

К 100-ЛЕТИЮ
Б.В. СЕСТРОРЕЦКОГО

УДК 534.26;537.874.6

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ
ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ
НА ПЛОСКОЙ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЕ

© 2023 г. Д. А. Борисов^{a, b}, С. П. Скобелев^{a, b, *}

^a Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

^b ПАО “Радиофизика”,

ул. Героев Панфиловцев, 10, Москва 125363 Российская Федерация

*E-mail: s.p.skobelev@mail.ru

Поступила в редакцию 04.07.2022 г.

После доработки 13.03.2023 г.

Принята к публикации 25.03.2023 г.

Рассмотрена двумерная задача рассеяния плоской электромагнитной волны на плоской однородной магнитоэлектрической пластине конечных размеров. Задача решена методом интегральных уравнений для вспомогательных поверхностных токов. Алгебраизация интегральных уравнений проведена с использованием метода коллокации и перекрывающихся трехступенчатых базисных функций. Приведены результаты, характеризующие эффективность предложенного алгоритма. Исследовано влияние геометрических и материальных параметров пластины на ее эффективную поверхность рассеяния (ЭПР) в направлении падения волны, характеризующую эффекты “невидимости” пластины. Показано, что минимум указанной ЭПР достигается при толщине пластины, близкой к толщине, обеспечивающей синфазность геометрооптических лучей, прошедших сквозь пластину, и лучей, прошедших мимо пластины. Проведено сравнение ЭПР пластины из материала с положительным и отрицательным показателями преломления.

DOI: 10.31857/S0033849423080041, EDN: UWOWVB

ВВЕДЕНИЕ

Одной из целей современных исследований, связанных с метаматериалами [1, 2], включая материалы с отрицательным показателем преломления [3], является создание покрытий для различных объектов, обеспечивающих невидимость последних в оптическом и сверхвысокочастотном (СВЧ) диапазонах. В процессе указанных исследований были разработаны методы трансформационной электродинамики [4], на основе которой было предложено и исследовано несколько типов так называемых “плащей-невидимок”. В рамках указанного направления были также предложены и исследованы радиально неоднородные цилиндрические и сферические линзы, которые в приближении геометрической оптики могут проявлять свойства невидимости или прозрачности [5–9]. Линзы с положительным показателем преломления [5, 6] характеризуются тем, что геометрооптический луч, входящий в линзу без отражения, обходит ее центр по замкнутой траектории, выходит из линзы также без отражения в точке, находящейся на том же расстоянии от оси линзы, что и точка входа, и продолжает движение в том же направлении, что и при своем входе в линзу. Невидимая линза с отрицательным показателем преломления была предложена в [7], где выведены явные формулы для профиля показателя преломления и траектории луча. Луч, входящий в такую линзу без отражения, испытывает отрицательное преломление, обходит центр линзы, но уже по незамкнутой траектории, и продолжает движение в том же направлении после выхода из линзы, что и было на входе, также без отражения. Эффект невидимости указанных линз в приближении геометрической оптики достигается при условии, что параллельные лучи, вошедшие в линзу и прошедшие через нее, находятся в фазе (с точностью до величины, кратной 2π) с параллельными лучами, прошедшими мимо линзы. Численное решение задачи о прохождении плоской волны через невидимые сферические и цилиндрические линзы в строгой постановке рассмотрено в [8] и [9] соответственно, где показано, что дифракционные эффекты не позволяют обеспечить идеальную невидимость.

Можно отметить, что простейшим примером идеального невидимого объекта при его облучении плоской волной является бесконечно протяженный однородный диэлектрический слой определенной

толщины при отсутствии потерь в его материале. В частности, толщина слоя, обеспечивающая его невидимость при нормальном падении волны, должна быть кратна половине длины волны в материале слоя [10]. Очевидно, что если такой слой имеет конечные размеры, то он утрачивает свойство невидимости из-за рассеяния волны на его краях. В этом случае интерес может представлять исследование влияния геометрических и материальных параметров слоя на его эффективную поверхность рассеяния (ЭПР), в частности на ЭПР в прямом направлении падения волны, которая как раз и характеризует степень невидимости объекта [8, 9].

Цель данной работы – проведение указанного выше исследования путем решения двумерной задачи рассеяния плоской волны на плоском однородном магнитоэлектрическом слое (пластине) конечной ширины, иными словами – на бесконечном цилиндре прямоугольного поперечного сечения. Наиболее общий подход к решению указанной задачи основан на методе интегральных уравнений относительно касательных полей на поверхности рассеивателя [11–13] или относительно вспомогательных поверхностных токов [14, 15]. Подход [14, 15] был реализован в [16] в виде алгоритма, включающего аппроксимацию исходного контура поперечного сечения цилиндра многоугольником, использование поверхностных токов, равномерно распределенных на каждой стороне многоугольника, и удовлетворение граничных условий для касательных полей в точках коллокации в серединах сторон многоугольника.

Матричные элементы системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для вспомогательных токов определяются аналитическими выражениями. Выражения для диагональных и ближайших элементов выведены с использованием приближения малого аргумента в ядрах интегральных уравнений, а остальные элементы определяются как произведение длины стороны многоугольника на значения ядра, соответствующего расстоянию между серединой указанной стороны и выбранной точкой коллокации. Трудоемкость вычисления матричных элементов в этом случае оказывается сопоставимой с трудоемкостью вычисления матричных элементов в методе вспомогательных источников (МВИ) [17, 18], определяемых простыми аналитическими выражениями. Неудобство МВИ состоит в необходимости введения вспомогательных контуров вблизи контура поперечного сечения цилиндра для размещения вспомогательных источников и принятия дополнительные меры в случае негладких контуров [19], что усложняет алгоритмы. Вместе с тем МВИ [17, 18] по сравнению с алгоритмом [16] является очень удобным с точки зрения контроля точности расчетов путем проверки невязки выполнения граничных условий.

