

К 100-ЛЕТИЮ
Б.В. СЕСТРОРЕЦКОГО

УДК 621.396.933

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА
СВЯЗИ С БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ

© 2023 г. И. С. Полянский^а, *, Я. Д. Шаповалов^а

^а Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации,
ул. Приборостроительная, 35, Орёл, 302015 Российская Федерация

*E-mail: van341@mail.ru

Поступила в редакцию 20.02.2023 г.

После доработки 20.02.2023 г.

Принята к публикации 15.05.2023 г.

Разработаны алгоритмические решения по оценке качества связи с беспилотным летательным аппаратом. Качество связи определяется вероятностью символьной ошибки на входе помехоустойчивого кодера, априорный расчет которой выполнен в приближении модели райсовского канала связи. Основное внимание в решении уделено определению затуханий, обусловленных совместным влиянием рельефа местности и тропосферной рефракции на энергетические параметры линии «наземный пункт связи–беспилотный летательный аппарат». Расчет затуханий выполнен при совместном численном решении псевдоспектральным методом разделения шагов пары параболических уравнений, формируемых из двумерного уравнения Гельмгольца при узко- и широкоугольном приближениях. Выделены особенности основных этапов алгоритмической реализации составленного решения, а его работоспособность проверена на конкретных тестовых примерах.

DOI: 10.31857/S0033849423080090, EDN: UVNRVK

ВВЕДЕНИЕ

Активное развитие беспилотных технологий при нарастающей интеграции беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в единое воздушное пространство, обуславливает необходимость системной разработки «...правил, процедур и технологий организации и использования воздушного движения, позволяющих на приемлемом уровне обеспечить совместное выполнение в нем полетов беспилотных и пилотируемых воздушных судов» [1]. Решение указанных задач с учетом широко-масштабного и разнородного использования БПЛА в гражданских [2] и военных целях [3] актуализирует разработку и развитие систем управления [4] и формирования полетных планов при применении геоинформационных систем. Важную часть предметной области построения подобных автоматизированных систем составляют математические модели и алгоритмы оценки качества связи с БПЛА [5–9], цель которых состоит в адекватном определении отношения сигнал/шум (ОСШ) на входе демодулятора канала управления и/или передачи данных в радиолинии наземный пункт связи (НПС)–БПЛА с последующим асимптотическим вычислением вероятности битовой (символьной) ошибки (BER). Так, в [9] предложена математическая модель канала связи с БПЛА, основу которой составляют аналитические выражения, позволяющие оценить показатели качества

связи с учетом поверхности Земли и заданными параметрами передачи сигналов. Для оценки зависимости BER от ОСШ в [9] при допущении о том, что амплитуда прямого луча преобладает над переотраженными, принята модель райсовского канала связи [10]. Амплитуда переотраженных лучей определяется из известных асимптотических решений типовых модельных задач теории дифракции [11] в отношении учета влияния поверхности Земли, аппроксимируемой гладкой сферой. Последнее существенно снижает универсальность модели [9] и сужает область ее адекватного применения в реальных условиях, определяемых наличием рельефа местности и нерегулярностью электромагнитных параметров земной поверхности (учет влияния на распространение радиоволн лесных массивов [12], застройки [5] и пр. [13]), рефракцией радиоволн в тропосфере, характеристикой направленности передающей антенны. В современных условиях бурного развития средств вычислительной техники указанные недостатки модели [9] потенциально могут быть устранены с помощью современных методов вычислительной электродинамики (методы конечных элементов [14], конечных разностей [15], импедансного аналога электромагнитного пространства [16, 17], граничных элементов [18], барицентрический [19, 20] и пр. [21]) для корректного совместно-

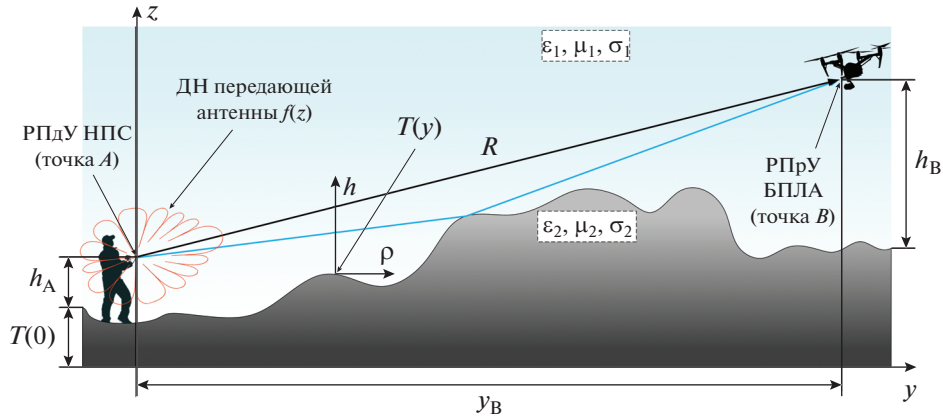


Рис. 1. Геометрическое представление канала связи с БПЛА.

го учета дифракции и рефракции радиоволн на радиолинии НПС–БПЛА.

