

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.2

ОПТИМИЗАЦИЯ ГАРАНТИРОВАННОЙ СКОРОСТИ
ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫМИ
СИГНАЛАМИ С РАНДОМИЗИРОВАННОЙ БАЗОЙ
В УСЛОВИЯХ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ

© 2023 г. А. М. Чуднов^а, *, Я. В. Кичко^а, Л. П. Сапунова^а

^а Военная академия связи,
Тихорецкий просп., 3, Санкт-Петербург, 194064 Российская Федерация

*E-mail: chudnow@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.08.2022 г.

После доработки 20.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Рассмотрены принципы анализа и оптимизации параметров и режима обработки сигналов в системе передачи информации с обратным каналом, функционирующей в условиях воздействия преднамеренных помех, структура которых может подбираться с позиции нарушения (ухудшения) работы системы. Предложен алгоритм формирования и обработки псевдослучайных сигналов с рандомизированной базой, который обеспечивает повышение скорости передачи информации системой в классе помех с ограниченной средней мощностью при обеспечении исходных показателей достоверности. Представлена методика, приведены примеры расчета и показаны графики зависимостей гарантированной скорости передачи информации в системе с рандомизированным двухступенчатым переключением базы сигналов от средней мощности оптимизированной помехи.

DOI: 10.31857/S0033849423030051, EDN: ICRRVO

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа продолжает исследования методов анализа и оптимизации параметров и режима обработки сигналов в системе передачи информации (СПИ), функционирующей в условиях воздействия преднамеренных помех, структура которых может подбираться с позиции нарушения (ухудшения) работы системы [1–4].

Вопросам обеспечения гарантированных показателей СПИ, в частности функционирующей в условиях преднамеренных помех, в литературе уделяется значительное внимание (см., например, работы [1–23] и библиографию в них). На основе теоретических исследований разработаны, внедрены и широко используются в различных сферах линии связи с псевдослучайными сигналами (ПСС) [1–13]. Вместе с тем задачи построения и исследования эффективности оптимальных алгоритмов работы СПИ на различных уровнях функциональной архитектуры изучены весьма в малой степени. В этом отношении к решенным вопросам в области передачи дискретных сообщений можно отнести лишь вопросы построения и анализа помехоустойчивости алгоритмов формирования и приема двоичных сигналов, являющихся ϵ -оптимальными с позиции обеспечения минимальной вероятности ошибочного приема бита

информации в соответствующих классах помех. А именно, в [5–7] для класса помех с ограничениями на среднюю и пиковую мощность построены оптимальные приемники псевдослучайных сигналов, модулированных по фазе псевдослучайной $\{-1,1\}$ -последовательностью (ФМ ПСС). В [1–3] построены ϵ -оптимальные алгоритмы формирования и приема амплитудно-фазоманипулированных сигналов при ограничениях на энергию, а также на среднюю мощность помехи и установлена их асимптотическая оптимальность для сигналов с большой базой. Существенное расхождение оценок показателей СПИ, использующих двоичные сигналы, с полученными верхними границами (расхождение составляет около 6 дБ [2]) дает основания для поиска более эффективных алгоритмов передачи информации в условиях преднамеренных помех.

Цель данной работы – разработка методики и получение оценок выигрыша в гарантированной скорости передачи сообщений за счет рандомизированного переключения базы ПСС при воздействии наихудшей по структуре помехи в классе помех с ограничением на среднюю мощность. Такой тип ограничений представляет наибольший практический интерес с учетом следующих обстоятельств:

– существующие и проектируемые комплексы радиоэлектронного противодействия способны формировать помехи с весьма большими значениями пикфактора, и степень их воздействия на СПИ в основном определяется средним значением мощности источника [14, 15];

– источники помех (ИП), как правило, ориентированы на подавление группы радиолиний, что позволяет перераспределять энергию между этими линиями с обеспечением наихудшего воздействия на подавляемые линии в рамках ограничений на общую среднюю мощность источника;

– класс помех с ограничениями на среднюю мощность является наиболее широким: оценки гарантированной помехоустойчивости для этого случая представляют собой соответствующие оценки и для других классов помех.

Исследуемые в работе задачи в общем плане соответствуют постановкам, рассмотренным в [1–4] и направленным на оптимизацию СПИ с обратной связью, в которых канальный блок формируется в виде слов избыточного кода, работающего в режиме исправления и обнаружения ошибок с использованием ФМ ПСС для передачи битов на физическом уровне. Вместе с тем для упрощения представления основного результата, а именно влияния рандомизации базы ПСС на гарантированный показатель скорости передачи данных, параметры кода и режима декодирования канального блока полагаются фиксированными. Ясно, что при согласованном переключении других параметров СПИ совместно с параметрами базы можно получить дополнительный эффект, который также может быть оценен в рамках предложенной методики.