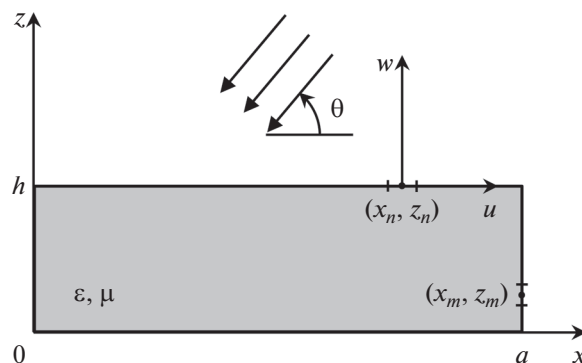


Рис. 1. Геометрия задачи в плоскости падения волны.

В связи с этим еще одной целью работы является модификация алгоритма [16] таким образом, чтобы также обеспечить простую возможность контроля невязки. Основой для этого здесь предлагается использовать трехступенчатые перекрывающиеся базисные функции, кратко описанные в [20, с. 48] при рассмотрении задачи рассеяния только на проводящем цилиндре и только для простейшего случая *ТМ*-поляризации. Эффективность применения указанных базисных функций исследуется ниже для более сложного случая магнито-диэлектрического цилиндра. Кроме того, проведено сравнение эффективности разработанного подхода со случаем применения коммерческого пакета CST Microwave Studio [21].

1. МЕТОД АНАЛИЗА

Рассмотрим бесконечный однородный магнито-диэлектрический цилиндр прямоугольного поперечного сечения шириной a и толщиной h , расположенный в прямоугольной декартовой системе координат x, y, z в свободном пространстве (рис. 1). Относительные диэлектрическая ϵ и магнитная μ проницаемости цилиндра считаются заданными. Предполагается, что цилиндр облучается плоской электромагнитной волной с гармонической зависимостью поля от времени в виде $\exp(-i\omega t)$, распространяющейся перпендикулярно оси y под углом θ к оси x , как показано на рис. 1. Амплитуда и поляризация падающей волны считаются заданными, требуется определить поле, рассеянное в свободное пространство, и поле, прошедшее внутрь цилиндра.

Следуя общему подходу к решению задачи [16], разобьем прямоугольный контур на $N = 2N_x \times 2N_z$ сегментов, где N_x – число сегментов на каждом горизонтальном участке и N_z – число сегментов на каждом вертикальном участке, пронумеруем указанные сегменты от 1 до N , и пусть (x_n, z_n) – координаты середины n -го сегмента. Введем локальную систему декартовых координат u и w с

началом, расположенным в точке (x_n, z_n) , ось u которой направлена вдоль рассматриваемой стороны, а ось w – перпендикулярно последней (см. рис. 1). Последующий ход решения зависит от поляризации падающей волны и типа вспомогательных поверхностных токов, выбираемых для представления искомого поля.

Рассмотрим сначала случай Е-поляризации, в котором напряженности электрического и магнитного полей падающей волны определяются формулами

$$E_y^i(x, z) = \exp[-ik(x \cos \theta + z \sin \theta)], \quad (1)$$

$$\vec{H}^i(x, z) = \frac{1}{\eta_0} (\vec{e}_x \sin \theta - \vec{e}_z \cos \theta) E_y^i(x, z), \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ – волновое сопротивление, ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные для свободного пространства, а \vec{e}_x и \vec{e}_z – единичные векторы вдоль осей x и z соответственно.

Электромагнитное поле, рассеянное цилиндром в свободном пространстве и прошедшее внутрь цилиндра, будет иметь такую же поляризацию, как и падающее поле. Это поле может быть представлено либо как поле от вспомогательного электрического тока, текущего по поверхности цилиндра в направлении оси y , либо как поле от вспомогательного магнитного тока, текущего по поверхности в направлении, перпендикулярном оси y , либо как поле суперпозиции указанных токов, не зависящих от y . Рассмотрим случай использования только электрического тока.

Пусть J_{0n} – распределение плотности тока на n -м сегменте разбиения контура, создающее рассеянное поле в свободном пространстве. Считая указанное распределение равномерным, определим напряженности рассеянного электрического поля и рассеянного магнитного поля, соответствующие указанному току, через векторный потенциал \vec{A} , имеющий единственную ненулевую составляющую A_y . Используя известные выражения для напряженности электрического поля $\vec{E} = ik\eta_0\vec{A}$, где учтено, что $\partial/\partial y = 0$, и напряженности магнитного поля $\vec{H} = \nabla \times \vec{A}$, можем представить вклад n -го сегмента в рассеянное поле формулами

$$E_{yn}^s(u, w) = ik\eta_0 f_y(u, w) J_{0n}, \quad (3)$$

$$\vec{H}_n^s(u, w) = [f_u(u, w)\vec{t}_n + f_w(u, w)\vec{n}_n] J_{0n}, \quad (4)$$

где

$$f_y(u, w) = \frac{i}{4} \int_{-\Delta_n/2}^{\Delta_n/2} H_0^{(1)}(kr) du' \quad (5)$$

– составляющая векторного потенциала, соответствующая единичной плотности тока, Δ_n – длина n -го сегмента,

$$f_u(u, w) = -\frac{\partial f_y(u, w)}{\partial w}, \quad (6)$$

$$f_w(u, w) = \frac{\partial f_y(u, w)}{\partial u}, \quad (7)$$

$r = \sqrt{(u-u')^2 + w^2}$, $H_0^{(1)}(\dots)$ – функция Ганкеля первого рода нулевого порядка,

$$\vec{t}_n = t_{xn}\vec{e}_x + t_{zn}\vec{e}_z, \quad \vec{n}_n = n_{xn}\vec{e}_x + n_{zn}\vec{e}_z \quad (8)$$

– единичные векторы для осей u и w соответственно с составляющими (t_{xn}, t_{zn}) и (n_{xn}, n_{zn}) в системе координат x, z . Полное рассеянное поле $E_y^s(x, z)$ и $\vec{H}^s(x, z)$ определяется суперпозициями вкладов полей (3) и (4) от всех сегментов на контуре поперечного сечения цилиндра.

