

УДК 621.377.6

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ МЕМРИСТОРА С ДРУГИМИ ДИСКРЕТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ: РЕЗИСТОРОМ, ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ДИОДОМ, КАТУШКОЙ ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТЬЮ

© 2023 г. А. Е. Китаев^а, *, А. И. Белов^б, Д. В. Гусейнов^б, А. Н. Михайлов^б^а Нижегородское научно-производственное объединение им. М.В. Фрунзе, просп. Гагарина, 174, Нижний Новгород, 603950 Российская Федерация^б Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, просп. Гагарина, 23, Нижний Новгород, 603022 Российская Федерация

*E-mail: kitaev_a_e@mail.ru

Поступила в редакцию 31.03.2022 г.

После доработки 03.08.2022 г.

Принята к публикации 25.08.2022 г.

Сделан переход от кусочно-непрерывных функций модели мемристора с переключением порогового типа к дифференцируемым функциям, описываемым единой формулой. Получены и численно решены системы уравнений для участков цепи, в которых мемристивное устройство включено последовательно с другими дискретными элементами — обычным резистором, диодом, катушкой индуктивности и конденсатором. Для случая последовательного соединения мемристора и резистора проведено сравнение расчетных данных с экспериментом. Подробно исследован случай последовательного соединения мемристора и полупроводникового диода. Изложены предположения, касающиеся математического описания и физической интерпретации влияния процесса формовки на мемристивную систему.

DOI: 10.31857/S0033849423020080, EDN: LCIACU

ВВЕДЕНИЕ

Мемристор — новый дискретный радиотехнический элемент (резистор с памятью), теоретически предсказанный в 70-е годы XX в. [1, 2] и впервые реализованный на практике в 2008 г. в форме устройства с резистивным переключением (мемристивного устройства) [3]. Многообещающие применения мемристивных устройств и их интеграция с КМОП-схемами [4, 5] делают весьма актуальным изучение электрических цепей, в состав которых мемристоры входят наряду с обычными дискретными элементами. Последовательное подключение мемристора и резистора может быть полезным при проведении измерений (именно такое соединение реализовано в экспериментальной части работы). Соединение мемристора с реактивными элементами использовалось для построения моделей работы нервной системы: в 2009 г. в статье [6], посвященной моделированию памяти амёбы, были найдены численные решения уравнений последовательного колебательного контура, в котором параллельно с емкостью подключен мемристор (описываемый моделью с переключением порогового типа, введенной там же). В работах [7, 8] изучалось последовательное соединение мемри-

стора с емкостью (“МС-цепь”) и с индуктивностью (“ML-цепь”), причем была применена “модель с дрейфом примеси”. Статьи, в которых использовались уравнения, описывающие последовательное соединение мемристора и полупроводникового диода, авторам неизвестны, за исключением работы [9], в которой SPICE-модель мемристора [10] комбинировалась с упрощенной идеализированной моделью диода Зенера (схемы с мемристорно-диодными ячейками предлагается использовать в биоморфных нейропроцессорах [11]). Отметим, что даже если какие-то комбинации в настоящее время и не имеют практического применения (например, комбинация мемристора и индуктивности), все равно представляет интерес теоретическое исследование этих случаев, так как реальные дискретные элементы могут иметь заметные “паразитные” свойства других элементов (например, паразитную индуктивность).

Цель работы — получение и исследование уравнений, описывающих участки радиотехнических цепей, в состав которых входят мемристоры, последовательно соединенные с традиционными дискретными элементами: резистором, диодом, индуктивностью и емкостью. Рассмотрены мемри-

сторы, управляемые напряжением и подчиняющиеся уравнениям модели с переключением порогового типа. Предложены новые математические выражения для описания динамики внутреннего параметра мемристора с переключением порогового типа, которые использованы для численного моделирования последовательного соединения мемристора с упомянутыми элементами (в традиционной модели используются кусочно-непрерывные функции, не всегда удобные для численного счета).

Калибровка модели проведена на основе экспериментальных данных, полученных для мемристового устройства на основе структуры “металл–оксид–металл”, последовательно соединенного с резистором. В качестве рабочего оксида в данной структуре использован стабилизированный иттрием диоксид циркония – известный твердотельный электролит с высокой подвижностью ионов кислорода, хорошо показавший себя при создании мемристовых устройств [12, 13]. Важной особенностью этого оксидного материала является то, что степень легирования иттрием обеспечивает заданную концентрацию кислородных вакансий, необходимую для формирования в оксидном слое проводящих каналов (филаментов) [14]. Воспроизводимое разрушение и восстановление филаментов при приложении к структуре напряжений разной полярности обеспечивает биполярное резистивное переключение порогового типа (с характерными порогами по напряжению). Именно такое переключение моделируется в данной работе для случаев соединения мемристора с резистором и конденсатором.

1. МЕТОДИКА

1.1. Моделирование мемристора

Получили известность следующие общие уравнения [2] для мемристовых систем, управляемых напряжением:

$$I(t) = \frac{V(t)}{R(x, V)}, \quad \frac{dx}{dt} = f(x, V). \quad (1)$$

Здесь $I(t)$ – ток, протекающий через мемристор, $V(t)$ – напряжение, приложенное к мемристор, x – внутренний параметр мемристора (или вектор-столбец внутренних параметров, если их несколько). Внутренний параметр x может, в частности, быть долей длины мемристора, обладающей уменьшенным сопротивлением $R_{\text{он}}$ (при этом $(1-x)$ – доля длины резистора, обладающая увеличенным сопротивлением $R_{\text{офф}}$). Полное сопротивление мемристора R в этом случае можно выразить так:

$$R = R_{\text{офф}} + (R_{\text{он}} - R_{\text{офф}})x.$$

В правой части второго уравнения (1) стоит f – некоторая функция напряжения и внутреннего параметра (или же вектора внутренних параметров).