Цель данной работы – устранить отмеченные недостатки модели [9] при разработке универсальных и вычислительно эффективных алгоритмических решений оценки качества связи с БПЛА. Эти решения позволяют выполнить совместный учет эффектов дифракции и рефракции радиоволн на радиолинии НПС–БПЛА.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Формализацию представления канала связи НПС с БПЛА относительно среды распространения сформируем для профиля местности (y, z) по направлению НПС–БПЛА (рис. 1) при выделении следующих параметров: рельеф местности аппроксимируется кусочно-гладкой функцией $T(y)$; среду распространения определим неоднородной с электромагнитными параметрами (полагаются известными функциями координат (y, z)) – абсолютные диэлектрическая ϵ_1 и магнитная μ_1 проницаемости, удельная проводимость σ_1 ; аналогично определим электромагнитные свойства рельефа местности параметрами ϵ_2, μ_2 и σ_2 ; за положение НПС ($y = y_A = 0, z = z_A = T(0) + h_A$) примем электрический центр антенны радиопередающего устройства (РПДУ) НПС, где h_A – высота расположения антенны НПС над рельефом местности в точке A ; за положение БПЛА ($y = y_B, z = z_B = T(y_B) + h_B$) примем электрический центр антенны радиоприемного устройства (РПрУ) БПЛА, где h_B – высота расположения антенны БПЛА над рельефом местности в точке B .

Выделим следующую совокупность энергетических параметров радиолинии НПС–БПЛА: диаграмма направленности (ДН) антенны РПДУ НПС, заданная в полуплоскости основного излучения (НПС–БПЛА) функцией $f(z) \in [0, 1]$; ЭИИМ_{НПС} –

эквивалентная изотропная излучаемая мощность РПДУ НПС (дБВт); $Q_{\text{БПЛА}}$ – добротность антенной системы РПрУ БПЛА (дБ/К); $P_{\text{рч}}^{\text{БПЛА}}$ – реальная чувствительность приемника БПЛА (дБВт).

Учитывая [9], задачу оценки качества связи с БПЛА для указанных исходных данных будем решать при определении вероятности символьной ошибки $p_{\text{ош}}^*$ на входе помехоустойчивого кодера в модели райсовского канала связи [10] при заданном виде модуляции.

Для представленного описания содержательной постановки задачи сформируем математическую модель канала связи с БПЛА.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА СВЯЗИ С БПЛА

Следуя [9], величину $p_{\text{ош}}^*$ определим соотношением [10]

$$p_{\text{ош}}^* = \int_0^{\infty} E(\rho) g(\rho) d\rho, \quad (1)$$

где [9]

$$g(\rho) = (\chi^2 + 1)/h_0^2 \exp[-\chi^2 - (\chi^2 + 1)\rho/h_0^2] \times \\ \times I_0(2\sqrt{\rho\chi^2(\chi^2 + 1)/h_0^2})$$

– функция плотности вероятности распределения ОСШ ρ сигнала на линии НПС–БПЛА; $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка первого рода; h_0^2 – ОСШ на входе демодулятора приемника БПЛА; $\chi = 10^{-0,05W_p} - 1$; W_p – затухание, учитывающее степень влияния рельефа местности на энергетические параметры линии НПС–БПЛА с учетом тропосферной рефракции; $E(\rho)$ – функция интеграла ошибки, вид которой

уточняется в зависимости от применяемого вида модуляции и особенностей приема [10].

Значение ОСШ h_0^2 для линии НПС–БПЛА определим из первого уравнения передачи по правилам, приведенным в [9]. При этом в вычислениях h_0^2 и χ величину W_p найдем при исследовании двумерного (\mathbb{R}^2) уравнения Гельмгольца:

$$\partial^2 U / \partial y^2 + \partial^2 U / \partial z^2 + \beta^2 U = 0, \quad (2)$$

где

$$\beta(y, z) = \begin{cases} \beta_1(y, z), & z > T(y); \\ \beta_2(y, z), & z < T(y), \end{cases}$$

– волновое число при $\beta_{1,2} \neq 0$, $\text{Im} \beta_{1,2} > 0$ и $\beta_{1,2} = \omega \sqrt{\epsilon_{1,2}^k \mu_{1,2}}$ для $\epsilon_{1,2}^k = \epsilon_{1,2} - i\sigma_{1,2}/\omega$; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота, выбранная относительно несущей частоты f для передаваемого сигнала на линии НПС–БПЛА.

Функцию U в задаче (2) определим в конечной области

$$\Xi = \{(y, z) | 0 \leq y \leq y_{\max}, 0 \leq z \leq z_{\max}\}$$

при $y_{\max} = y_B$, $z_{\max} > z_B$ для импедансных граничных условий [11]:

$$\left[\partial U / \partial z + \kappa U \right]_{z=T(y)} = 0, \quad (3)$$

условий излучения [11]:

$$U = O(R^{-1/2}); \quad \partial U / \partial R - i\beta U = o(R^{-1/2}); \quad (4)$$

$$U(y_A, z) = f(z), \quad (5)$$

и требования ограниченности энергии в любой конечной области Ξ в \mathbb{R}^2 [11]:

$$U \in H_{\text{лок}}^1(\Xi) \Rightarrow \int_{\Xi} [|\nabla U|^2 + |U|^2] d\Xi < \infty, \quad (6)$$

