

**К 85-ЛЕТИЮ
ДМИТРИЯ СЕРГЕЕВИЧА ЛУКИНА**

УДК 621.396.67

**МНОГОЛУЧЕВАЯ АНТЕННА С ПОЛНЫМ АЗИМУТАЛЬНЫМ УГЛОМ
ОБЗОРА НА ОСНОВЕ СЛОИСТОЙ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ**

© 2023 г. А. С. Венецкий^а *, В. А. Калошин^а, Чан Тиен Тханг^б

^а *Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125007 Российская Федерация*

^б *Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация*

*E-mail: AVenetsky@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.01.2023 г.

После доработки 16.02.2023 г.

Принята к публикации 25.02.2023 г.

Предложена и исследована многолучевая антенна на основе слоистой линзы с осевой симметрией в виде набора диэлектрических дисков с градиентом коэффициента преломления вдоль радиуса, которые расположены между металлическими дисками. Слоистая линза преобразует поля облучателей, расположенных на окружности с центром на оси линзы в плоскости ее основания, в остро-направленные лучи в той же плоскости. Проведен синтез слоистой линзы, слои которой выполнены в виде набора диэлектрических колец переменной толщины. Анализ многолучевой линзовой антенны с металлодиэлектрическими облучателями проведен путем численного моделирования методом конечных элементов.

DOI: 10.31857/S0033849423060165, EDN: XOFJVL

ВВЕДЕНИЕ

В связи с разработкой систем космической и мобильной связи новых поколений возрос интерес к многолучевым антеннам на базе квазиоптических диаграммообразующих систем [1]. Это обусловлено тем, что антенны космического базирования и базовых станций мобильной связи должны формировать десятки и сотни лучей в широком угловом секторе в широкой полосе частот. Одним из наиболее привлекательных вариантов построения таких антенн являются многолучевые антенны на основе диэлектрических линз с центральной симметрией (линз Люнебурга) [1–4]. В силу симметрии их угол обзора ограничен только затенением апертуры облучающей системой, и именно это обстоятельство не позволяет обеспечить полный (360°) азимутальный угол обзора. Поэтому для реализации многолучевой диаграммы направленности используют систему из трех линз Люнебурга [5, www.matsing.com].

В качестве альтернативы многолучевым антеннам на основе линзы Люнебурга для формирования многолучевой диаграммы направленности в полном азимутальном угле можно рассматривать решетку из геодезических линз с осевой симметрией [6]. Однако такая решетка требует наличия фазирующей системы.

Цель данной работы – разработка и исследование линзовой антенны с осевой симметрией без затенения апертуры облучающей системой, что позволяет реализовать многолучевую диаграмму направленности в полном азимутальном угле.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Рассмотрим многолучевую антенну на основе цилиндрической линзы высотой H , состоящей из набора слоев толщиной d , каждый из которых представляет собой диск с градиентом диэлектрической проницаемости вдоль радиуса, расположенный между металлическими идеально проводящими дисками нулевой толщины (рис. 1). В плоскости $Z = d/2$ на окружности радиуса f с центром на оси z находятся фазовые центры металлодиэлектрических облучателей, оси которых расположены под углом 30° к этой плоскости. Линза преобразует поля облучателей со сферическим фазовым фронтом в поля с плоским фронтом на выходе линзы. Задача синтеза состоит в нахождении закона изменения коэффициента преломления $n(r)$ в каждом слое линзы. Все размеры далее нормируются на радиус металлических и диэлектрических дисков r_0 , в связи с чем при решении

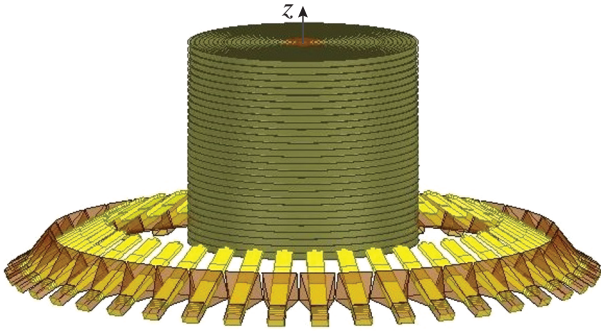


Рис. 1. Многолучевая линзовая антенна.

задачи синтеза без ограничения общности будем полагать $r_0 = 1$.

При падении поля облучателя на поверхность линзы сферическая волна преломляется и возбуждает внутри каждого слоя моды радиальной линии. При толщине слоев менее половины длины волны в диэлектрике в них возбуждаются только *TE*-моды. Для анализа преломления и распространения волны внутри слоев используем приближение геометрической оптики. Рассмотрим луч, падающий из точки *F* в точку *A* на поверхности линзы (рис. 2). Поскольку моды внутри слоя распространяются в горизонтальной плоскости, все преломленные лучи ортогональны оси *z*. Так как преломление носит гибридный характер (естественное и вынужденное), нельзя использовать классический закон Снеллиуса. Поэтому для нахождения угла преломления луча, падающего на поверхность линзы, воспользуемся граничными условиями, из которых следует, что касательные к поверхности линзы – составляющие волнового вектора падающей *k* и преломленной волны *k*₁ – совпадают. Следовательно, для азимутальных компонент волновых векторов в любой точке *A* на поверхности линзы справедливо соотношение

$$k_\varphi = \frac{f \sin \varphi}{|FA|} = k_{1\varphi} = n \sin \psi_1, \quad (1)$$

где $|FA|^2 = f^2 + 1 - 2f \cos \varphi + H^2$, $n = n(1)$.

