

**К 85-ЛЕТИЮ  
ДМИТРИЯ СЕРГЕЕВИЧА ЛУКИНА**

УДК 537.87

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АМПЛИТУДНЫХ, УГЛОВЫХ  
И ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОРОТКИХ РАДИОВОЛН  
ПРИ СЛАБОНАКЛОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ ИОНОСФЕРЫ<sup>1</sup>**

© 2023 г. А. С. Крюковский<sup>а</sup>, \*, Д. С. Лукин<sup>а</sup>, Е. В. Михалёва<sup>а</sup>, Д. В. Растягаев<sup>а</sup>

<sup>а</sup> *Российский новый университет,  
ул. Радио, 22, Москва, 105005 Российская Федерация*

*\*E-mail: kryukovsky56@yandex.ru*

Поступила в редакцию 16.02.2023 г.

После доработки 16.02.2023 г.

Принята к публикации 23.03.2023 г.

Методом бихарактеристик изучены особенности распространения декаметровых радиоволн в ионосфере, содержащей слои E, F1 и F2, а также перемещающееся ионосферное возмущение (ПИВ) при слабонаклонном зондировании частотно модулированными сигналами. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны, выполнено сопоставление ионограмм и исследован их сдвиг относительно друг друга. Исследована структура ионограмм в окрестности каустик, возникающих в точке приема на частотах, отражающихся в окрестности слоя E и ПИВ. Рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды.

DOI: 10.31857/S0033849423060098, EDN: XMVDRI

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена численному моделированию амплитудных и временных характеристик отраженных от ионосферы декаметровых радиосигналов. Актуальность исследования определяется необходимостью изучения строения ионосферы Земли для решения задач радионавигации, позиционирования, радиосвязи и радиолокации. Рассмотрено слабонаклонное зондирование ионосферы Земли непрерывными частотно-модулированными сигналами, т.е. случай, когда расстояние от передатчика излучения до приемника меньше высоты главного максимума ионосферы. Учтено влияние магнитного поля Земли, и исследовано распространение необыкновенной и обыкновенной компонент радиоволны на примере двух моделей ионосферы: модели, не содержащей перемещающееся ионосферное возмущение (ПИВ) и модели, содержащей ПИВ. Помимо ПИВ обе модели содержат ионосферные слои F2, F1 и E. Как отмечено в работе [1], ПИВ часто наблюдаются в азиатском регионе Российской Федерации. Важным дистанционным методом изучения строения

ионосферы является метод зондирования частотно-модулированным (ЧМ) излучением [2, 3]. Результаты математического моделирования вертикального зондирования ионосферы, учитывающие влияние магнитного поля Земли, приведены в [4, 5]. В работах [6, 7] рассмотрено наклонное зондирование ионосферы без учета магнитного поля Земли.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРЫ

При математическом моделировании считалось, что источник излучения точечный и находится в начале координат на поверхности Земли, а приемник отстоит от источника на расстоянии 100 км в направлении горизонтальной оси  $x$ . Поскольку зондирование слабонаклонное и расстояние от передатчика до приемника небольшое, кривизна поверхности Земли не учитывалась, а величина магнитного поля Земли предполагалась постоянной:

$$\begin{aligned} H_x &= H_0 \cos \gamma \cos \varphi, & H_y &= H_0 \cos \gamma \sin \varphi, \\ H_z &= H_0 \sin \gamma, \end{aligned} \quad (1)$$

напряженность  $H_0 = 0.465$  Э; угол склонения ( $-\gamma$ ) равен  $57^\circ$ ; а угол наклонения ( $-\varphi$ ) равен  $-90^\circ$ .

<sup>1</sup> Некоторые результаты работы доложены на 8-й Микроволновой конференции (23 ноября–25 ноября 2022 г., Москва, ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН).

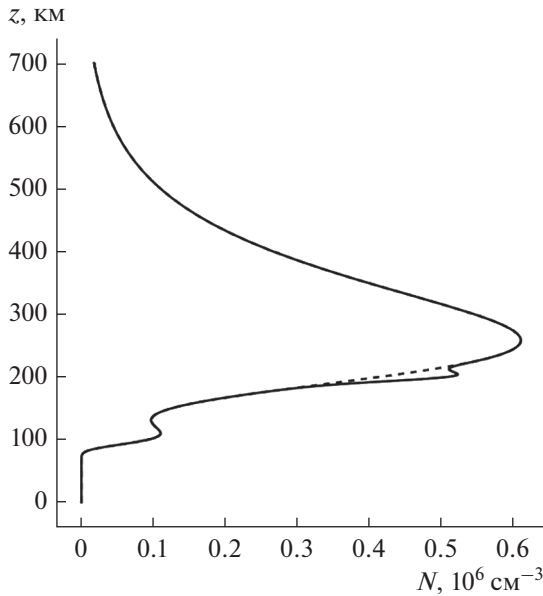


Рис. 1. Зависимости электронной концентрации  $N$  от высоты  $z$  для невозмущенной модели (штриховая кривая) и возмущенной (сплошная).

Невозмущенная модель электронной концентрации ионосферы задавалась выражениями:

$$N = N_{F2} \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp[\theta_{F2}] + \theta_{F2})\right] + N_{F1} \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp[\theta_{F1}] + \theta_{F1})\right] + N_E \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp[\theta_E] + \theta_E)\right] + N_d, \quad (2)$$

где

$$N_{F1} \approx 70254.3 \text{ см}^{-3}, \quad N_{F2} \approx 561828.0 \text{ см}^{-3}, \\ N_E \approx 104611.7 \text{ см}^{-3}, \\ \theta_{F1} = \frac{1}{40}(196 - z), \quad \theta_{F2} = \frac{1}{55}(263 - z), \\ \theta_E = \frac{2}{25}(108 - z), \quad (3)$$

а ПИВ задавалось формулой

$$N_d = \beta_0 N_0 \exp\left[-\left(\frac{z_d - z}{z_{md}}\right)^2 - \left(\frac{x_d - x}{x_{md}}\right)^2\right]. \quad (4)$$

В (4)  $\beta_0 = 0.1$ ;  $N_0 = 1.9 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ ;  $z_d = 200 \text{ км}$ ;  $z_{md} = 10 \text{ км}$ ;  $x_d = 50 \text{ км}$ ;  $x_{md} = 40 \text{ км}$ . В формулах (2)–(4)  $z$  и  $x$  выражены в километрах.