где κ – параметр импеданса $Z = \sqrt{\mu/\epsilon_2^k}$, (\cdot) , величина которого вычисляется следующим образом для вертикальной и горизонтальной поляризаций соответственно

$$\kappa = -i\beta_1/Z \quad \text{и} \quad \kappa = -i\beta_1 Z;$$

$$R = \sqrt{(y - y_A)^2 + (z - z_A)^2}.$$

Выполним решение сформированной дифракционной задачи (2)–(6) численно [21]. Для обеспечения компромисса между точностью и вычислительной сложностью составляемой численной схемы для $y_{\max}, z_{\max} \gg \lambda$ ($\lambda = f/c$ – длина волны, c – скорость света в вакууме) примем приближения метода параболических уравнений

[11, 22]. При этом, следуя результатам [11, 23], представим уравнение Гельмгольца (2) в виде

$$[\partial/\partial y + i\beta_0(1-Q)][\partial/\partial y + i\beta_0(1+Q)]W = 0, \quad (7)$$

где $W = U \exp[-i\beta_0 z]$ – медленно меняющаяся амплитуда поля; $Q = \sqrt{1+q}$ – псевдодифференциальный оператор при $q = \beta_0^{-2} \partial^2/\partial z^2 + (n_\beta^2 - 1)$; $\beta_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число в свободном пространстве; $n_\beta = \beta/\beta_0$ – показатель преломления среды.

В (7) множитель $\partial/\partial y + i\beta_0(1-Q)$ определяет уравнение для волны, распространяющейся от НПС к БПЛА, а второй – наоборот.

Дальнейшее решение дифракционной задачи выполним при разложении Q в ряд Тейлора:

в окрестности $q = 0$ –

$$\sqrt{1+q} = 1 + q/2 - q^2/8 + q^3/16 - 5q^4/128 + O(q^6), \quad (8)$$

в окрестности $q = \infty$ –

$$\sqrt{1+q} = \sqrt{q} + q^{-1/2}/2 - q^{-3/2}/8 + q^{-5/2}/16 - 5q^{-7/2}/128 + O(q^{-4}). \quad (9)$$

Ряды (8) и (9) являются сходящимися при $|q| \leq 1$ и $|q| \geq 1$ соответственно. В этой связи для расчета W будем использовать совместно приближения $\sqrt{1+q} \approx 1 + q/2$ и $\sqrt{1+q} \approx \sqrt{q}$ для соответствующих областей $|q| \leq 1$ и $|q| \geq 1$. При этом подстановка разложения (8) в первый множитель уравнения (7) позволяет сформировать первое параболическое уравнение [24]:

$$\frac{\partial}{\partial y} W_1 = \frac{i}{2} \left[\frac{1}{\beta_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta_0 (n_\beta^2 - 1) \right] W_1, \quad (10)$$

а аналогичная подстановка разложения (9) – второе:

$$\frac{\partial}{\partial y} W_2 = i \left[\sqrt{\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta_0^2} + \beta_0 (n_\beta - 1) \right] W_2. \quad (11)$$

Для удобства учета граничных условий (3) в рассматриваемой задаче дифракции введем криволинейные координаты высоты $h(y, z) = z - T(y)$ и расстояния $\rho(y) = y$ [24]. Произведя замену переменных, перепишем (10), (11) в виде [25]

$$\frac{\partial}{\partial \rho} W_1 = \frac{i}{2} \left(\frac{1}{\beta_0} \frac{\partial^2}{\partial h^2} + \beta_0 (n_\beta^2 - 2hT''') \right) W_1; \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} W_2 = i \left[\sqrt{\frac{\partial^2}{\partial h^2} + \beta_0^2} + \beta_0 (n_\beta - hT''') \right] W_2, \quad (13)$$

где $T''' = \partial^2 T / \partial \rho^2$.

Для сокращения записи представим уравнения (12), (13) в виде

$$\partial W_{1,2} / \partial \rho = (Q_A + Q_B) W_{1,2}, \quad (14)$$

где для (10) примем

$$Q_A = \frac{i}{2} \beta_0^{-1} \partial^2 / \partial h^2, \quad Q_B = i \beta_0 (n_B^2 / 2 - h T''),$$

а для (11) –

$$Q_A = i \sqrt{\partial^2 / \partial h^2 + \beta_0^2}, \quad Q_B = i \beta_0 (n_B - h T''').$$

Решение (14) выполним численно при пошаговом $\Delta\rho$ вычислении $W_{1,2}$ вдоль ρ [26]:

$$W_{1,2}(\rho_0 + \Delta\rho, h) = W(\rho_0, h) \exp \left[\int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} (Q_A + Q_B) d\rho \right], \quad (15)$$

где W – суть совместного определения результатов решений уравнений (12), (13) для ρ .

Используя формулу Бейкера–Хаусдорфа [27], для малого $\Delta\rho$ запишем симметризованную форму приближения:

$$\exp \left[\int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} (Q_A + Q_B) d\rho \right] \approx \exp \left[\frac{1}{2} \int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho \right] \times \exp \{ \Delta\rho Q_A \} \exp \left[\frac{1}{2} \int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho \right].$$

Для исключения из оператора Q_A частных производных по h применим прямое F_1 и обратное F_1^{-1} преобразования Фурье:

$$F_1(W)(\xi) = \tilde{W}(\rho, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} W(\rho, h) \exp(-i\xi h) dh;$$

$$F_1^{-1}(\tilde{W})(h) = W(\rho, h) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{W}(\rho, \xi) \exp(i\xi h) d\xi.$$

Для выполнения условий (4), (6) используем оконную функцию Хэмминга [28]:

$$w(h) = \begin{cases} 1, & |h| < h_1; \\ 1 - \alpha + \alpha \cos \left(\pi \frac{|h| - h_1}{z_{\max} - h_1} \right), & |h| \geq h_1, \end{cases} \quad (16)$$

где $h_1 = z_{\max} - 10\lambda$; $\alpha = 0,04$.