1. МОДЕЛЬ СПИ В УСЛОВИЯХ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Теоретико-игровая модель взаимодействия СПИ и ИП

Опишем задачу в терминах теории игр следующим образом. Имеется класс \mathcal{U} допустимых вариантов построения СПИ (в данном случае с двухуровневой базой ПСС, далее – СПИ-2) и класс \mathcal{V} вариантов постановки помех (с ограниченной средней мощностью). Для каждой системы $U \in \mathcal{U}$ и заданных условий $V \in \mathcal{V}$ в соответствии с формализованной моделью далее определим показатель эффективности функционирования СПИ $Q(U, V)$, характеризующий среднюю скорость передачи информации, как функцию $Q: \mathcal{U} \times \mathcal{V} \rightarrow [0, \infty)$. Тогда в классе условий \mathcal{V} критерий оптимальности системы оценивается величиной

$$Q_-(U) = \inf_{V \in \mathcal{V}} Q(U, V),$$

интерпретируемой как *гарантировано обеспечиваемая эффективность функционирования системы* U в классе условий \mathcal{V} . Задача синтеза системы состоит в максимизации этого показателя выбором (определением) допустимого в определенном классе \mathcal{U} варианта построения системы $U \in \mathcal{U}$ и представляется выражением

$$Q_*(U) = \inf_{V \in \mathcal{V}} Q(U, V) \rightarrow \max_{U \in \mathcal{U}}. \quad (1)$$

Задача (1) является составной частью теоретико-игровой задачи, представленной игрой $\mathcal{G} = \mathcal{G}(Q, \mathcal{U}, \mathcal{V})$ [13, 16, 24] с множествами \mathcal{U}, \mathcal{V} стратегий игроков (СПИ и источника помехи) и функцией выигрыша первого игрока (СПИ) $Q(\cdot, \cdot)$. Пара $(U, V) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V}$ называется ситуацией игры \mathcal{G} , для заданной СПИ U' величины $Q_-(U')$ и $Q_* = \sup_{U \in \mathcal{U}} Q_-(U)$ – гарантированным значением показателя эффективности, обеспечиваемым при использовании варианта системы U' и нижним значением (нижней ценой) игры соответственно.

Формализация задачи (1) проводится на основе конкретизации конструкций $\mathcal{U}, \mathcal{V}, Q$, представленных ниже моделями СПИ и ИП. При этом расширение множества \mathcal{U} допустимых вариантов СПИ относительно исходного множества \mathcal{U}_1 систем с нерандомизированной базой ПСС (далее – СПИ-1) позволяет получить дополнительный выигрыш.

1.2. Формирование, передача и обработка данных в СПИ

Процессы формирования, обработки и передачи данных на физическом и канальном уровнях СПИ-2 иллюстрируются функциональной схемой, представленной на рис. 1.

Поступающие от источника данных информационные символы $a_i \in \{0, 1\}$ подаются в кодирующее устройство (КУ), которое формирует канальные блоки (a_1, \dots, a_n) , представляющие собой кодовые слова (n, k) -кода (n – длина блока, k – число содержащихся в нем информационных элементов), и подает их в модуль рандомизации базы (МРБ). МРБ преобразует символы кодовых слов в псевдослучайную $\{-1, 1\}$ -последовательность, длина β которой (база ПСС) выбирается псевдослучайным образом: β_1 с вероятностью $\Pr\{\beta = \beta_1\} = P_\beta$ или β_2 с вероятностью $\Pr\{\beta = \beta_2\} = 1 - P_\beta$, после чего передает ее в перемежающий модуль (ПМ). В перемежающем модуле из определенного числа L канальных блоков формируется макроблок, состоящий из nL символов, которые перемеживаются по псевдослучайному закону, известному как на передающем, так и принимающем концах СПИ, и затем подаются в модулятор (М), где осуществляется их фазовая модуляция. Сформиро-

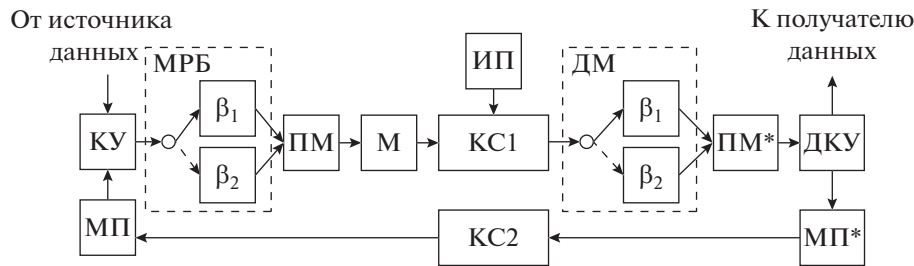


Рис. 1.