Зависимости электронной концентрации  $N$  от высоты  $z$  для невозмущенной и возмущенной моделей приведены на рис. 1.

Зависимости электронной концентрации ионосферы от высоты, показанные на рис. 1, выбраны

для точки посередине между передатчиком и приемником излучения, т.е. находятся на расстоянии  $x = 50 \text{ км}$ . Отличие между двумя моделями относится к области, в которой присутствует ПИВ.

## 2. БИХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для вычисления лучевых характеристик радиосигналов в точке приема использовалась бихарактеристическая система дифференциальных уравнений первого порядка [8]

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \vec{r}} \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \vec{k}}\right) \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega}, \quad (5)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота излучателя,  $\vec{k}$  – волновой вектор,  $\vec{r} = (x, y, z)$  – декартовы координаты луча,  $c$  – скорость света,  $t$  – групповое время. Эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения  $\epsilon$  была задана формулой Эпплтона–Хартри (Лассена) [9–11]

$$\epsilon_{\pm} = 1 - \frac{v}{2v(1-v)} \frac{1}{2(1-v) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (6)$$

в которой знак “+” соответствует обыкновенной волне, знак “–” – необыкновенной волне,

$$v = \left(\frac{\omega_{\text{пл}}}{\omega}\right)^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}, \quad u = \left(\frac{\omega_H}{\omega}\right)^2 = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}, \quad (7)$$

$\omega_{\text{пл}}$  – плазменная частота,  $\omega_H$  – гирочастота,  $m_e$  – масса электрона,  $e$  – заряд электрона. Угол  $\alpha$  – это угол между вектором напряженности магнитного поля Земли и волновым вектором. Косинус угла определяется формулой

$$\cos \alpha = \frac{H_x k_x + H_y k_y + H_z k_z}{H_0 |\vec{k}|}. \quad (8)$$

Для решения системы (5) необходимы начальные условия, выбраны в виде:

$$k_x(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \alpha_0 \cos \beta_0, \\ k_y(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \alpha_0 \sin \beta_0, \\ k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \sin \alpha_0, \\ \vec{r}|_{\tau=0} = (0, 0, 0), \quad (9)$$

где  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  – начальные углы выхода луча. При расчетах предполагалось, что  $\beta_0 = 0$ , т.е. первоначально лучи выходят в плоскости  $(x, z)$ . Начальное значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в точке выхода луча  $\epsilon_0 \approx 1$ . Решение системы бихарактеристических уравнений (5)–(9) позволяет определить время прихода сигнала,

а также углы и прихода выхода сигнала на каждой частоте.

Важной характеристикой радиосигнала является его амплитуда, определяемая как поглощением, так и расходимостью [12–14]. Основным инструментом для вычисления расходимости является расширенная бихарактеристическая система Лукина [15, 16]

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{k}_{\alpha_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left( \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \bar{r}} / \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\bar{r}_{\alpha_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left( \left( 2c^2 \bar{k} - \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \bar{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\bar{k}_{\beta_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \bar{r}} / \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\bar{r}_{\beta_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( \left( 2c^2 \bar{k} - \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \bar{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

дополненная начальными данными

$$\begin{aligned} k'_{x\alpha_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \sin \alpha_0 \cos \beta_0, \\ k'_{x\beta_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \alpha_0 \sin \beta_0, \\ k'_{y\alpha_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \sin \alpha_0 \sin \beta_0, \\ k'_{y\beta_0}(\eta) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \alpha_0 \cos \beta_0, \\ k'_{z\alpha_0}(\eta) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0} \cos \alpha_0, \\ k'_{z\beta_0}(\eta) &= 0, \quad \bar{\kappa}'_x(\eta) = 0, \quad \bar{\kappa}'_{\beta_0}(\eta) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Решив бихарактеристическую систему (10), (11) и найдя производные волнового вектора и координат по начальным параметрам выхода луча, нетрудно вычислить якобиан  $J$  расходимости лучевого потока

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial x}{\partial \beta_0} & T_1 \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial y}{\partial \beta_0} & T_2 \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial z}{\partial \beta_0} & T_3 \end{vmatrix}, \quad \bar{T} = \left( 2c^2 \bar{k} - \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \bar{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega} \quad (12)$$

и найти расходимость волнового поля:

$$R_s = 10 \lg \left| \frac{J_0}{J(\bar{r})} \right|, \quad (13)$$

где  $J_0$  — якобиан расходимости на условном расстоянии от источника.

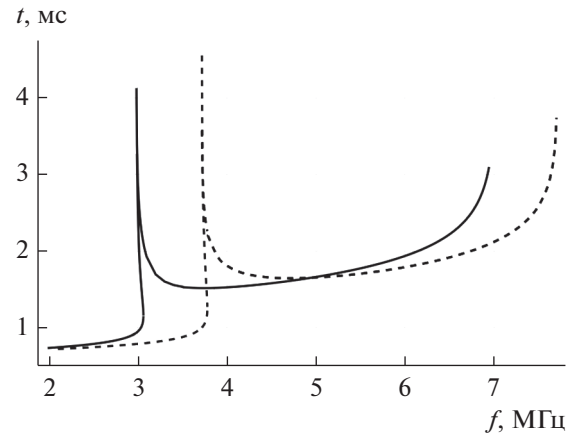


Рис. 2. Зависимость группового времени прихода сигнала  $t$  от частоты  $f$ : невозмущенный случай для обыкновенной (сплошная кривая) и необыкновенной волн (штриховая).