Для удовлетворения условию (5) начальное распределение $W(\rho_0, h)$ с учетом граничных условий (3) определим по методу зеркальных отображений выражением [29]

$$W(\rho_0, h) = F_1^{-1} \left[\tilde{f}(\xi) (-i\xi + \kappa') \exp(-i\xi z_A) - \tilde{f}^*(-\xi) (i\xi + \kappa') \exp(i\xi z_A) \right], \quad (17)$$

где $\tilde{f}(\xi) = F_1 \{ f(z) \}$; \tilde{f}^* – комплексно сопряженная функция по отношению к \tilde{f} ; $\kappa' = \kappa + \beta_0 T'(\rho_0)$ для $T' = \partial T / \partial \rho$.

С учетом заданных правил при выполнении граничных условий (3) для рельефа, следуя методу зеркальных отображений, в отношении (10) выполним определение $W(\rho_0 + \Delta\rho, h)$ по правилу (приведенные выражения во взаимосвязи с (17) задают приближенный учет граничных условий (3)):

$$W_1(\rho_0 + \Delta\rho, h) = w(h) \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho \right] F_1^{-1} \times \left[\exp \left[\frac{-i\xi^2 \Delta\rho}{2\beta_0} \right] F_1 \left\{ \exp \left[\frac{1}{2} \int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho \right] W(\rho_0, h) \right\} \right], \quad (18)$$

а для (11):

$$W_2(\rho_0 + \Delta\rho, h) = w(h) \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho \right] \times F_1^{-1} \left[\exp \left[i\beta_0 \Delta\rho \left(\sqrt{1 - \xi^2 / \beta_0^2} - 1 \right) \right] \times \left[\exp \left[\frac{1}{2} \int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho \right] w(h) W(\rho_0, h) \right] \right]. \quad (19)$$

С учетом [23] итоговый расчет $W(\rho_0 + \Delta\rho, h)$ из (16), (17) осуществим по выражению

$$W(\rho_0 + \Delta\rho, h) = \begin{cases} W_1(\rho_0 + \Delta\rho, h), & |\theta(\rho, h)| < 15^\circ; \\ W_2(\rho_0 + \Delta\rho, h), & |\theta(\rho, h)| \geq 15^\circ, \end{cases} \quad (20)$$

где $\theta(\rho, h) = 180^\circ \arctg [(|h + T(\rho) - z_A|) / \rho] / \pi$.

Вычисление интегралов в (18), (19) предлагается выполнять численно с применением квадратурных формул Гаусса–Лежандра при выборе двух узлов интегрирования $a_1 = (3 - \sqrt{3})/6$, $a_2 = (3 + \sqrt{3})/6$, которые справедливы для отрезка $[0, 1]$.

Таким образом, рассчитанные по правилам (17)–(20) значения $W(\rho, h)$ позволяют определить изменение амплитуды напряженности поля на линии НПС–БПЛА. Для соизмеримости используемых приближений метода параболических уравнений аналогичным образом рассчитаем амплитуду напряженности поля $W^0(\rho, h)$ на линии НПС–БПЛА без учета влияния рельефа и тропосферной рефракции. При этом вычисление $W^0(\rho, h)$ предполагает аналогичное (18)–(20) решение параболических уравнений вида

$$\frac{\partial}{\partial y} W_1^0 = \frac{i}{2\beta_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} W_1^0; \quad \frac{\partial}{\partial y} W_2^0 = i \sqrt{\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta_0^2} W_2^0, \quad (21)$$

для начального условия

$$W^0(\rho_0, h) = F_1^{-1} \left[\tilde{f}(\xi) (-i\xi + \kappa') \exp(-i\xi z_A) \right]. \quad (22)$$

Логарифм отношения $W_p(\rho, h) = 20 \lg(|W(\rho, h)|/|W^0(\rho, h)|)$ задает искомое значение W_p .

3. АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА СВЯЗИ С БПЛА

Для выделения вычислительных особенностей определения $\rho_{\text{ош}}^*$ по разработанной математической модели составим алгоритм оценки качества связи с БПЛА. Предварительно уточним, что в формируемой алгоритмической реализации с учетом определения Ξ соответствующие преобразования F_1 и F_1^{-1} в (17)–(19) будем выполнять по N дискретным отсчетам при реализации дискретного прямого (Discrete Fourier Transform) DFT и обратного (Inverse Discrete Fourier Transform) IDFT преобразований Фурье по z :

$$\begin{aligned} \text{DFT}(W)(\xi_k) &= \tilde{W}(\rho, \xi_k) = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} W(\rho, z_n) \exp[-2\pi i k n / N]; \\ \text{IDFT}(\tilde{W})(z_n) &= W(\rho, z_n) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{W}(\rho, \xi_k) \exp[2\pi i k n / N], \end{aligned} \quad (23)$$

где $z_n = -z_{\text{max}} + 2nz_{\text{max}}/N$ и $\xi_k = -\xi_{\text{max}} + 2k\xi_{\text{max}}/N$ при $n, k \in \{0, N-1\}$ и выборе $\xi_{\text{max}} = N\pi/(2z_{\text{max}})^{-1}$, с учетом теоремы Котельникова [27].