ванные таким образом на передающем конце сигналы $s(t)$ поступают в канал связи (КС1), в котором они смешиваются с преднамеренной помехой $v(t)$, генерируемой источником противодействующей системы и совокупностью случайных помех (шумов) $\xi(t)$. При этом принимаемый из КС1 сигнал имеет вид

$$u(t) = s(t) + v(t) + \xi(t).$$

Поступающие из КС1 сигналы $u_1(t), u_2(t)$, подаются на вход демодулятора (ДМ), который обрабатывает их в соответствии с величиной базы и подает зарегистрированные данные в перемежающий модуль (ПМ*), осуществляющий обратное перемежение (восстановление исходного порядка следования) символов макроблока и выдачу сформированных канальных блоков (c_1, \dots, c_n) в декодирующее устройство (ДКУ).

Декодирующее устройство работает в режиме исправления ошибок кратности менее или равной r , причем $r \leq t$, где t – максимальная кратность гарантированно исправляемых заданным кодом ошибок [25]. Так что не исправленные кодом ошибки либо переспрашиваются по обратному каналу связи (КС2) модулем переспроса (МП*) и повторяются на передаче модулем повторения (МП), либо декодируются неправильно и выдаются получателю с ошибкой.

Отметим, что приведенная модель СПИ при $P_\beta = 1$ и/или $\beta_1 = \beta_2$ описывает систему с нерандомизированной базой.

1.3. Воздействие на СПИ преднамеренной помехи

Рассматривается модель источника помех с “сильной инерционностью” контура управления [16], в соответствии с которой невозможна постановка так называемой “помехи вслед сигналу”, т.е. помехи, воздействующей на символ канального блока a_i с использованием информации о ранее принятой части этого же символа. Вместе с тем источнику помех известны все параметры, характеризующие СПИ.

Для описания показателей, характеризующих воздействие помехи на процесс передачи данных,

введем дополнительно обозначения: E_s, E_v – соответственно энергия реализации сигнала и преднамеренной помехи на длительности сигнала, E_ξ – спектральная плотность мощности шума; $\delta_v = E_v/E_s, \delta_\xi = E_\xi/2E_s$. На физическом уровне вероятность ошибки на бит будем оценивать на основе интеграла вероятностей Гаусса $\Phi(\cdot)$ выражением

$$p = p\left(\frac{\delta_v}{\beta} + \delta_\xi\right) \approx 1 - \Phi(\sqrt{\beta/\delta}), \quad (2)$$

где $\delta = \delta_v + \beta\delta_\xi$, являющимся асимптотически (при $\beta \rightarrow \infty$) точным и дающим хорошее приближение уже при $\beta \geq 10$ [2, 3, 5].

С учетом псевдослучайного перемежения символов в макроблоке суммарная помеха $v(t) + \xi(t)$, действующая на канальный блок, задается распределением $F(x) = \Pr\{\delta \leq x\}$ случайной величины δ , порожденной реализацией $(\delta_1, \dots, \delta_n)$ на символах канального блока (a_1, \dots, a_n) , при этом ограничение на величину средней мощности преднамеренной помехи $M[\delta_v]$ описывается неравенством

$$M[\delta_v] = \int_0^\infty x dF_v(x) \leq \delta^-. \quad (3)$$

Множество распределений, удовлетворяющих неравенству (3), обозначается $\mathcal{F}(\delta^-)$.

1.4. Постановка задачи анализа и оптимизации СПИ

При оценке выигрыша, обеспечиваемого рандомизацией базы ПСС, будем фиксировать параметры n, k кода и параметр r , характеризующий режим его декодирования. Принимая во внимание, что информационная скорость кода, равная k/n , одинакова для всех рассматриваемых случаев, анализ эффективности СПИ при текущих значениях базы β и величины δ_v будем проводить без учета коэффициента k/n по формуле

$$R(\delta, \beta) = \frac{1}{\beta} G(\delta/\beta), \quad (4)$$

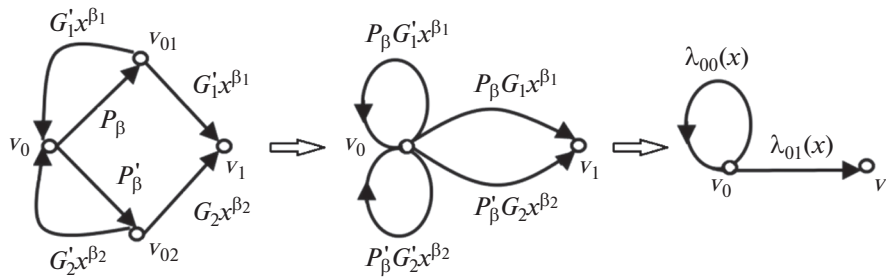


Рис. 2.