Поле внутри цилиндра определяется распределениями вспомогательных поверхностных электрических токов J_{cn} , каждое из которых также предполагается равномерным на соответствующем сегменте. Аналогично рассеянным полям вне цилиндра, поля $E_{yn}^c(u, w)$ и $\vec{H}_n^c(u, w)$ внутри цилиндра, соответствующие распределению J_{cn} , могут быть представлены формулами (3) и (4), в которых k, η_0 и J_{0n} следует заменить на $k_c = k\sqrt{\epsilon\mu}$, $\eta_c = \eta_0\sqrt{\mu/\epsilon}$ и J_{cn} , а вместо f_y, f_u и f_w будем использовать f_{cy}, f_{cu} и f_{cw} . Полные поля внутри цилиндра $E_y^c(x, z)$ и $\vec{H}^c(x, z)$ определяются суперпозициями полей $E_{yn}^c(u, w)$ и $\vec{H}_n^c(u, w)$ от всех сегментов.

Касательные составляющие полных электрических и магнитных полей в свободном пространстве и внутри цилиндра должны быть непрерывны на поверхности последнего. Выполняя указанные граничные условия в точках коллокации, расположенных в серединах сегментов с координатами (x_m, z_m) , можем записать выражения

$$E_y^i(x_m, z_m) + E_y^s(x_m, z_m) = E_y^c(x_m, z_m), \quad (9)$$

$$\vec{t}_m \cdot [\vec{H}^i(x_m, z_m) + \vec{H}^s(x_m, z_m)] = \vec{t}_m \cdot \vec{H}^c(x_m, z_m), \quad (10)$$

которые использовались в [16] для получения СЛАУ $2N$ -го порядка относительно вспомогательных поверхностных токов J_{0n} и J_{cn} .

Эффективность метода [16] была продемонстрирована путем исследования сходимости результатов при увеличении порядка СЛАУ, а также путем их сравнения с точным решением для случая кругового цилиндра и с результатами численного решения задачи другими методами для случая цилиндра прямоугольного сечения. Однако этот метод не позволяет непосредственно контролировать

невязку выполнения граничных условий в промежуточных точках контура, находящихся на краях сегментов из-за сингулярности в них, например, магнитного поля (4). Чтобы устранить указанный недостаток, здесь предлагается использовать трехступенчатые перекрывающиеся базисные функции, кратко описанные в [20, с. 47] и показанные на рис. 2. Каждая такая функция занимает три сегмента. Высота центральной ступеньки полагается равной единице, а высота боковых ступенек равна половине высоты центральной ступеньки. Ширина каждой ступеньки равна длине сегмента Δ_n . Каждая базисная функция перекрывается с соседними функциями своими боковыми ступеньками (см. рис. 2). Есть несколько вариантов размещения двухступенчатых базисных функций по контуру поперечного сечения цилиндра. Пусть, например, максимумы базисных функций приходятся на сегменты с нечетными номерами n и пусть J_{0n} и J_{cn} – плотности токов на этих сегментах. Тогда плотности токов на соседних сегментах для рассматриваемой базисной функции будут равны $J_{0n}/2$ и $J_{cn}/2$ соответственно. Учитывая суперпозицию полей, соответствующих указанным распределениям токов, в граничных условиях (9) и (10) в точках коллокации, также находящихся в сегментах с нечетными номерами, получим следующую СЛАУ:

$$\sum_{q=1}^Q (\bar{Z}_{pq}^{00} J_{0n} + \bar{Z}_{pq}^{01} J_{cn}) = U_{0m}, \quad (11)$$

$$\sum_{q=1}^Q (\bar{Z}_{pq}^{10} J_{0n} + \bar{Z}_{pq}^{11} J_{cn}) = U_{1m}, \quad (12)$$

где $n = 2q - 1$, $m = 2p - 1$, $p = 1, 2, \dots, Q$, $Q = N/2$ и

$$\bar{Z}_{pq}^{j'j} = Z_{mn}^{j'j} + (Z_{m,n-1}^{j'j} + Z_{m,n+1}^{j'j})/2 \quad (13)$$

– матричные элементы, в которых $j = 0$ или 1 , $j' = 0$ или 1 , определяемые через матричные элементы СЛАУ [16, ф-лы (13)–(16)], соответствующие одноступенчатым (импульсным) базисным функциям, и $Z_{m0}^{j'j} = Z_{mN}^{j'j}$. Правые части в (11) и (12) определяются согласно [16, ф-лы (21) и (22)].

Решив систему $2Q$ уравнений (11) и (12) с $2Q$ неизвестными, далее можем определить невязку выполнения граничных условий (9) и (10) в промежуточных точках коллокации по формулам

$$\delta_E = \left| \sum_{q=1}^Q (\bar{Z}_{pq}^{00} J_{0n} + \bar{Z}_{pq}^{01} J_{cn}) - U_{0m} \right|, \quad (14)$$

$$\delta_H = \eta_0 \left| \sum_{q=1}^Q (\bar{Z}_{pq}^{10} J_{0n} + \bar{Z}_{pq}^{11} J_{cn}) - U_{1m} \right|, \quad (15)$$

где в отличие от (11) и (12) $m = 2p$, что также должно быть учтено в (13). Так как точки колло-

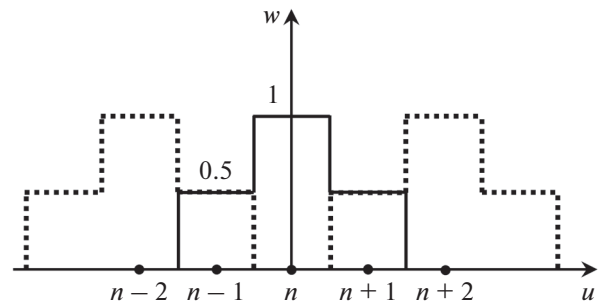


Рис. 2. Перекрывающиеся трехступенчатые базисные функции.