В качестве примера функции состояния f в статье [15] приведена следующая разрывная функция:

$$f(V, x) = \begin{cases} \alpha(V - V_{t+})(1 - x), & V > V_{t+}, \\ \beta(V - V_{t-})x, & V < V_{t-}, \\ 0, & V_{t-} < V < V_{t+}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь α, β – скорости переключения, V_{t+} и V_{t-} – пороги переключения (предполагается, что первый порог имеет положительное значение, а второй – отрицательное).

В данной работе исследуется поведение электрических цепей с мемристором в том случае, когда пороги переключения “сглажены”, а заданное внешнее напряжение V является последовательностью треугольных импульсов, соответствующей часто применяющейся в эксперименте линейной развертке по напряжению. Внутренний параметр x будет считаться долей длины элемента с уменьшенным сопротивлением.

1.2. Использование пороговых и оконных функций

Функцию (2) можно представить с помощью единой формулы, используя ступенчатую функцию Хевисайда $h(y)$, равную 1, если $y > 0$, и 0, если $y < 0$ (при нулевом значении y можно считать ее равной 0.5):

$$f(V, x) = h(V - V_{t+})\alpha(V - V_{t+})(1 - x) + h(-(V - V_{t-}))\beta(V - V_{t-})x. \quad (3)$$

Такая замена в некоторых случаях приводит к упрощению программ для численных расчетов (например, в системе “Wolfram Mathematica”). Более того, такая запись позволяет легко перейти от функции Хевисайда к сглаженным пороговым функциям, что также может оказаться полезным (в приложении “Wolfram Mathematica” это примерно в два раза повышает скорость счета).

При проведении численных расчетов возможна ситуация, когда решение $x(t)$ выходит за границы $[0, 1]$ (это границы допустимых значений для x , поскольку, как уже говорилось, x – это доля “низкоомной” длины мемристора). Чтобы избежать возникновения такой ситуации, функцию (3) можно умножить на “оконную” функцию. Пример степенной оконной функции [16]:

$$W(x) = 1 - (2x - 1)^{2p}. \quad (4)$$

Целое число p достаточно велико (например, $p = 10$ (см. [16])).

В качестве подобной функции можно использовать и функцию, которая экспоненциально спадает до нуля на границах допустимого отрезка значений x (рис. 1). Ее особенность состоит в том,

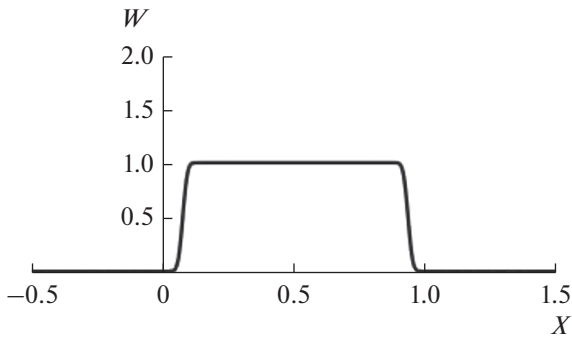


Рис. 1. Оконная функция.

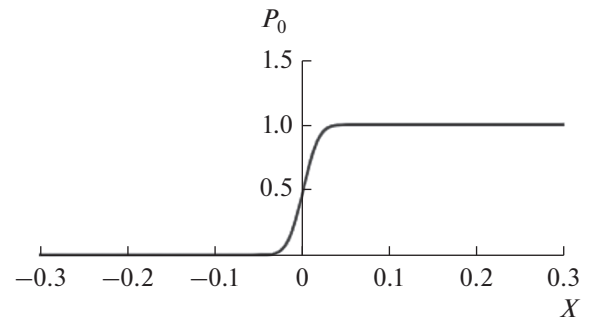


Рис. 2. Пороговая функция (вычислена по формуле (6)).

что она почти равна нулю не только в малой окрестности точек 0 и 1, но и во всей внешней части оси x (за пределами промежутка $[0, 1]$):

$$W(x) = P_0(x - \delta)P_0(-(x - (1 - \delta))). \quad (5)$$

Здесь δ – некоторое малое по сравнению с единицей число (“отступ” оконной функции от границ промежутка), $P_0(x)$ – пороговая функция, в качестве которой можно взять, например, следующую:

$$P_0(x) = 0.5\operatorname{erf}(v_0x) + 0.5 \quad (6)$$

или же [10] –

$$P_0(x) = \frac{1}{1 + \exp(-v_0x)}.$$

Пороговая функция в формуле (6) выражается через “функцию ошибок”. Параметр v_0 определяет быстроту спада пороговых функций. Чем большее значение имеет этот параметр, тем резче перепад. Данные функции стремятся к нулю в “минус-бесконечности” и к единице в “плюс-бесконечности” (рис. 2).

Мы заменим обобщенные функции Хевисайда в выражении (3) на аналогичные пороговые функции, зависящие от напряжения:

$$\begin{aligned} f(V, x) &= P_1(V - V_{t+})\alpha(V - V_{t+})(1 - x) + \\ &+ P_1(-(V - V_{t-}))\beta(V - V_{t-})x, \quad (7) \\ P_1(V) &= 0.5\operatorname{erf}(v_1V) + 0.5. \end{aligned}$$

Здесь параметр v_1 также определяет быстроту спада пороговой функции.

При больших значениях “параметра крутизны” v_1 функция состояния (7) почти не отличается от функции (2) и ее аналога (3). Если сравнить вариант (2) с функциями состояния классических моделей мемристора, которые представлены, например, в [17], то вариант (2) несколько проще, чем выражения в моделях, которые авторами работы [17] охарактеризованы как достаточно точные (модель Якопича [18] и модель ТЕАМ). Этот вариант, тем не менее, сохраняет основные их черты – деление области изменения управляю-

щего параметра на три части. Внутренний же параметр x по своей сути тот же самый, что и в простых моделях с дрейфом примеси. Отметим, что предложенные в данной работе подходы могут быть применены для развития этих и других моделей.

Оказывается, что при использовании выражения (7) с достаточно резким перепадом пороговой функции можно отказаться от умножения правой части этого выражения на дополнительную оконную функцию вида (4) или (5). Именно так мы и поступим в дальнейшем.

