
**ИСТОРИЯ
НАУКИ**

МИНЕРАЛЬНЫЙ АГРЕГАТ: К ИСТОРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ

© 2022 г. Почетный член Ю. Л. Войтеховский*

*Геологический институт ФИЦ КНЦ РАН, ул. Ферсмана, 14, Апатиты, 184209 Россия***e-mail: woyt@geoksc.apatity.ru*

Поступила в редакцию 28.07.2022 г.

После доработки 05.10.2022 г.

Принята к публикации 12.10.2022 г.

Статья посвящена понятию “минеральный агрегат”. Тема важна потому, что минеральный индивид всегда встречается в составе агрегата, а земная кора сложена минеральными агрегатами, образующими единое пространство. Отсутствие его общей структурной теории – упрек в адрес минералогии и петрографии, подрывающий их статус как фундаментальных дисциплин в системе наук о Земле. Понятие “минеральный агрегат” требует формализации, позволяющей строить математическую теорию. Предложена математическая концепция минерального агрегата (в том числе кристаллической горной породы) как топологического, толерантного, измеримого, метрического, вероятностного и коррелированного пространств. Дано определение структуры, построены классификация и номенклатура структур, намечена теория их перестроек.

Ключевые слова: минеральный агрегат, горная порода, пространство, структура, классификация, номенклатура

DOI: 10.31857/S0869605522060089**ВВЕДЕНИЕ**

“Современная биология поражает своей безыдейностью. <...> Все так называемые “биологические правила” (нередко по недоразумению возводимые в статус закона) пестрят исключениями, и смысл этих правил неясен. Прогнозов они делать не позволяют, запомнить их невозможно. Дальнейшего поля деятельности они не открывают. <...> Биологические сводки неполны и утомительны. Однако, если подойти к делу иначе, весь накопленный в биологии материал может предстать в ином свете, может дать пищу для нетривиальных обобщений и лечь в основу номотетизации биологии. Для этого надо найти дорогу к правилам без исключений. <...> Правило без исключения – это какая–то инварианта, а раз так, мы должны обратиться к проблеме сходства и различия <...>. Иными словами, надо попытаться искать нетривиальные сходства и нетривиальные различия” (Мейен, 2007, с. 306–307).

Минералогия многое позаимствовала у биологии, главным образом “онтогению минералов” как современную методологическую концепцию, стиль последовательного и непротиворечивого мышления о минеральных индивидах и агрегатах – рождающихся, растущих, изменяющихся, записывающих в анатомии информацию о среде и событиях жизни, наконец, умирающих... И если в приведенной цитате заменить “биологию” на “минералогию”, то получим столь же верное описание ситуации. Разработка методологических проблем минералогии и смежных дисциплин в рамках “онтогении минералов” почти прекратилась после ухода из жизни Д.П. Григорьева (1909–

2003), А.Г. Жабина (1934–2007) и Н.П. Юшкина (1936–2012). Укажем пять проблем, на которые следует обратить внимание в первую очередь.

О минеральном индивиде. Важно согласовать в базовых определениях фундаментальную неоднородность минерального индивида, схваченную в пяти (!) “законах анатомии кристаллов” (Григорьев, 1984), и фундаментальную однородность термодинамической фазы. Противоречие между минералогами и физиками показывает статья (Ракин, 2022). Согласование возможно, если в дифференциальных термодинамических уравнениях роста обосновать верхнюю границу приращения объема, отвечающего однородной фазе, а неоднородный минеральный индивид рассмотреть как “интеграл” вдоль его онтогенической Р, Т, С траектории.

О минеральном виде. Необходимо отменить “удобные” правила 50, 33, 25%, “умножающие сущности без надобности”, опустившие “минеральный вид” с фундаментального уровня до операционального, сделавшие его определение противоречивым. Если мы не считаем минералами их синтетические аналоги по причине неестественного происхождения (хотя законы физики и химии в автоклаве – те же, что и в природе), почему признаем их неестественные, не данные природой границы химических составов? (Помню, как Д.П. Григорьев на лекции уподоблял правило 50% “резанью дождевых червей” и риторически вопрошал: “И вот половинки поползли... так вы взяли на себя роль Творца?”). Эти правила поддерживают азарт первооткрывателей и бизнес, но не фундаментальную науку. Выход из ситуации давно указали Дж. Дэна и др. (1837, 1844, рус. 1951, 1953): минеральные серии следует рассматривать как минеральные виды с естественными границами – разрывами смесимости. Этот подход открывает обширное поле деятельности – анализ изменения конфигураций таких минеральных видов в меняющихся Р, Т, С условиях. Ссылка на сложность описания обширных серий (карбонаты, шпинели – Ibid.) не актуальна. Проблема снята современной математикой (теорией графов).

О системе минералогии. Какую систему минералогии мы строим? Постановка вопроса может показаться странной. Строим то, что получается – классификацию, пополняемую минеральными видами, большей частью – кусками минеральных серий (Бонштедт-Куплетская, 1975, с. 15). Отдавая должное виртуозам расшифровки сложных структур и химических составов минералов, заметим, что классификация – простейший способ логического представления системы. По сути, классификация (вслушаемся в слово) – деление целого на части, а не создание целого из частей. Границы классификации непроницаемы по определению, у представителей разных классов – ничего общего. Но ведь после Я. Берцелиуса, приписавшего минералам химические формулы, и “Системы минералогии” Дж. Дэна и др., с 1920-х (широкого применения рентгеновских методов) классификации минералов стоят на двух основаниях – кристаллической структуре и химическом составе. И это открыло возможность представления системы минералогии как пространства толерантности (т. е. частичного сходства), в котором классы пересекаются по предклассам. Теория доступно изложена в книге (Шрейдер, 1971), возможность минералогического приложения – в статье (Смирнова, 1979). А ведь еще есть структуры с отношениями порядка (строгое, не-строгое, квази-). Удержание в сознании минералогического многообразия в форме таких систем требует усилия. Но кто сказал, что оно должно быть легким? Может быть, что-то важное кроется в самой возможности разных представлений системы минералогии? Справедливости ради заметим, что большая часть систем в ботанике, зоологии и минералогии – именно классификации (Linnaei, 1735; Дэна и др., 1950, 1953; Берг, 1955). Редкие исключения: система химических элементов Д.И. Менделеева (1958), сочетающая в себе структуру (строгое упорядочение по заряду ядра, наличие первого H и последнего Og элементов) и классификацию (на периоды и группы по числу оболочек и особенностям строения валентных), и две системы химических составов минералов и горных пород в форме структур (Петров, Краснова, 2010; Криво-