кации в этом случае также находятся в серединах сегментов, то магнитные поля (4) в них не являются сингулярными, в отличие от подхода, основанного на использовании одноступенчатых импульсных базисных функций, в котором промежуточные точки коллокации находятся на краях сегментов.

Поле, рассеянное цилиндром в дальней зоне, с учетом трехступенчатых базисных функций определяется формулой

$$E_y^s(\rho, \varphi) = -\sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} \exp(ik\rho - i\pi/4) \times \frac{k\eta_0}{4} \sum_{n=1}^N \bar{J}_{0n} \Delta_n \frac{\sin \xi_n}{\xi_n} \exp[-ik(x_n \cos \varphi + z_n \sin \varphi)], \quad (16)$$

где $\rho = (x^2 + z^2)^{1/2}$, φ – полярный угол, отмеряемый от оси x , $\xi_n = (t_{xn} \cos \varphi + t_{zn} \sin \varphi) k \Delta_n / 2$, $\bar{J}_{0n} = J_{0n}$ при $n = 2q - 1$, $\bar{J}_{0n} = (J_{0,n-1} + J_{0,n+1})/2$ при $n = 2q \neq N$ и $\bar{J}_{0N} = (J_{0,N-1} + J_{01})/2$. Поле (16) далее используется для расчета ЭПР цилиндра по известной формуле

$$\sigma(\varphi) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{|E_y^s(\rho, \varphi)|^2}{|E_y^i|^2} \right], \quad (17)$$

которую можно найти, например, в [22].

Общий подход к применению трехступенчатых базисных функций, описанный выше, можно модифицировать с учетом конкретной формы контура поперечного сечения цилиндра. Например, контур для рассматриваемого цилиндра имеет угловые точки, а участки контура, примыкающие к каждой такой точке, являются равноправными. В этом случае имеет смысл применять асимметричные ступенчатые функции, примыкающие друг к другу ступеньками одинаковой (например, единичной) высоты с каждой стороны от угловой точки. Матричные элементы (13), соответствующие таким несимметричным базисным функциям, должны

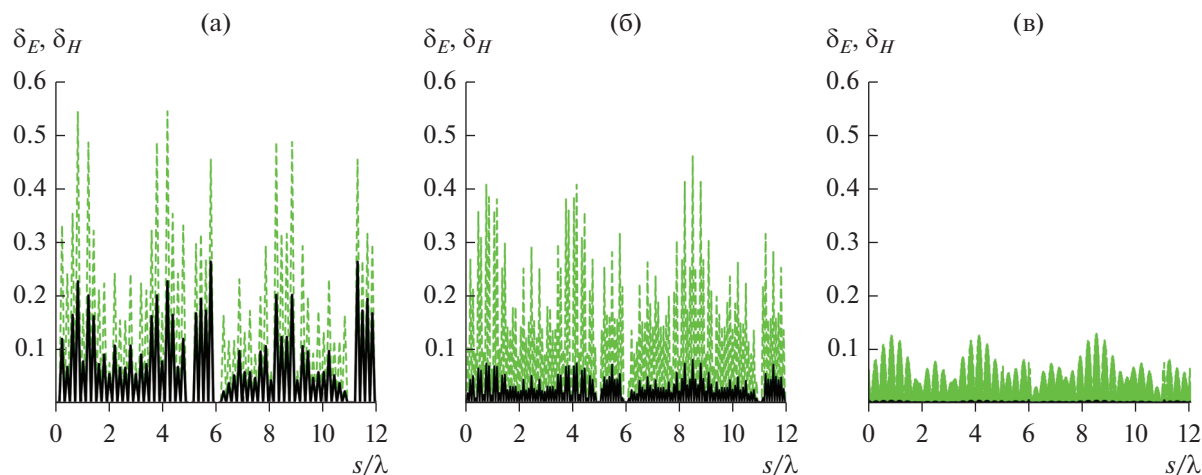


Рис. 3. Невязка выполнения граничных условий (14) и (15) на контуре поперечного сечения цилиндра с параметрами $a = 5\lambda$, $b = \lambda$, $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$ для δ_E (сплошная кривая) и δ_H (пунктирная) при различных значениях ширины ступеньки в базисной функции: $\Delta = 0.1\lambda$ (а), 0.05λ (б) и 0.01λ (в).

быть модифицированы путем удаления одного из слагаемых, стоящих в круглых скобках в (13).

Алгоритм решения задачи, описанный выше, можно применить для решения задачи также и в случае, когда цилиндр облучается Н-поляризованной плоской волной, используя для этого хорошо известный принцип перестановочной двойственности. Например, если требуется решить задачу рассеяния Н-поляризованной плоской волны на цилиндре с диэлектрической проницаемостью ϵ_H и магнитной проницаемостью μ_H , то будет достаточно рассмотреть задачу рассеяния Е-поляризованной плоской волны на цилиндре того же сечения с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_E = \mu_H$ и магнитной проницаемостью $\mu_E = \epsilon_H$.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанный алгоритм был реализован в компьютерной программе на языке MATLAB, работа которой была проверена с использованием расчета невязки выполнения граничных условий (14) и (15) при увеличении числа используемых базисных функций. Пример такой проверки приведен рис. 3 для цилиндра с параметрами $a = 5\lambda$, $b = \lambda$, $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$. Поведение невязки здесь показано в зависимости от расстояния s , отмеряемого от левого нижнего угла контура против часовой стрелки, для различных значений ширины ступеньки Δ в базисной функции. Как видим, невязка уменьшается при уменьшении Δ (т.е. при соответственном увеличении числа базисных функций).