### 3. НЕВОЗМУЩЕННАЯ МОДЕЛЬ. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

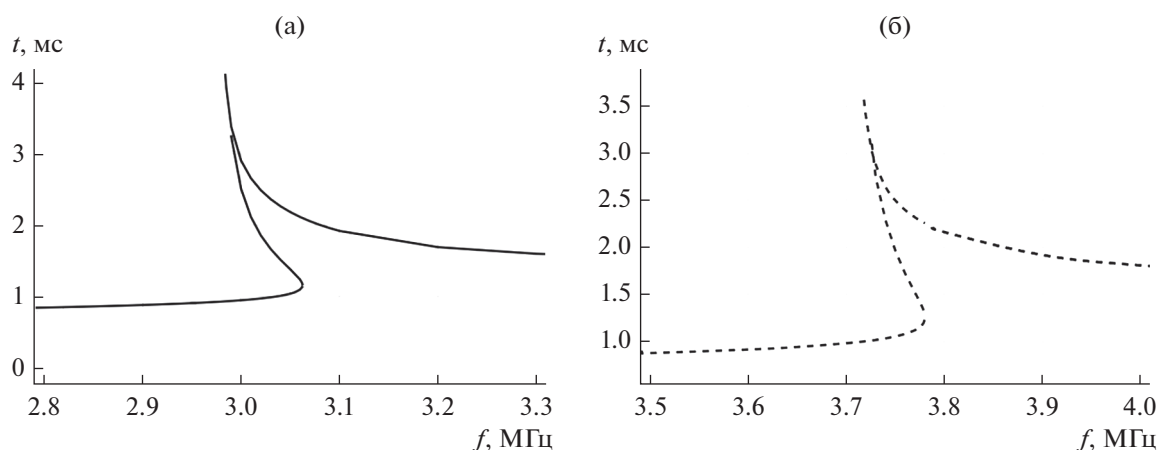
Сначала рассмотрим зависимость группового  $t$  времени прихода сигнала от частоты  $f$ . Результаты моделирования для обыкновенной и необыкновенной волн показаны на рис. 2 и 3 (увеличенный масштаб).

На рис. 2 рассмотрен диапазон частот от 2 до  $\approx 7$  МГц для обыкновенной волны и до  $\approx 7.7$  МГц для необыкновенной волны, выше которых волна уже не приходит в точку наблюдения, а просачивается вверх сквозь ионосферные слои.

На рис. 4 показана лучевая структура необыкновенной волны на частоте  $\approx 7.7$  МГц. Аналогичная картина имеет место и для обыкновенной волны, но на частоте  $\approx 7$  МГц. В целом видно, что с ростом частоты групповое время увеличивается, поскольку волна все глубже проникает в ионосферные слои, где групповая скорость волны меньше скорости света, да и общий путь волны возрастает. Фон на рис. 4 и следующих рисунках отображает распределение электронной концентрации.

На рис. 3а и 3б более подробно показаны области вблизи критической частоты слоя E (разные для обыкновенной и необыкновенной волны). Каустика — точка поворота линии — для обыкновенной волны образуется на частотах около 3 МГц, для необыкновенной волны — на частоте  $\approx 3.78$  МГц. На рис. 5 она отмечена точкой. Видно, что она расположена на нижней ветви каустического острья, образованного слоем E. На рис. 3 хорошо видна область трехлучевости.

Резкое нарастание группового времени  $t$  на частоте  $f$  чуть ниже 3.75 МГц соответствует ситуации, когда точка наблюдения находится вблизи зоны обрыва верхних лучей (см. рис. 6). В этой об-



**Рис. 3.** Зависимость группового времени прихода сигнала  $t$  от частоты  $f$ : невозмущенный случай для обыкновенной (а) и необыкновенной волн (б) в увеличенном масштабе (см. рис. 2).

ласти формируются лучи, которые попадают в долину и отражаются от нижней границы верхнего слоя, а не от слоя Е.

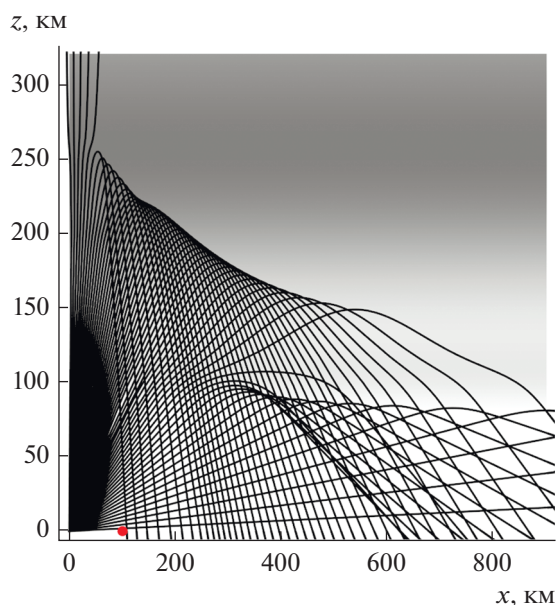
Теперь рассмотрим зависимости угла выхода сигнала  $\alpha_0$  от частоты  $f$ . Зависимости угла  $\alpha_0$  выхода сигнала от частоты  $f$  для невозмущенной модели показаны на рис. 7 и 8 (в увеличенном масштабе).

Из расчетов следует, что при слабо наклонном распространении в приемник приходят лучи с углами, близкими к вертикальному. Кривые, приведенные на рис. 7 и 8, аналогичны кривым, показанным на рис. 2 и 3. Характерными особенностями является

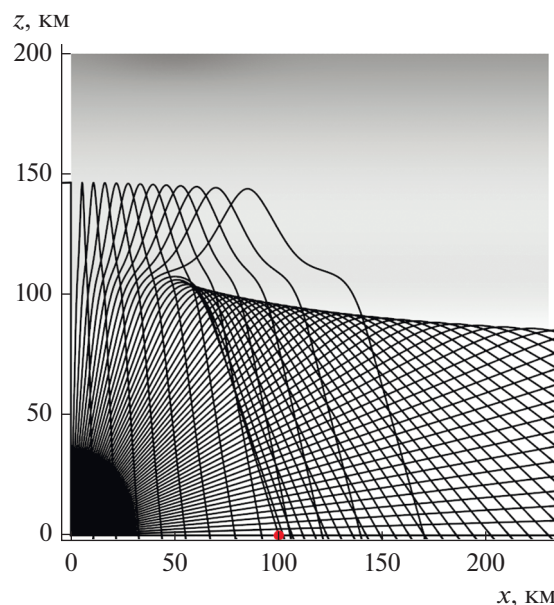
точка возврата (уход лучей в долину) и точка каустики, в которой сливаются два луча. Ясно видна область трехлучевости.

