чем входной импеданс на частоте гетеродина. Данное предположение позволяет упростить анализ, но приводит к пренебрежению в выходном сигнале гармониками на комбинационных частотах $\omega_{пч} + w\omega_{г}$, где $\omega_{пч}$ – промежуточная угловая частота, $\omega_{г}$ – угловая частота гетеродина, w – номер гармоники частоты гетеродина. Кроме того, моделирование показало, что приведенные в данных статьях результаты обеспечивают высокую точность расчета при условии малости импеданса нагрузки на частоте гармоник гетеродина по сравнению с его значением на промежуточной частоте. Так, для схемы с числом плеч 4 при значениях конденсатора нагрузки 10 пФ, промежуточной частоты 100 МГц, входной частоты 2.1 ГГц при сопротивлении нагрузки 100 Ом ошибка составила около 2%, а при сопротивлении нагрузки 10 Ом ошибка составила около 20%. Как следствие, результаты анализа имеют сравнительно невысокую точность при малом входном импедансе или малом сопротивлении нагрузки. Схема пассивного смесителя с управлением по току также проанализирована в [13] при произвольной промежуточной частоте, но входной импеданс представляется как рези-

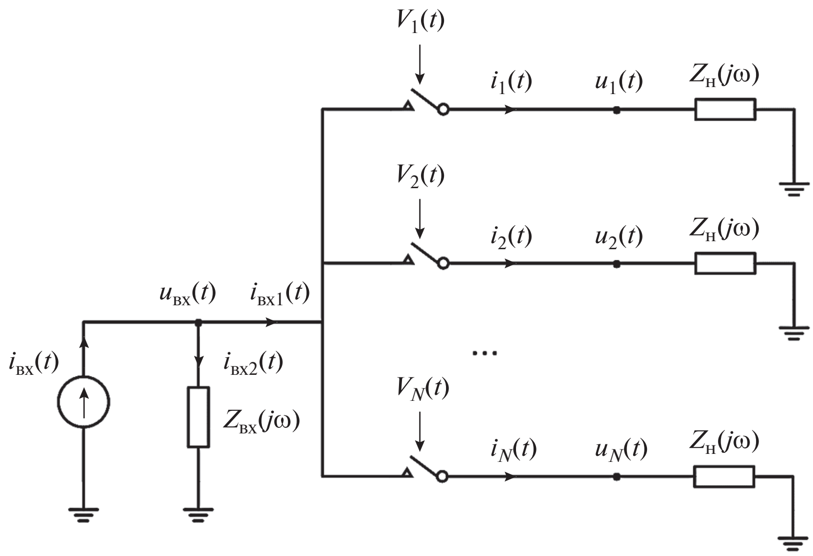

Рис. 1. Структурная схема переключаемой части пассивного смесителя частот с управлением по току.

стор, что не позволяет оценить частотный диапазон смесителя, поскольку не учитывается влияние выходной емкости входного источника тока. Таким образом, приведенные ограничения снижают точность расчетов и не позволяют использовать приведенные методики в общем случае.

В данной работе представлена обобщенная методика анализа и расчета передаточного импеданса $Z_{см}$ пассивного смесителя частот с управлением по току на произвольной промежуточной частоте с учетом комплексного характера входного импеданса источника тока и импеданса нагрузки для случая идеального переключения ключей без учета нелинейных свойств компонентов схемы. Передаточный импеданс представляет отношение выходного напряжения как отклика схемы на входное воздействие в виде тока, а не напряжения, как в случае передаточной функции по напряжению. Другими словами – передаточный импеданс описывает рассматриваемый тип смесителя с учетом характера входного воздействия.

Цель данной работы – теоретический расчет схемы пассивного смесителя частот с управлением по току в линейном приближении; анализ эффекта компенсации гармоник; моделирование схемы и сравнение с теоретическим расчетом.

1. АНАЛИЗ СХЕМЫ СМЕСИТЕЛЯ

Структурная схема переключаемой части пассивного смесителя частот с управлением по току показана на рис. 1. Преобразование осуществляется с помощью схемы коммутации ключей (транзисторов в ключевом режиме). Ключи периодически коммутируются с частотой гетеродина $f_г$ с помощью импульсного сигнала гетеродина $V_{0k}(t)$. В результате входной высокочастотный ток с выхода малошумящего усилителя преселектора преобразуется в ток на промежуточной частоте.

1.1. Расчет тока $i_k(t)$

Предполагается, что транзисторы переключаются из открытого состояния в режим отсечки и обратно (ключевой режим) при подаче последовательности импульсов гетеродина. В каждом периоде только k-е плечо подключено к входу на отрезке времени $\tau = T_г/N$, где $T_г$ – период сигнала гетеродина, N – количество плеч. Следовательно, ток $i_k(t)$, протекающий через подключенное плечо, равен току $i_{вх1}(t)$ на этом отрезке времени. Поэтому ток $i_k(t)$ определяется соотношением

$$i_k(t) = i_{вх1}(t) V_k(t), \tag{1}$$

где $V_k(t) = V_{0k}(t)/V_0$ – нормированная управляющая функция k-го ключа, показанная на рис. 2, V_0 – максимальное значение сигнала гетеродина, причем

$$\begin{gathered} V_k(t) = 1, \quad t \in \left[\left(v + (k-1)/N\right)T_г, \left(v + k/N\right)T_г\right], \\ V_k(t) = 0, \quad t \notin \left[\left(v + (k-1)/N\right)T_г, \left(v + k/N\right)T_г\right], \\ v \in Z. \end{gathered}$$

Разложим функцию $V_k(t)$ в ряд Фурье:

$$V_k(t) = \frac{a_{0,k}}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_{n,k} \cos\left(\frac{2n\pi t}{T_г}\right) + \sum_{n=1}^{+\infty} b_{n,k} \sin\left(\frac{2n\pi t}{T_г}\right),$$

где коэффициенты определены как

$$a_{0,k} = \frac{2}{T_г}\int_0^{T_г} V_k(t)\,dt = \frac{2}{N},$$

$$a_{n,k} = \frac{2}{T_г}\int_0^{T_г} V_k(t)\cos\left(\frac{2n\pi t}{T_г}\right)dt = \frac{2}{T_г}\int_{(k-1)T_г/N}^{kT_г/N}\cos\left(\frac{2n\pi t}{T_г}\right)dt = \frac{2}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{N}\right)\cos\left(\frac{n(2k-1)\pi}{N}\right),$$

$$b_{n,k} = \frac{2}{T_г}\int_0^{T_г} V_k(t)\sin\left(\frac{2n\pi t}{T_г}\right)dt = \frac{2}{T_г}\int_{(k-1)T_г/N}^{kT_г/N}\sin\left(\frac{2n\pi t}{T_г}\right)dt = \frac{2}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{N}\right)\sin\left(\frac{n(2k-1)\pi}{N}\right).$$

Функция $V_k(t)$ может быть представлена в более общем виде

$$V_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\left(a_{|n|,k} - j\,\mathrm{sign}(n)b_{|n|,k}\right)\exp(jn\omega_г t).$$