1.3. Формирование и измерение параметров мемристора

Для сравнения результатов расчета с экспериментом в работе использовались экспериментальные данные, полученные для мемристивных устройств в интегральном исполнении со структурой “металл–оксид–металл” [19]. Использовалась мемристивная структура Au (20 нм) / ZrO₂ (Y) (20 нм) / Ta (20 нм) / Pt (50 нм) (рис. 3а), сформированная на окисленной подложке кремния. Пленку ZrO₂(Y) наносили при температуре 300°C методом ВЧ-магнетронного распыления мишени из смеси порошков ZrO₂ (88 мол. %) и Y₂O₃ (12 мол. %). Металлические электроды наносили методом магнетронного распыления на постоянном токе при температуре 200°C. Площадь мемристивного устройства составляла 20 × 20 мкм.

Вольт-амперную характеристику (ВАХ) измеряли путем подачи внешнего напряжения на цепь “мемристор-резистор”, в которой резистор служит одновременно для физического ограничения тока, протекающего через мемристор, и в качестве датчика тока для его измерения. В качестве источника внешнего напряжения и для измерения падения напряжения на резисторе (и, соответственно, тока) было использовано многофункциональное устройство ввода/вывода National Instruments USB-6341 ADC/DAC. Схема измерения приведена на рис. 3б. Сигнал подавался на нижний (Pt)

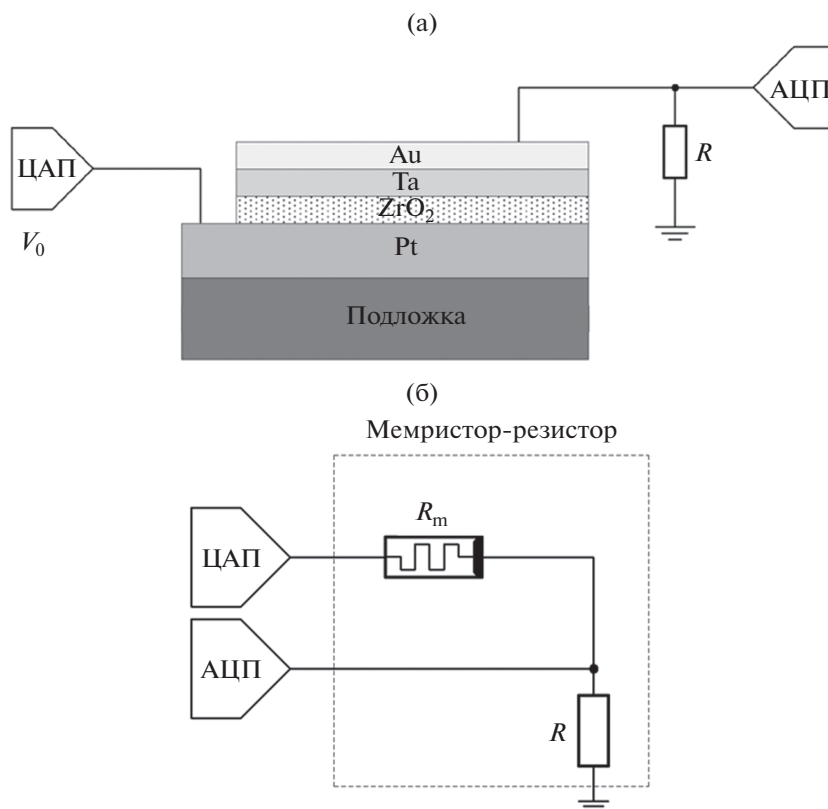


Рис. 3. Схематическое изображение структуры мемристорного устройства (а) и схема измерения (б).

электрод мемристорного устройства. Последовательно к верхнему (Au/Ta) электроду был подключен резистор номиналом 1000 Ом.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

2.1. Одиночный мемристор

Вначале мы исследовали самый простой случай, когда управляющее напряжение приложено

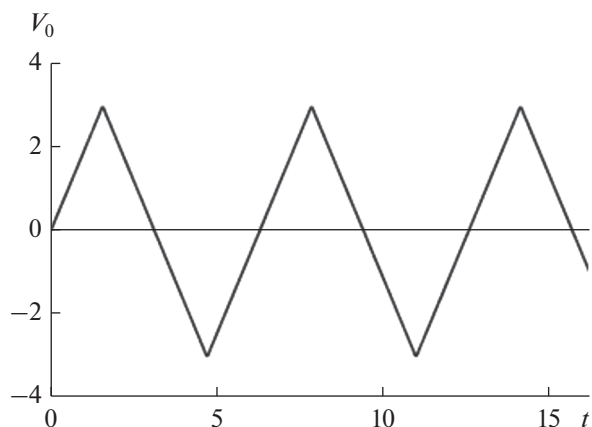


Рис. 4. Внешнее напряжение на мемристоре (задано в виде ряда Фурье с 20-ю слагаемыми).

непосредственно к мемристору. При этом решили второе из уравнений (1) – уравнение состояния (причем функция состояния f определяется соотношением (7)). Затем с помощью первого уравнения (1) определяли ток. Результаты численных расчетов в приложении “Wolfram Mathematica 9.0” приведены на рис. 4–8. Пороги переключения симметричны относительно нуля и равны 0.7, –0.7. Сопротивления R_{off} и R_{on} равны 10 и 1. Скорости переключения равны 10. В качестве внешнего заданного напряжения $V = V_0(t)$ взята последовательность треугольных импульсов (см. рис. 4). Ее удобно выразить через конечный ряд Фурье (в этом случае имеем дело с функцией, которая обладает непрерывной производной).