Рассмотрим теперь зависимость расходимости лучевого потока  $R_s$  (13) от частоты  $f$  (рис. 9 и 10 (в увеличенном масштабе)).

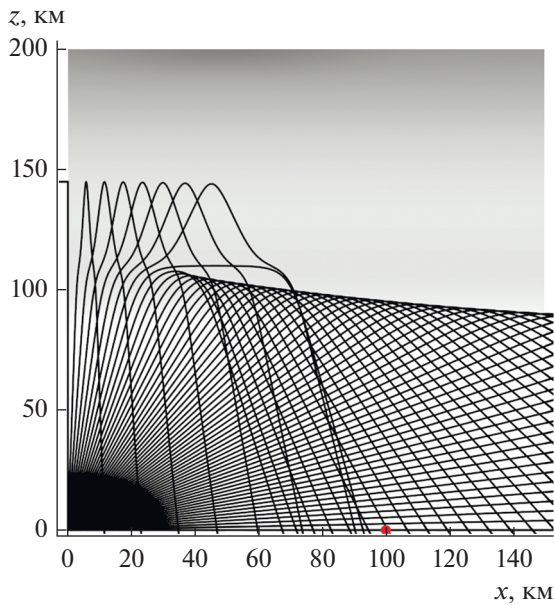
Из рисунков видно, что за исключением области, соответствующей слою Е, ослабление медленно растет при увеличении частоты и более быстро возрастает в конце частотного диапазона, что приводит к уменьшению амплитуды сигнала в приемнике.



**Рис. 4.** Лучевая структура необыкновенной волны на частоте  $f \approx 7.699$ . Точкой на расстоянии 100 км от источника излучения отмечено положение приемника.

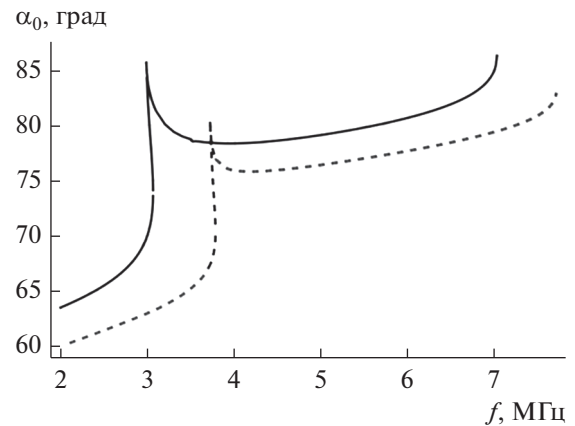


**Рис. 5.** Лучевая структура необыкновенной волны,  $f \approx 3.78$  МГц. Точкой на расстоянии 100 км отмечено положение приемника.



**Рис. 6.** Лучевая структура необыкновенной волны,  $f \approx 3.73$  МГц. Точкой на расстоянии 100 км отмечено положение приемника.

Более подробно области, соответствующие слою E, показаны на рис. 10. С ростом частоты при приближении к каустике расходимость убывает (амплитуда в окрестности каустики возрастает), потом возрастает, а далее, при увеличении частоты – выход на плавную, почти постоянную линию. Сравнивая результаты расчетов для обыкновенной и необыкновенной волн, видим, что кривые как бы просто сдвинуты по частоте относительно друг друга. Конечно, амплитуда необыкновенной волны меньше амплитуды обыкновенной волны, но это объясняется влиянием поглощения, которое здесь не учитывается.



**Рис. 7.** Зависимость угла выхода сигнала  $\alpha_0$  от частоты  $f$ : невозмущенный случай для обыкновенной (сплошная кривая) и необыкновенной волн (штриховая).

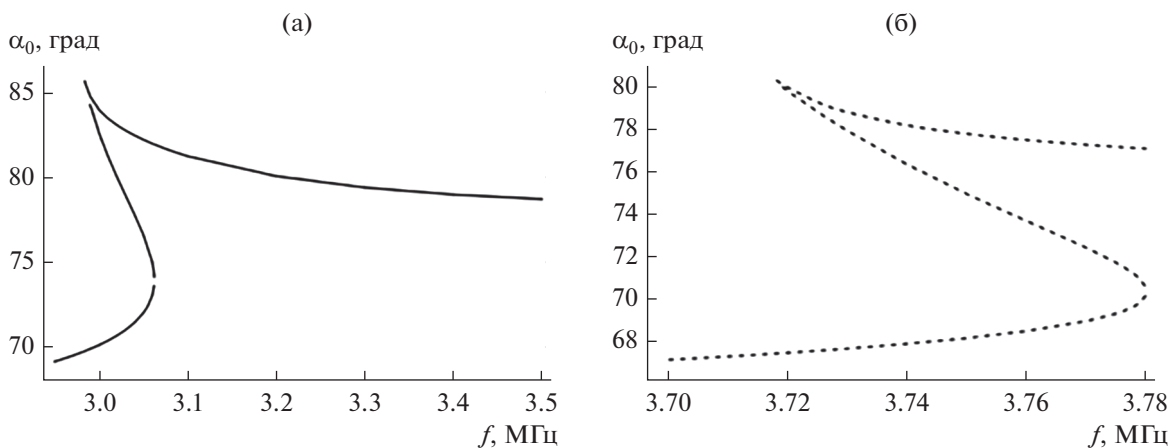
### 5. ВОЗМУЩЕННАЯ МОДЕЛЬ. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим, какие изменения в результаты моделирования вносит ПИВ. Как было показано на рис. 1, ПИВ расположено ниже максимума слоя F2 на высоте  $\sim 200$  км, поэтому на низких частотах ионограмма практически не меняется (рис. 11).

