

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.86

РЕЗОНАНСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ  
СФЕРИЧЕСКИХ ТОНКИХ ПЛЕНОК  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ

© 2023 г. Г. Ф. Заргано<sup>а</sup>, \*, А. В. Харланов<sup>б</sup>

<sup>а</sup> Южный федеральный университет,

ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

<sup>б</sup> Волгоградский государственный технический университет,  
просп. им. Ленина, 28, Волгоград, 400005 Российская Федерация

\*E-mail: gfgargano@sfedu.ru

Поступила в редакцию 18.11.2021 г.

После доработки 04.12.2021 г.

Принята к публикации 22.12.2021 г.

Рассмотрена возможность возбуждения акустических колебаний сферической тонкой пленки электромагнитными волнами. Дано сравнение численного и аналитического решения. Введено понятие пространственного резонанса. Показано, что важна не только частота, но и длина волны. Полученные результаты могут быть использованы для измерения параметров различных сред и в медицинских целях.

DOI: 10.31857/S0033849423080168, EDN: USKMLS

ВВЕДЕНИЕ

Одним из перспективных направлений в современной радиоэлектронике является исследование и применение взаимодействия электромагнитных и акустических колебаний. Наиболее заметной в этой области является акустоэлектроника [1], которая рассматривает возбуждение акустических волн электрическим полем. Но это не единственный способ возбуждения акустических колебаний. Для радиофизики оказывается полезным изучение взаимодействия электромагнитных и акустических колебаний и волн.

В данной работе рассматривается вопрос влияния внешней электромагнитной волны на акустические колебания сферической тонкой пленки, заполненной вязкой жидкостью. Электромагнитная волна, падая на нее, возбуждает электромагнитные колебания. Электрическая составляющая этих колебаний действует на заряды, находящиеся у поверхности пленки, заставляя ее совершать колебания. Напряженность электрического поля при этом меняется в пространстве и времени. То есть имеют место вынужденные колебания пленки под действием переменной, пространственно распределенной силы.

Выбор сферической тонкой пленки в качестве объекта изучения обусловлен практическим интересом, так как сферическая фосфолипидная тонкая пленка является основой клеточных мембран, что позволит применять полученные результаты в

биоэлектронике, биофизике и медицинской физике – новых областях интересов радиофизики и электроники [2–4]. Существование акустических колебаний клеток уже было доказано экспериментально [5]. Эти колебания играют важную роль в функционировании клетки, в частности, препятствуют застойным явлениям в клетке, способствуют транспорту ионов через мембрану [6, 7]. Также заряды, колеблющиеся вместе с мембраной, создают переменные поля, и, регистрируя их, можно оценить состояние клетки и среды, в которой они находятся [8, 9]. В такой модели применяется ряд допущений: не рассматриваются заряды внутри клетки, так как они не оказывают влияния на акустические колебания пленки, пленка и вязкая среда считаются однородными. Представление клетки в виде однородного резонатора широко применяется в научной литературе на данном этапе развития [10–13]. К тому же полученные результаты применимы не только к клеткам, но и к искусственным фосфолипидным пленкам и любым другим тонким пленкам.

Основная сложность возбуждения акустических колебаний посредством электромагнитных волн состоит в том, что скорости их распространения различаются на несколько порядков. При возбуждении колебаний, зависящих не только от времени, но и от координат, возникает вопрос: будет ли резонанс носить только временной характер (т.е. зависеть от частоты вынуждающей силы) или будет иметь значение и пространствен-

ный фактор (распределение силы по координатам). Для наглядности рассмотрим сначала аналитически одномерную задачу. Ранее одномерная задача для первой гармоники была решена численно и экспериментально [14, 15].

## 1. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОДНОМЕРНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Струна, закрепленная с двух сторон, натянутая вдоль оси  $x$  и способная совершать вынужденные колебания под действием внешней силы, находится в вязкой среде [16].

Решим уравнение вынужденных акустических колебаний струны в вязкой среде аналитически:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + r \frac{\partial \xi}{\partial t} - T \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = F_{\text{ex}}(x, t), \quad (1)$$

где  $\xi$  — смещение струны из положения равновесия,  $\rho$  — линейная плотность струны,  $r$  — коэффициент сопротивления среды,  $T$  — сила натяжения струны,  $F_{\text{ex}}(x, t)$  — внешняя сила, действующая со стороны электромагнитного поля на единицу длины заряженной струны, т.е.  $F_{\text{ex}}(x, t) = \gamma E(x, t)$ , где  $\gamma$  — линейная плотность заряда струны,  $E(x, t)$  — напряженность электрического поля.