Из уравнения (1) следует

$$\sin \psi_1 = \frac{f \sin \varphi}{n|FA|} = \frac{f \sin \varphi}{n\sqrt{f^2 + 1 - 2f \cos \varphi + H^2}}. \quad (2)$$

Найденным лучам преломленной волны в трехмерной задаче соответствует падающее поле в двумерной задаче с углами падения $\psi(\varphi)$ в плос-

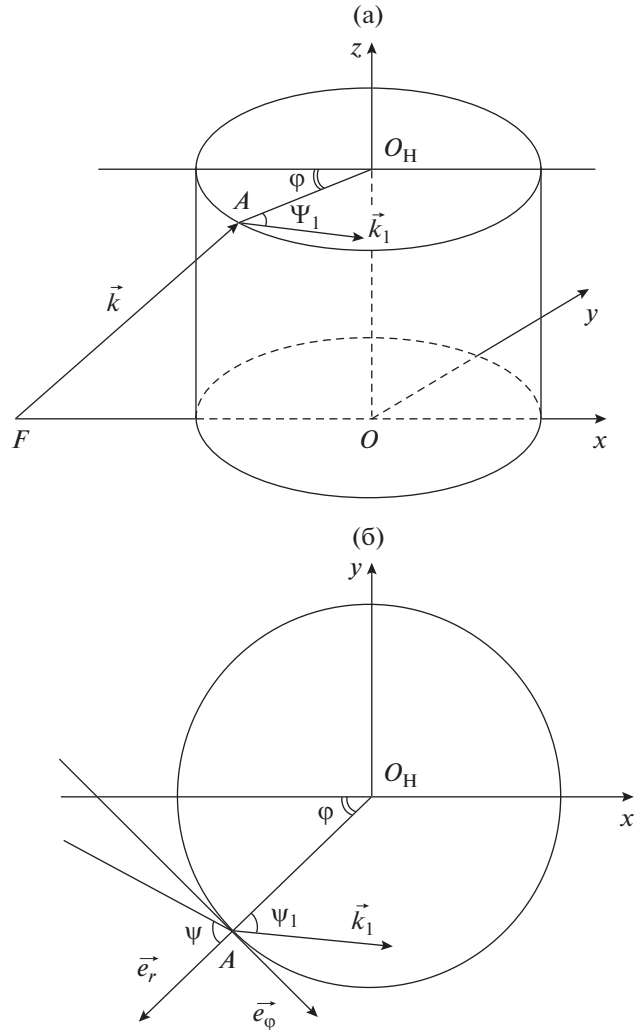


Рис. 2. К определению угла преломления луча на входе слоя: а) общий вид и б) вид сверху.

кости $z = H$ (см. рис. 2). Используя закон Снеллиуса, находим:

$$\begin{aligned} \sin \psi &= n \sin \psi_1 = \frac{f \sin \varphi}{|FA|} = \\ &= \frac{f \sin \varphi}{\sqrt{f^2 + 1 - 2f \cos \varphi + H^2}}. \end{aligned}$$

Отсюда можно выразить φ через ψ :

$$\cos \varphi = \frac{1}{f} \left(h^2 + \sqrt{h^4 - h^2 - h^2 f^2 - h^2 H^2 + f^2} \right),$$

где $h = \sin \psi$.

Если двумерная задача синтеза линзы с центральной симметрией, формирующей плоский, ортогональный оси *x* фронт, для каждого слоя решена, то для синтеза трехмерной линзы, формирующей плоский фронт, достаточно приравнять эйконалы центральных лучей слоев.

Таким образом, задача синтеза трехмерной линзы сведена к решению набора задач синтеза планарных (двумерных) линз с центральной симметрией, преобразующих заданный волновой фронт в линейный при условии равенства эйконолов центральных лучей в каждом слое.

2. СИНТЕЗ ДВУМЕРНОЙ ЛИНЗЫ

В работе [7] получено решение задачи синтеза градиентной линзы с центральной симметрией, преобразующей сферический волновой фронт – в произвольный. В силу принципа взаимности это решение остается справедливым и для задачи преобразования произвольного фронта в сферический или, в предельном случае, – в плоский.

Это решение является решением интегрального уравнения

$$\int_{r_{\min}}^a \frac{h}{r} \frac{dr}{\sqrt{r^2 n^2(r) - h^2}} = F(h), \quad 0 \leq h \leq A, \quad (3)$$

где

$$F(h) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin h + \frac{1}{2} \arcsin \frac{h}{f} - \frac{\varphi(h)}{2} - F_a(h),$$

$$F_a(h) = \int_a^1 \frac{h dr}{r \sqrt{n(r)^2 r^2 - h^2}},$$

$$A = \sin \psi_0 = \frac{f \sin \varphi_0}{\sqrt{f^2 + 1 - 2f \cos \varphi_0 + H^2}},$$

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{1}{f}\right),$$

a – внутренний радиус оболочки, внутри которой коэффициент преломления предполагается заданным, φ_0 – угловая координата точки касания луча поверхности линзы.