где $G(\delta/\beta)$ – вероятность выдачи получателю поступившего из КС1 канального блока, которая оценивается выражением [4, 25]

$$G(\delta/\beta) = \sum_{j=0}^r \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}. \quad (5)$$

Оптимальные значения базы ПСС для СПИ-1 определяется выражением

$$\beta^* = \arg \max_{\beta \in [0, \infty)} R(\delta, \beta). \quad (6)$$

Скорость передачи информации, гарантированная в классе помех с ограниченной средней мощностью δ^- и параметрами ПСС $\beta_1, \beta_2, P_\beta$, определяется условием

$$R(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = \inf_{F_i \in \mathcal{F}(\delta^-)} M[R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)], \quad (7)$$

где $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$ – величина скорости для СПИ с заданным параметром δ . Задача оптимизации ПСС с двухуровневой рандомизированной базой принимает вид

$$R(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) \rightarrow \max_{\beta_1, \beta_2, P_\beta}$$

при $\beta_1, \beta_2 \in [0, \infty), P_\beta \in [0, 1]$.

2. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СПИ С РАНДОМИЗИРОВАННОЙ БАЗОЙ ПСС

Теперь получим расчетные соотношения для величин, определяющих введенные показатели (3)–(7). Отдельные положения формулируются в виде утверждений, для которых оговаривается ход доказательства.

Для заданных значений $\beta_1, \beta_2, P_\beta, \delta_1, \delta_2$ ($\beta_1 \leq \beta_2, \delta_1 \leq \delta_2$) введем обозначения:

$$\begin{aligned} p_i &= p(\delta/\beta_i), \quad G_i = G(\delta/\beta_i), \\ P_\beta &= \Pr\{\beta = \beta_i\}, \quad i \in \{1, 2\}, \\ \beta^- &= P_\beta \beta_1 + (1 - P_\beta) \beta_2, \\ G^- &= P_\beta G_1 + (1 - P_\beta) G_2. \end{aligned}$$

Предложение 1. Зависимость $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$ определяется выражением

$$R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = G^- / \beta^-. \quad (8)$$

Формула (8) может быть обоснована исходя из принципов усреднения производительности при выполнении различных типов работ с различной производительностью. Более строго ее можно получить на основе представления процесса передачи канальных блоков цепью Маркова и вычисления производящей функции вероятностей времени передачи канального блока. Выражение для среднего времени перехода марковской цепи из одного состояния в другое удобно выводить с использованием преобразований графа переходов, сохраняющих вероятностно-временные характеристики процесса передачи информации (см., например, [16]). Процедура преобразования графа переходов, приводящая к соотношению (8), иллюстрируется рис. 2: вершины соответствуют состояниям, возникающим при передаче канального блока: v_0 – исходное состояние, v_{01} – блоку назначен ПСС с β_1 , v_{02} – с β_2 , v_1 – блок выдан получателю, а дуги отображают переходы между состояниями с указанными производящими функциями вероятностей перехода, где

$$G_i = G(\delta/\beta_i) G_i' = 1 - G_i,$$

$$i \in \{1, 2\}, \quad P_\beta' = 1 - P_\beta.$$

Графы, показанные на рис. 2б, 2в, где

$$\lambda_{01}(x) = P_\beta G_1 x^{\beta_1} + (1 - P_\beta) G_2 x^{\beta_2},$$

$$\lambda_{00}(x) = P_\beta (1 - G_1) x^{\beta_1} + (1 - P_\beta) (1 - G_2) x^{\beta_2},$$

получены в результате преобразований исходного графа, сохраняющих финальное распределение времени перехода из v_0 в v_1 . Известно [16], что для графа с петлями (см. рис. 2в) производящая функция вероятностей времени перехода из v_0 в v_1 определяется выражением

$$\Lambda_{01}(x) = \frac{\lambda_{01}(x)}{1 - \lambda_{00}(x)},$$

с учетом которого, а также представления математического ожидания времени перехода через производящую функцию

$$T_{01} = \left. \frac{d\Lambda_{01}(x)}{dx} \right|_{x=1}$$

и соотношения $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = 1/T$ нетрудно получить выражение для среднего времени задержки в СПИ-2 переданного канального блока $T = \beta^-/G^-$ и формулу (8) для скорости передачи информации СПИ-2.

Следующее утверждение позволяет редуцировать область $\mathcal{F}(\delta^-)$ поиска оптимальной (ϵ -оптимальной) точки в выражении (7) и получить расчетное соотношение для величины $R_-(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$.

Для его формулировки в множестве распределений $\mathcal{F}(\delta^-)$ выделим подмножество $\mathcal{F}(\delta', \delta^-, \delta'')$ так называемых [16, 26] *двухточечных* (или *двухатомных*) распределений, для которых функция распределения вероятностей имеет не более двух точек роста δ', δ'' и, таким образом, может быть задана значениями $\delta', \delta^-, \delta''$, где $\delta' \leq \delta^- \leq \delta''$, причем

$$P_\delta = \Pr\{\delta = \delta'\} = \frac{\delta^- - \delta'}{\delta'' - \delta'},$$

$$\Pr\{\delta = \delta''\} = \frac{\delta'' - \delta^-}{\delta'' - \delta'} = 1 - P_\delta.$$

При этом аналогично [1–4] используем следующее утверждение, представляющее собой простое следствие теоремы Каратеодори с интерпретацией Рисса к распределениям вероятностных мер [26].