### 1.1. Гармоническое воздействие

Найдем решение для вынуждающей силы, имеющей вид стоячей волны:

$$F_{\text{ex}}(x, t) = F(x)F(t) = F_0 \sin\left(n \frac{\pi x}{l}\right) F(t), \quad (2)$$

где  $F(t) = \cos(\omega t)$ ,  $F_0$  — амплитуда силы,  $l$  — длина струны,  $\omega$  — частота вынуждающей силы. Здесь  $n$  показывает количество полувольт вынуждающей силы, укладываемой вдоль длины струны. Решение будем искать разложением в ряд Фурье [17]. Тогда уравнение колебаний запишется в виде

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + r \frac{\partial \xi}{\partial t} - T \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \\ = F_0 \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin\left(m \frac{\pi x}{l}\right) \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n\tau) \sin(m\tau) d\tau, \quad \tau = \frac{\pi x}{l}, \quad (4)$$

— коэффициенты разложения,  $m$  принимает целые значения. Решение в этом случае имеет вид

$$\xi(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin\left(m \frac{\pi x}{l}\right) \cos(\omega t + \alpha), \quad (5)$$

где  $\alpha$  — начальная фаза,

$$a_m = \frac{F_0 b_m}{\sqrt{\left[(m\pi/l)^2 T - \rho \omega^2\right]^2 + (r\omega)^2}}. \quad (6)$$

— коэффициенты ряда Фурье.

Если вдоль струны укладывается целое число полувольт, то интеграл (5) не будет обращаться в 0 только при  $m = n$ . Тогда в ряде (4) остается одно слагаемое и амплитуда вынужденных акустических колебаний определяется выражением (6). Можно считать приближенно, что это выражение для амплитуды колебаний справедливо в интервале  $(n - \Delta n, n + \Delta n)$ , где  $\Delta n \ll n$ . Тогда будет наблюдаться локальный максимум амплитуды при равенстве нулю выражения в квадратных скобках. Так как скорость волны в струне равна  $v = \sqrt{T/\rho}$ , то условие максимума амплитуды запишется в виде:

$$n\pi v/l = \omega. \quad (7)$$

Собственная частота колебаний струны равна

$$\omega_0 = k_0 v = 2\pi v/\lambda_0 = \pi v/l \quad (8)$$

(вдоль струны укладывается одна полуволна), следовательно, максимум амплитуды будет наблюдаться при условии:

$$\omega = n\omega_0, \quad (9)$$

т.е. максимум будет наблюдаться тогда, когда частота вынуждающей силы будет во столько раз больше собственной частоты колебаний струны, сколько длин полувольт укладывается вдоль струны.

Была рассчитана зависимость амплитуды вынужденных колебаний струны от частоты вынуждающей силы и ее пространственного распределения (рис. 1). Для расчета использовались следующие параметры: сила натяжения струны  $T = 10^3$  Н, линейная плотность струны  $\rho = 10^{-2}$  кг/м, длина струны  $l = 0.5$  м, коэффициент сопротивления  $r = 1$  кг/м с, амплитуда вынуждающей силы  $F_0 = 10^2$  Н/м. Собственная частота колебаний струны при таких параметрах равна  $\omega_0 = 2 \times 10^3$  с<sup>-1</sup>. Полученные результаты хорошо согласуются с численными и натурными экспериментами [15].

Видно, что максимумы амплитуды наблюдаются при соблюдении условия (9). Также это следует из анализа рис. 2 и 3.

На рис. 2 представлены зависимости амплитуды вынужденных колебаний от количества полувольт силы, укладываемых вдоль струны для трех собственных частот колебаний струны:  $\omega_1 = \omega_0 = 2 \times 10^3$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_3 = 2\omega_0 = 4 \times 10^3$  с<sup>-1</sup> и  $\omega_4 = 3\omega_0 = 6 \times 10^3$  с<sup>-1</sup>. Видно, что на резонансных частотах локальные максимумы амплитуды наблюдаются не только при выполнении условия (9), но и при

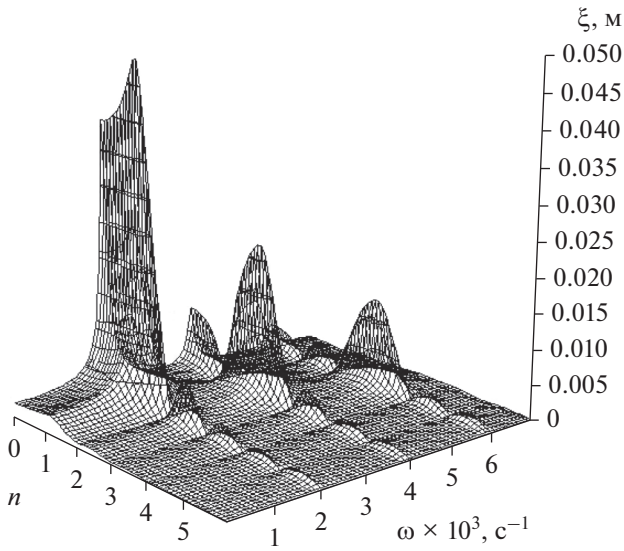


Рис. 1. Пространственно-временной резонанс.