Для сокращения вычислительных затрат будем выбирать N равной 2^{N_0} при реализации соответствующих процедур (23) алгоритмами быстрого прямого (Fast Fourier Transform) FFT и обратного (Inverse Fast Fourier Transform) IFFT преобразований Фурье.

Входными данными алгоритма являются параметры, приведенные на этапе формулировки содержательной постановки задачи оценки качества связи с БПЛА, при дополнительно заданном числе отсчетов $N = 2^{N_0}$ дискретизации по $z \in [-z_{\text{max}}, z_{\text{max}}]$ и выбранном шаге $\Delta\rho = y_{\text{max}}/(M-1)$, в соответствии с которым по координате ρ составляется сетка $\rho_m = \Delta\rho m$, где M – число узлов координатной сетки по ρ . Уточним основные шаги алгоритма.

Шаг 1. Положить $m = 0$ и по правилу (17) вычислить дискретные значения начального распределения

$$\bar{W}_m = (W_n^m)_N,$$

($W_n^m \equiv W(\rho_m, z_n)$) с использованием выражения

$$\bar{W}_m = \text{IFFT}[\bar{W}_m], \text{ при}$$

$$\begin{aligned} W_n^m &= \tilde{f}(\xi_n)(-i\xi_n + \kappa) \exp[-i\xi_n(z_{\text{max}} + z_A)] - \\ &- \tilde{f}^*(-\xi_n)(i\xi_n + \kappa) \exp[i\xi_n(z_{\text{max}} + z_A)]. \end{aligned} \quad (24)$$

Шаг 2. Определить значения коэффициентов $w_n \equiv w(z_n)$ оконной функции Хэмминга по правилу (16).

Шаг 3. В цикле по $n = 0, 1, \dots, N-1$ для вычисления $\int_{\rho_0}^{\rho_0 + \Delta\rho} Q_B d\rho$ в (18), (19) рассчитать

$$\begin{aligned} \varphi_n^1 &= i\beta_0 \frac{\Delta\rho}{4} \left[\left(\frac{n_\beta^2(x_1, z_n)}{2} - h_1 T''(x_1) \right) + \right. \\ &\left. + \left(\frac{n_\beta^2(x_2, z_n)}{2} - h_2 T''(x_2) \right) \right]; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\varphi_n^2 = i\beta_0 \frac{\Delta\rho}{4} \times$$

$$\times [(n_\beta(x_1, z_n) - h_1 T''(x_1)) + (n_\beta(x_2, z_n) - h_2 T''(x_2))],$$

где $x_{1,2} = \rho_m + \Delta\rho a_{1,2}$.

Шаг 4. В цикле по $n = 0, 1, \dots, N-1$ для (18), (19) рассчитать

$$W_n^{(1)} = w_n W_n^m \exp(\varphi_n^1); \quad W_n^{(2)} = w_n W_n^m \exp(\varphi_n^2). \quad (26)$$

Шаг 5. Выполнить прямые преобразования

$$\bar{W}^{(1)} = \text{FFT}[\bar{W}^{(1)}]; \quad \bar{W}^{(2)} = \text{FFT}[\bar{W}^{(2)}],$$

где $\bar{W}^{(1)} = (W_n^{(1)})_N$; $\bar{W}^{(2)} = (W_n^{(2)})_N$.

Шаг 6. В цикле по $n = 0, 1, \dots, N-1$ для (18), (19) рассчитать

$$W_n^{(1)} = W_n^{(1)} \exp\left(-i\Delta\rho \frac{\xi_n^2}{2\beta_0}\right); \quad (27)$$

$$W_n^{(2)} = W_n^{(2)} \exp\left(i\beta_0 \Delta\rho \left[\sqrt{1 - \xi_n^2/\beta_0^2} - 1\right]\right).$$

Шаг 7. Выполнить обратные преобразования

$$\bar{W}^{(1)} = \text{IFFT}[\bar{W}^{(1)}]; \quad \bar{W}^{(2)} = \text{IFFT}[\bar{W}^{(2)}].$$

Шаг 8. С учетом (20) в цикле по $n = 0, 1, \dots, N-1$ для (18), (19) рассчитать

$$W_n^{m+1} = \begin{cases} w_n W_n^{(1)} \exp(-\varphi_n^1), & |\theta_{n,m+1}| < 15^\circ; \\ w_n W_n^{(2)} \exp(-\varphi_n^2), & |\theta_{n,m+1}| \geq 15^\circ, \end{cases} \quad (28)$$

где $\theta_{n,m+1} = 180^\circ \arctg[(|z_n| - z_A)/\rho_{m+1}]/\pi$.

Шаг 9. Увеличить $m = m + 1$ и проверить условия:

а) если $m < M - 1$, то перейти к шагу 3;

б) если $m = M - 1$, то перейти к следующему шагу.