В отличие от работы [7], в уравнении (3) для всех слоев, кроме первого, $A < 1$, что приводит к неполному использованию апертуры линзы. Для получения решения в этом случае введем переменные $\rho = rn(r)$ и $\Omega(\rho) = -\ln r(\rho)$. Тогда интегральное уравнение (3) можно переписать в виде

$$-\int_h^A \frac{h \Omega'(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} d\rho = F(h). \quad (4)$$

Полученное уравнение является интегральным уравнением типа Абеля [8] и допускает обращение:

$$\Omega(\rho) - \Omega(A) = \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{F(h) dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}}. \quad (5)$$

Вводя функцию

$$q(x, f) = \frac{1}{\pi} \int_x^1 \frac{\arcsin(h/f)}{\sqrt{h^2 - x^2}} dh$$

и учитывая, что

$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^A \frac{\pi}{2} \frac{dh}{\sqrt{h^2 - \rho^2}} &= \ln(h + \sqrt{h^2 - \rho^2}) \Big|_{\rho}^A = \\ &= \ln\left(A + \sqrt{A^2 - \rho^2}\right) - \ln(\rho), \end{aligned}$$

уравнение (5) можно представить в виде

$$\ln \frac{\rho}{r} + \ln a = T,$$

откуда получаем

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp(T), \quad r(\rho) = \frac{\rho}{n(\rho)}, \quad 0 \leq \rho \leq A, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} T &= \ln(A + \sqrt{A^2 - \rho^2}) - q\left(\frac{\rho}{A}, \frac{1}{A}\right) - \\ &- \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{F_a(At)}{\sqrt{t^2 - (\rho/A)^2}} dt - \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\varphi(At)}{\sqrt{t^2 - (\rho/A)^2}} dt. \end{aligned}$$

Соотношения (6) определяют однозначную зависимость $n(r)$ при условии $r'(\rho) \geq 0$. Равенство нулю допустимо только при $\rho = A$. Запишем это условие в виде

$$\begin{aligned} r'(\rho) &= a \exp(-T) + a\rho(-T') \exp(-T) = \\ &= a \exp(-T)(1 - \rho T') \Big|_{\rho=A} \geq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Рассмотрим частные случаи, первым из которых является линза с однородной оболочкой, когда $n(r) = n_1$ для $a < r < 1$ и интеграл $F_a(h)$ в (6) может быть вычислен аналитически:

$$\begin{aligned} F_a(h) &= \int_a^1 \frac{h dr}{r \sqrt{n(r)^2 r^2 - h^2}} = \\ &= \arcsin\left(\frac{h}{n_1 a}\right) - \arcsin\left(\frac{h}{n_1}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

а неравенство (7) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \pi - \arcsin(A) + 2 \arcsin\left(\frac{A}{n_1}\right) - \\ - 2 \arcsin\left(\frac{A}{an_1}\right) - \varphi(A) \geq 0, \end{aligned}$$

откуда получаем

$$a \geq \frac{A}{n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin(A) + \arcsin\left(\frac{A}{n_1}\right) - \frac{\varphi(A)}{2}\right)}. \quad (9)$$

При выполнении условия (9) параметрическое представление (6) описывает закон изменения коэффициента преломления при $r \leq a$.

Наличие двух границ раздела диэлектриков в рассмотренном случае может приводить к большим отражениям. Поэтому далее рассмотрим линзу с оболочкой, диэлектрическая проницаемость в которой непрерывно меняется от $\varepsilon_1 = n^2(1)$ на границе линзы до $\varepsilon_a = n^2(a)$ на внутренней границе оболочки. Для удобства интегрирования ограничимся законом изменения коэффициента преломления в виде

$$n^2(r) = b + \frac{c}{r} + \frac{d}{r^2}. \quad (10)$$

Предположим далее, что диэлектрическая проницаемость внутри оболочки имеет максимальное значение $n^2(r_m) = \varepsilon_m$ ($a < r_m < 1$), при этом r_m находим из условия

$$\varepsilon(r_m)' = -\frac{1}{r_m^2} \left(c + \frac{2d}{r_m} \right) = 0.$$

Величины параметров b, c, d найдем из условий равенства диэлектрической проницаемости трем указанным выше значениям. В результате получаем систему трех уравнений, из которой находим

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right), \\ c &= \frac{a(\varepsilon_a - \varepsilon_1)}{1-a} - \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right) \frac{(1+a)}{a}, \\ b &= 1 - \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right) - \frac{a(\varepsilon_a - \varepsilon_1)}{1-a} - \\ &\quad - \frac{1}{U} \left(-V - \sqrt{V^2 - UW} \right) \frac{(1+a)}{a}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $U = \frac{(1-a)^2}{a^2}$, $V = 2(\varepsilon_m - 1) - \varepsilon_a + \varepsilon_1$,