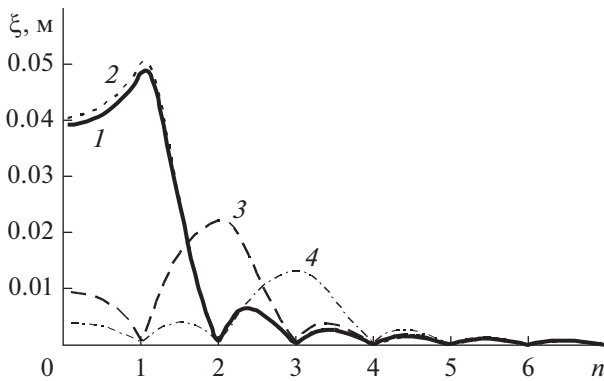


Рис. 2. Пространственный резонанс:  $\omega = 2 \times 10^3 \text{ c}^{-1}$ , аналитическое (кривая 1) и численное решение (кривая 2);  $\omega = 4 \times 10^3 \text{ c}^{-1}$  (кривая 3);  $\omega = 6 \times 10^3 \text{ c}^{-1}$  (кривая 4).

нецелых значениях  $n$ . Видно, что наблюдается хорошее соответствие кривых, полученных аналитически и численно (методом Ньюмарка).

На рис. 3 представлены зависимости амплитуды колебаний струны от частоты вынуждающей силы для случаев, когда вдоль струны укладывается одна ( $n = 1$ ), две ( $n = 2$ ) и три ( $n = 3$ ) полуволны вынуждающей силы. Небольшое несоответствие полученных аналитически и численно графиков вблизи собственных частот колебаний струны обусловлено тем, что аналитическое решение описывает только установившиеся колебания и, в отличие от численного решения, не описывает процесс установления колебаний.

На рис. 4 представлены частотные зависимости амплитуды колебаний при  $n = 0.5$  и  $2.5$ . Видно, что появляются гармоники. Максимумы амплитуды

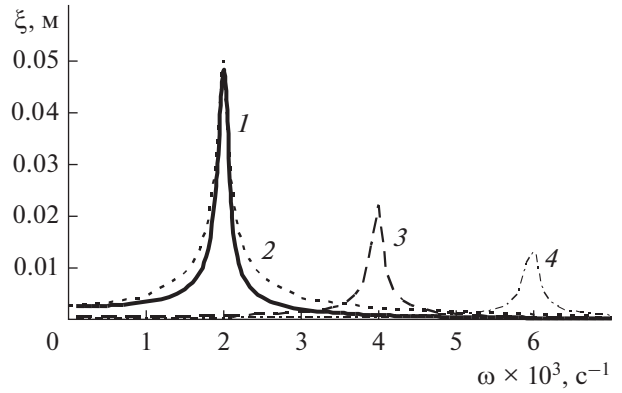


Рис. 3. Временной резонанс:  $n = 1$ , аналитическое (кривая 1) и численное решение (кривая 2);  $n = 2$  (3),  $n = 3$  (4).

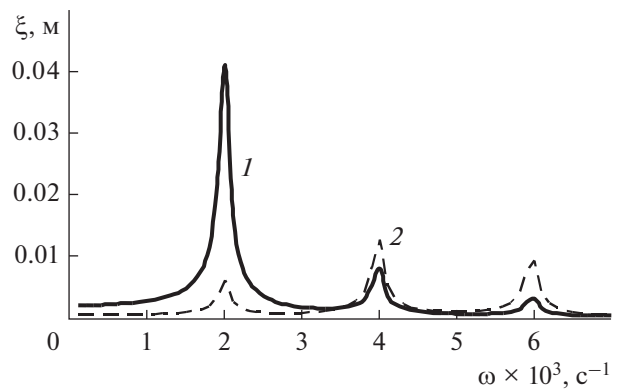


Рис. 4. Гармоники временного резонанса:  $n = 0.5$  (1) и  $2.5$  (2).

при этом получаются меньше, чем в случае целого количества полуволн. Если частота внешней силы лежит вдали от собственных частот акустических колебаний струны, то амплитуда вынужденных колебаний будет очень мала. Это видно из рис. 1 – вдоль линий  $\omega = \omega_0$ ,  $\omega = 2\omega_0$ ,  $\omega = 3\omega_0$  наблюдаются острые резонансные пики.