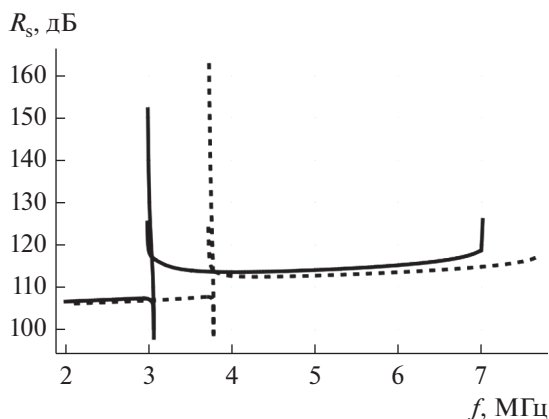
Следует отметить, что для возмущенной модели на частотах от 5 до  $\sim 6.4$  групповое время для возмущенной модели меньше, чем для невозмущенной, причем имеет место даже небольшой локальный максимум в районе 5 МГц.

На рис. 12 для обыкновенной волны показана зависимость угла выхода сигнала  $\alpha_0$  от частоты  $f$ .

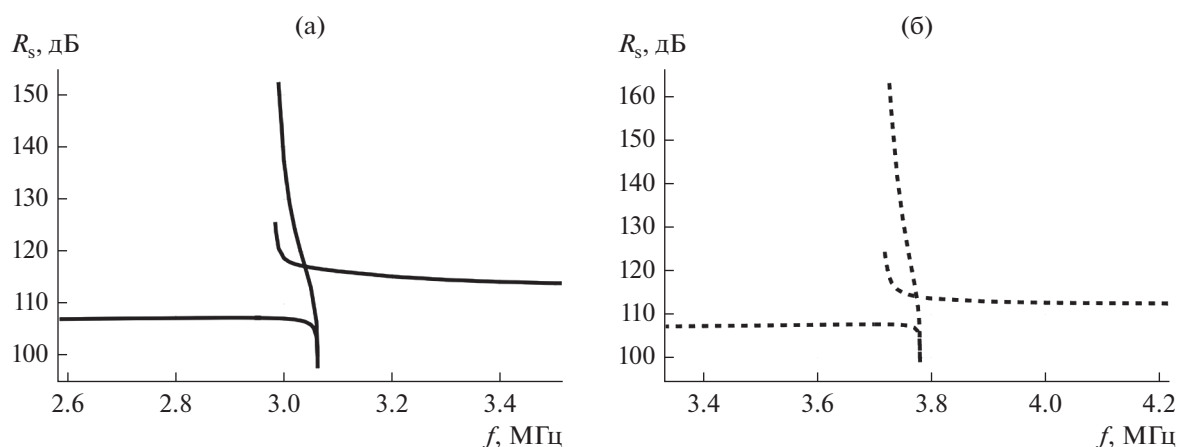
Видно, что для возмущенной модели значения углов выхода лучей на одной и той же частоте



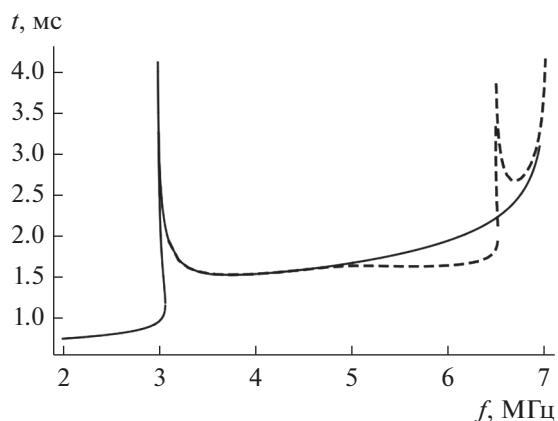
**Рис. 8.** Зависимость угла выхода сигнала  $\alpha_0$  от частоты  $f$ : невозмущенный случай для обыкновенной (а) и необыкновенной волн (б) в увеличенном масштабе (см. рис. 7).



**Рис. 9.** Зависимость расходимости  $R_s$  от частоты  $f$ , невозмущенный случай для обыкновенной (сплошная кривая) и необыкновенной волн (штриховая).



**Рис. 10.** Зависимость расходимости  $R_s$  от частоты  $f$ : невозмущенный случай для обыкновенной (а) и необыкновенной волн (б) в увеличенном масштабе (см. рис. 9).



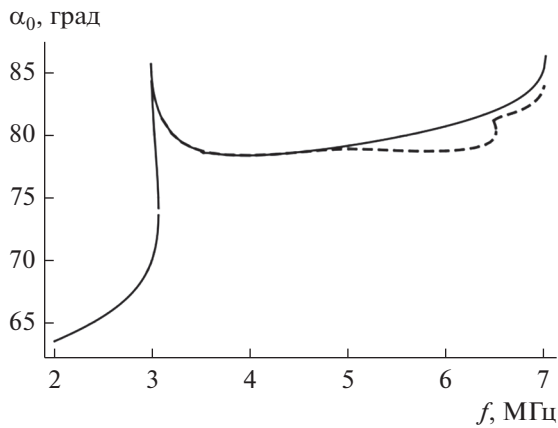
**Рис. 11.** Зависимость группового времени прихода сигнала  $t$  от частоты  $f$ : невозмущенный (сплошная кривая) и возмущенный (штриховая) случаи для обыкновенной волн.

меньше, чем для невозмущенной модели. Аналогичная картина наблюдается и для необыкновенной волны.