$W = \frac{a^2(\varepsilon_a - \varepsilon_1)^2}{(1-a)^2}$. При этом интеграл $F_a(h)$ может быть вычислен аналитически:

$$\begin{aligned} F_a(h) &= \int_a^1 \frac{h dr}{r \sqrt{n(r)^2 r^2 - h^2}} = \\ &= \frac{h}{\sqrt{-d+h^2}} \arcsin \left(\frac{c + \frac{2(d-h^2)}{r}}{\sqrt{c^2 - 4b(d-h^2)}} \right) \Big|_a^1 = \\ &= \frac{h}{\sqrt{-d+h^2}} \left[\arcsin \left(\frac{c + 2(d-h^2)}{\sqrt{c^2 - 4b(d-h^2)}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \arcsin \left(\frac{c + \frac{2(d-h^2)}{a}}{\sqrt{c^2 - 4b(d-h^2)}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Подставляя полученное выражение в формулу (6), находим зависимость $n(r)$ при $r \leq a$. При этом условия существования полученного решения определяются формулой (7).

Нетрудно показать, что для обеспечения непрерывности $n(r)$ на границе между внутренней частью линзы и оболочкой необходимо выполнение соотношения $\varepsilon_a = (A/a)^2$, где величина A определена в формуле (3). Для этого достаточно подставить в формулу (6) верхний предел значений параметра $\rho = A$. В результате для коэффициента преломления во внутренней части линзы на границе с оболочкой получим $n(a) = A/a$.

3. СИНТЕЗ ТРЕХМЕРНОЙ ЛИНЗЫ

Рассмотрим задачу синтеза трехмерной слоистой линзы. В верхнем слое, который не заполнен диэлектриком, эйконал центрального луча вычисляется по формуле

$$L_0 = \sqrt{(f-1)^2 + H_{\max}^2} + 2 = 4.$$

Для планарной линзы с однородной оболочкой эйконал центрального луча на произвольной высоте H имеет вид

$$L = \sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2(1-a)n_1 + 2 \int_0^a n(r) dr.$$

Интегрируя по частям с использованием формул (6), преобразуем интеграл в последнем выражении следующим образом:

$$\int_0^a n(r) dr = \int_0^A n(\rho) r'(\rho) d\rho = A(1 - \ln A) + \int_0^A T(\rho) d\rho.$$

Приравнявая выражения для эйконалов центральных лучей, получаем уравнение относительно коэффициента преломления в оболочке n_1 :

$$\begin{aligned} &\sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2(1-a)n_1 + \\ &+ 2A(1 - \ln A) + 2 \int_0^A T(\rho) d\rho = L_0. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее, начиная с нижнего слоя подставляем в уравнение (12) минимально допустимое a , что соответствует знаку равенства в (9), и находим величину n_1 . Результаты приведенной процедуры при $f=2$ и $H_{\max} = \sqrt{3}$ для всех слоев приведены на рис. 3.

Соответствующие зависимости коэффициента преломления от радиуса для четырех слоев, рассчитанные по формуле (6), приведены на рис. 4.

Рассмотрим случай неоднородной оболочки. Эйконал центрального луча в произвольном слое, как и в предыдущем случае, приравняем эйкона-

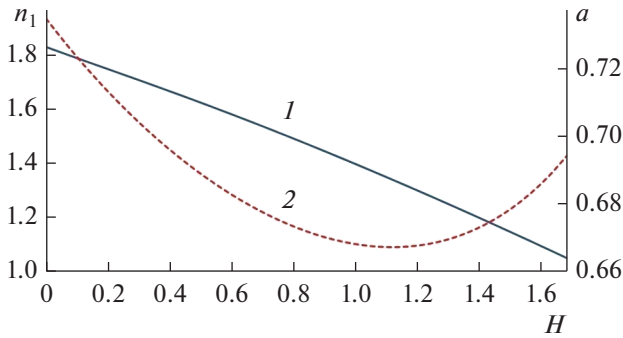


Рис. 3. Зависимости коэффициента преломления в оболочке n_1 (1) и радиуса оболочки a (2) от высоты слоя H .

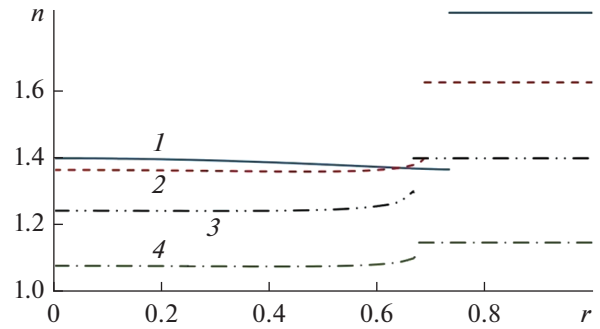


Рис. 4. Зависимости коэффициента преломления n от радиуса в линзе с однородной оболочкой при $H = 0$ (1), 0.5 (2), 1 (3) и 1.5 (4).