## 1.2. Импульсное воздействие

Решим теперь уравнение (1) при импульсном воздействии. Пусть по координате сила изменяется по закону (2), а по времени – в виде периодически следующих друг за другом импульсов, каждый из которых описывается уравнением:

$$F(t) = \begin{cases} \sin(\omega t), & 0 < t < t_1, \\ 0, & t_1 < t < T_{\text{имп}}, \end{cases} \quad (10)$$

где  $t_1 = p\pi/\omega$  – длительность импульса,  $\omega$  – высокочастотное заполнение импульса,  $p = 1, 2, 3, \dots$ ,  $T_{\text{имп}}$  – период следования импульсов,  $\omega_{\text{имп}} = 2\pi/T_{\text{имп}}$  – циклическая частота следования импульсов,  $\omega > \omega_{\text{имп}}$ .

Если ввести параметр  $\tau = \omega_{\text{имп}} t / 2$ , то можно записать

$$F(\tau) = \begin{cases} \sin\left(\frac{2\omega}{\omega_{\text{имп}}}\tau\right), & 0 < \tau < p\frac{\omega_{\text{имп}}}{2\omega}\pi, \\ 0, & p\frac{\omega_{\text{имп}}}{2\omega}\pi < \tau < \pi, \end{cases} \quad (11)$$

а разложение функции (10) в ряд Фурье будет иметь вид

$$F(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{s=1}^{\infty} c_s \cos(s\tau) + \sum_{s=1}^{\infty} b_s \sin(s\tau), \quad (12)$$

где неизвестные коэффициенты разложения имеют вид

$$b_s = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\tau) \sin(s\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\sin[w_{-s}(X_0 - \pi)] + \sin[w_{-s}\pi] + \sin[w_{-s}X_0]}{w_{-s}} - \frac{\sin[w_s(X_0 - \pi)] + \sin[w_s\pi] + \sin[w_sX_0]}{w_s} \right). \quad (13)$$

$$c_s = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\tau) \cos(s\tau) d\tau = -\frac{1}{2\pi} \left( \frac{\cos[w_{-s}(X_0 - \pi)] - \cos[w_{-s}\pi] + \cos[w_{-s}X_0] - 1}{w_{-s}} + \frac{\cos[w_s(X_0 - \pi)] - \cos[w_s\pi] + \cos[w_sX_0] - 1}{w_s} \right). \quad (14)$$

Здесь введены обозначения  $w_{-s} = \frac{2\omega}{\omega_{\text{имп}}} - s$ ,  $w_s = \frac{2\omega}{\omega_{\text{имп}}} + s$ ,  $X_0 = p\frac{\omega_{\text{имп}}}{2\omega}\pi$ .

Решение будем искать в виде

$$\xi(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin\left(m\frac{\pi x}{l}\right) \times \left\{ \sum_{s=1}^{\infty} \left[ d_s \sin\left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}t + \alpha\right) + e_s \cos\left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}t + \beta\right) \right] \right\}, \quad (15)$$

где  $\alpha, \beta$  – начальные фазы,  $a_m, d_s, e_s$  – коэффициенты ряда Фурье [17].

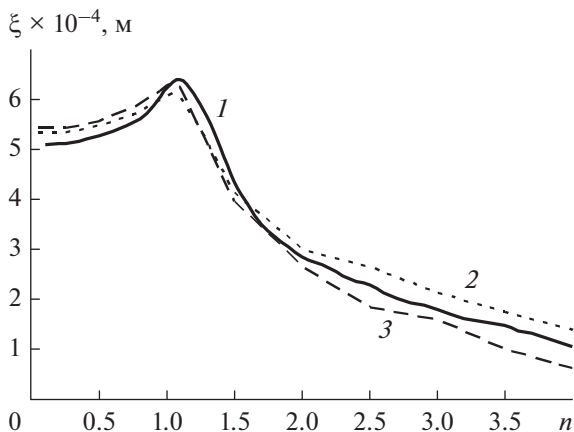


Рис. 5. Пространственный резонанс при импульсном воздействии: аналитическое решение (кривая 1), метод Ньюмарка (кривая 2), метод Вильсона (кривая 3).

Подставляя (2), (10) и (15) в (1) и рассматривая одинаковые тригонометрические функции, можно получить

$$\begin{aligned} & -\rho a_m \sin\left(m\frac{\pi x}{l}\right) d_s \left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}\right)^2 \sin\left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}t + \alpha\right) + \\ & + r a_m \sin\left(m\frac{\pi x}{l}\right) d_s s \frac{\omega_0}{2} \cos\left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}t + \alpha\right) + \\ & + T a_m \left(m\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin\left(m\frac{\pi x}{l}\right) d_s \sin\left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}t + \alpha\right) = \\ & = f_0 a_m \sin\left(m\frac{\pi x}{l}\right) b_s \sin\left(s\frac{\omega_{\text{имп}}}{2}t\right), \end{aligned} \quad (16)$$