Предложение 2. Функция $R_-(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$ является выпуклой оболочкой зависимости $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$ по аргументу δ_v , при этом наихудшая помеха в классе $\mathcal{F}(\delta^-)$ имеет двухточечное распределение, определенное параметрами $\delta', \delta^-, \delta''$.

С учетом данного утверждения можно записать

$$R_-(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = \min_{\delta' \leq \delta^- \leq \delta''} \left[\frac{\delta^- - \delta'}{\delta'' - \delta'} R(\delta', \beta_1, \beta_2, P_\beta) + \frac{\delta'' - \delta^-}{\delta'' - \delta'} R(\delta'', \beta_1, \beta_2, P_\beta) \right],$$

откуда видно, что задача поиска наихудшего распределения из $\mathcal{F}(\delta^-)$ сводится к задаче двухпараметрической оптимизации, состоящей в вычислении выпуклой оболочки функции $R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta)$ по аргументу δ_v .

Для выпуклой оболочки некоторой функции $f(\cdot)$ по аргументу δ_v будем использовать обозна-

чение $f^v(\cdot)$, с учетом которого предложение 2 можно записать в виде соотношения

$$R_-(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = R^v(\delta^-, \beta_1, \beta_2, P_\beta).$$

Оценку выигрыша за счет использования ПСС с рандомизированной базой проведем для случая $n\delta_\xi \ll \delta$, что, как правило, обеспечивается на практике заданием требуемой для этого длительности сигнала $T_s \gg E_\xi/\mathcal{P}_s$ при известной его мощности \mathcal{P}_s . Кроме того, условие $\delta_\xi = 0$ может использоваться для получения гарантированных показателей СПИ в классе помех с неизвестной структурой, если параметром δ_v учитываются как преднамеренные, так и случайные помехи.

Для удобства выполнения и представления результатов расчетов величины $\delta, \delta^-, \delta_v, \beta_1, \beta_2$ нормируются относительно параметра β^* (формула (6)), значение которого для рассматриваемых параметров СПИ при $\delta_\xi = 0$ составляет величину $\beta^* \approx 4.71\delta^-$. Соответствующие перечисленным показателям нормированные величины обозначаются как $z^- = \delta^-/\beta^*, z_v = \delta_v/\beta^*, b_1 = \beta_1/\beta^*, b_2 = \beta_2/\beta^*$. Выигрыш в скорости передачи информации СПИ-2 по отношению к СПИ-1 оценивается на основе сравнения нормированных показателей скорости $R_1(z)$ и $R_2(z)$, определяемых соответственно соотношениями:

$$R_1(z) = \beta^* R(\delta, \beta) = \beta^* G(\delta/\beta)/\beta = G(z)/b,$$

$$R_2(z) = \beta^* R(\delta, \beta_1, \beta_2, P_\beta) = \beta^* G^-(\delta/\beta)/\beta^- = G^-(z)/b^-.$$

3. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА, ОПТИМИЗАЦИИ СПИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

3.1. Анализ и оптимизация ПСС с нерандомизированной базой

Пример зависимости $R_1^v(z) = \beta^* R^v(z, 1, 1, 1)$, образованной в виде выпуклой оболочки функции $R_1(z) = \beta^* R(z, 1, 1, 1)$ для СПИ-1 с нерандомизированной базой ПСС $\beta_1 = \beta_2 = \beta^*$ и параметрами $n = 127, r = 3, \delta_\xi \ll \delta_v/\beta$, показан на рис. 3, где представлены зависимости $R_1(z)$ (сплошная кривая) и $R_1^v(z)$ (штриховая). Как видно, в данном случае задача построения выпуклой оболочки функции $R_1(z)$ сводится к задаче однопараметрической оптимизации нахождения точки касания прямой

$$z' = \arg \min_{z \in (z^-, \infty)} \frac{1}{z} (R_1(0) - R_1(z)),$$

проходящей через $(0, R_1(0))$ к линии $R_1(z)$ (в примере $z' \approx 0.364$). При этом значение z' определяет стратегию постановки помехи, а именно:

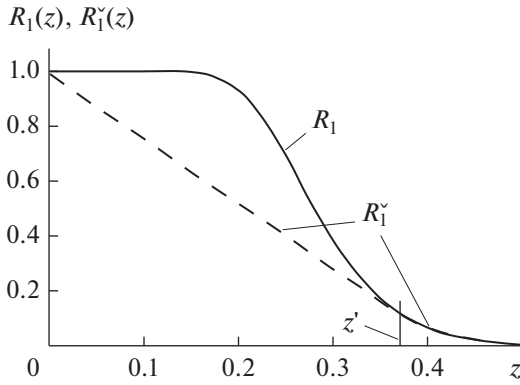


Рис. 3.