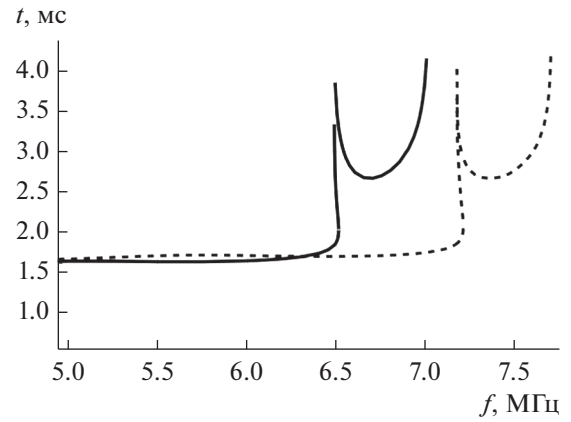
Рассмотрим подробнее зависимости группового времени прихода сигнала от частоты в модели с ПИВ. На рис. 13 и 14 приведена ионограмма наклонного зондирования (зависимость группового времени  $t$  частоты  $f$ ) в возмущенном случае на частотах выше 5 МГц, когда невозмущенный и возмущенный случаи дают разные результаты (рис. 14 – в увеличенном масштабе).

Обычно главным признаком наличия ПИВ считается U-образное образование [1, 6, 7] на ионограмме. Именно такая структура расположена в правой части рис. 13 (см. рис. 11, ср. с рис. 2).

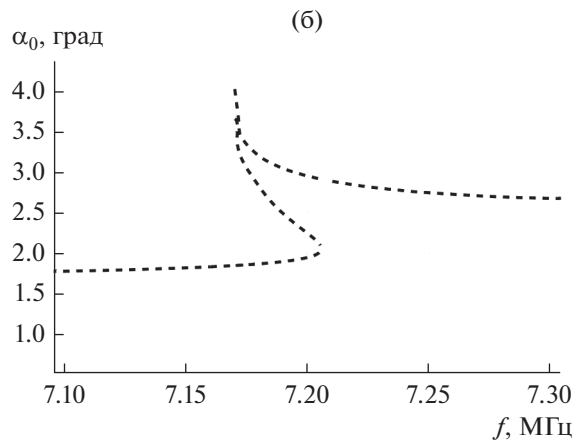
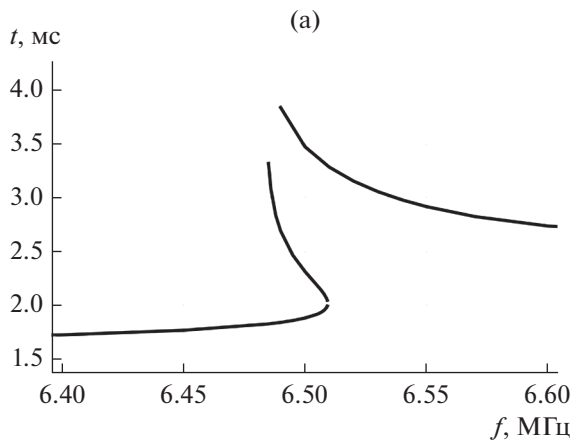
Более подробный анализ показывает, что к ПИВ относится только левая ветвь U каждой из кривых, а правая ветвь U связана с просачиванием волны сквозь ионосферные слои при высоких частотах.



**Рис. 12.** Зависимость угла выхода сигнала  $\alpha_0$  как функция от частоты  $f$ : невозмущенный (сплошная кривая) и возмущенный (штриховая) случаи для обыкновенной волны.



**Рис. 13.** Зависимость группового времени прихода сигнала  $t$  от частоты  $f$ : возмущенный случай для обыкновенной (сплошная кривая) и необыкновенной (штриховая) волн.



**Рис. 14.** Зависимость группового времени прихода сигнала  $t$  от частоты  $f$ : возмущенный случай для обыкновенной (а) и необыкновенной (б) волн в увеличенном масштабе (см. рис. 13).

Структура ионограммы в окрестности ПИВ аналогична структуре ионограммы в окрестности Е-слоя (ср. рис. 3 и 14, на которых ионограммы показаны более подробно). Основным признаком ПИВ является наличие точки каустики (см. рис. 3 и 14), а также значительный рост группового запаздывания сигнала  $t$  (см. рис. 13). Кроме того, и для обыкновенной (на частоте  $\sim 5$  МГц), и для необыкновенной (на частоте  $\sim 5.7$  МГц) волн на ионограмме возникает локальный минимум, отсутствующий в невозмущенном случае (см. рис. 2 и рис. 11).

На рис. 15 показана лучевая структура в окрестности каустики обыкновенной волны, проходящей через точку наблюдения ( $f \approx 6.5$  МГц).

При построении рис. 15 считалось, что лучи покидают излучатель в диапазоне углов  $0^\circ \dots 90^\circ$ . При этом необходимо отметить, что, как следует из расчетов, наличие ПИВ приводит к возникновению горба на верхней каустике, а также к таким

отражением от неоднородности, что область за излучателем оказывается засвеченной.

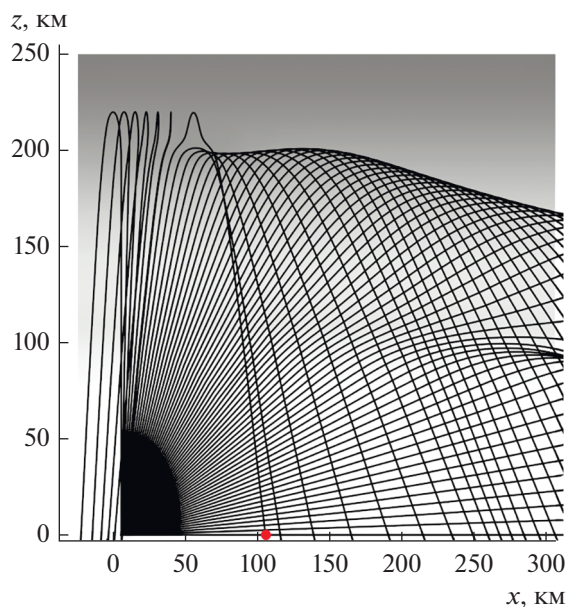
Возвращаясь к рис. 2 и 13, видим, что необыкновенная и обыкновенная волны сдвинуты относительно друг друга на определенную частоту, которую нетрудно оценить, исходя из того, что в случае вертикального падения частота отражения обыкновенной волны ( $\omega_{пл} = 2\pi f_{пл}$ ) и частота отражения необыкновенной волны ( $\omega_- = 2\pi f_-$ ) связаны следующим соотношением [10, 17]:

$$\omega_- = \frac{1}{2} \left( \omega_H + \sqrt{\omega_H^2 + 4\omega_{пл}^2} \right), \quad (14)$$