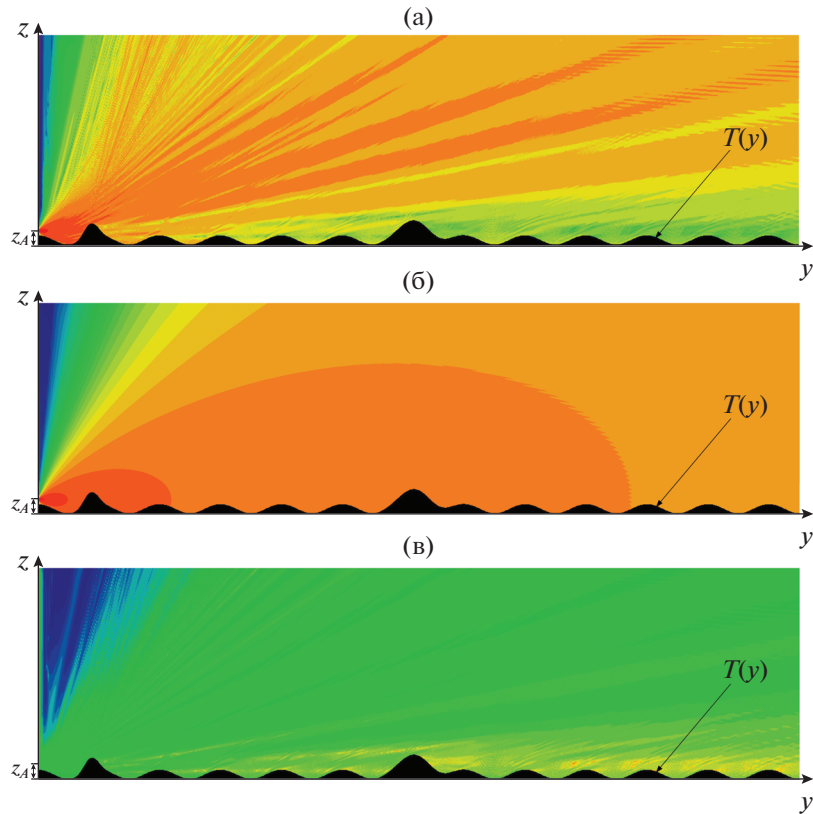


Рис. 2. Результаты расчета для горизонтальной поляризации: а – $20 \lg [W(\rho_m, z_n)]$; б – $20 \lg [W^0(\rho_m, z_n)]$; в – $W_p(\rho_m, z_n)$.

Шаг 10. Выполняя аналогичные шагам 1–9 алгоритма вычисления для заданной сетки, определить распределения $\bar{W}_n^0 = (W_n^{0,m})_N$ ($W_n^{0,m} \equiv W^0(\rho_m, z_n)$).

Шаг 11. Применяя правила аппроксимации кубическими сплайнами [30], из дискретных значений W_n^m и $W_n^{0,m}$ по n сформировать соответствующие гладкие функции $\hat{W}(y_B, z)$ и $\hat{W}^0(y_B, z)$.

Шаг 12. Определить

$$W_p = 20 \lg (\hat{W}^0(y_B, z_B) / \hat{W}(y_B, z_B))$$

и из первого уравнения передачи по правилам, приведенным в [8], вычислить значение ОСШ h_0^2 для линии НПС–БПЛА.

Шаг 13. По правилу (1) оценить $p_{\text{ош}}^*$ и завершить работу алгоритма при выводе результата – $p_{\text{ош}}^*$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проверки работоспособности алгоритма выполним расчет $p_{\text{ош}}^*$ для следующих исходных данных: ЭИИМ_{НПС} = 10 дБВт; $Q_{\text{БПЛА}}$ = –5 дБ/К;

$P_{\text{рч}}^{\text{БПЛА}} = -90$ дБВт; $f = 1$ ГГц; когерентный прием и модуляция BPSK ($E(\rho) = 1 - \text{erf}(\rho\sqrt{2})$ [9]);

$$T(y) = H_1 \exp\left[-\frac{(y - \vartheta_1)^2}{2\theta_1}\right] + H_2 \exp\left[-\frac{(y - \vartheta_2)^2}{2\theta_2}\right] + H_3 \cos^2(\pi y/80),$$

где $H_1 = 5$ м, $H_2 = 7$ м, $H_3 = 3,5$ м, $\vartheta_1 = 70$ м, $\vartheta_2 = 500$ м, $\theta_1 = 70$ м², $\theta_2 = 340$ м²; $z_{\text{max}} = 80$ м; $y_{\text{max}} = 1000$ м; электромагнитные параметры среды распространения: $\epsilon_1(h) = \epsilon_0 + 0.001h$, $\mu_1 = \mu_0$, $\sigma_2 = 10^{-15}$ См/м ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м, $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$ – электрическая и магнитная постоянные); электромагнитные параметры рельефа: $\epsilon_2 = 20\epsilon_0$, $\mu_2 = \mu_0$, $\sigma_2 = 10^{-4}$ См/м; $h_A = 2$ м; $\Delta\rho = 0.1\lambda$; $N = 1024$; $\tilde{f}(\xi) = \exp(-\xi^2 \psi^2/4)$, где $\psi = \sqrt{2 \ln 2} / \left(\beta_0 \sin \frac{\theta_0}{2}\right)$ при $\theta_0 = 15^\circ$ – ширина ДН по половинной мощности [29].