откуда можно найти коэффициент  $d_s$  при разложении (15):

$$d_s = \frac{b_s F_0}{\sqrt{\left[ T \left(m\pi/l\right)^2 - \rho \left(s\omega_{\text{имп}}/2\right)^2 \right]^2 + \left[ r s \omega_{\text{имп}}/2 \right]^2}}. \quad (17)$$

Аналогично можно найти коэффициент  $e_s$ :

$$e_s = \frac{c_s F_0}{\sqrt{\left[ T \left(m\pi/l\right)^2 - \rho \left(s\omega_{\text{имп}}/2\right)^2 \right]^2 + \left[ r s \omega_{\text{имп}}/2 \right]^2}}. \quad (18)$$

Для расчета использовались параметры струны, как и в случае предыдущего рассмотрения. Амплитуда силы  $F_0 = 10^2$  Н/м, частота следования импульсов  $\omega_{\text{имп}} = \omega_0 = 2 \times 10^3$  с<sup>-1</sup>, высокочастотное заполнение  $\omega = 10^5$  с<sup>-1</sup>,  $p = 1$ .

На рис. 5 представлены зависимости амплитуды вынужденных колебаний от количества полуволн вдоль струны, полученные аналитически и численно. Максимум, как и при непрерывном

воздействию, получается, когда  $n = 1$ , т.е. наблюдается пространственный резонанс.

Рассмотренные колебания струны вызваны стоячей волной, длина волны, частота и скорость распространения которой связаны соотношением  $\lambda\omega/2\pi = v$ , где  $\lambda = 2l/n$ . Частота колебаний, длина и скорость распространения акустической волны в струне связаны таким же соотношением. Если скорости возбуждающей волны и волны в струне равны, то при равенстве частот длины волн тоже равны, следовательно, пространственный резонанс выполняется автоматически. Если скорость возбуждающей волны больше (электромагнитная волна) возможны два случая: 1) при равенстве частот длина внешней волны будет больше длины волны системы и внешняя волна не сможет образовать стоячую волну; 2) при равенстве длин волн частота внешней силы будет больше собственной частоты струны, следовательно, амплитуда колебаний будет мала. Поэтому более выгодным может оказаться возбуждение акустических колебаний импульсным сигналом. Высокочастотная составляющая обеспечивает пространственный резонанс, частота следования импульсов обеспечивает временной резонанс. То есть  $\omega$  из формулы (10) – собственная частота внешней волны (в частности, электромагнитной), соответствующая собственным электромагнитным колебаниям,  $\omega_0$  – собственная частота акустических колебаний системы.

## 2. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ

Рассмотрим возбуждение электромагнитной волной акустических колебаний сферической упругой тонкой пленки [6, 16, 18, 19]. На пленку действуют квазиупругие силы (давление со стороны внутренней среды пленки и упругие силы пленки), сила вязкого сопротивления внутренней среды пленки и внешняя сила – напряженность электрического поля возбуждаемых в объеме, ограниченном пленкой электромагнитных колебаний, воздействующая на заряд на поверхности пленки (здесь и далее под силой подразумевается сила, действующая на единицу поверхности). Следовательно, вынуждающая сила, приходящаяся на единицу поверхности, имеет вид [16]

$$F_{\text{ex}}(R, \theta, \varphi, t) = \sigma_q E(R, \theta, \varphi, t) = \sigma_q E(R) P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp[-i(\omega t + \alpha)], \quad (19)$$

где  $R$  – радиус пленки,  $\sigma_q$  – плотность заряда на поверхности пленки,  $E(R)$  – амплитуда напряженности электрического поля на поверхности пленки,  $n, m$  – целые числа,  $\alpha$  – начальная фаза внешней силы,  $\omega$  – частота вынуждающей силы,  $P_n^m(\cos \theta)$  – присоединенный полином Лежанд-

ра. При таком воздействии колебания пленки будут происходить по следующему закону:

$$\eta = \eta_0 P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp(-i\omega t), \quad (20)$$

где  $\eta$  – смещение пленки от положения равновесия,  $\eta_0$  – амплитуда колебаний.