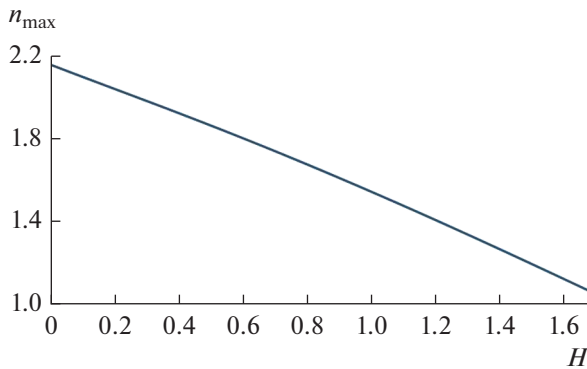


Рис. 5. Зависимость максимальной величины коэффициента преломления в неоднородной оболочке от высоты слоя.

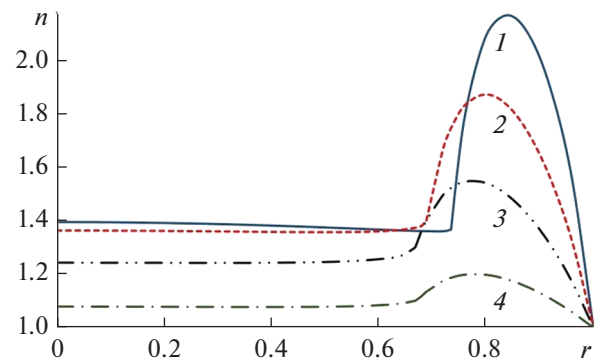


Рис. 6. Зависимость коэффициента преломления от радиуса в линзе с неоднородной оболочкой при $H = 0$ (1), 0.5 (2), 1 (3) и 1.5 (4).

лу центрального луча в верхнем слое. В результате получаем

$$\sqrt{(f-1)^2 + H^2} + 2 \int_a^1 \sqrt{br^2 + cr + d} \frac{dr}{r} + 2A(1 - \ln A) + 2 \int_0^A T(\rho) d\rho = L_0. \quad (13)$$

Чтобы параметрические соотношения (6) определяли однозначную зависимость $n(r)$, должно выполняться условие (7), которое можно привести к виду

$$\pi - \arcsin(A) - 2F_a(A) - \varphi(A) \geq 0. \quad (14)$$

Для обеспечения непрерывности коэффициента преломления на границе внутренней части линзы с оболочкой выберем значения a и A в слоях равными полученным выше соответствующим значениям для линзы с однородными оболочками. Далее, начиная с первого слоя из трансцендентного уравнения (13) находим ϵ_m и проверяем выполнение неравенства (14). Если неравенство не выполняется, уменьшаем A и повторяем процедуру

нахождения ϵ_m до тех пор, пока не будет выполняться (14). После полагаем $\epsilon_a = (A/a)^2$ и таким образом обеспечиваем непрерывность коэффициента преломления.

Результаты расчета зависимости максимального значения коэффициента преломления в оболочке $n_{\max}(H) = \sqrt{\epsilon_m}$ для всех слоев от $H = 0$ до $H_{\max} = \sqrt{3}$ приведены на рис. 5.

Соответствующие зависимости коэффициента преломления от радиуса для четырех слоев, рассчитанные по формуле (4) в линзе с неоднородной оболочкой, приведены на рис. 6.

4. АНАЛИЗ МНОГОЛУЧЕВОЙ ЛИНЗОВОЙ АНТЕННЫ

Проведем анализ характеристик многослойной цилиндрической линзовой антенны, каждый слой которой выполнен в виде набора диэлектрических колец переменной толщины (рис. 7). Такая конструкция планарной линзы Люнебурга предложена в [9] и исследована в [10].

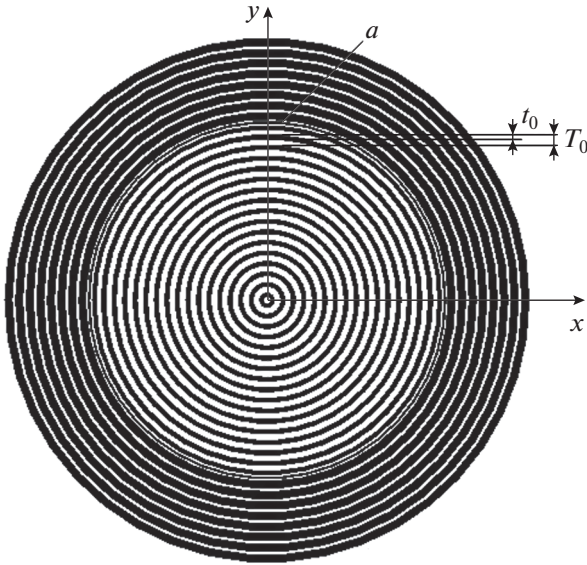


Рис. 7. Градиентная линза из диэлектрических колец.

Для нахождения коэффициента заполнения $c(r)$, равного отношению толщины кольца t к периоду T , используем приближенное выражение [7]:

$$c(r) = c_0(r) + \frac{(kT)^2 c_0^2(r) (1 - c_0(r))^2 (\epsilon_d - \epsilon_0)}{12},$$

где $c_0(r) = \frac{\epsilon(r) - \epsilon_0}{\epsilon_d - \epsilon_0}$, ϵ_d — относительная диэлектрическая проницаемость материала кольца, $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon(r)$ — усредненная диэлектрическая проницаемость.