Применив преобразование Фурье с учетом теоремы о частотном сдвиге, получим для тока (1)

$$I_k(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\left(a_{|n|,k} - j\,\mathrm{sign}(n)b_{|n|,k}\right)\times I_{вх1}(j\omega - nj\omega_г) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\left(a_{|n|,k} + j\,\mathrm{sign}(n)b_{|n|,k}\right)I_{вх1}(j\omega + nj\omega_г), \quad (2)$$

где $I_k(j\omega)$ – преобразование Фурье для $i_k(t)$; $I_{вх1}(j\omega)$ – преобразование Фурье для $i_{вх1}(t)$. Номер коэффициента n показывает во сколько раз по сравнению с $I_{вх1}(j\omega)$ частотный сдвиг для тока $I_{вх1}(j\omega + n\omega_г)$ больше, чем $\omega_г$. Таким образом, преобразование Фурье для $i_k(t)$ является суммой преобразований Фурье для $i_{вх1}(t)$ с частотными сдвигами $n\omega_г$ и соответствующими весовыми коэффициентами.

1.2. Расчет выходного напряжения плеча $u_k(t)$

Преобразование Фурье $U_k(j\omega)$ напряжения k-го плеча $u_k(t)$ определяется выражением

$$U_k(j\omega) = Z_н(j\omega)I_k(j\omega). \quad (3)$$

Из (2) и (3) получим

$$U_k(j\omega) = Z_н(j\omega)\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\left(a_{|n|,k} + j\,\mathrm{sign}(n)b_{|n|,k}\right)I_{вх1}(j\omega + nj\omega_г). \quad (4)$$

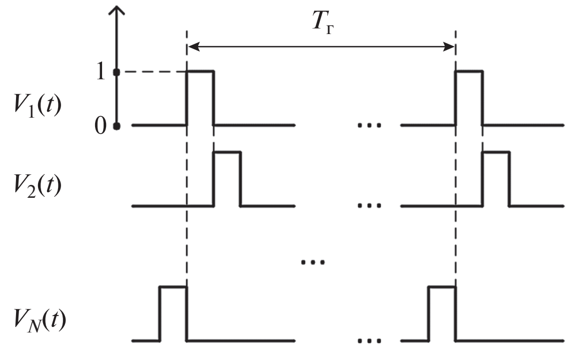

Рис. 2. Нормированная управляющая функция k-го ключа $V_k(t)$.

1.3. Расчет входного напряжения $U_{вх}(j\omega)$

В каждом периоде входной узел подключен только к одному плечу на отрезке времени $\tau = T_г/N$. Следовательно, входное напряжение определяется соотношением

$$u_{вх}(t) = R_г i_{вх1}(t)\sum_{k=1}^{N}V_k(t) + \sum_{k=1}^{N}u_k(t)V_k(t) = R_г i_{вх1}(t) + \sum_{k=1}^{N}u_k(t)V_k(t), \quad (5)$$

где $R_г$ – внутреннее сопротивление ключа как транзистора в открытом состоянии. Применив преобразование Фурье для выражения (5), получим

$$U_{вх}(j\omega) = R_г I_{вх1}(j\omega) + \sum_{k=1}^{N}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\left(a_{|m|,k} + j\,\mathrm{sign}(m)b_{|m|,k}\right)U_k(j\omega + mj\omega_г), \quad (6)$$

где $U_{вх}(j\omega)$ – преобразование Фурье для входного напряжения $u_{вх}(t)$. Номер коэффициента m показывает, во сколько раз по сравнению с $U_k(j\omega)$ частотный сдвиг для напряжения $U_k(j\omega + mj\omega_г)$ больше, чем $\omega_г$. Из (4) и (6) следует

$$U_{вх}(j\omega) = R_г I_{вх1}(j\omega) + \sum_{k=1}^{N}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{4}\left(a_{|m|,k} + j\,\mathrm{sign}(m)b_{|m|,k}\right)\times \left(a_{|n|,k} + j\,\mathrm{sign}(n)b_{|n|,k}\right)Z_н(j\omega + mj\omega_г)\times I_{вх1}(j\omega + (n+m)j\omega_г). \quad (7)$$

Расчет преобразования Фурье для входного напряжения $u_{вх}(t)$ приведен в Приложении 1. Окончательная формула для $U_{вх}(j\omega)$ имеет вид

$$U_{вх}(j\omega) = R_г I_{вх1}(j\omega) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty}I_{вх1}(j\omega + pNj\omega_г)\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty}N\exp(-jp\pi)A_m A_{pN-m}Z_н(j\omega + mj\omega_г), \quad (8)$$

где $A_m = (\mathrm{sinc}(m\pi/N))/N$, p — целая часть отношения $p = [(m + n)/N]$.

1.4. Система уравнений для расчета тока $I_{вх1}(j\omega)$

Представим выражение для токов схемы следующим образом:

$$I_{вх1}(j\omega) + I_{вх2}(j\omega) = I_{вх1}(j\omega) + U_{вх}(j\omega)/Z_{вх}(j\omega) = I_{вх}(j\omega), \quad (9)$$

где $I_{вх2}(j\omega)$ – преобразование Фурье для тока $i_{вх2}(t)$. Далее, из выражений (8) и (9) получим

$$\left(Z_{вх}(j\omega) + R_г\right) I_{вх1}(j\omega) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} Q(p,\omega) I_{вх1}(j\omega + pNj\omega_г) = Z_{вх}(j\omega) I_{вх}(j\omega), \quad (10)$$

где $Q(p,\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} N \exp(-jp\pi) A_{m,k} A_{pN-m,k} \times Z_{н}(j\omega + mj\omega_г)$.

Если входной ток представлен как комплексный экспоненциальный сигнал $i_{вх}(t) = I_{вх}\exp(j\omega_{вх}t)$ с амплитудой $I_{вх}$ и угловой частотой $\omega_{вх}$, то ток $I_{вх1}(j\omega)$ описывается составляющими на частотах $\omega_{вх} + rN\omega_г$, где целое число r характеризует частотный сдвиг $rN\omega_г$ данных составляющих по сравнению с основной составляющей на угловой частоте $\omega_{вх}$. При этом входной ток $I_{вх}(j\omega)$ не содержит гармоник, т.е. $I_{вх}(j\omega) = I_{вх}(j\omega_{вх})$ при $r = 0$. При остальных значениях r входной ток $I_{вх}(j\omega) = 0$. Таким образом, для каждой частоты $\omega = \omega_{вх} + rN\omega_г$ из (10) получим уравнение

$$\left(Z_{вх}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г) + R_г\right) I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} Q(p, \omega_{вх} + rN\omega_г) I_{вх1}(j\omega_{вх} + (r+p)Nj\omega_г) = Z_{вх}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г) I_{вх}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г).$$