Избыточное давление среды на внутренней стороне пленки выражается через потенциал скоростей:

$$p = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial t} = i\omega \rho A j_n(kR) P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp(-i\omega t), \quad (21)$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $\Psi$  – потенциал скоростей,  $j_n(kR)$  – сферические функции Бесселя первого рода,  $k$  – волновое число. Константу  $A$  найдем из равенства у поверхности пленки скорости внутренней среды

$$v = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = k A j_n'(kR) P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp(-i\omega t) \quad (22)$$

и скорости самой пленки

$$v = \frac{\partial \eta}{\partial t} = -i\omega \eta_0 P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp(-i\omega t), \quad (23)$$

где  $j_n'(kR)$  – производная функции Бесселя по аргументу. Окончательно получаем давление, действующее на пленку со стороны внутренней среды:

$$p = \frac{\omega^2 \rho j_n(kR)}{k j_n'(kR)} \eta_0 P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp(-i\omega t) = \frac{\omega^2 \rho j_n(kR)}{k j_n'(kR)} \eta. \quad (24)$$

При деформации пленки в ней возникают упругие силы:

$$\Delta p = -(n-1)(n+2) \frac{T}{R^2} \eta_0 P_n^m \times \cos(m\varphi) \exp(-i\omega t) = -(n-1)(n+2) \frac{T}{R^2} \eta, \quad (25)$$

где  $T$  – натяжение пленки. Также на единицу поверхности пленки действует сила вязкого трения [18]:

$$F_{\text{res}} = -k \left( \frac{4}{3} \nu + \lambda \right) \frac{\partial \eta}{\partial t} = ik\omega \left( \frac{4}{3} \nu + \lambda \right) \eta, \quad (26)$$

где  $\nu$  – коэффициент вязкости среды,  $\lambda$  – коэффициент трения расширения.

Таким образом, уравнение динамики будет иметь вид

$$\rho_s h \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\rho_s h \omega^2 \eta = \frac{\omega^2 \rho j_n(kR)}{k j_n'(kR)} \eta - (n-1)(n+2) \frac{T}{R^2} \eta + ik\omega \left( \frac{4}{3} v + \lambda \right) \eta + \sigma_q E(R) P_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) \exp[-i(\omega t + \alpha)], \tag{27}$$

где  $\rho_s$  – плотность пленки,  $h$  – толщина пленки. Подставляя сюда выражение (20) и используя метод комплексных амплитуд, можно найти амплитуду вынужденных колебаний:

$$\eta_0 = \sigma_q E(R) / \sqrt{\left[ \rho_s h \omega^2 + \frac{\omega^2 \rho j_n(kR)}{k j_n'(kR)} - (n-1)(n+2) \frac{T}{R^2} \right]^2 + \left[ k\omega \left( \frac{4}{3} v + \lambda \right) \right]^2}. \tag{28}$$

Для расчета взяты следующие параметры пленки и среды [19–21]:  $R = 10^{-5}$  м,  $h = 10^{-8}$  м,  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_s = 10^4$  кг/м<sup>3</sup>, фазовая скорость распространения колебаний в среде  $c = \omega/k = 1450$  м/с,  $T = 0.45$  Н/м,  $v = 10^{-3}$  Па с,  $\lambda = 10^{-3}$  Па с. Собственная частота колебаний вида  $n = 2$  равна  $f_2 = \omega_2/2\pi = 2.99 \times 10^5$  Гц,  $n = 3$  –  $f_3 = \omega_3/2\pi = 5.76 \times 10^5$  Гц,  $n = 4$  –  $f_4 = \omega_4/2\pi = 8.88 \times 10^5$  Гц. Во всех случаях  $m = 0$ .

На рис. 6 представлена максимальная амплитуда в зависимости от частоты и конфигурации силы; рисунок иллюстрирует пространственно-временной резонанс для сферической пленки, так же как рис. 1 – для струны. Видно, что пространственная зависимость амплитуды вынужденных колебаний и резонансные частоты зависят от пространственной конфигурации внешнего воздействия. Максимумы, как и в предыдущем случае, наблюдаются при условии (9). Резонансы появляются вблизи собственных частот соответствующих конфигураций распределения силы.

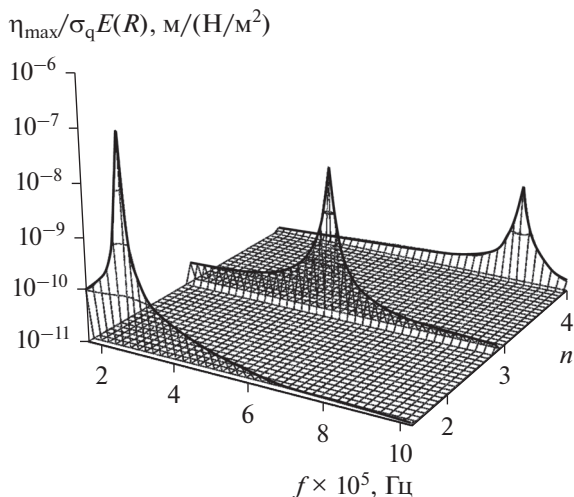


Рис. 6. Пространственно-временной резонанс для сферической пленки.

Дискретность графика связана с невозможностью плавного изменения пространственной конфигурации силы – координаты  $\varphi = 0$  рад и  $\varphi = 2\pi$  рад соответствуют одной точке, т.е.  $n$  может принимать только целые значения.