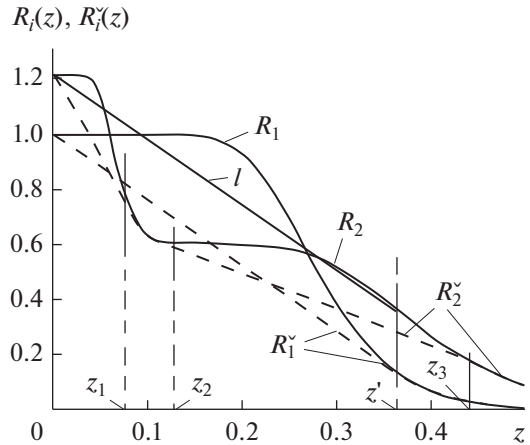


Рис. 4.

1) при $z^- \leq z'$ оптимальная помеха формируется в импульсном режиме с мощностью импульса $\delta' = z'\beta^*$ и его вероятностью $P_\delta = \delta^-/\delta'$;

2) при $z^- > z'$ ИП формирует помеху с постоянной мощностью δ^- . С учетом структуры зависимости $R_1(z)$ значение z' легко находится методом сечений.

Таким образом, СПИ-1 в классе помех $\mathcal{F}(z^-)$ гарантированно обеспечивает скорость передачи информации, определяемую выражением

$$R_1^v(z) = \begin{cases} 1 - z(1 - R_1(z'))/z', & z \leq z'; \\ R_1(z), & z > z'. \end{cases}$$

3.2. Анализ и оптимизация ПСС с рандомизированной базой

По приведенной методике оценим гарантированную скорость передачи информации СПИ-2

$$R_2^v(z) = \beta^* R^v(z, b_1, b_2, P_\beta).$$

Для этого сначала в соответствии с формулами (2), (4)–(6), (8) получим соотношение для функции $R(z, b_1, b_2, P_\beta)$ с заданными значениями b_1, b_2, P_β , а затем, выполнив операцию выпуклого замыкания этой функции по аргументу z , построим зависимость

$$R_2^v(z) = \beta^* R^v(z, b_1, b_2, P_\beta).$$

На рис. 4 представлены графики функций $R_2(z), R_2^v(z)$ для $\beta_1 = 0.25, \beta_2 = 1.4, P_\beta = 0.5$, причем график $R_2^v(z)$ составлен из четырех линий:

1) отрезок (пунктирная линия), соединяющий точки $(0, R_2(0)), (z_1, R_2(z_1))$, где $z_1 \approx 0.087$ – первая точка касания прямой, к графику $R_2(z)$;

2) часть кривой $R_2(z)$ (сплошная линия) в интервале (z_2, z_3) , где $z_2 \approx 0.094, z_3 \approx 0.0492$ – точки касания прямой к графику $R_2(z)$ такой, что $z_1 \leq z_2$;

3) отрезок (пунктирная линия), соединяющий точки $(z_2, R_2(z_2)), (z_3, R_2(z_3))$; 4) часть кривой $R_2(z)$ (сплошная линия) в интервале (z_3, ∞) .

Значение z_1 найдено методом сечений в предварительно определенной области, поиск значений z_2, z_3 осуществлялся путем поочередной оптимизации величин z_2, z_3 методом сечений до перехода в ϵ -оптимальную точку.

Как видно, наихудшая в классе $\mathcal{F}(z^-)$ для СПИ-2 помеха действует следующим образом:

- 1) при $z^- \leq z_1$ в импульсном режиме, определенном параметрами $z_0 = 0, z^-, z_1$;
- 2) при $z_1 \leq z^- \leq z_2$ – с постоянной мощностью δ^- ;
- 3) при $z_2 \leq z^- \leq z_3$ – с переключением двух уровней мощности, соответствующих значениям z_2, z_3 ;
- 4) при $z_3 \leq z^-$ – с постоянной мощностью δ^- .

Кроме того, на рис. 4 для сравнения приведены графики функций $R_1(z), R_1^v(z)$, из анализа которых нетрудно определить область значений величины z^- , в которой СПИ-2 выигрывает у СПИ-1 по гарантированной скорости передачи информации. Можно отметить, что если ИП не использует информацию о параметрах СПИ-2 и воздействует оптимальной для СПИ-1 помехой, то в области $z^- \in [0, z']$ значения скорости передачи информации СПИ-2 лежат на отрезке ℓ (см. рис. 4) и, как видно, СПИ-2 существенно (20...100%) выигрывает в скорости передачи информации у СПИ-1 в этой области.