Тогда для всего множества значений r имеем систему уравнений матричного вида относительно комплексного сигнала входного тока:

$$\begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & Z_{вх}(j\omega_{вх} + Nj\omega_г) + R_т & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & Z_{вх}(j\omega_{вх}) + R_т & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & Z_{вх}(j\omega_{вх} - Nj\omega_г) + R_т & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dots \\ I_{вх1}(j\omega_{вх} + Nj\omega_г) \\ I_{вх1}(j\omega_{вх}) \\ I_{вх1}(j\omega_{вх} - Nj\omega_г) \\ \dots \end{vmatrix} +$$
$$+ \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & Q(0, \omega_{вх} + N\omega_г) & Q(-1, \omega_{вх} + N\omega_г) & Q(-2, \omega_{вх} + N\omega_г) & \dots \\ \dots & Q(1, \omega_{вх}) & Q(0, \omega_{вх}) & Q(-1, \omega_{вх}) & \dots \\ \dots & Q(2, \omega_{вх} - N\omega_г) & Q(1, \omega_{вх} - N\omega_г) & Q(0, \omega_{вх} - N\omega_г) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dots \\ I_{вх1}(j\omega_{вх} + Nj\omega_г) \\ I_{вх1}(j\omega_{вх}) \\ I_{вх1}(j\omega_{вх} - Nj\omega_г) \\ \dots \end{vmatrix} =$$
$$= \begin{vmatrix} \dots \\ 0 \\ Z_{вх}(j\omega_{вх}) I_{вх}(j\omega_{вх}) \\ 0 \\ \dots \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Чтобы найти комбинационные гармоники $I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г)$, необходимо решить систему уравнений (11). Решение системы уравнений (11) приведено в Приложении 2:

$$\mathbf{I_{вх1}} = \frac{I_{вх}(j\omega_{вх}) Z_{вх}(j\omega_{вх})}{Z(j\omega_{вх})} \begin{vmatrix} \dots \\ -c/\left(b(b+N)(1+g) Z(j\omega_{вх} + Nj\omega_г)\right) \\ 1 - c/\left((1+g) b^2 Z(j\omega_{вх})\right) \\ -c/\left(b(b-N)(1+g) Z(j\omega_{вх} - Nj\omega_г)\right) \\ \dots \end{vmatrix},$$

где

$$Z(j\omega) = R_г + Z_{вх}(j\omega) + Z_н(j\omega); Z_н(j\omega) = R_н/(1 + j\omega R_н C_н); b = (j\omega_{вх} R_н C_н + 1)/(j\omega_г R_н C_н);$$
$$c = (jN\sin(b(\pi - \pi/N))\sin(b\pi/N))/(\pi\omega_г C_н \sin(b\pi));$$
$$g = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c/\left((b + lN)^2 Z(j\omega_{вх} + lNj\omega_г)\right).$$

Ток $I_{вх1}(j\omega)$ включает составляющие на частотах $\omega_{вх}$, $\omega_{вх} \pm N\omega_г$, $\omega_{вх} \pm 2N\omega_г$ и т.д. В процессе преобразования необходимо выделить основную составляющую $I_{вх1}(j\omega_{вх})$ и подавить комбинационные гармоники $I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г)$. Чем больше N, тем дальше от основной составляющей расположены комбинационные гармоники $I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г)$. При $N = 4$ комбинационные гармоники находятся на частотах $\omega_{вх} \pm 4\omega_г$, $\omega_{вх} \pm 8\omega_г$ и т.д. При $N = 8$ комбинационные гармоники находятся на частотах $\omega_{вх} \pm 8\omega_г$, $\omega_{вх} \pm 16\omega_г$ и т.д. В зависимости от диапазона частот выбираемое значение N должно обеспечивать компромисс между сложностью цепи компенсации гармоник и схемы гетеродина.

1.5. Расчет передаточного импеданса одного плеча

Из формулы (4) имеем составляющую выходного напряжения на одном плече (например, первом при $k = 1$) на промежуточной частоте $\omega_{пч} = \omega_{вх} - \omega_г$:

$$U_1(j\omega_{вх} - j\omega_г) = Z_н(j\omega_{вх} - j\omega_г)\times$$
$$\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}\left(a_{|m|,1} + j\operatorname{sign}(m) b_{|m|,1}\right)\times$$
$$\times I_{вх1}(j\omega_{вх} + (m-1)j\omega_г).$$

Так как ток $I_{вх1}(j\omega)$ определяется составляющими только на частотах $\omega_{вх} + rN\omega_г$, то:

$$U_1(j\omega_{вх} - j\omega_г) = Z_н(j\omega_{вх} - j\omega_г)\times$$
$$\times \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\pi/N)\exp(j\pi/N)}{(rN+1)\pi} I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г).$$

Тогда имеем

$$U_1(j\omega_{вх} - j\omega_г) = I_{вх}(j\omega_{вх})\times$$
$$\times \frac{Z_{вх}(j\omega_{вх}) Z_н(j\omega_{вх} - j\omega_г)\sin(\pi/N)\exp(j\pi/N)}{\pi Z(j\omega_{вх})}\times$$
$$\times\left(1 - \frac{c}{b(1+g)}\sum_{r=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(rN+1)(rN+b)Z(j\omega_{вх} + rNj\omega_г)}\right).$$

Таким образом, передаточный импеданс одного плеча (первого) переключаемой части пассивного смесителя с управлением по току определяется по формуле

$$Z_1 = \frac{U_1(j\omega_{вх} - j\omega_г)}{I_{вх}(j\omega_{вх})} = \frac{Z_{вх}(j\omega_{вх}) Z_н(j\omega_{вх} - j\omega_г)\sin(\pi/N)\exp(j\pi/N)}{\pi Z(j\omega_{вх})}\times$$
$$\times\left(1 - \frac{c}{b(1+g)}\sum_{r=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(rN+1)(rN+b)Z(j\omega_{вх} + rNj\omega_г)}\right). \quad (12)$$

2. КОМПЕНСАЦИЯ ГАРМОНИК

Напряжение $U_k(j\omega)$ состоит из составляющих на частотах $\omega_{вх} + q\omega_г$, где q – номер гармоники частоты гетеродина. Тогда, согласно (4) имеем

$$U_k(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = Z_н(j\omega_{вх} + qj\omega_г)\times$$
$$\times\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\left(a_{|m|,k} + j\operatorname{sign}(m) b_{|m|,k}\right)\times$$
$$\times I_{вх1}(j\omega_{вх} + qj\omega_г + mj\omega_г) =$$
$$= Z_н(j\omega_{вх} + qj\omega_г)\times$$
$$\times\sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \exp(j\varphi_{m,k}) I_{вх1}(j\omega_{вх} + (q+m)j\omega_г),$$

где $\varphi_{m,k} = m(2k-1)\pi/N$. Однако ток $I_{вх1}$ состоит из гармоник на частотах $\omega_{вх} + rN\omega_г$, поэтому $q + m = rN$ и, следовательно,

$$U_k(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = Z_н(j\omega_{вх} + qj\omega_г)\times$$
$$\times\sum_{r=-\infty}^{+\infty} A_{rN-q}\exp(j\varphi_{rN-q,k}) I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г).$$