Представленные результаты не осуществимы в природе, так как они соответствуют одновременному равенству частот и длин волн акустических и электромагнитных колебаний тонкой пленки, а это невозможно. Поэтому для возбуждения акустических колебаний потребуется негармонический внешний сигнал, например радиоимпульс (10), рис. 7а. Результат такого воздействия показан на

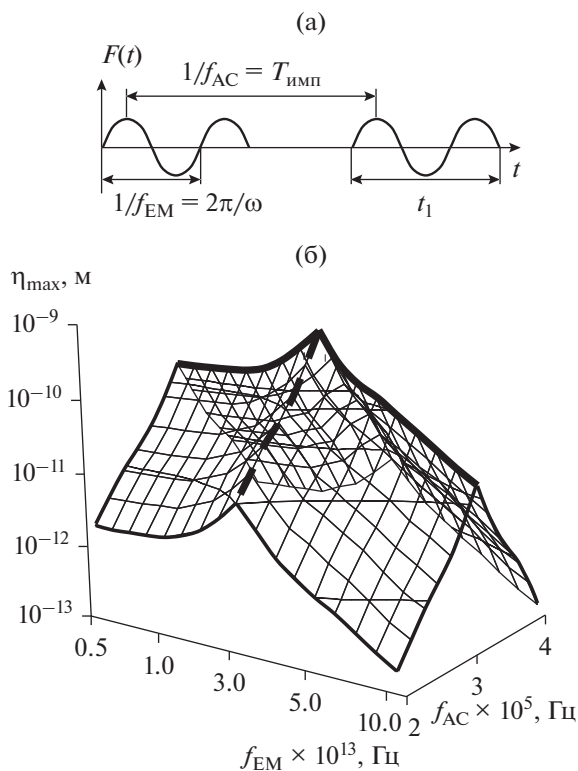


Рис. 7. Пространственно-временной резонанс для сферической пленки при импульсном воздействии: а – вид внешнего сигнала; б – максимальное смещение пленки от положения равновесия.

**Таблица 1.** Зависимость резонансной частоты акустических колебаний пленки ( $f_{AC} \times 10^5$  Гц) от натяжения пленки  $T$  и плотности среды  $\rho$ 

$T$ , Н/м	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>										
	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
0.10	1.99	1.80	1.69	1.57	1.48	1.41	1.34	1.29	1.25	1.20	1.15
0.20	2.79	2.56	2.38	2.22	2.10	1.99	1.89	1.82	1.75	1.69	1.64
0.30	3.42	3.14	2.91	2.72	2.56	2.45	2.33	2.24	2.15	2.08	2.01
0.40	3.95	3.63	3.35	3.14	2.98	2.82	2.70	2.59	2.47	2.40	2.31
0.45	4.18	3.83	3.56	3.32	3.14	2.99	2.86	2.72	2.63	2.54	2.45
0.50	4.41	4.04	3.76	3.51	3.32	3.14	3.00	2.89	2.77	2.68	2.59
0.60	4.85	4.43	4.11	3.86	3.65	3.44	3.30	3.16	3.05	2.93	2.84
0.70	5.22	4.78	4.43	4.16	3.93	3.72	3.56	3.42	3.28	3.16	3.05
0.80	5.59	5.13	4.76	4.46	4.20	3.97	3.81	3.65	3.51	3.37	3.28
0.90	5.93	5.43	5.03	4.71	4.46	4.23	4.04	3.88	3.72	3.58	3.46
1.00	6.23	5.73	5.31	4.96	4.69	4.46	4.25	4.09	3.93	3.79	3.65

рис. 7б. Резонанс, как и в одномерном случае, зависит от двух частот: от частоты собственных акустических колебаний тонкой пленки ( $f_{AC}$  – временной резонанс) и от частоты собственных электромагнитных колебаний пленки ( $f_{EM}$  – пространственный резонанс). При интенсивности непрерывной гармонической волны порядка  $10 \text{ мВт/см}^2$  ( $E(R) = 10^2 \text{ В/м}$ ), амплитуда колебаний будет меньше  $0.1 \text{ нм}$ , но для коротких импульсов можно увеличивать интенсивность, не вызывая тепловых эффектов, поэтому расчеты на рис. 7б сделаны для случая  $E(R) = 10^4 \text{ В/м}$ . Причем любая длительность радиоимпульса  $t_1$  будет эффективнее непрерывного сигнала [22].

В силу малости толщины пленки ее плотность не оказывает заметного влияния на частоту акустических колебаний. Вязкость жидкости влияет на амплитуду колебаний, влияние ее на частоту становится заметным только при больших значениях ( $\sim 1 \text{ Па с}$ ). Существеннее всего частота зависит от размеров пленки – при увеличении радиуса на порядок частота уменьшается тоже на порядок. Также частота зависит от натяжения пленки и плотности среды (табл. 1): частота растет при увеличении натяжения и уменьшении плотности.