Теперь рассмотрим некоторые результаты, полученные для ЭПР (17) при различных значениях параметров цилиндра. Наибольший интерес здесь представляет ЭПР в направлении падения волны

(при $\phi = \theta + \pi$), так как именно этот параметр наилучшим образом характеризует степень невидимости объекта [8, 9]. Расчеты проводились при $\Delta \approx 0.02\lambda$, что обеспечивает их достаточно высокую точность. На рис. 4 приведены указанные значения ЭПР (17), нормированные на длину волны λ , в децибелах, т.е. $10\lg[\sigma(\phi)/\lambda]$, для цилиндра с параметрами $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$, облучаемого в направлении нормали ($\theta = \pi/2$), что соответствует углу наблюдения $\phi = 3\pi/2$. ЭПР указанного цилиндра приведена как функция толщины h цилиндра для трех значений его ширины $a = 2\lambda$, 5λ и 10λ . Как видим, минимум ЭПР находится вблизи значения толщины цилиндра $h = \lambda$. Этот факт можно объяснить путем рассмотрения хорошо известной задачи прохождения плоской волны через слой магнетодиэлектрика бесконечной ширины [10]. Коэффициент отражения R и коэффициент прохождения T волны при нормальном падении на такой слой можно представить формулами

$$R = \frac{(\eta^2 - 1)(1 - \beta^2)}{(\eta + 1)^2 - (\eta - 1)^2\beta^2}, \quad (18)$$

$$T = \frac{4\eta\beta}{(\eta + 1)^2 - (\eta - 1)^2\beta^2}, \quad (19)$$

где $\eta = \eta_c/\eta_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – нормированное волновое сопротивление среды в слое и $\beta = \exp(ik_c h)$ – множитель, учитывающий набег фазы волны при ее прохождении в слое от одной поверхности последнего до другой. Формулы (18) и (19) показывают, что если $\eta = 1$, т.е. если волновое сопротивление среды слоя равно волновому сопротивлению свободного пространства, то $R = 0$ и

$$T = \beta \quad (20)$$

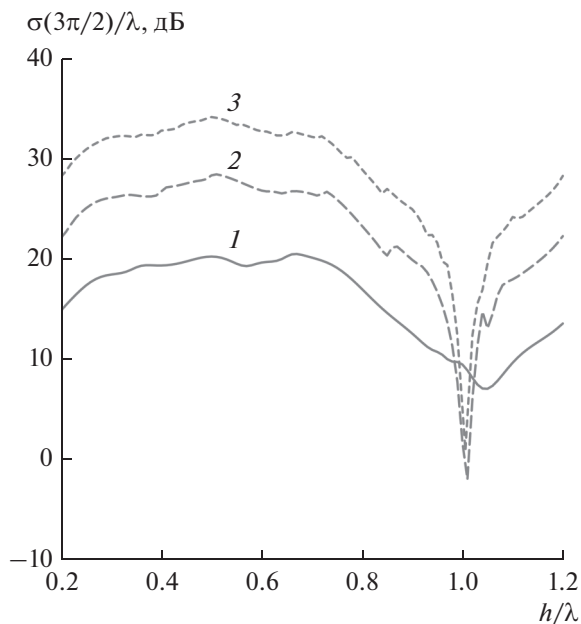


Рис. 4. ЭПР цилиндра с параметрами $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$ в прямом направлении при нормальном падении волны в зависимости от толщины h для $a = 2\lambda$ (1), 5λ (2) и 10λ (3).

при любой толщине слоя h . Если толщина слоя удовлетворяет условию $h = m\lambda_c/2$, где $m = 1, 2, \dots$, и $\lambda_c = \lambda/\sqrt{\epsilon\mu}$ – длина волны в материале слоя, т.е. если толщина слоя кратна половине длины волны в материале слоя, то отражения будут отсутствовать и при $\eta \neq 1$. Коэффициент прохождения в этом случае будет также определяться формулой (20), в которой $\beta = \pm 1$. Невидимость слоя конечной ширины соответствует неизменности плоского фронта волны после ее прохождения через слой. С точки зрения геометрической оптики это означает, что лучи, прошедшие через слой без отражения, должны быть в фазе с лучами, прошедшими мимо слоя, откуда следует равенство

$$T = \beta = \exp(ikh). \quad (21)$$

Подставляя параметры слоя $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$ в (21) и учитывая, что толщина слоя должна быть кратной половине длины волны в слое, получим, что невидимость слоя конечной ширины без учета краевых эффектов обеспечивается при $h = \lambda, 2\lambda, \dots$. Таким образом, минимумы кривых уровня рассеяния вперед, показанных на рис. 4, находятся вблизи значения толщины цилиндра, предсказанного на основе строгих формул (18)–(21), полученных для слоя бесконечной ширины, и с использованием приближения геометрической оптики для слоя конечной ширины. Краевые эффекты проявляются заплыванием нулевого уровня рассеяния вперед. Кроме того, мы видим, что ширина резонансного провала уменьшается, а координата ми-

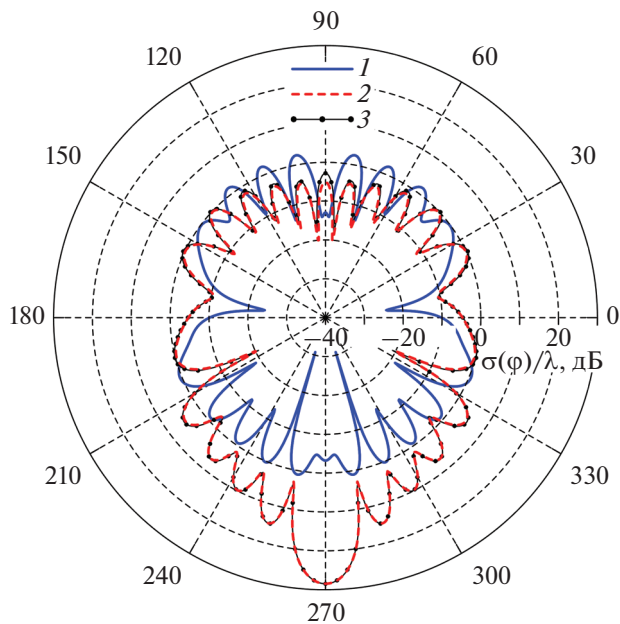


Рис. 5. Бистатическая ЭПР цилиндра с параметрами $a = 5\lambda$, $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$ при $h = 1.01\lambda$ (1) и $h = 0.5\lambda$ (2, 3); 3 – расчет в CST Studio.