Далее выразим напряжение плеча с номером $k + d$ через напряжение k-го плеча:

$$U_{k+d}(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = Z_н(j\omega_{вх} + qj\omega_г)\times$$
$$\times\sum_{r=-\infty}^{+\infty} A_{rN-q}\exp(j\varphi_{rN-q,k+d}) I_{вх1}(j\omega_{вх} + rNj\omega_г) =$$
$$= \exp(-j2\pi dq/N) U_k(j\omega_{вх} + qj\omega_г).$$

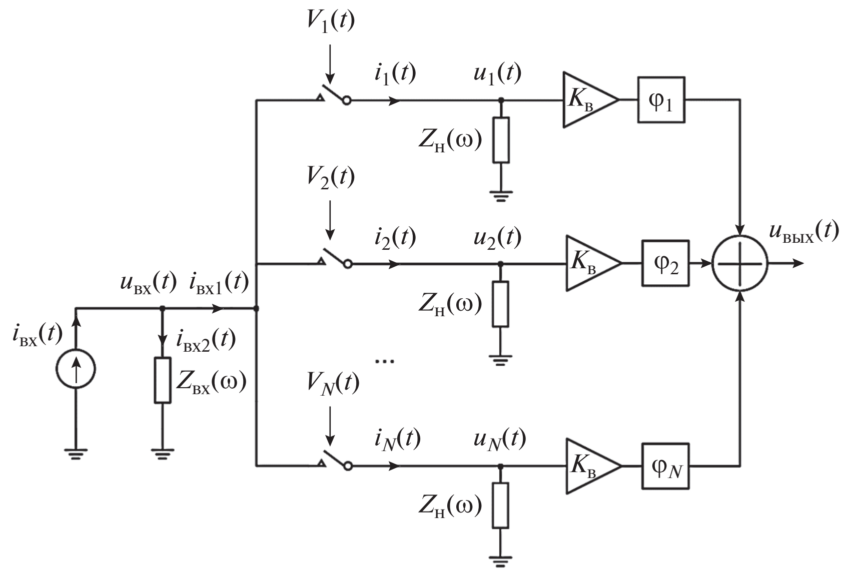

Рис. 3. Схема смеситель частот с цепью компенсации (суммирования) гармоник.

Это значит, что напряжение $U_{k+d}(j\omega_{вх} + qj\omega_г)$ равно напряжению $U_k(j\omega_{вх} + qj\omega_г)$ по величине, но со сдвигом фазы $-2\pi dq/N$. Тогда получим

$$U_k\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right) = \\ = \exp\left(-j2\pi q(k-1)/N\right)U_1\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right). \quad (13)$$

Для подавления комбинационных гармоник на выходе используется цепь компенсации гармоник на основе сумматора и фазовращателей (рис. 3). На сумматор выходное напряжение в k-ом плече добавляется с весовым коэффициентом $K_в$ и с фазой $\varphi_k = \varphi_0 - 2\pi k/N$, где φ_0 – начальный сдвиг фазы. Тогда, на сумматор поступают сигналы вида

$$U_k\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right)K_в\exp\left(j\left(\varphi_0 - 2\pi k/N\right)\right) = \\ = \exp\left(-j2\pi\left(kq + k - q\right)/N\right)\times \\ \times U_1\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right)K_в\exp(j\varphi_0).$$

Эти напряжения суммируются. При этом выходное напряжение после суммирования определяется выражением:

$$U_{вых}\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right) = \\ = \sum_{k=1}^{N}\exp\left(-j2\pi\left(kq + k - q\right)/N\right)\times \\ \times U_1\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right)K_в\exp(j\varphi_0) = \\ = U_1\left(j\omega_{вх} + qj\omega_г\right)K_в\exp(j\varphi_0)\times \\ \times\exp(j2\pi q/N)\sum_{k=1}^{N}\left(\exp\left(-j2\pi(q+1)/N\right)\right)^k.$$

Выделим далее два случая. Если $q = rN - 1$, то

$$U_{вых}\left(j\omega_{вх} - j\omega_г + rNj\omega_г\right) = \\ = NU_1\left(j\omega_{вх} - j\omega_г + rNj\omega_г\right)\times \\ \times K_в\exp(j\varphi_0)\exp(-j2\pi/N).$$

Если $q \neq rN - 1$, то

$$\sum_{k=1}^{N}\left(\exp\left(-j2\pi(q+1)/N\right)\right)^k = \frac{\exp\left(-j2\pi(q+1)(N+1)/N\right) - \exp\left(-j2\pi(q+1)/N\right)}{\exp\left(-j2\pi(q+1)/N\right) - 1} = 0,$$

поскольку для всех $x \neq 1$: $x + x^2 + \ldots + x^N = (x^{N+1} - x)/(x-1)$. Таким образом,

$$U_{вых}\left(j\omega_{пч} + rNj\omega_г\right) = \\ = NK_в\exp\left(j\left(\varphi_0 - 2\pi/N\right)\right)U_1\left(j\omega_{пч} + rNj\omega_г\right). \quad (14)$$

Ток $I_{вх1}$ состоит из гармоник на частотах $\omega_{вх} + rN\omega_г$. При этом из (14) следует, что выходное напряжение после суммирования состоит из гармоник на частотах $\omega_{пч} + rN\omega_г$ и их амплитуды увеличиваются в $NK_в$ раз. Тогда передаточный импеданс одного плеча, рассчитанный в (12), также увеличивается в $NK_в$ раз. Кроме того, остальные комбинационные гармоники на выходе полностью компенсируются в случае полного равенства параметров плеч смесителя. При этом передаточный импеданс пассивного смесителя с управлением по току будет иметь вид

$$Z_{см} = \frac{U_{вых}(j\omega_{вх} - j\omega_г)}{I_{вх}(j\omega_{вх})} = NK_в \frac{Z_{вх}(j\omega_{вх}) Z_н(j\omega_{вх} - j\omega_г) \sin(\pi/N) \exp(j(\varphi_0 - \pi/N))}{\pi Z(j\omega_{вх})} \times$$
$$\times \left(1 - \frac{c}{b(1+g)} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(rN+1)(rN+b) Z(j\omega_{вх} + rNj\omega_г)}\right). \quad (15)$$

Таким образом, передаточный импеданс увеличивается в $NK_в$ раз по сравнению с передаточным импедансом одного плеча.