На рис. 2 приведены линии уровня, отражающие результаты расчета $20 \lg [W(\rho_m, z_n)]$,

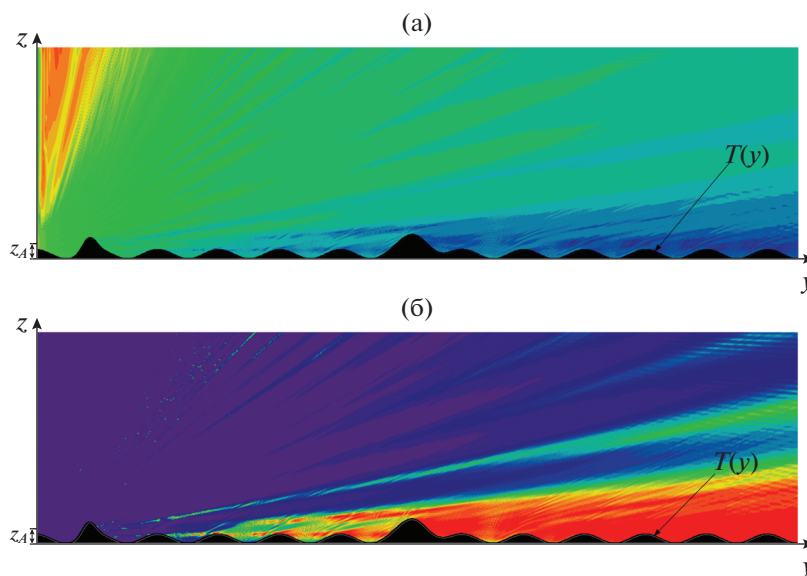


Рис. 3. Результаты расчета для горизонтальной поляризации: а – $h_0^2(\rho_m, z_n)$; б – $\rho_{\text{ош}}^*(\rho_m, z_n)$.

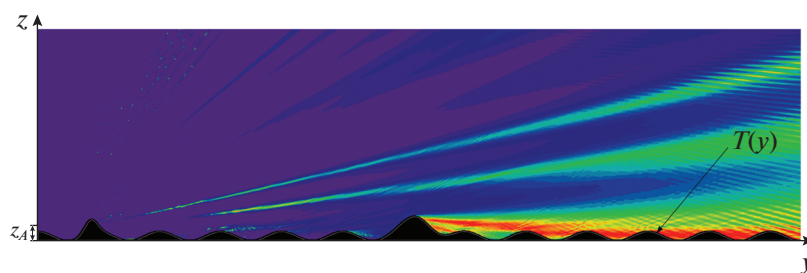


Рис. 4. Результаты расчета $\rho_{\text{ош}}^*(\rho_m, z_n)$ для вертикальной поляризации.

$20 \lg [W^0(\rho_m, z_n)]$, $W_p(\rho_m, z_n)$ для горизонтальной поляризации.

На рис. 3 отражены результаты расчета $h_0^2(\rho_m, z_n)$ и $\rho_{\text{ош}}^*(\rho_m, z_n)$ при предположении о размещении БПЛА в точке ρ_m, z_n для горизонтальной поляризации.

На рис. 4 представлен расчет $\rho_{\text{ош}}^*(\rho_m, z_n)$ при предположении о размещении БПЛА в точке ρ_m, z_n для вертикальной поляризации.

На рис. 5 представлены зависимости $\rho_{\text{ош}}^*$ от высоты БПЛА над рельефом для горизонтальной и вертикальной поляризации при $N = 4096$ и $y_B = \rho_{M-1}$, вычисленные при решении параболического уравнения, соответствующего модели узко- (кривая 1) и широкоугольного (кривая 2) приближения, а также при совместном исследовании узко- и широкоугольного параболических уравнений (кривая 3).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты апостериорных исследований подтверждают работоспособность составленного алгоритмического решения при наглядной демонстрации выходных итоговых и промежуточных результатов расчета. Применение процедур быстрого прямого и обратного преобразований Фурье в разработанном алгоритме позволяют на типовой ЭВМ при реализации процедур распараллеливания вычислительных процессов получать соответствующие графические зависимости за время, не превосходящее одной секунды или измеряемое единицами секунд. Точность алгоритма в отношении расчета $W(\rho, h)$ может быть увеличена при учете отраженной от рельефа волны (множитель $\partial/\partial y + i\beta_0(1 + Q)$ в уравнении (7)) при применении двухпроходного пошагового решения аналогичного исследованиям (12), (13) параболических уравнений [31]. Также результат вычислений для импедансных граничных условий может быть