нимума уровня рассеяния вперед приближается к идеальному значению $h = \lambda$ при увеличении ширины цилиндра a . Бистатические ЭПР, соответствующие минимальному уровню рассеяния вперед при $h = 1.01\lambda$ и уровню рассеяния вперед при $h = 0.5\lambda$ для цилиндра с $a = 5\lambda$, $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$, приведены на рис. 5. Результаты показывают, что уровень бистатической ЭПР при минимальном рассеянии вперед приблизительно равен уровню задних лепестков ЭПР при максимальном рассеянии вперед.

Решение задачи рассеяния, сформулированной выше, было проведено также с использованием известного пакета CST Microwave Studio Suite [21]. Расчет проводили в области шириной 6λ вдоль оси x и высотой 1.5λ вдоль оси z , содержащей сечение цилиндра с $a = 5\lambda$ и $h = 0.5\lambda$, с установкой 50 ячеек на длину волны в свободном пространстве. Размер области вдоль оси y составлял три ширины ячейки. При указанных исходных данных программа сформировала сетку из $613 \times 154 \times 3$ ячеек при использовании метода конечных разностей во временной области (Time Domain Solver). На стенках области расчетов, перпендикулярных оси y , были установлены периодические граничные условия. Остальные стенки были согласованы со свободным пространством с использованием идеальных поглощающих слоев. Результаты расчетов бистатической ЭПР цилиндра представлены кривой 3 на рис. 5. Время расчетов, проведенных на том же компьютере, что использовался при расчетах нашим методом, описанном выше, ока-

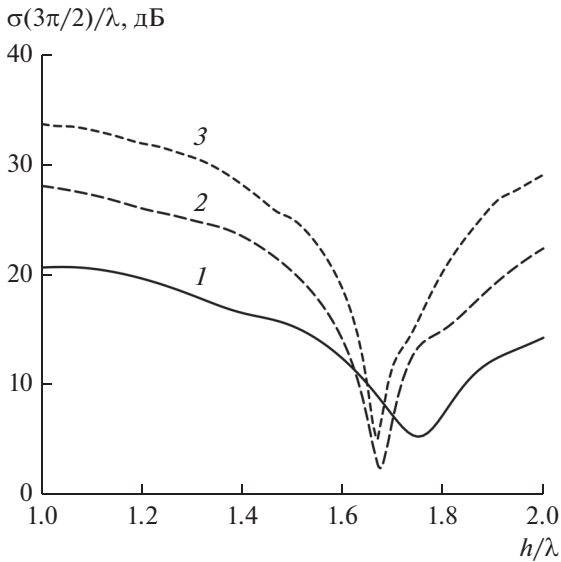


Рис. 6. ЭПР цилиндра с параметрами $\epsilon = \mu = 1.6$ в прямом направлении при нормальном падении волны в зависимости от толщины h для $a = 2\lambda$ (1), 5λ (2) и 10λ (3).

залось примерно 5.5 раза больше, чем при использовании нашей программы.

Результаты аналогичных расчетов ЭПР в направлении падения для цилиндра с $\epsilon = \mu = 1.6$ приведены на рис. 6. Так как в этом случае $\eta = 1$, то слой бесконечной ширины является невидимым при любой его толщине. Таким образом, формула (21) является единственным условием невиди-

мости для слоя конечной толщины. Указанное условие выполняется при толщине слоя h , кратной $\lambda/(\sqrt{\epsilon\mu} - 1) \approx 1.667\lambda$. Как видим на рис. 6, минимум ЭПР цилиндра находится вблизи указанного значения толщины и приближается к нему при увеличении ширины пластины a . Можно также заметить, что уровни минимума в этом случае оказываются выше, чем это имеет место в предыдущем случае (см. рис. 4), что можно объяснить усилением краевого эффекта при увеличении толщины пластины.

Результаты, приведенные на рис. 7–9, были получены для цилиндра с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . Как известно [3], коэффициент преломления $\sqrt{\epsilon\mu}$ в этом случае является отрицательным. Условие (21) в этом случае выполняется при толщине слоя h , кратной $\lambda/(1 - \sqrt{\epsilon\mu})$. Толщина цилиндра, обеспечивающая его невидимость при $\epsilon = \mu = -1$, оказывается кратной $\lambda/2$, что мы как раз можем наблюдать на рис. 7. Если $\epsilon = -4$ и $\mu = -1$, то условие (21) выполняется при толщине, кратной $\lambda/3$. Однако поскольку условие равенства нулю коэффициента отражения (18) также должно выполняться, то толщина пластины с его учетом должна быть кратна λ . Зависимость ЭПР такой пластины шириной $a = 5\lambda$ от ее толщины h показана на рис. 8. Как видим, наиболее глубокий минимум имеет место при толщине, близкой к длине волны. Мы также видим и минимумы, расположенные вблизи значений $\lambda/3$ и $2\lambda/3$. Так как указанные значения толщины не обеспечивают полного согласования слоя, уровни указанных