Как пример, рассмотрим случай $N = 4$. Обобщенная схема для данного случая представлена на рис. 4. Для сдвига фазы $\pi/2$ при $\omega_{вх} > \omega_г$ используются RC-цепи, как показано на рис. 5. При $\omega_{вх} < \omega_г$, RC-цепи следует поменять местами. Значения R_1 и C_1 выбираются так, чтобы $R_1 = 1/(\omega_{пч}C_1)$. Сдвиги фаз в плечах схемы на рис. 5 на промежуточной частоте $\omega_{пч}$ составляют: $\pi/4$ (плечо 1), $-\pi/4$ (плечо 2), $-3\pi/4$ (плечо 3), $-5\pi/4$ (плечо 4). Схема на рис. 5 соответствует схеме на рис. 4 с $\varphi_0 = 3\pi/4$. Напряжения в узлах A, B, C, D равны соответственно:

$$U_A(j\omega) = U_1(j\omega) - U_3(j\omega),$$
$$U_B(j\omega) = U_2(j\omega) - U_4(j\omega),$$

$$U_C(j\omega) = \frac{R_1 U_A(j\omega)}{R_1 + 1/(j\omega C_1)} =$$
$$= \frac{R_1(U_1(j\omega) - U_3(j\omega))}{\sqrt{R_1^2 + 1/(\omega C_1)^2}} \exp(j\,\mathrm{arctg}(1/(\omega R_1 C_1))),$$
$$U_D(j\omega) = \frac{U_B(j\omega)/(j\omega C_1)}{R_1 + 1/(j\omega C_1)} =$$
$$= \frac{(U_2(j\omega) - U_4(j\omega))/(\omega C_1)}{\sqrt{R_1^2 + 1/(\omega C_1)^2}} \times$$
$$\times \exp(j(\mathrm{arctg}(1/(\omega R_1 C_1)) - \pi/2)),$$

где $-\pi/2 \le \mathrm{arctg}(1/(\omega R_1 C_1)) \le \pi/2$. Вместе с тем согласно (13) имеем

$$U_2(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = \exp(-jq\pi/2) U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г),$$
$$U_3(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = \exp(-jq\pi) U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г),$$
$$U_4(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = \exp(-j3q\pi/2) U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г).$$

Тогда получаем

$$U_C(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = \frac{R_1(1 - \exp(-jq\pi)) \exp(j\,\mathrm{arctg}(1/((\omega_{вх} + q\omega_г) R_1 C_1)))}{\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{вх} + q\omega_г) C_1)^2}} U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г),$$

$$U_D(j\omega_{вх} + qj\omega_г) =$$
$$= \frac{\exp(j\,\mathrm{arctg}(1/((\omega_{вх} + q\omega_г) R_1 C_1)))(\exp(-j(q+1)\pi/2) - \exp(-j(3q+1)\pi/2))}{((\omega_{вх} + q\omega_г) C_1)\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{вх} + q\omega_г) C_1)^2}} U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г).$$

Выходное напряжение на частотах $\omega_{вх} + q\omega_г$ рассчитано по формуле

$$U_{вых,RC}(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = U_C(j\omega_{вх} + qj\omega_г) + U_D(j\omega_{вх} + qj\omega_г) =$$
$$= \frac{U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г) R_1 (1 - \exp(-jq\pi)) \exp(j\,\mathrm{arctg}(1/((\omega_{вх} + q\omega_г) R_1 C_1)))}{\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{вх} + q\omega_г) C_1)^2}} \left(1 + \frac{\exp(-j(q+1)\pi/2)}{(\omega_{вх} + q\omega_г) R_1 C_1}\right).$$

Если q – четное число, то $U_{вых,RC}(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = 0$. Если q – нечетное число, то

$$U_{вых,RC}(j\omega_{вх} + qj\omega_г) = \frac{2U_1(j\omega_{вх} + qj\omega_г) R_1 \exp(j\,\mathrm{arctg}(1/((\omega_{вх} + q\omega_г) R_1 C_1)))}{\sqrt{R_1^2 + 1/((\omega_{вх} + q\omega_г) C_1)^2}} \left(1 + \frac{\exp(-j(q+1)\pi/2)}{(\omega_{вх} + q\omega_г) R_1 C_1}\right).$$

Поскольку выбраны значения R_1 и C_1 так, чтобы $R_1 = 1/(\omega_{пч}C_1)$, то получим

$$U_{вых,RC}(j\omega_{пч}) = 2\sqrt{2} U_1(j\omega_{пч}) \exp(j\pi/4).$$

Весовой коэффициент $K_в = 1/\sqrt{2}$. Таким образом, передаточный импеданс увеличивается в $2\sqrt{2}$ раз по сравнению с передаточным импедансом одного плеча.

3. РЕЗУЛЬТАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании схемы пассивного смесителя с управлением по току (согласно рис. 5) зада-

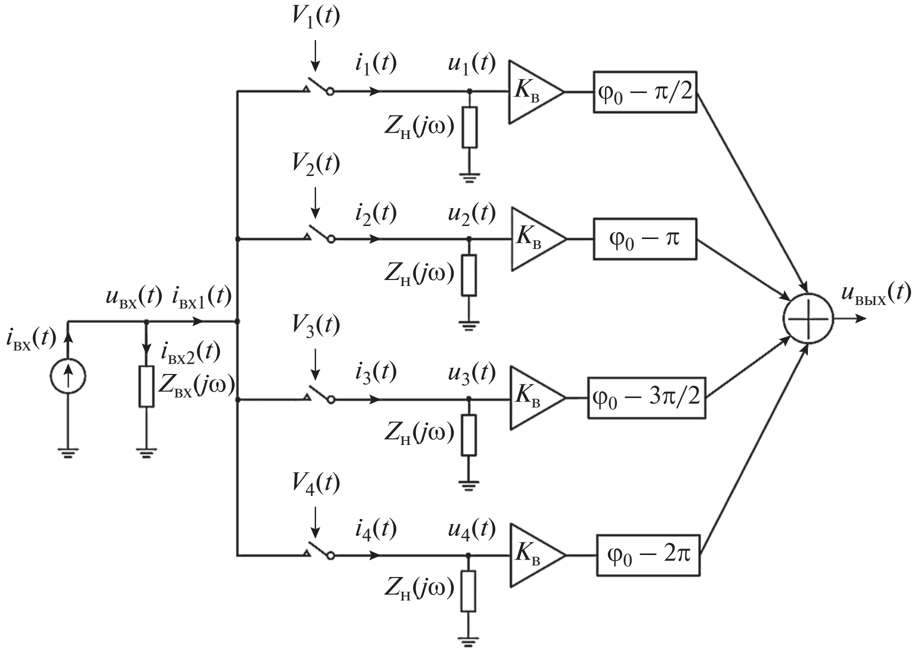

Рис. 4. Обощенная схема смесителя частоты при $N = 4$.

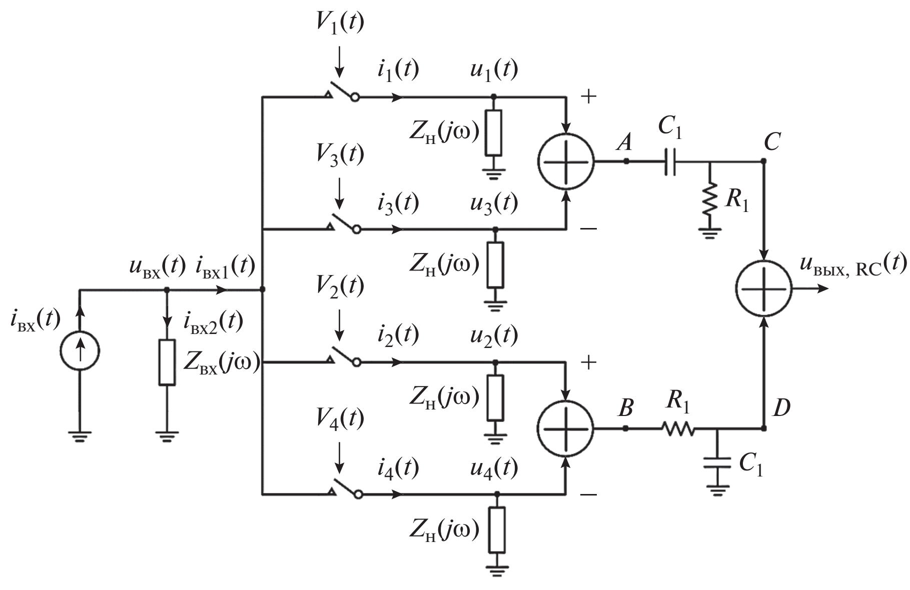

Рис. 5. Схема смеситель частот с RC-цепью комбинации гармоник при $N = 4$.