Зависимости коэффициента заполнения от радиуса для трех слоев в виде набора колец из полистирола ($\epsilon_d = 2.6$) показаны на рис. 8. В оболочке линз, где диэлектрическая проницаемость больше 2.6, вместо полистирола используется материал с $\epsilon_d = 3.35$ (для однородной оболочки) и с $\epsilon_d = 4.65$ (для неоднородной оболочки).

Для численного моделирования были выбраны следующие параметры линзы: радиус $r_0 = 50$ мм, толщина слоев $d = 3$ мм, фокусное расстояние $f = 100$ мм. В качестве облучателей использованы металлодиэлектрические излучатели, подобные предложенным и исследованным в работе [11]. Излучатель содержит пирамидальный металлический рупор с входным сечением 7.2×3.4 мм, выходным сечением 15×15 мм и расположенный внутри рупора ступенчатый диэлектрический стержень прямоугольного сечения (рис. 9).

Диаграммы направленности металлодиэлектрического облучателя в плоскостях E и H на трех частотах, рассчитанные с использованием метода конечных элементов в программной среде Ansys HFSS, представлены на рис. 10. Результаты расчета

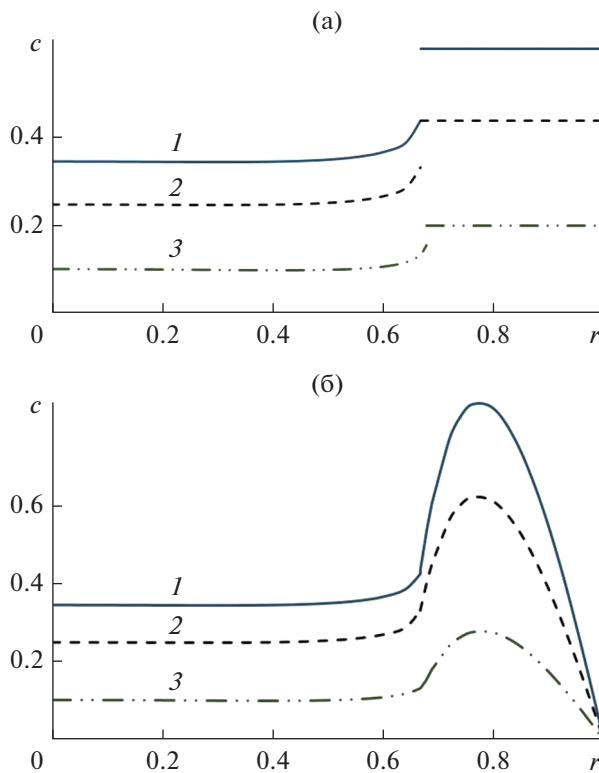


Рис. 8. Зависимости коэффициента заполнения от радиуса при $H = 1$ (1), 1.2 (2) и 1.5 (3) для линз с однородной (а) и неоднородной оболочкой (б).

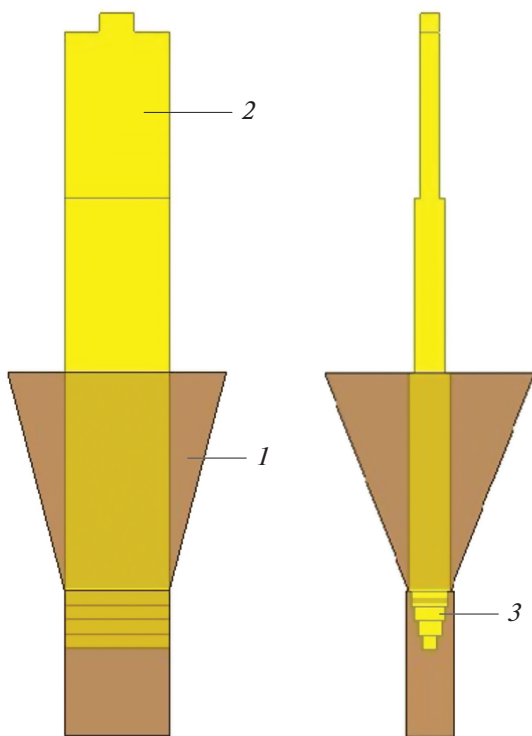


Рис. 9. Металлодиэлектрический облучатель: 1 – пирамидальный рупор, 2 – ступенчатый диэлектрический, 3 – согласующая часть стержня.