2.2. Последовательное соединение мемристора и резистора

Следующий вариант (тоже достаточно простой) – последовательное соединение мемристора и резистора. Пусть напряжение приложено к участку цепи, содержащему оба элемента. В этом случае мы должны решать комбинацию трех уравнений. Первое – это уравнение для участка цепи, связывающее ток (общий для обоих дискретных элементов) и приложенное к участку цепи внешнее напряжение. Фактически это уравнение является

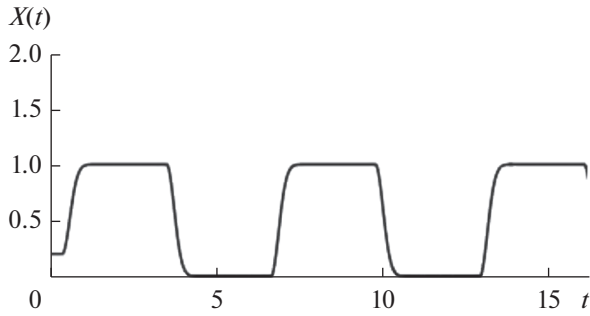


Рис. 5. Зависимость внутреннего параметра мемристора от времени.

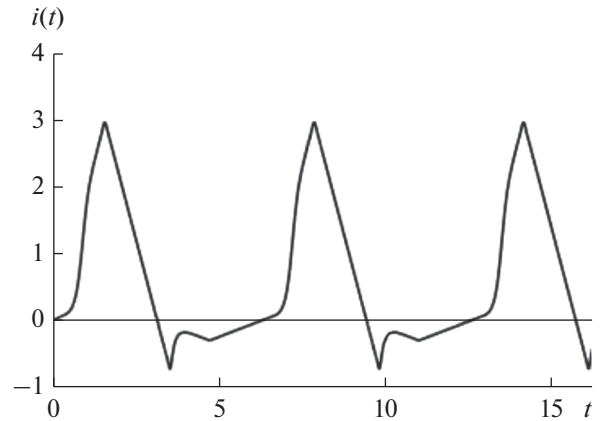


Рис. 6. Зависимость тока, протекающего через мемристор, от времени.

следствием второго закона Кирхгофа. Следующее уравнение выражает сопротивление мемристора через другие величины (внутренние параметры). Третье уравнение — это дифференциальное уравнение состояния мемристора, причем в него входит напряжение, действующее именно на мемристор (а не на весь участок цепи). Запишем эту систему уравнений, первое и второе из которых в этом случае — конечные (алгебраические или трансцендентные), третье же — дифференциальное.

$$\begin{cases} i = \frac{V_0}{R_m + R}, \\ R_m = R_m(x), \\ \frac{dx}{dt} = f(x, iR_m). \end{cases} \quad (8)$$

Здесь V_0 — приложенное к участку цепи напряжение, R_m — сопротивление мемристора, R — сопротивление резистора. Вместо величины V (как было в формуле (1)) здесь в качестве одного из аргументов функции f подставлено произведение iR_m (падение напряжения на мемристоре).

Подставляя ток i из первого уравнения системы (8) в третье и учитывая второе уравнение для R_m , записанное в форме

$$R_m(x) = R_{\text{off}} + (R_{\text{on}} - R_{\text{off}})x, \quad (9)$$

получим дифференциальное уравнение, связывающее внешнее напряжение V_0 и внутренний параметр x :

$$\frac{dx}{dt} = f\left(x, \frac{V_0(R_{\text{off}} + (R_{\text{on}} - R_{\text{off}})x)}{R + R_{\text{off}} + (R_{\text{on}} - R_{\text{off}})x}\right). \quad (10)$$

Решив это уравнение численно (и найдя $x(t)$), мы, используя первое уравнение системы (8), далее можем найти ток на участке цепи и напряжение на мемристоре.

Для последовательной комбинации “мемристор-резистор” было проведено сравнение результатов численного расчета с экспериментом (см. далее разд. 3).

2.3. Последовательное соединение мемристора и диода

Рассмотрим ситуацию, когда последовательно с мемристором включен не резистор, а полупроводниковый диод. В этом случае первое токовое уравнение будет более сложным — мы используем формулу для тока, проходящего через идеальный диод и резистор, соединенные последовательно [20]:

$$I = -I_s + \frac{V_T}{R} W\left(\frac{I_s R}{V_T} \exp\left(\frac{U + I_s R}{V_T}\right)\right). \quad (11)$$

Здесь U — внешнее напряжение, приложенное к участку цепи с диодом и резистором, V_T — температурный потенциал, R — сопротивление резистора, подключенного последовательно с идеальным диодом, I_s — ток насыщения, $W(x)$ — специальная функция Ламберта [21]. В нашем случае роль резистора будет играть мемристор с сопротивлением R_m , зависящим от внутреннего параметра x . Система уравнений будет следующая:

$$\begin{cases} i = -I_s + \frac{V_T}{R_m} W\left(\frac{I_s R_m}{V_T} \exp\left(\frac{V_0 + I_s R_m}{V_T}\right)\right), \\ R_m = R_{\text{off}} + (R_{\text{on}} - R_{\text{off}})x, \\ \frac{dx}{dt} = f(x, iR_m). \end{cases} \quad (12)$$

Для того чтобы наблюдать переключение сопротивления в данной цепи, мемристор должен быть униполярным (с положительными порогами переключения). В качестве модельного иллюстрирующего примера рассмотрена система, по возможности близкая к описанной в п. 2.1, но функция f , взятая из выражения (7), умножена на квадрат функции ошибок от величины, пропорциональной напряжению на мемристоре ($\text{erf}^2(50iR_m)$) — чтобы исключить изменение внутреннего параметра мемристора при нулевом напряжении. Пороги