ются следующие параметры: амплитуда входного тока $i_{вх}(t)$ 10 мА; каждое плечо является параллельной RC-цепью $R_н$ = 1 кОм, $C_н$ = 10 пФ; входной импеданс также является параллельной RC-цепью $R_{вх}$ = 5 кОм, $C_{вх}$ = 10 пФ; сопротивление ключа в открытом состоянии $R_т$ = 100 Ом; число плеч $N = 4$. Зависимость модуля передаточного импеданса $Z_{см}$ от входной частоты $f_{вх}$ при неизменной промежуточной частоте $f_{пч}$ = 100 МГц представлена на рис. 6. Зависимость модуля передаточного импеданса $Z_{см}$ от промежуточной частоты $f_{пч}$ при неизменной частоте гетеродина $f_г$ = 2 ГГц показана на рис. 7. Результаты расчета и моделирования выходного напряжения $U_{вых,RC}$ и комбинационных гармоник на выходе схемы компенсации при входной частоте $f_{вх}$ и частоте гетеродина $f_г$, представлены в табл. 1. Сохранены приведенные параметры схемы. Значения R_1 и C_1 выбираются так, чтобы R_1 =

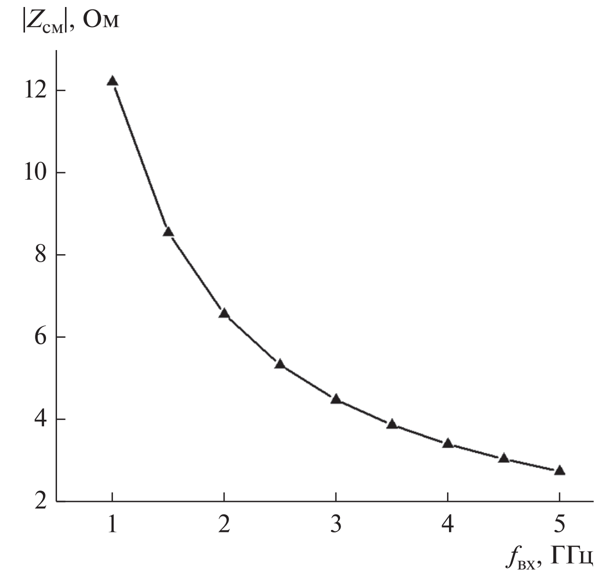

Рис. 6. Зависимость модуля передаточного импеданса $Z_{см}$ от входной частоты $f_{вх}$ при неизменной промежуточной частоте $f_{пч}$ = 100 МГц.

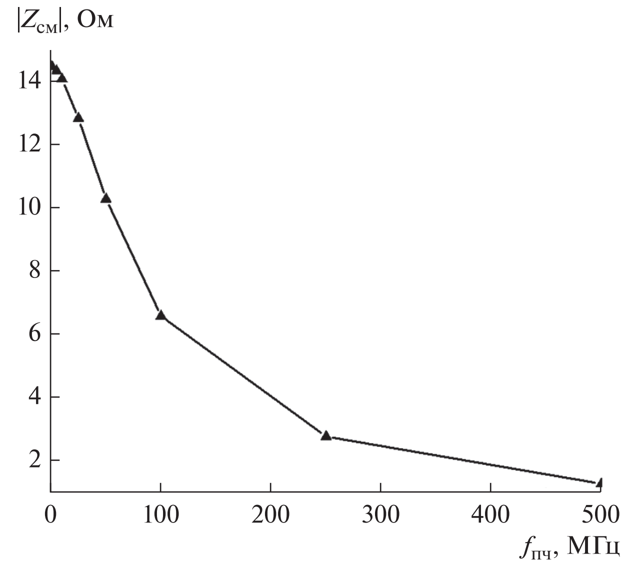

Рис. 7. Зависимость модуля передаточного импеданса $Z_{см}$ от промежуточной частоты $f_{пч}$ при неизменной частоте гетеродина $f_г$ = 2 ГГц.

$= 1/(\omega_{пч}C_1)$. В данном случае $R_1 = 1$ кОм, $C_1 = 1.59$ пФ. Результаты расчета и моделирования совпадают с высокой точностью (ошибка составляет менее 0.5%). Выходное напряжение $U_{вых,RC}$ в $2\sqrt{2}$ раз больше, чем напряжение U_1. Комбинационные гармоники напряжения $U_{вых,RC}$ на частотах $\omega_{вх} + q\omega_г$ (q – четное целое число) полностью компенсируются. Однако иные комбинационные гармоники напряжения $U_{вых,RC}$ больше, чем соответствующие комбинационные гармоники напряжения U_1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты анализа схемы пассивного смесителя с управлением по току. Выведено выражение (15) для передаточного импеданса схемы $Z_{см}$. В отличие от известных работ, результаты справедливы при любой промежуточной частоте, включая нулевую, которая применяется в гомодинных приемниках [14] (в этом случае в выражении (15) $\omega_{вх} = \omega_г$) и учитывают комплексный характер входного импеданса

Таблица 1. Результат расчета и моделирования выходного напряжения $U_{вых,RC}$ и комбинационных гармоник на выходе схемы компенсации

Гармоника, ГГц	U_1, мВ		$U_{вых,RC}$, мВ	
	расчет	моделирование	расчет	моделирование
$f_{пч} = 0.1$	23.2126	23.2120	65.6554	65.6530
$\lvert f_{пч} - f_г\rvert = 1.9$	0.866331	0.866292	0	0
$\lvert f_{пч} + f_г\rvert = 2.1$	1.2591	1.2590	0	0
$\lvert f_{пч} - 2f_г\rvert = 3.9$	0.201932	0.201954	0.414130	0.414156
$\lvert f_{пч} + 2f_г\rvert = 4.1$	0.589581	0.589554	1.150000	1.150080
$\lvert f_{пч} - 3f_г\rvert = 5.9$	0.041485	0.041488	0	0
$\lvert f_{пч} + 3f_г\rvert = 6.1$	0.286854	0.286870	0	0
$\lvert f_{пч} - 4f_г\rvert = 7.9$	0.065105	0.065102	0.128532	0.128544
$\lvert f_{пч} + 4f_г\rvert = 8.1$	0.107968	0.107945	0.218558	0.218539