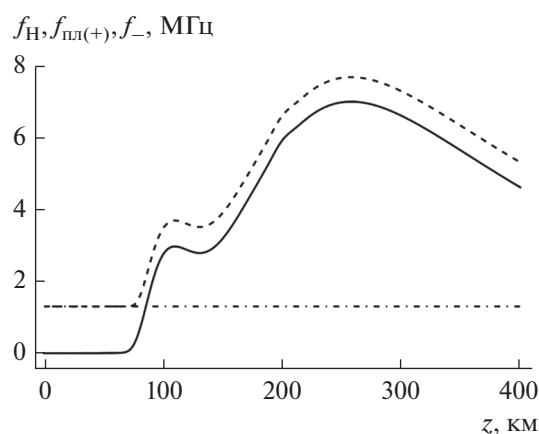
где  $\omega_H = 2\pi f_H$  – гирочастота. Если плазменная частота много больше гирочастоты ( $\omega_{пл} \gg \omega_H$ ), то выражение (14) можно переписать в виде

$$\omega_- - \omega_{пл} \approx \omega_H/2, \quad (15)$$

т.е. сдвиг частот равен половине гирочастоты.



**Рис. 15.** Структура лучей в окрестности каустики обыкновенной волны; возмущенный случай; положение приемника отмечено точкой.

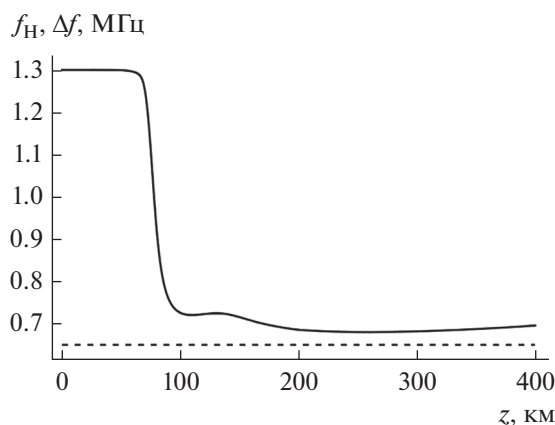


**Рис. 16.** Зависимости плазменной частоты  $f_{\text{пл}}$  (сплошная линия), критической частоты необыкновенной волны  $f_{-}$  (штриховая линия) и гирочастоты  $f_{\text{H}}$  (штрихпунктирная) от высоты  $z$ .

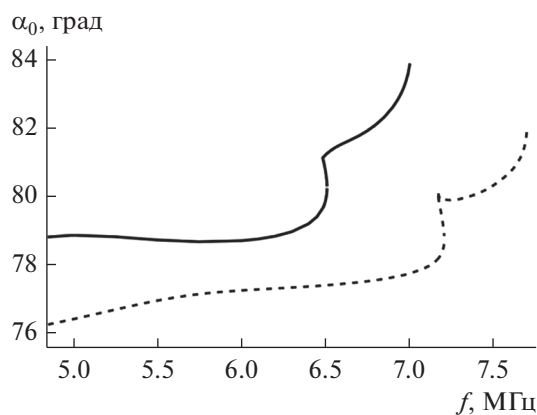
На рис. 16 и 17 (в увеличенном масштабе) представлены соответствующие расчеты для рассматриваемой модели.

Видно, что начиная с высоты  $\sim 80$  км, критическая частота обыкновенной волны (плазменная частота), отличается от критической частоты обыкновенной волны приблизительно на постоянную величину.

Поскольку рассматриваемое в работе зондирование слабонаклонное, эта величина ( $\sim 0.7$  МГц) хорошо согласуется с расчетами, приведенными на рис. 2 и 13. Поэтому одновременное наблюдение



**Рис. 17.** Зависимости разности частот  $\Delta f = f_{-} - f_{\text{пл}}$  (сплошная линия) и полугирочастоты  $f_{\text{H}}/2$  (штриховая) от высоты  $z$ .



**Рис. 18.** Зависимость угла выхода сигнала  $\alpha_0$  от частоты  $f$ : возмущенный случай для обыкновенной (сплошная линия) и необыкновенной (штриховая) волн.

ние ионограмм обыкновенной и необыкновенной волн позволяет независимо оценить величину напряженности магнитного поля Земли.

Рассмотрим теперь зависимости угла выхода радиосигнала от частоты при наличии ПИВ, т.е. в возмущенном случае (рис. 18 и 19 (в увеличенном масштабе)).

Поскольку до 5 МГц кривые в возмущенном и невозмущенном случаях совпадают, на рис. 18 показаны только частоты выше 5 МГц, когда возникает влияние ПИВ.

Если рис. 18 позволяет сопоставить обыкновенную и необыкновенную волны, то рис. 19 иллюстрирует область каустики [18] (зону трехлучевости — каустического острия [19]). Точка излома графика функции соответствует области разрыва лучевого семейства, обусловленного долиной, как и в случае слоя E (ср. рис. 19 и рис. 8).