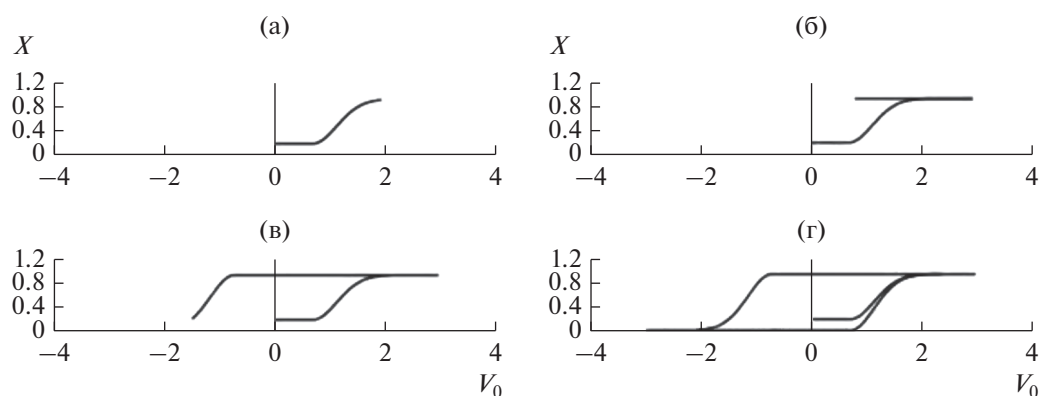


Рис. 7. Зависимость внутреннего параметра от внешнего напряжения (наблюдается гистерезис): графики заканчиваются в моменты времени $t = 1$ (а), 2.7 (б), 3.9 (в), 7.5 (г).

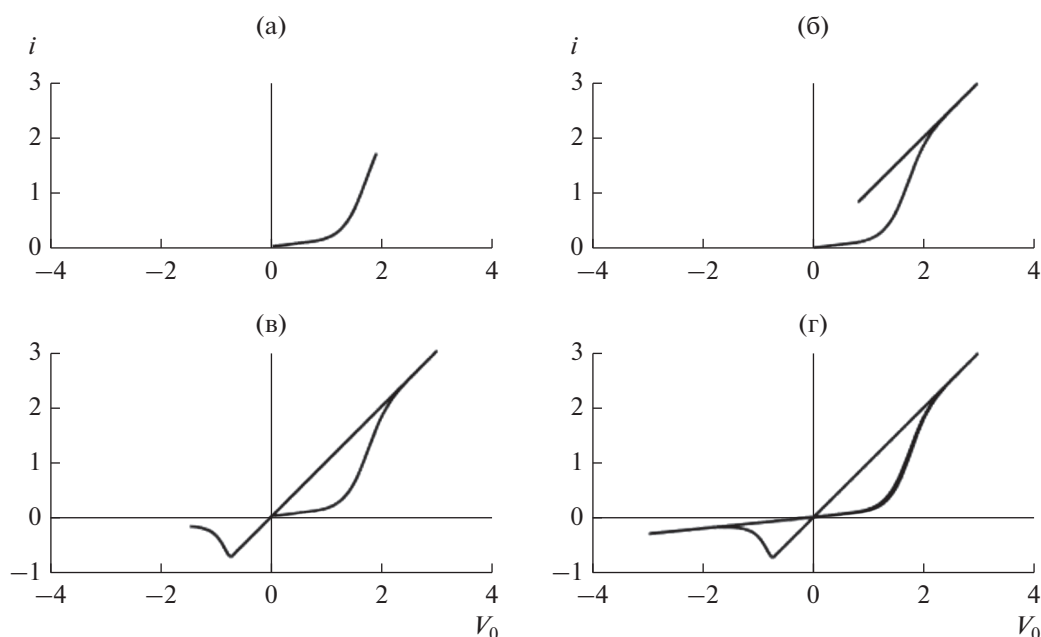


Рис. 8. Зависимость тока, протекающего через мемристор, от напряжения: графики заканчиваются в моменты времени $t = 1$ (а), 2.7 (б), 3.9 (в), 7.5 (г).

переключения следующие: $V_{t-} = 0.65$, $V_{t+} = 0.7$, скорости переключения равны 50, $I_s = 0.00000172$, $V_T = 0.044$. Результаты расчета представлены на рис. 9а. В случае же прежних значений параметров мемристора (как в п. 2.1, когда пороги переключения симметричны относительно нуля) система просто переходит в верхнее состояние ($x \rightarrow 1$, рис. 9б). На рис. 10 показан ток, протекающий через мемристор при симметричных пороговых напряжениях (“закругленность” решения наблюдается лишь на первом периоде, когда система еще не переключилась окончательно в верхнее состояние).

На рис. 11 представлена ВАХ участка цепи с униполярным мемристором и диодом. На рис. 12

пороговые напряжения симметричны, но ВАХ вычисляется начиная с $t = 5$, т.е. со второго периода, когда переключение в верхнее состояние уже произошло. Видно, что мы имеем обычную характеристику полупроводникового диода (при учете внутреннего омического сопротивления).

Если увеличить ток насыщения диода на несколько порядков, то неидеальный диод с внутренним сопротивлением почти не будет отличаться от резистора (то же самое можно сказать и о последовательной комбинации диода и “внешнего” резистора). На рис. 13 показана ВАХ для этого случая (ток насыщения увеличен в миллион раз, мемристор биполярный) — она не отличается от графика рис. 8.

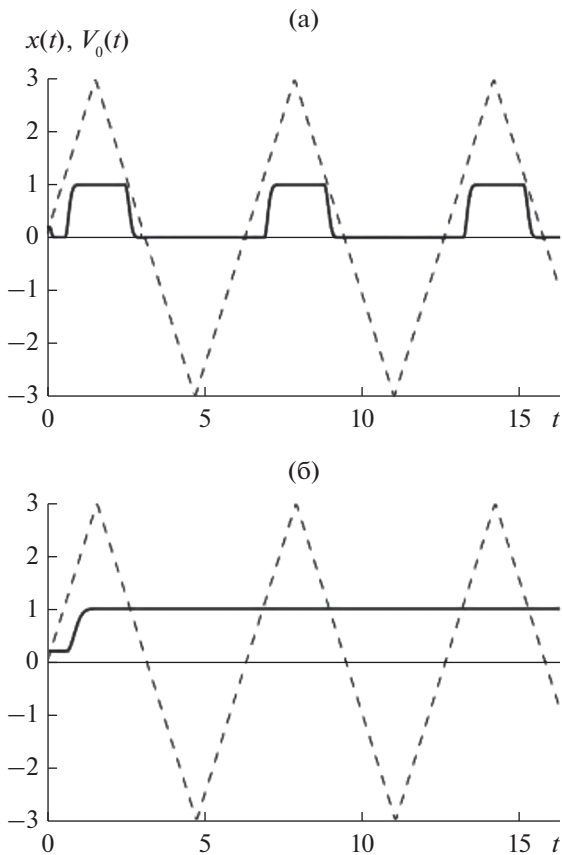


Рис. 9. Внутренний параметр мемристора при последовательном соединении мемристора и полупроводникового диода; пороговые напряжения несимметричны (а) и симметричны (б); штриховая линия — внешнее напряжение, приложенное к участку цепи с мемристором и диодом.