источника тока $Z_{вх}(j\omega)$ и выходного импеданса нагрузки $Z_н(j\omega)$. Представленные соотношения позволяют определять выходной сигнал на промежуточной частоте с учетом гармоник частоты гетеродина. Моделирование схемы смесителя в среде Micro-Cap подтвердило справедливость полученных результатов. Ошибка в расчетах по сравнению с моделированием составляет до 0.5%, если учитывать не более пяти гармоник, и менее 0.2%, если учитывать не менее десяти гармоник.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Расчет $U_{вх}(j\omega)$

Из выражений для коэффициентов $a_{m,k}$, $b_{m,k}$ имеем

$$a_{|m|,k} + j\operatorname{sign}(m)\, b_{|m|,k} = \frac{2}{m\pi}\sin\left(\frac{m\pi}{N}\right)\times$$
$$\times \exp\left(jm(2k-1)\pi/N\right), \quad m \neq 0,$$
$$a_{|m|,k} + j\operatorname{sign}(m)\, b_{|m|,k} = \frac{2}{N}, \ \ m = 0.$$

Таким образом,

$$a_{|m|,k} + j\operatorname{sign}(m)\, b_{|m|,k} = 2A_m \exp(j\varphi_{m,k}), \qquad (\text{П.1})$$

где $A_m = (\operatorname{sinc}(m\pi/N))/N$, $\varphi_{m,k} = m(2k-1)\pi/N$. Из формул (7) и (П.1) следует, что

$$U_{вх}(j\omega) = R_г I_{вх1}(j\omega) +$$
$$+ \sum_{k=1}^{N}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_m A_n \exp\left(j(m+n)(2k-1)\pi/N\right)\times$$
$$\times Z_н(j\omega + mj\omega_г)\, I_{вх1}(j\omega + (n+m)j\omega_г) =$$
$$= R_г I_{вх1}(j\omega) + \sum_{m=-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\Bigg(A_m A_n Z_н(j\omega + mj\omega_г)\times$$
$$\times I_{вх1}(j\omega + (n+m)j\omega_г)\times$$
$$\times \sum_{k=1}^{N}\exp\left(j(m+n)(2k-1)\pi/N\right)\Bigg).$$

Если сумма $m+n$ не кратна N (т.е. $m+n \neq pN$), то получаем

$$\sum_{k=1}^{N}\exp\left(j(m+n)(2k-1)\pi/N\right) = 0.$$

Если сумма $m+n$ кратна N (т.е. $m+n = pN$), то –

$$\sum_{k=1}^{N}\exp\left(j(m+n)(2k-1)\pi/N\right) = N\exp(-jp\pi).$$

Поэтому окончательно получим

$$U_{вх}(j\omega) = R_г I_{вх1}(j\omega) +$$
$$+ \sum_{p=-\infty}^{+\infty} I_{вх1}(j\omega + pNj\omega_г)\, N\exp(-jp\pi)\times$$
$$\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m A_{pN-m} Z_н(j\omega + mj\omega_г).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Решение системы уравнений (11)

П.2.1. Расчет $Q(p, \omega)$

Предполагаем, что нагрузка $Z_н$ является параллельной RC-цепью (резистор $R_н$ и конденсатор $C_н$ соединены параллельно). Представим выражение для $Q(p, \omega)$:

$$Q(p,\omega) = N\exp(-jp\pi)\times$$
$$\times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m A_{pN-m} Z_н(j\omega + mj\omega_г).$$

Выразим сумму в функции $Q(p, \omega)$ с помощью дискретной свертки вида:

$$y[h] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m A_{h-m} Z_н(j\omega + mj\omega_г) =$$
$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{h-m}\left(A_m Z_н(j\omega + mj\omega_г)\right).$$

Функция $y[h]$ является дискретной сверткой от $x_1[h]$ и $x_2[h]$, где h – целое число:

$$y[h] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1[h-m]\,x_2[m] = x_1[h] * x_2[h],$$

где $x_1[h] = A_h$, $x_2[h] = A_h Z_н(j\omega + hj\omega_г)$. Вычислим полученную сумму с помощью следующего алгоритма: осуществим прямое дискретное преобразование Фурье для функций $x_1[h]$ и $x_2[h]$ в частотную область $\omega_д$ (отметим, что переменная $\omega_д$ является параметром преобразования и не равна переменной ω в выражении для $x_2[h]$); далее, перемножив полученный результат $X_1(\omega_д)X_2(\omega_д)$, где $X_1(\omega_д)$ – дискретное преобразование Фурье для $x_1[h]$, $X_2(\omega_д)$ – дискретное преобразование Фурье для $x_2[h]$, определим свертку в частотной области как $Y(\omega_д) = X_1(\omega_д)X_2(\omega_д)$; на последнем этапе осуществим обратное дискретное преобразование Фурье для функции $Y(\omega_д)$ и, следовательно, получим выражение для просуммированного значения $y[h]$. Окончательно определим

$$y[h] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} Y(\omega_д)\exp(jh\omega_д)\, d\omega_д =$$
$$= \frac{j\sin\left(a(\pi - \pi/N)\right)\sin\left((a-h)\pi/N\right)}{a\pi(h-a)\omega_г C_н \sin(a\pi)} + \frac{jA_h}{a\omega_г C_н},$$

где $a = -(1 + j\omega R_н C_н)/(j\omega_г R_н C_н)$. Таким образом, получим

$$Q(p,\omega) = N\exp(-jp\pi)\,y[pN] = N\exp(-jp\pi)\times$$
$$\times \frac{j\sin\left(a(\pi - \pi/N)\right)\sin\left((a-pN)\pi/N\right)}{a\pi(pN-a)\omega_г C_н \sin(a\pi)} + \frac{jA_{pN}N}{a\omega_г C_н}.$$

Выделим комбинационные частоты $\omega = \omega_{вх} + rN\omega_г$:

$$Q\left(p, \omega_{вх} + rN\omega_г\right) = \frac{c}{(b + rN)(b + rN + pN)} - \frac{jA_{pN}N}{(b + rN)\omega_г C_н},$$

где

$$b = \left(1 + j\omega_{вх} R_н C_н\right) \big/ \left(j\omega_г R_н C_н\right);$$
$$c = \left(jN \sin\left(b(\pi - \pi/N)\right) \sin\left(b\pi/N\right)\right) \big/ \left(\pi\omega_г C_н \sin(b\pi)\right).$$

П.2.2. Решение системы уравнений

Из результата расчета $Q(p, \omega)$ имеем следующую эквивалентную систему уравнений:

$$\left(\mathbf{D} + \mathbf{F} + \mathbf{E}\right)\mathbf{I_{вх1}} = \frac{Z_{вх}(j\omega_{вх})}{R_г + Z_{вх}(j\omega_{вх})}\mathbf{I_{вх}} \qquad (П.2)$$