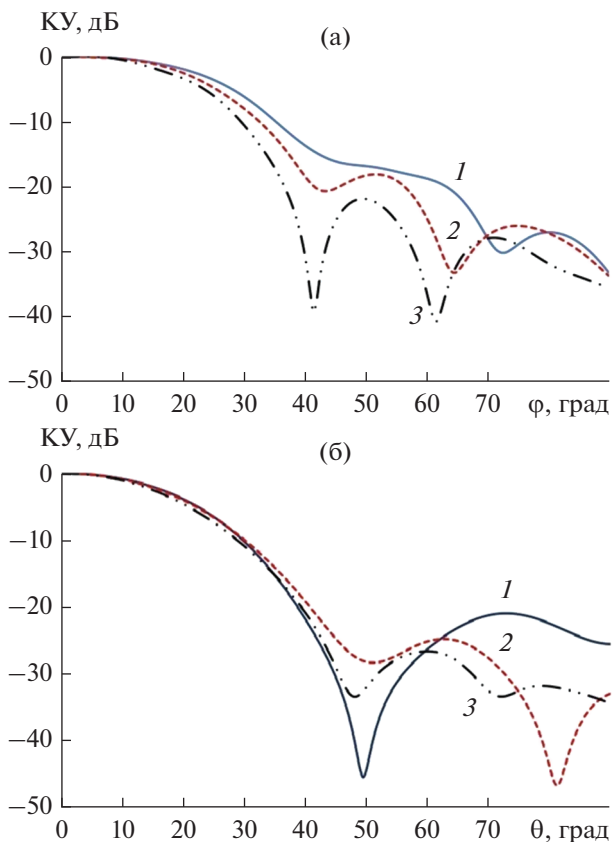


Рис. 10. Диаграммы направленности металлодиэлектрического облучателя на частотах 27 ГГц (1), 30 ГГц (2) и 33 ГГц (3) в *H*- (а) и *E*-плоскости (б).

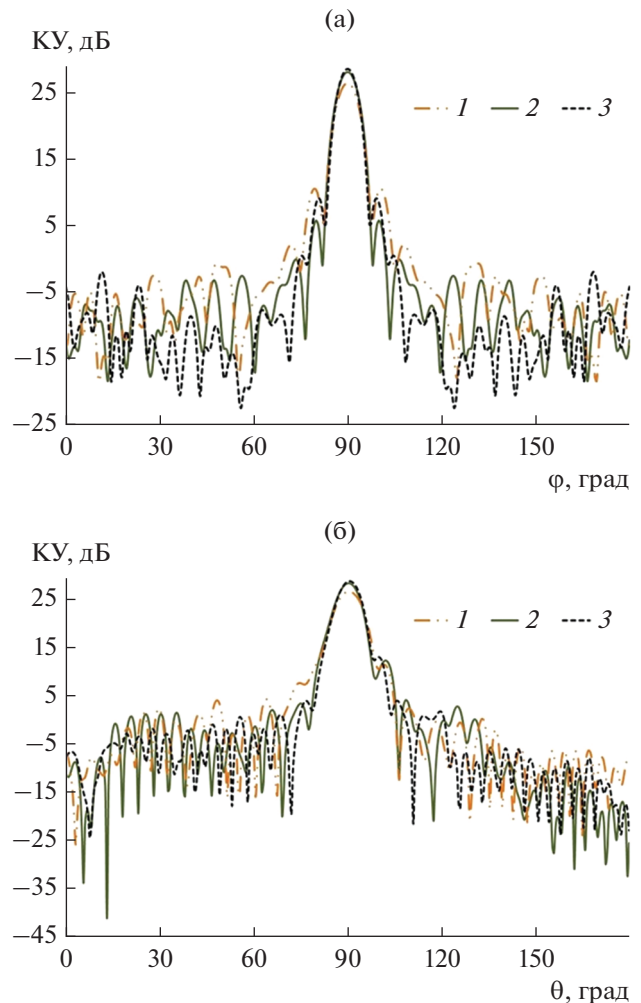


Рис. 11. Диаграммы направленности многолучевой линзовой антенны (однородные оболочки) на частотах 27 ГГц (1), 30 ГГц (2) и 33 ГГц (3) в *H*- (а) и *E*-плоскости (б).

аналогичным методом диаграмм направленности в *H*- и *E*-плоскости, коэффициента усиления (КУ) и коэффициента использования поверхности (КИП) линзовых антенн с однородной и неоднородной оболочкой в диапазоне частот от 27...33 ГГц показаны соответственно на рис. 11–14.

На основании результатов численного моделирования можно сделать следующие выводы:

- предложенная линзовая антенна позволяет реализовать многолучевую диаграмму направленности в полном азимутальном угле без затенения апертуры облучающей системой,
- несмотря на неполное использование апертуры, величина КИП линзовой антенны с неоднородной оболочкой достаточно высокая (около 0.6) в широкой полосе частот,
- падение величины КИП на низких частотах и высокий уровень первого бокового лепестка диаграммы направленности в *E*-плоскости лин-