2.4. Последовательное соединение мемристора с индуктивностью и конденсатором

Рассмотрим случай последовательного соединения мемристора и индуктивности. В этом случае первое уравнение будет дифференциальным.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_0, \quad R_m = R_{off} + (R_{on} - R_{off})x, \quad (13)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, iR_m).$$

Также можно записать уравнения для последовательного соединения мемристора и емкости. При этом в первое уравнение войдет интеграл тока.

$$\frac{1}{C} \int idt + R_m i = V_0, \quad R_m = R_{off} + (R_{on} - R_{off})x, \quad (14)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, iR_m).$$

Продифференцировав первое уравнение по времени (и помня о том, что сопротивление мемри-

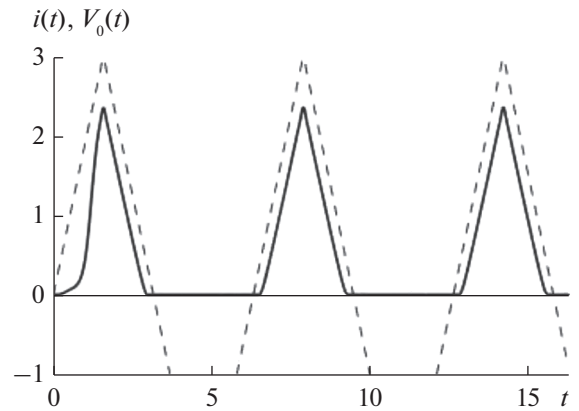


Рис. 10. Ток, протекающий через мемристор, при последовательном соединении мемристора и полупроводникового диода; пороговые напряжения симметричны.

стора зависит от параметра x , который сам является функцией времени), получим

$$\frac{i}{C} + \frac{d}{dt} (R_m(x)i) = \frac{dV_0}{dt},$$

$$R_m(x) = R_{off} + (R_{on} - R_{off})x, \quad (15)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, iR_m(x)).$$

Приведем результаты расчета внутреннего параметра для случая, когда последовательно с мемристором (биполярным, как в п. 2.1) подключена емкость (рис. 14). Выбран вариант начальных условий, когда явно просматривается длительный (по сравнению с периодом внешнего воздействия) переходный процесс. На рис. 15 изображена осциллограмма тока.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Для случая последовательного соединения мемристора и резистора было проведено сравнение численного решения уравнений (8)–(10) с

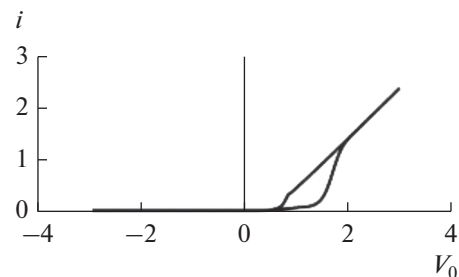


Рис. 11. ВАХ участка цепи при последовательном соединении мемристора и полупроводникового диода; пороговые напряжения несимметричны.

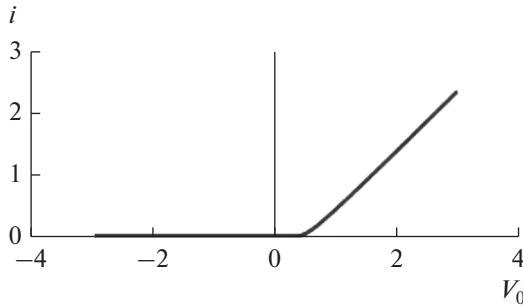


Рис. 12. ВАХ участка цепи при последовательном соединении мемристора и полупроводникового диода (время отсчитывается с $t = 5$); пороговые напряжения симметричны.

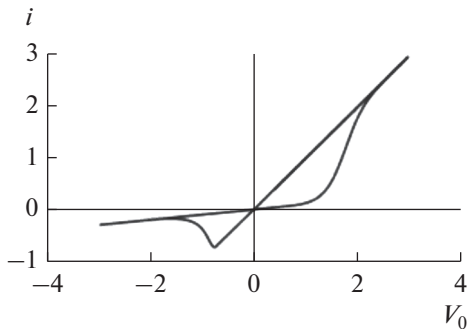


Рис. 13. ВАХ участка цепи при последовательном соединении мемристора и полупроводникового диода при увеличенном токе насыщения; пороговые напряжения симметричны.

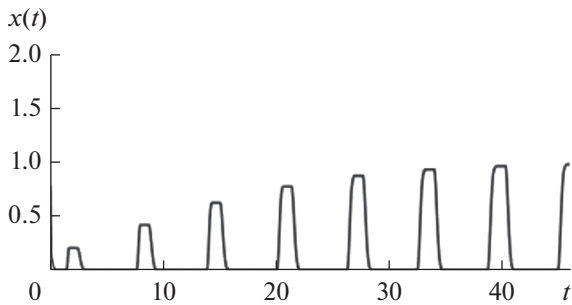


Рис. 14. Внутренний параметр мемристора при последовательном соединении мемристора и конденсатора.