Для проработки вопроса о существовании алгоритма передачи информации с рандомизированным переключением базы ПСС, который выигрывал бы по гарантированной скорости передачи информации у СПИ-1 при всех значениях $z^- \in [0, \infty]$, в работе решалась задача оптимизации соответствующей величины выигрыша. На рис. 5, 6 приведены

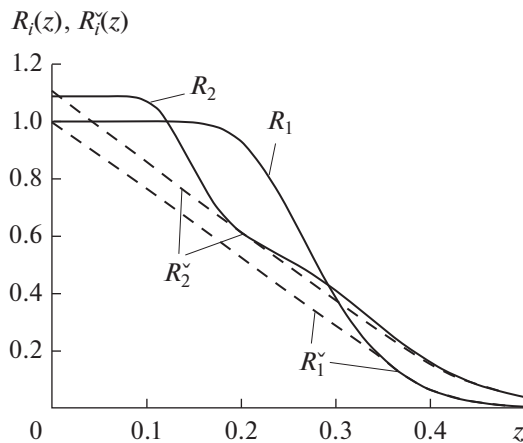


Рис. 5.

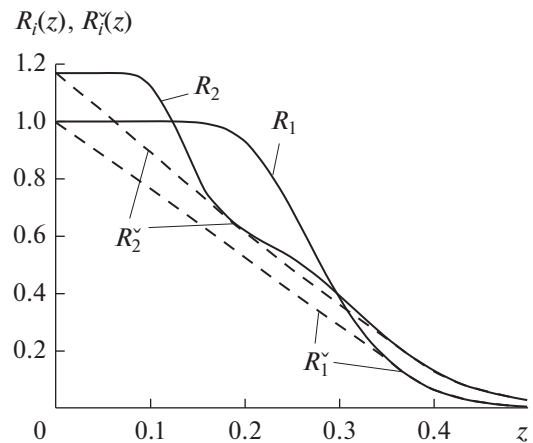


Рис. 6.

зависимости $R_1(z)$, $R_1^v(z)$, $R_2(z)$, $R_2^v(z)$, полученные в результате такой оптимизации для абсолютной и относительной величин выигрыша соответственно:

$$\Delta = \min_{z \in [0, z']} (R_2^v(z) - R_1^v(z)).$$

$$\eta = \min_{z \in [0, z']} (R_2^v(z) / R_1^v(z)).$$

Так, для СПИ-2 с параметрами $b_1 = 0.56$, $b_2 = 1.28$, $P_\beta = 0.5$, как видно из графиков $R_1^v(z)$, $R_2^v(z)$, приведенных на рис. 5, абсолютный выигрыш в скорости в области значений $z^- \in [0, z']$ не менее 0.04, а для СПИ-2 с параметрами $b_1 = 0.51$, $b_2 = 1.21$, $P_\beta = 0.5$ графики $R_1^v(z)$, $R_2^v(z)$, приведенные на рис. 6, представляют пример рандомизации базы ПСС, обеспечивающей относительный выигрыш в скорости передачи информации не менее 16.6% при всех возможных значениях δ^- .

3.3. Оценка достоверности передачи данных в СПИ-1 и СПИ-2

Корректная постановка задачи оптимизации скорости передачи информации параметрами СПИ, естественно, предполагает учет и обеспечение требований по показателям достоверности передачи информации. Приведем соотношения для оценки вероятности выдачи системой блока с необнаруженной ошибкой и покажем, что вероятность ошибки $P_{\text{но}2}$ в СПИ-2 не превышает соответствующую величину $P_{\text{но}1}$ в СПИ-1. Так, величины $P_{\text{но}1}$, $P_{\text{но}2}$ можно оценить на основе выражения для вероятности необнаруженной ошибки $P_{\text{но}}(z, b)$, справедливого для фиксированных значений z, b :

$$P_{\text{но}}(z, b) = \chi \Pr\{N_{\text{ош}} > r\},$$

где $\chi = \chi(n, k, r)$ — функция, характеризующая условную вероятность необнаружения ошибки в кодовом блоке, принятом с числом ошибок более r , определяемая параметрами и структурой кода [4, 25, 27], $\Pr\{N_{\text{ош}} > r\} = 1 - G(z)$ — вероятность искажения в блоке длины n более r символов. Для СПИ-1 и СПИ-2 средняя вероятность необнаруженной ошибки в принятом блоке определяется выражениями

$$P_{\text{но}1} = \chi \frac{z^-}{z'} (1 - G(z')), \quad P_{\text{но}2} = \chi \frac{z^-}{z''} (1 - G(z'')), \quad (9)$$

причем при полученных оптимальных параметрах b^*, b_1, b_2 СПИ и z', z'' ИП имеем $z' < z''$, $G(z') < G(z'')$ и, следовательно, $P_{\text{но}2} < P_{\text{но}1}$.