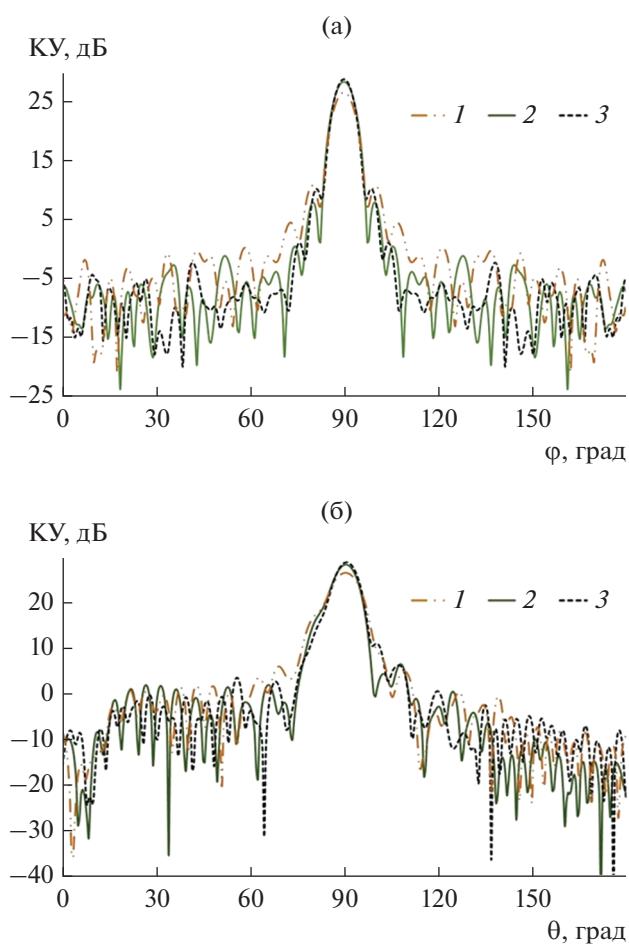


Рис. 12. Диаграммы направленности многолучевой линзовой антенны (неоднородные оболочки) на частотах 27 (1), 30 (2) и 33 ГГц (3).

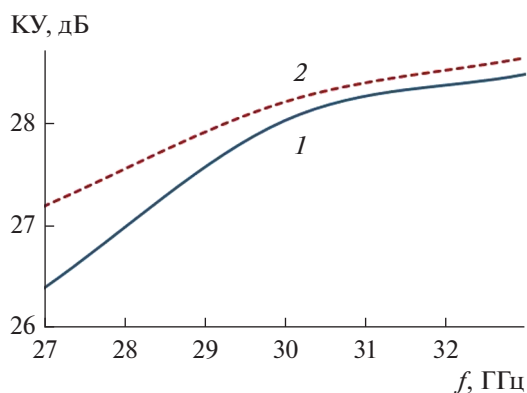


Рис. 13. Зависимость коэффициента усиления от частоты: однородные (1) и неоднородные оболочки (2).

зовой антенны с однородной оболочкой можно объяснить отражениями от границ оболочки.

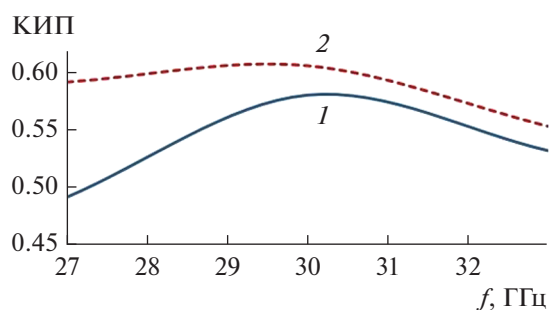


Рис. 14. Зависимость коэффициента использования поверхности от частоты: однородные (1) и неоднородные оболочки (2).

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jay Guo Y., Ansari M., Ziolkowski R.W., Fonseca N.J.G. // IEEE Open J. Antennas and Propagation. 2021. V. 2. P. 807.
2. Denisov D.V., Shabunin S.N., Kusaykin D.V., Klevakin M.A. // IEEE 15th Int. Conf. Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). Novosibirsk. 19–21 Nov. 2021. N.Y.: IEEE, 2021. P. 260.
3. Захаров Е.В., Ильинский А.С., Медведев Ю.В. и др. // Журн. радиоэлектроники 2020. № 2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb20/3/text.pdf>.
4. Ansari M., Jones B., Shariati N., Jay Guo Y. // 15th Europ. Conf. on Antennas and Propagation (EuCAP). Dusseldorf. 22–26 Mar. 2021. N.Y.: IEEE, 2021. Paper № 9411005. <https://doi.org/10.23919/EuCAP51087.2021.9411005>
5. Huang M. // IEEE Int. Symp. on Antennas and Propagation & USNC/URSI Nat. Radio Sci. Meeting. San Diego. 9–14 Jul. 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 779.
6. Fonseca N.J.G., Liao Q., Quevedo-Teruel O. // IEEE Trans. 2023. V. AP-68. № 5. P. 3410.
7. Венецкий А.С., Калошин В.А., Чан Т.Т. // РЭ. 2022. Т. 67. № 8. С. 754.
8. Забрейко П.П., Кошелев А.И., Красносельский М.А. и др. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.
9. Калошин В.А. // Дис....докт. физ.-мат. наук. М.: ИРЭ АН СССР, 1989. 250 с.
10. Ахияров В.В., Калошин В.А., Никитин Е.А. // Журн. радиоэлектроники. 2014. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/18/text.pdf>.
11. Калошин В.А., Ви Ут Нам // РЭ. 2022. Т. 67. № 3. С. 249.