Чем меньше частоты акустических и электромагнитных колебаний отличаются друг от друга, тем они эффективнее будут взаимодействовать. Так как частота электромагнитной волны больше акустической, то, чтобы ее уменьшить, можно возбуждать электромагнитные колебания не в пленке, а в большем объеме. Так, для сферической пленки возможно возбуждение колебаний вида  $n = 1$  – сила действует вдоль одного направления (соответственно, длина волны много больше пленки), а внешняя и внутренняя стороны

пленки колеблются в противофазе, не меняя своей формы.

Аналогичные результаты будут получаться и для других форм тонких пленок – плоских, сфероидальных (такую форму имеет большинство клеток), так как амплитуды электромагнитных и акустических колебаний задаются одинаковыми функциями (для сферических пленок это описывается уравнениями (19), (20), для сфероидальных – угловыми сфероидальными функциями, для плоских – синусом и косинусом) [16].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что для наблюдения резонансного возбуждения акустических колебаний сферической тонкой пленки необходимо возбуждать в ней импульсные электромагнитные колебания, где частота следования импульсов должна равняться собственной частоте акустических колебаний пленки. Таким образом, пространственно-временной резонанс, аналитически и численно обоснованный в данной работе, открывает новые возможности в применении радиоимпульсных сигналов. Полученные результаты могут применяться для комплексного измерения параметров сред, так как резонансные частоты зависят и от механических, и от электрических свойств среды. Также рассмотренный метод возбуждения колебаний применим для преобразований сигналов: электромагнитных в акустические, и последующие преобразования в электромагнитные [4]. Другая область применения пространственно-временного резонанса – медицина. Резонанс позволяет объяснить некоторые механизмы воздействия электромагнитных волн на биологические объекты (например, большой биологический эффект при

импульсном облучении, чем при непрерывном [23, 24]).

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуляев В.А. // Успехи физ. наук. 2005. Т. 175. № 8. С. 887.
2. Сутин А.М., Саллоум Х. // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. № 1. С. 44.
3. Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Таранов И.В. и др. // РЭ. 2021. Т. 66. № 1. С. 82.
4. Carrara S., Iniewski K. Handbook of Bioelectronics: Directly Interfacing Electronics and Biological Systems. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2015.
5. Pelling A.E., Sehati S., Gralla E.B. et al. // Science. 2004. V. 305. № 5687. P. 1147.
6. Golant M.B. Collection of Works “Effects of Low-intensity Mm-waves Influence on Living Organisms” / Eds. by N.D. Devyatkov, O.V. Betskii. M.: IRE RAS, 1993. P. 229.
7. Shneider M.N., Pekker M. // J. Phys. Chem. Biophys. 2014. V. 4. P. 164.
8. Заргано Г.Ф., Шейн А.Г., Харланов А.В. // РЭ. 2021. Т. 66. № 11. С. 1061.
9. Cifra M., Fields J.Z., Farhadi A. // Progress in Biophysics and Molecular Biology. 2011. V. 105. № 3. P. 223.
10. Cifra M. // Biosystems. 2012. V. 109. № 3. P. 356.
11. Fleming A.H.J. // Progress in Electromagnetics Research Symp. – Spring (PIERS). St. Petersburg. 22–25 May 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 3393.
12. Zinin P.V., Allen J.S. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. P. 021910.
13. Thackston K.A., Deheyn D.D., Sievenpiper D.F. // Phys. Rev. E. 2020. V. 101. P. 062401.
14. Харланов А.В. // Биомед. технологии и радиоэлектроника. 2008. № 4. С. 24.
15. Харланов А.В., Тарлецкий А.А., Степаненко Д.И. // Биомед. радиоэлектроника. 2011. № 6. С. 27.
16. Морс Ф.М., Феибах Г. Методы теоретической физики. Т. 1, Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
18. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
19. Голант М.Б., Шашлов В.А. Применение миллиметрового излучения низкой интенсивности в биологии и медицине /Под ред. Н.Д. Девяткова. М.: ИРЭ АН СССР, 1985. С. 127.
20. Рубин А.Б. Биофизика. Т. II. Теоретическая биофизика. М.: Изд-во МГУ, 2004.
21. Hianik T. // Acta Physica Slovaca. 2006. V. 56. № 6. P. 687.
22. Kharlanov A.V. // Bioelectromagnetics. 2017. V. 38. № 8. P. 613.
23. Aldebs A.I., Zohora F.T., Nosoudi N. et al. // Bioelectromagnetics. 2020. V. 41. № 3. P. 175.
24. Cheing G.L., Li X., Huang L. et al. // Bioelectromagnetics. 2014. V. 35. № 3. P. 161.