Соотношения (9) могут использоваться для задания ограничений на область поиска в рассмотренной оптимизационной задаче.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что алгоритм рандомизированного управления базой ПСС позволяет повысить скорость передачи информации в условиях воздействия преднамеренных помех при обеспечении исходных показателей достоверности. Так, уже при использовании сигналов с двухуровневой базой выигрыш в гарантированной скорости передачи информации может достигать 10...20%. Предложенная методика и общие заключения могут быть применимы для СПИ с другими зависимостями $p(\delta/b)$ вероятности ошибки на символ, учитывающими специфику обработки сигналов на физическом уровне.

Полученные результаты предполагают дальнейшую проработку затронутых вопросов в направлениях поиска оптимального распределения базы ПСС на $(0, \infty)$, рандомизированного управ-

ления базой ПСС совместно с параметрами кода и режимами декодирования канальных блоков, а также получения оценок эффективности рандомизированного управления сигнально-кодowymi конструкциям с учетом способов использования и свойств обратного канала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуднов А.М. // Проблемы передачи информации. 1986. Т. 22. № 4. С. 49.
2. Чуднов А.М. // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27. № 3. С. 57.
3. Чуднов А.М. // РЭ. 1987. Т. 32. № 1. С. 62.
4. Чуднов А.М., Кирик Д.И., Ермакова Е.М. // Труды учеб. заведений связи. 2019. Т. 5. № 4. С. 79. <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-4-79-86>
5. Путилин А.Н., Чуднов А.М. // РЭ. 1990. Т. 35. № 8. С. 1646.
6. Жодзишский Ю.И. // Радиотехника. 1986. № 10. С. 56.
7. Жодзишский М.И. // Радиотехника. 1982. № 11. С. 77.
8. Kullstam P.A. // IEEE Trans. 1977. V. COM-25. № 8. P. 848. <https://doi.org/10.1109/TCOM.1977.1093906>
9. Yue G., Wang X. // IEEE Trans. 2009. V. WC-8. № 12. P. 5996. <https://doi.org/10.1109/TWC.2009.12.081627>
10. Чуднов А.М. // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 4. С. 1. <http://jre.cplire.ru/jre/apr15/3/text.pdf>
11. Bashar T., Wu D.Y.-W. // IEEE Trans. 1985. V. IT-31. № 4. P. 482. <https://doi.org/10.1109/TIT.1985.1057076>
12. Bhattacharya S., Gupta A., Bashar T. // Numerical Algebra. 2013. V. 3. № 1. P. 1. <https://doi.org/10.3934/naco.2013.3.1>
13. Чуднов А. М. Помехоустойчивость линий и сетей связи в условиях оптимизированных помех. Л.: ВАС, 1986.
14. Макаренко С.И. Модели системы связи в условиях преднамеренных дестабилизирующих воздействий и ведения разведки. СПб.: Научное издание, 2020.
15. Poisel R.A. Modern Communication Jamming Principles and Techniques. Artech, Massachusetts, 2004.
16. Чуднов А.М. Математические основы моделирования, анализа и синтеза систем. СПб: ВАС, 2021.
17. Firouzbakht K., Noubir G., Salehi M. // IEEE Trans. 2014. V. WC-13. № 7. P. 3481. <https://doi.org/10.1109/TWC.2014.2314105>
18. Feng Z., Ren G., Chen J. et al. // Appl. Sci. 2019. V. 9. № 16. P. 3348. <https://doi.org/10.3390/app9163348>
19. Wang B., Wu Y., Liu K.J.R., Clancy T.C. // IEEE J. Selected Areas in Comm. 2011. V. 29. № 4. P. 877. <https://doi.org/10.1109/JSAC.2011.110418>
20. Han Z., Niyato D., Saad W. et al. Game Theory in Wireless and Communication Networks. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2011. <https://doi.org/10.3390/s120709055>
21. Zhou S., Giannakis G., Swami A. // IEEE Trans. 2002. V. COM-50. № 4. P. 643. <https://doi.org/10.1109/26.996079>
22. Jia L., Xu Y., Sun Y. et al. // IEEE Wireless Comm. 2018. V. 25. № 6. P. 120. <https://doi.org/10.1109/MWC.2017.1700363>
23. Wang Y., Niu Y., Chen J. et al. // 11th Intern. Conf. Wireless Communications and Signal Proc. (WCSP-2019), Xi'an, China, 2019. P. 1. <https://doi.org/10.1109/WCSP.2019.8927884>
24. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. М.: Наука, 1984.
25. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
26. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 1973.
27. Коржик В.И., Осмоловский С.А., Финк Л.М. // Проблемы передачи информации. 1974. Т. 10. № 4. С. 25.