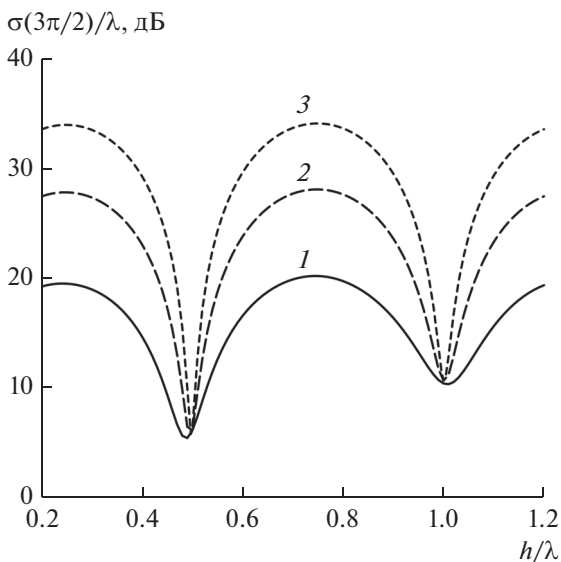


Рис. 7. ЭПР цилиндра с параметрами $\epsilon = \mu = -1$ в прямом направлении при нормальном падении волны в зависимости от толщины h для $a = 2\lambda$ (1), 5λ (2) и 10λ (3).

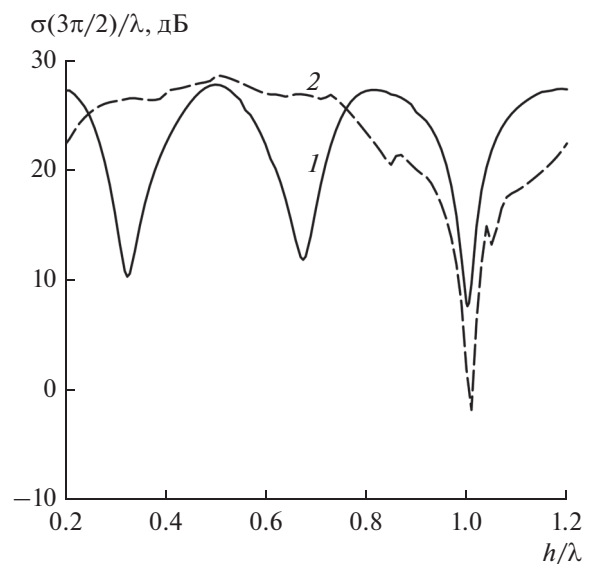


Рис. 8. ЭПР цилиндра с параметрами $\epsilon = -4$, $\mu = -1$ (кривая 1) и $\epsilon = 4$, $\mu = 1$ (кривая 2) в прямом направлении при нормальном падении волны в зависимости от толщины h для $a = 5\lambda$.

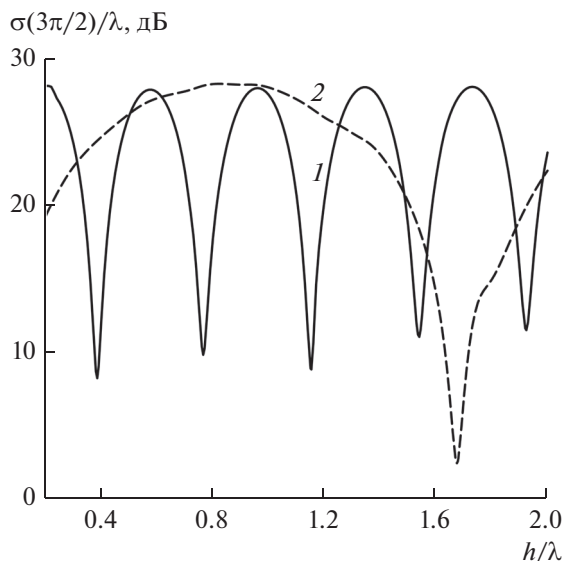


Рис. 9. ЭПР цилиндра с параметрами $\epsilon = \mu = -1.6$ (кривая 1) и $\epsilon = \mu = 1.6$ (кривая 2) в прямом направлении при нормальном падении волны в зависимости от толщины h для $a = 5\lambda$.

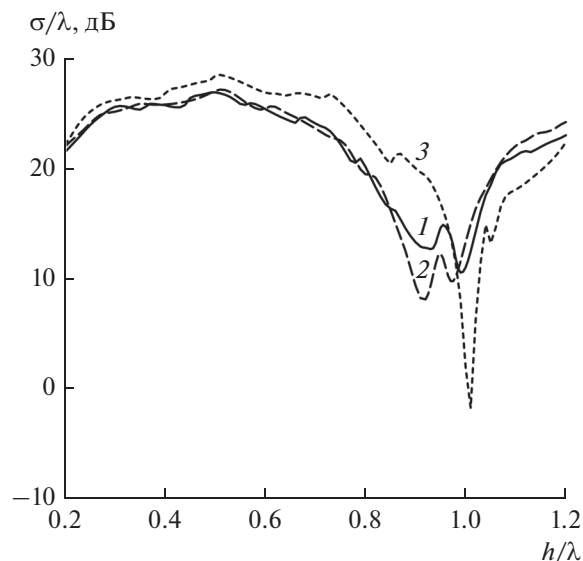


Рис. 10. ЭПР цилиндра с параметрами $a = 5\lambda$, $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$ в прямом направлении в зависимости от толщины h для E -поляризации (кривые 1 и 3) и H -поляризации (кривая 2) при $\theta = \pi/3$, $\varphi = 4\pi/3$ (кривые 1 и 2), $\theta = \pi/2$, $\varphi = 3\pi/2$ (кривая 3).