экспериментом. При расчете принималось, что на участок цепи с этими элементами подается напряжение, соответствующее данным рис. 4, сдвинутым влево на полпериода и смещенным на 0.15 В (амплитуда данного пилообразного напряжения составляла 1.15 В, таким образом, внешнее напряжение изменялось от -1 до 1.3 В, период равен 18 с). Для соответствия полярности переключения той, что была реализована в эксперименте при заземлении верхнего электрода мемристив-

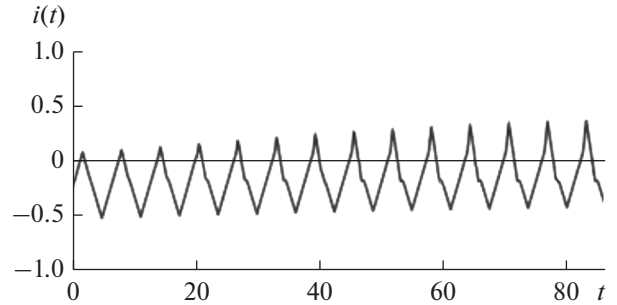


Рис. 15. Ток, протекающий через мемристор, при последовательном соединении мемристора и конденсатора.

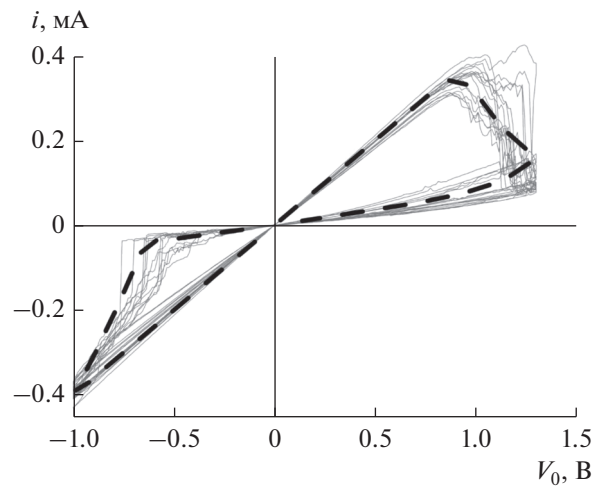


Рис. 16. ВАХ цепи “мемристор–резистор”: штриховая кривая – расчет, сплошные кривые – эксперимент.

ной структуры, полярность напряжения в модели также была изменена на противоположную.

Параметры в выражениях (7) и (9) были выбраны следующие: $\alpha = 173.95$, $\beta = 0.7$ (скорости переключения), $V_{t-} = -0.48$, $V_{t+} = 0.57$ (пороги переключения), $v_1 = 30$ (параметр крутизны пороговой функции P_1 – см. формулу (7)), $R_{\text{он}} = 1400$ Ом, $R_{\text{офф}} = 17700$ Ом, $R = 1000$ Ом (сопротивление последовательно подключенного резистора). Начальное значение (при $t = 0$) внутреннего параметра x было взято равным 0.2.

На рис. 16 изображена расчетная ВАХ последовательной цепи “мемристор-резистор”, а также результаты измерений для 15 циклов переключения.

Следует отметить, что представленная на рис. 16 ВАХ цепи “мемристор–резистор” может быть описана с применением меньшего числа параметров. Результат, например, почти не зависит от “параметра крутизны” пороговой функции (главное,

чтобы он был достаточно большим – тогда пороговая функция будет практически неотличима от идеальной функции Хевисайда). Однако этот и другие параметры необходимы для сохранения универсальности модели с точки зрения дальнейших исследований. Кроме того, формально следовало уточнить их значения, использованные в расчетах.

Экспериментальные ВАХ и количество требуемых для их описания параметров модели сильно зависят от структуры и материалов мемристивных устройств, а именно от механизма переключения и механизмов транспорта заряда в разных состояниях устройства. Выбор оптимальных параметров в каждом конкретном случае представляет собой актуальную задачу для отдельного исследования (см., например, [22–24]).

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из сравнения расчетных и экспериментальных данных на рис. 16 видно, что, несмотря на естественный разброс экспериментальных ВАХ от цикла к циклу переключения, модель адекватно воспроизводит основные характеристики системы “мемристор–резистор”, такие как напряжения переключения и резистивные состояния (в том числе R_{on} и R_{off}).

Вернемся к последовательному соединению мемристора и диода. Известно, что тонкопленочные структуры, обладающие эффектом резистивного переключения, могут в начальном состоянии (до процесса электроформовки) иметь ВАХ, похожую на характеристику полупроводникового диода (см., например, [25]). Приведенные выше данные наводят на мысль, что один из результатов электроформовки математически эквивалентен резкому повышению тока насыщения во “встроенном” в структуру диоде, благодаря чему диодные свойства образца исчезают. “Выживают” лишь резистивные свойства (осложненные присутствием мемристорного эффекта). Предположим, что ток насыщения является переменной величиной и его изменение с течением времени определяется дифференциальным уравнением. Например, таким:

$$\frac{dI_s}{dt} = \lambda V_0(t), \quad (16)$$

где λ – некоторый коэффициент. Тогда динамика мемристора (вместе со “встроенным” диодом) будет описываться следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} i &= -I_s + \frac{V_T}{R_m} W \left(\frac{I_s R_m}{V_T} \exp \left(\frac{V_0 + I_s R_m}{V_T} \right) \right), \\ R_m &= R_{off} + (R_{on} - R_{off})x, \\ \frac{dI_s}{dt} &= \lambda V_0, \quad \frac{dx}{dt} = f(x, iR_m). \end{aligned} \quad (17)$$

Также в процессе формовки по аналогичному закону может увеличиваться параметр v_1 , определяющий крутизну (быстроту спада) пороговых функций P_1 .

С точки зрения внутренней структуры мемристивного устройства повышение тока насыщения диода соответствует уменьшению энергетического барьера для транспорта носителей тока (например, на границе металл–диэлектрик). В устройствах на основе оксидных материалов модуляция барьера может быть связана с миграцией кислородных вакансий под действием электрического поля и джоулева разогрева [26].

Альтернативное объяснение выявленной закономерности может базироваться на модели, согласно которой мемристор представляется как параллельное соединение двух участков цепи: “мемристор–диод” и “мемристор–резистор”. Причем до электроформовки сопротивление резистора бесконечно велико, а в ходе электроформовки оно снижается и шунтирует диод. Такое объяснение хорошо согласуется с представлением о формировании проводящих каналов (филаментов) по границам зерен в поликристаллической (столбчатой) пленке оксида [27].