где

$$\mathbf{I_{вх1}} = \begin{vmatrix} \dots \\ I_{вх1}\left(j\omega_{вх} + Nj\omega_г\right) \\ I_{вх1}\left(j\omega_{вх}\right) \\ I_{вх1}\left(j\omega_{вх} - Nj\omega_г\right) \\ \dots \end{vmatrix}, \quad \mathbf{I_{вх}} = \begin{vmatrix} \dots \\ I_{вх}\left(j\omega_{вх} + Nj\omega_г\right) \\ I_{вх}\left(j\omega_{вх}\right) \\ I_{вх}\left(j\omega_{вх} - Nj\omega_г\right) \\ \dots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dots \\ 0 \\ I_{вх}\left(j\omega_{вх}\right) \\ 0 \\ \dots \end{vmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D_1 D_2 D_2^т},$$

$$\mathbf{D_1} = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & c/\left(Z_{вх}(j\omega_{вх} + Nj\omega_г) + R_г\right) & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & c/\left(Z_{вх}(j\omega_{вх}) + R_г\right) & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & c/\left(Z_{вх}(j\omega_{вх} - Nj\omega_г) + R_г\right) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{D_2} = \begin{vmatrix} \dots \\ 1/(b + N) \\ 1/b \\ 1/(b - N) \\ \dots \end{vmatrix}, \quad \mathbf{F} = \frac{1}{j\omega_г C_н}\begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1/F_1(1) & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1/F_1(0) & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1/F_1(-1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix},$$

$$F_1(s) = \left(b + sN\right)\left(Z_{вх}(j\omega_{вх} + sNj\omega_г) + R_г\right),$$

$\mathbf{E}$ – единичная матрица.

Для решения системы (П.2) необходимо найти обратную матрицу $(\mathbf{D} + \mathbf{E} + \mathbf{F})^{-1}$. Воспользуемся теоремой, которая приведена в [15]: пусть задана матрица вида $(\mathbf{D} + \mathbf{H})$. Тогда, если $\mathrm{rank}(\mathbf{D}) = 1$, то

$$(\mathbf{D} + \mathbf{H})^{-1} = \mathbf{H}^{-1} - \left(\mathbf{H}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1}\right) \big/ \left(1 + g\right),$$

где $g = \mathrm{tr}(\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1})$ – сумма элементов диагонали матрицы $\mathbf{D}\mathbf{H}^{-1}$. Матрица $\mathbf{D}$ является произведением трех матриц, $\mathbf{D_1}$, $\mathbf{D_2}$ и $\mathbf{D_2^T}$. Поскольку rank произведения матриц не превосходит наименьший rank каждого из сомножителей, а $\mathrm{rank}(\mathbf{D_2}) = \mathrm{rank}(\mathbf{D_2^T}) = 1$, то $\mathrm{rank}(\mathbf{D}) = 1$. Таким образом, условие теоремы выполнено.

В данной работе матрица $\mathbf{H} = \mathbf{F} + \mathbf{E}$. Поскольку $\mathbf{H}$ является диагональной матрицей, легко найти $\mathbf{H}^{-1}$. Тогда, решение системы уравнений (П.2) будет иметь вид

$$\mathbf{I_{вх1}} = \left(\mathbf{D} + \mathbf{F} + \mathbf{E}\right)^{-1} \frac{Z_{вх}(j\omega_{вх})}{R_г + Z_{вх}(j\omega_{вх})}\mathbf{I_{вх}} = \left((\mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1} - \frac{(\mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1}\mathbf{D}(\mathbf{F} + \mathbf{E})^{-1}}{1 + g}\right) \times \frac{Z_{вх}(j\omega_{вх})}{R_г + Z_{вх}(j\omega_{вх})}\mathbf{I_{вх}}.$$

Окончательное решение исходной системы уравнений:

$$\mathbf{I_{вх1}} = \frac{I_{вх}\left(j\omega_{вх}\right) Z_{вх}\left(j\omega_{вх}\right)}{Z(j\omega_{вх})} \times \begin{vmatrix} \dots \\ -c/\left(b\left(b + N\right)\left(1 + g\right) Z\left(j\omega_{вх} + Nj\omega_г\right)\right) \\ 1 - c/\left((1 + g)b^2 Z(j\omega_{вх})\right) \\ -c/\left(b\left(b - N\right)\left(1 + g\right) Z\left(j\omega_{вх} - Nj\omega_г\right)\right) \\ \dots \end{vmatrix},$$

где

$$Z(j\omega) = R_{\text{г}} + Z_{\text{вх}}(j\omega) + Z_{\text{н}}(j\omega);$$

$$Z_{\text{н}}(j\omega) = R_{\text{н}} \big/ \left(1 + j\omega R_{\text{н}} C_{\text{н}}\right);$$

$$g = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c \Big/ \left((b + lN)^2 Z(j\omega_{\text{вх}} + lNj\omega_{\text{г}}) \right).$$

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы Научного центра мирового уровня “Передовые цифровые технологии” (соглашение от 20.04.2022 № 075-15-2022-311).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lin F., Mak P. I., Martins R.P.* // IEEE Circuits and Systems Magazine. 2015. V. 15. № 1. P. 12.
2. *Дроздов А.В., Дроботун Н.Б., Гошин Г.Г., Хорошилов Е.В.* // Докл. Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. Т. 20. № 1. С. 23.
3. *Аверина Л.И., Бобрешов А.М., Шапошникова Ж.В.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2010. Т. 13. № 4. С. 51.
4. *Коколов А.А., Помазанов А.В., Шеерман Ф.И. и др.* // Тр. XV Межд. научн.-практ. конф. “Электронные средства и системы управления”. Томск. 20–22 ноября 2019. Томск: В-Спектр. 2019. Т. 1. С. 60.
5. *Романюк В.А., Аунг Б.Б.Х.* // Изв. вузов. Электроника. 2012. № 4. С. 60.
6. *Коротков А.С.* // Микроэлектроника. 2011. Т. 40. № 2. С. 140.
7. *Darabi H., Abidi A.* // IEEE J. Solid-State Circuits. 2000. V. 35. № 1. P. 15.
8. *Mirzaei A., Darabi H., Leete J. et al.* // IEEE Trans. 2010. V. CS-I-57. № 9. P. 2353.
9. *Wu C.Y., Chen Y.T., Liao Y.T.* // IEEE Access. 2021. V. 9. P. 94203.
10. *Krishnamurthy S., Niknejad A.M.* // IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symp. Los Angeles. 4–6 Aug. N.Y.: IEEE, 2020. P. 275.
11. *Bae S., Kim D., Kim D. et al.* // IEEE Trans. 2021. V. CS-I-68. № 2. P. 892.
12. *Mirzaei A., Darabi H.* // IEEE Trans. 2011. V. CS-I-58. № 5. P. 879.
13. *Soer M.C.M., Klumperink E.A.M., de Boer P. et al.* // IEEE Trans. 2010. V. CS-I-57. № 10. P. 2618.
14. *Коротков А.С.* // Микроэлектроника. 2006. Т. 35. № 4. С. 321.
15. *Kenneth S.M.* // Mathematics Magazine. 1981. V. 54. № 2. P. 67.