минимумов оказываются выше, чем уровень минимума вблизи значения $h = \lambda$. Если $\epsilon = \mu = -1.6$, то бесконечный слой оказывается согласованным при любой толщине, а условие (21) выполняется при толщине, кратной $\lambda/2.6$. Зависимость ЭПР такой пластины шириной $a = 5\lambda$ от ее толщины h показана на рис. 9, где мы видим минимумы расположенные вблизи указанных значений. Зависимости ЭПР цилиндра с отрицательными материальными параметрами на рис. 8 и 9 сравниваются с зависимостями ЭПР цилиндра той же ширины с аналогичными положительными значениями материальных параметров. Как показывают сравнения, уровни минимумов ЭПР для цилиндров с отрицательным показателем преломления оказываются заметно выше, чем для таких же цилиндров с положительным показателем. Таким образом, краевые эффекты в первом случае оказываются более сильными, чем во втором, как это имело место и при сравнении ЭПР невидимых цилиндрических и сферических линз, исследованных в [8] и [9].

Наконец, результаты исследования ЭПР цилиндра в прямом направлении при наклонном падении плоской волны в зависимости от толщины приведены на рис. 10. Результаты получены для цилиндра с параметрами $a = 5\lambda$, $\epsilon = 4$ и $\mu = 1$, облучаемого под углом $\theta = \pi/3$, что соответствует углу наблюдения $\varphi = 4\pi/3$ для случаев E - и H -поляризации. Указанные результаты сравниваются со случаем нормального падения волны, представленного на рис. 4, при котором характеристики для случаев E - и H -поляризации являются практически идентичными. Как видим и как можно было

ожидать, краевой эффект проявляется в значительно более сильном заплывании минимума ЭПР по сравнению со случаем нормального падения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена двумерная задача рассеяния плоской электромагнитной волны на плоском однородном магнитоэлектрическом слое (пластине) конечной ширины. Разработан алгоритм решения, основанный на методе интегральных уравнений для вспомогательных поверхностных токов. Алгебраизация интегральных уравнений проведена с использованием метода коллокации и перекрывающихся трехступенчатых базисных функций. Такой подход позволил контролировать невязку выполнения граничных условий в точках на контуре, расположенных между точками коллокации, как для касательных электрических полей, так и для касательных магнитных полей. Тем самым был реализован самодостаточный численный метод, не требующий использования других методов для его тестирования.

Разработанный алгоритм был реализован в соответствующих программах в среде МАТЛАБ, которые были применены как для исследования эффективности предложенного подхода, так и для численного исследования ЭПР пластины. Приведены результаты, демонстрирующие уменьшение невязки выполнения граничных условий при увеличении числа базисных функций. Исследовано влияние геометрических и материальных параметров пластины на ее ЭПР в направлении падения

волны, характеризующую эффекты “невидимости” пластины. Показано, что минимум указанной ЭПР достигается при толщине пластины, приближающейся к толщине, обеспечивающей синфазность геометрооптических лучей, прошедших сквозь пластину, и лучей, прошедших мимо пластины, при увеличении ширины пластины. Проведено сравнение ЭПР пластины из материала с положительным и отрицательным показателями преломления. Показано, что уровни минимумов ЭПР для пластин с отрицательным показателем преломления оказываются заметно выше, чем для таких же пластин с положительным показателем, т.е. ситуация здесь аналогична ситуации с цилиндрическими и сферическими “невидимыми” линзами, исследованными в предыдущих работах [7–9].

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны К.М. Сидорову (МФТИ) за моделирование рассмотренной задачи в пакете CST Microwave Studio Suite и предоставление результатов для сравнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Ed. F. Capolino. N.Y.: Taylor & Francis Group, 2009.
2. *Cui T.J., Smith D.R., Liu R.P. Metamaterials: Theory, Design, and Applications*. N.Y.: Springer, 2010.
3. *Веселаго В.Г.* // Успехи физ. наук. 1967. Т. 92. № 3. С. 517.
4. *Kwon D.-H., Werner D.H.* // IEEE Antennas & Propagation Magazine. 2010. V. 52. № 1. P. 24.
5. *Hendi A., Henn J., Leonhardt U.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. № 7. P. 073902.
6. *Minano J.C.* // Opt. Express. 2006. V. 14. № 21. P. 9627.
7. *Скобелев С.П.* // Радиотехника. 2017. № 10. С. 30.
8. *Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // Оптика и спектроскопия. 2018. Т. 125. № 1. С. 85.
9. *Skobelev S.P.* // IEEE Trans. 2019. V. 67. № 4. P. 2095.
10. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. 2-е изд. М.: Наука, 1973.
11. *Солодухов В.В., Васильев Е.Н.* // ЖТФ. 1970. Т. 40. № 1. С. 47.
12. *Chew W.C., Tong M.S., Hu B.* Integral Equation Methods for Electromagnetic and Elastic Waves. Kentfield: Morgan & Claypool, 2009.
13. *Gibson W.C.* The Method of Moments in Electromagnetics. 2nd ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2014.
14. *Mautz J.R.* // IEEE Trans. 1989. V. AP-37. № 8. P. 1070.
15. *Harrington R.F.* // J. Electromagnetic Waves and Appl. 1989. V. 3. № 1. P. 1.
16. *Борисов Д.А., Скобелев С.П.* // Физические основы приборостроения. 2021. Т. 10. № 3. С. 105.
17. *Leviatan Y., Boag Am.* // IEEE Trans. 1987. V. AP-35. № 10. P. 1119.
18. *Leviatan Y., Boag Am., Boag Al.* // IEEE Trans. 1988. V. AP-36. № 7. P. 1026.
19. *Eisler S., Leviatan Y.* // IEE Proc. H. 1989. V. 136. № 6. P. 431.
20. *Harrington R.F.* Field Computation by Moment Methods. N.Y.: IEEE Press, 1993.
21. *Курушин А.А.* Проектирование СВЧ устройств в CST Studio Suite. М.: Салон-Пресс, 2018.
22. *Balanis C.A.* Advanced Engineering Electromagnetics. 2nd ed. N.Y.: John Wiley and Sons, Inc, 2012.