Применимость данных моделей к описанию электроформовки реальных мемристоров будет объектом дополнительного исследования и сильно зависит от технологии создания и конкретной структуры мемристивного устройства. Однако обе эти модели соответствуют общепринятым механизмам резистивного переключения и могут быть реализованы с помощью математического представления уравнений мемристора, предложенного в данной работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках обобщенной модели мемристивной системы Чуа предложены математические выражения для описания динамики мемристора с биполярным резистивным переключением порогового типа, которые позволяют избежать использования кусочно-непрерывных пороговых и оконных функций и удобны для численного счета. Получены численные решения уравнений модели мемристора при действии на него треугольной последовательности импульсов. Выведены уравнения, описывающие последовательное соединение мемристора с дискретными радиотехническими элементами – резистором, диодом, конденсатором и индуктивностью. Приведены численные решения для резистора и конденсатора. Отмечено, что при последовательном соединении мемристора и диода режим переключений реализуется лишь при замене биполярного мемристора на униполярный (с положительными порогами переключения).

Приведен модельный пример расчетов для этого случая.

Для варианта последовательного соединения “мемристор–резистор” проведено сравнение результатов расчета с экспериментом. Подобраны параметры математической модели, при использовании которых результаты численного расчета адекватно описывают экспериментальные вольт-амперные характеристики и параметры резистивного переключения.

Показано, что в случае соединения с конденсатором возможно существование переходных процессов, по длительности значительно превышающих период внешнего воздействия. Уравнения, описывающие последовательное соединение мемристора и диода, могут быть полезны для моделирования реальных мемристивных систем, где наблюдаются вольт-амперные характеристики диодного типа. Для таких систем предложены физические интерпретации обнаруженных закономерностей в рамках общепринятых механизмов резистивного переключения (интерфейсного с модуляцией барьера по всей площади структуры и филаментного с формированием локальных проводящих каналов).

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят И.Н. Антонова за помощь в создании мемристивных структур.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке в рамках научной программы Национального центра физики и математики (направление “Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chua L.O.* // IEEE Trans. 1971. V. CT-18. № 5. P. 507.
2. *Chua L.O., Kang S.* // Proc. IEEE. 1976. V. 64. № 2. P. 209.
3. *Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S.* // Nature. 2008. V. 453. P. 80.
4. *Mikhaylov A., Pimashkin A., Pigareva Y. et al.* // Frontiers in Neuroscience. 2020. V. 14. P. 358.
5. *Xu W., Wang J., Yan X.* // Frontiers in Nanotechnology. 2021. V. 3. P. 1.
6. *Pershin Y.P., La Fontaine S., Di Ventra M.* // Phys Rev. E. 2009. V. 80. P. 021926.
7. *Joglekar Y.N., Wolf S.J.* // Eur. J. Phys. 2009. V. 30. P. 661.
8. *Mutlu R.* // Turk. J. Elec. Eng. Comp. Sci. 2015. V. 23. P. 1219.
9. *Pisarev A., Busygin A., Udovichenko S., Maevsky O.* // Microelectronic Engineering. 2018. V. 198. P. 1.
10. *Biolek Z., Di Ventra M., Pershin Y.V.* // Radioengineering. 2013. V. 22. P. 945.
11. *Удовиченко С.Ю., Писарев А.Д., Бусыгин А.Н., Бобылев А.Н.* // Наноиндустрия. 2020. Т. 13. № 7–8. С. 466.
12. *Emelyanov A.V., Nikiruy K.E., Demin V.A. et al.* // Microelectronic Engineering. 2019. V. 215. P. 110988.
13. *Upadhyay N.K., Sun W., Lin P. et al.* // Adv. Electron. Mater. 2020. V. 6. № 5. P. 1901411.
14. *Guseinov D.V., Tetelbaum D.I., Mikhaylov A.N. et al.* // Intern. J. Nanotechnology. 2017. V. 14. № 7/8. P. 604.
15. *Guseinov D.V., Mikhaylov A.N., Pershin Y.P.* // IEEE Trans. 2022. V. CS-II-69. №3. P. 1802.
16. *Biolek Z., Biolek D., Biolkova V.* // Radioengineering. 2009. V. 18. P. 210.
17. *Kvatinsky S., Friedman E. G., Kolodny A. et al.* // IEEE Trans. 2013. V. CS-I-60. № 1. P. 211.
18. *Yakopcic C., Taha T. M., Subramanyam G. et al.* // IEEE Electron Device Lett. 2011. V. 32. № 10. P. 1436.
19. *Filatov D.O., Koryazhkina M.N., Novikov A.S. et al.* // Chaos, Solitons and Fractals. 2022. V. 156. P. 111810.
20. *Banwell T.C., Jayakumar A.* // Electronics Lett. 2000. V. 36. № 4. P. 291.
21. *Дубинов А.Е., Дубинова И.Д., Сайков С.К.* W-функция Ламберта и ее применение в математических задачах физики. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2006.
22. *Zhevnenko D., Meshchaninov F., Kozhevnikov V. et al.* // Chaos, Solitons & Fractals. 2021. V. 142. P. 110382.
23. *Meshchaninov F.P., Zhevnenko D.A., Kozhevnikov V.S. et al.* // Micromachines. 2021. V. 12. № 10. P. 1201.
24. *Zhevnenko D.A., Meshchaninov F.P., Kozhevnikov V.S. et al.* // Micromachines. 2021. V. 12. № 10. P. 1220.
25. *Ярмаркин В.К., Шульман С.Г., Леманов В.В.* // ФТТ. 2008. Т. 50. № 10. С. 1767.
26. *Ryu J.H., Hussain F., Mahata C. et al.* // Appl. Surf. Sci. 2020. V. 529. P. 147167.
27. *Guseinov D.V., Korolev D.S., Belov A.I. et al.* // Model. Simul. Mater. Sci. Eng. 2020. V. 28. P. 015007.