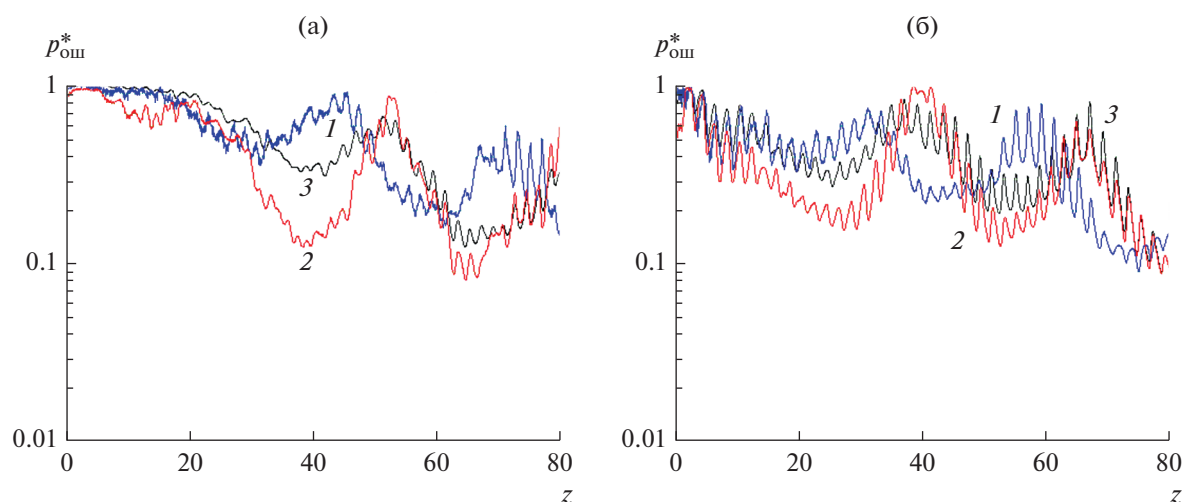


Рис. 5. Зависимость $p_{\text{ош}}^*$ от высоты БПЛА над рельефом при $u_B = \rho_{M-1}$ для горизонтальной (а) и вертикальной (б) поляризации моделей узко- (кривая 1) и широкоугольного (кривая 2) приближения, а также при совместном исследовании узко- и широкоугольного параболических уравнений (кривая 3).

уточнен применением метода смешанного дискретного синусного и косинусного преобразований Фурье в (18), (19) – mixed Fourier slit-step method [23].

Разработанные алгоритмические решения являются универсальным и адекватным инструментом оценки зон гарантированного приема на линии связи НПС–БПЛА и с учетом выделенных алгоритмических особенностей рекомендуются к программной реализации в автоматизированных системах формирования полетных планов с применением геоинформационных систем.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция интеграции беспилотных воздушных судов в единое воздушное пространство Российской Федерации: распоряжение Правительства Российской Федерации от 5 октября 2021 г. № 2806-р.
2. Гетьман М.А., Аралбаев Т.З. // Вестн. Уфим. гос. авиацион. технич. ун-та. 2020. Т. 24. № 4. С. 94.
3. Васильченко А.С., Иванов М.С., Колмыков Г.Н. // Системы управления, связи и безопасности. 2019. № 4. С. 403.
4. Верба В.С. // РЭ. 2022. Т. 67. № 1. С. 68.
5. Куликов Г.В., Тамбовский С.С. // Вестн. МГТУ МИРЭА. 2015. № 1. С. 205.
6. Фокин Г.А. // Труды учеб. заведений связи. 2018. Т. 4. № 4. С. 85.
7. Bing L. // Procedia Computer Sci. 2017. V. 107. P. 550.
8. Khuwaja A.A., Chen Y., Zhao N. et al. // IEEE Commun. Surveys & Tutorials. 2018. V. 20, № 4. P. 2804.
9. Архипов Н.С., Полянский И.С., Яковлев Ю.Н. и др. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24. № 3. С. 70.
10. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
11. Полянский И.С., Сомов А.М., Ключев Д.С. и др. Теория электромагнитного поля и распространение радиоволн. М.: Горячая линия-Телеком, 2023.
12. Попов В.И. // Евразийский союз ученых. 2015. № 11-3(20). С. 107.
13. Тихомиров А.В., Омелянчук Е.В., Семенова А.Ю. и др. // Инженерный вестн. Дона. 2018. № 4. С. 53.
14. Архипов Н.С., Архипов С.Н., Полянский И.С. и др. Методы анализа волноводных линий передачи. М.: Горячая линия-Телеком, 2017.
15. Russer P., Balanis C.F. Electromagnetics, Microwave Circuit and Antenna Design for Communications Engineering. N.Y.: Morgan and Claypool, 2006.
16. Сестрорецкий Б.В. // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Общетеchnическая. 1976. № 2. С. 113.
17. Иванов С.А., Сестрорецкий Б.В., Боголюбов А.Н. // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т. 9. № 3. С. 274.
18. Gaul L., Kogl M., Wagner M. Boundary Element Methods for Engineers and Scientists. Berlin: Springer, 2012.
19. Ильинский А.С., Полянский И.С., Степанов Д.Е. // Вест. Удмурт. ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2021. Т. 31. № 1. С. 3.
20. Полянский И.С. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21. № 3. С. 36.

21. Десятченко Д.В., Коцулевский С.В., Сотников В.О. и др. // Радиотехника. 2020. Т. 84. № 8(15). С. 37.
22. Кирпичникова Н.Я., Попов М.М. // Зап. науч. семинара ПОМИ. 2012. Т. 409. С. 55.
23. Araydin G., Sevgi L. Radio Wave Propagation and Parabolic Equation Modeling. N.Y.: Wiley-IEEE Press, 2018.
24. Xiao-Wei G., Li-Xin G., Ya-Jiao W. et al. // Intern. J. Antennas and Propagation, 2018.
25. Donohue D.J., Kuttler J.R. // IEEE Trans. 2000. V. AP-48. № 2. P. 260.
26. Ахияров В.В. // Радиотехника. 2020. № 5. С. 47.
27. Emerging Problems in the Homogenization of Partial Differential Equations / Eds. by P. Donato, M. Luna-Laynez. Berlin: Springer, 2021.
28. Ахияров В.В. // Журн. радиоэлектроники. 2012. № 1. jre.cplire.ru/jre/jan12/16/text.pdf.
29. Barrios A.E. // IEEE Trans. 1994. V. AP-42. № 1. P. 90.
30. Pitolli F., Sorgentone C., Pellegrino E. // Algorithms. 2022. V. 15. № 2. P. 69.
31. Araydin G., Ozgun O., Kuzuoglu M. et al. // IEEE Trans. 2011. V. GRS-49. № 8. P. 2887.