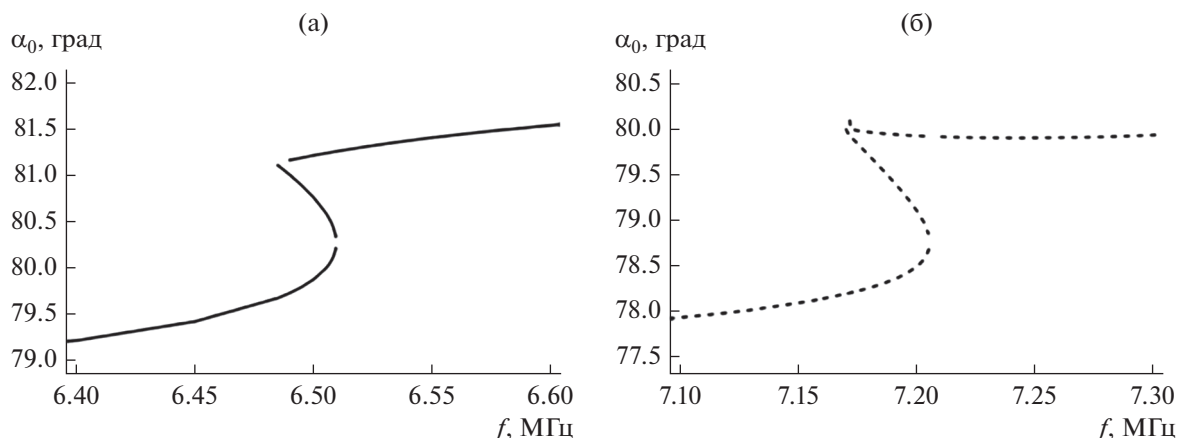


Рис. 19. Зависимость угла выхода сигнала  $\alpha_0$  от частоты  $f$ : возмущенный случай для обыкновенной (а) и необыкновенной (б) волн в увеличенном масштабе (см. рис. 18).

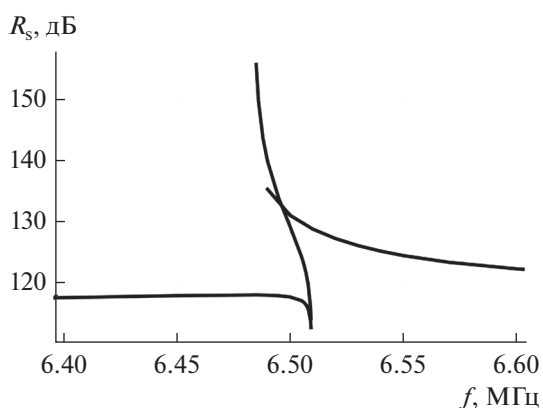


Рис. 20. Расходимость  $R_s$  как функция частоты  $f$  в окрестности ПИВ: возмущенный случай, обыкновенная волна.

Наконец, на рис. 20 показана расходимость лучевого потока  $R_s$  в окрестности ПИВ.

Поведение кривых на рис. 20 полностью совпадает с поведением кривых расходимости, рассчитанных в окрестности слоя E (см. рис. 10).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона (~2...8 МГц) в ионосфере Земли, содержащей слои E, F1 и F2. Изучена невозмущенная модель электронной концентрации и возмущенная модель, содержащая ПИВ — гладкую ионосферную неоднородность.

Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны в магнитоактивной плазме. Выполнено численное моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования ЛЧМ

сигналами и показано, что ионограмма необыкновенной волны оказывается сдвинута по частоте относительно ионограммы обыкновенной волны приблизительно на одну и ту же величину как для невозмущенной, так и для возмущенной модели.

Показано, что на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума E-слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ, возникает каустика и область трехлучевости. Установлено, что зависимости группового времени запаздывания сигнала от частоты и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость.

Рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды. Показано, что расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения, обусловленного частотой соударений электронов в плазме) для обыкновенной и необыкновенной волн приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте. Расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны. Проблема просачивания радиоволны рассмотрена в работах [20, 21] на основе канонического оператора Маслова [22, 23].

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00299).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куркин В.И., Медведева И.В., Подлесный А.В. и др. // Армандовские чтения. Всерос. открытая науч. конф. "Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн". Муром: Изд-во ВлГУ, 2022. С. 27.

2. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В. // Вестн. Марийского гос. тех. ун-та. Сер. Радиотех. инфокоммуникац. системы. 2010. № 1. С. 3.
3. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В. и др. // Вестн. Марийского гос. тех. ун-та. Сер. Радиотех. инфокоммуникац. системы. 2011. № 2. С. 15.
4. Kryukovsky A.S., Rastyagaev D.V., Vova Y.I., Popchenko O.V. // 7th All-Russian Microwave Conf. (RMC). IEEE, Moscow, 25–27 Nov., 2020. P. 220. <https://doi.org/10.1109/RMC50626.2020.9312340>
5. Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Popchenko O.V., Rastyagaev D.V. // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 1991. Article No. 012002. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1991/1/012002>
6. Софьин А.В. // Междунар. Байкальская молодеж. науч. школа по фундаментальной физике. Тр. XVII Конф. молодых ученых. Иркутск, 2022. С. 406.
7. Софьин А.В., Куркин В.И. // Труды XXVII Всерос. открытой науч. конф. “Распространение радиоволн”, 28 июня–3 июля 2021 г. Калининград, 2021. С. 358.
8. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. // Космич. исслед. 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593.
9. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. 2-е изд. М.: Наука, 1967.
10. Davies K. Ionospheric Radio Propagation., National Bureau of Standards Monograph 80. Washington: US Gov. Printing Office, 1965.
11. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. // РЭ. 2015. Т. 60. № 10. С. 1001.
12. Крюковский А.С., Куркин В.И., Ларюнин О.А. и др. // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 794.
13. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 3.
14. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И. // РЭ. 2020. Т. 65. № 12. С. 1160.
15. Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. // РЭ. 1969. Т. 14. № 9. С. 1673.
16. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. // РЭ. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028.
17. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Попченко О.В., Растягаев Д.В. // Всероссийские открытые Армандовские чтения. Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Матер. Всерос. открытой науч. конф. Муром. 25–27 мая 2021. Муром: Изд-во ВлГУ, 2021. С. 32.
18. Airy G.B. // Trans. Camb. Phil. Soc. 1838. V. 6. Pt. III. P. 379.
19. Pearcey T. // Phil. Mag. 1946. V. 37. № 268. P. 311.
20. Палкин Е.А., Петрович А.А. // РЭ. 2021. Т. 66. № 1. С. 18.
21. Палкин Е.А., Петрович А.А. // Всерос. открытые Армандовские чтения “Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн”. Муром: Изд-во ВлГУ, 2022. С. 81.
22. Маслов В.П. Теория возмущений и асимптотические методы. М.: МГУ, 1965.
23. Мищенко А.С., Стернин Б.Ю., Шаталов В.Е. Лагранжевы многообразия и метод канонического оператора. М.: Наука, 1976.