вичев, Чарыкова, 2013), хотя авторы второй и называют ее классификацией. Появление двух последних работ подряд не говорит ли о новом понимании?

О филогении. Кроме онтогении, в минералогии говорят о филогении (Григорьев, 1961, с. 17; Жабин, 1980). Представляется, что в минералогии ее нет. “Но нет ее и выше”, в учении о месторождениях полезных ископаемых (Рундквист, 1968). Понятийная и терминологическая аналогии с биологией здесь проведены формально. Чтобы осознать это, вспомним геккелевское “онтогенез повторяет филогенез” и попытаемся представить, как кристалл кварца в онтогенезе повторяет эволюцию кварцевых формаций в истории Земли. Не получается... Из каких исчезнувших минеральных видов образовались алмаз, мусковит, альмандин, любой другой минеральный вид? Все проще: геологические тела — это совокупности минеральных парагенезисов, устойчивых или неустойчивых в тех или иных Р, Т, С условиях. Логика образования минерального парагенезиса — кристаллизация из расплава, раствора, газа... по законам термодинамики и физической химии. Логика метаморфизма — приведение парагенезисов к новому устойчивому состоянию. Логика эволюции земной коры в целом — круговорот вещества, не более того. Биологический филогенез необратим. Ничего подобного с минералами, парагенезисами и геологическими формациями в истории Земли не было. Полиморфы превращаются друг в друга туда и обратно. Изменчивость минералов по составу и структуре в некотором диапазоне Р, Т, С условий скорее сродни экологической приспособляемости биологических видов. В вопросе о филогении минералогии и геологи переусердствовали, не желая уступать биологам в глубине своего учения.

О минеральном агрегате. В университетских курсах кристаллографии и минералогии сначала преподают знание об индивидах (кристалле и минерале) и только потом — об их агрегатах (закономерных и не закономерных). Но в природе минеральный индивид всегда извлекается из агрегата. Геологические тела разного масштаба и вся земная кора сложены минеральными агрегатами, образующими единое пространство. Не следует ли из этого приоритет “минерального агрегата” перед “минеральным индивидом”? Остановиться на (очевидном, тривиальном, примитивном) представлении о горных породах как агрегатах большого числа минеральных зерен — то же самое, что определить кристалл как скопление большого числа атомов химических элементов, забыть про решетки, правильные системы точек, пространственные и точечные группы симметрии... О минеральных агрегатах (в том числе о горных породах) написано огромное количество текстов. Далее нас в основном интересуют те, в которых сделана попытка определить минеральный агрегат фундаментально, как “замысел природы”. По-видимому, это возможно лишь на границе естественных наук (в нашем случае минералогии и петрографии), математики и философии. Смысловые переключки с последней вынесены в подстрочные примечания.¹

XIX ВЕК

“Агрегация и неопределенный размер индивидов. Индивиды минерального царства отличаются от таковых органической природы среди многих прочих свойств в особенности тем, что свободное и полное образование форм является для них редчайшим

¹ “Некоторые высказывания античной философии удивительно близки высказываниям современного естествознания. А это показывает, как можно далеко пойти, если связать наш обычный опыт, не подкрепленный экспериментом, с неустанным усилием создать логический порядок в опыте и попытаться, исходя из общих принципов, понять его” (Гейзенберг, 1989, с. 39). Это лучший текст о пользе философии, написанный представителем естественных наук. Интересна следующая мысль, показывающая трудность определения понятий в естественных науках: “Позитивистская схема мышления (...) слишком ограничена для описания природы, в котором все же необходимо употреблять слова и понятия, не всегда строго и точно определенные. (...) Абсолютное выполнение требования строгой логической ясности, вероятно, не имеет места ни в одной науке” (там же, с. 46). И все же, о необходимой строгой форме описания природы: “Для физика “вещь в себе”, поскольку он применяет это понятие, в конечном счете есть математическая структура. Однако в противоположность Канту эта структура косвенно выводится из опыта” (там же, с. 50).

случаем, в то время как они подчиняются господствующему закону агрегации и потому обычно образуются в большом количестве друг около друга, друг на друге и один сквозь другого. (...) Отдельные индивиды появляются только в более или менее угнетенных или искалеченных формах, контуры которых определяются совершенно случайными и незакономерными контактными поверхностями, которые большей частью не имеют никакого отношения к тем кристаллическим формам, над созданием которых природа все же, в сущности, трудилась в каждом индивиде. (...) Еще одно отличие полностью образованных индивидов одного и того же минерала от индивидов органического мира состоит в том, что их абсолютный размер не связан ни с каким определенным средним нормальным размером, а колеблется в очень широких границах” (Naumann, 1859, S. 3, здесь и далее пер. авт.).

“Различная степень агрегации. В результате схождения многих индивидов образуются своеобразные агрегационные формы, которые, хотя и отличаются от кристаллических форм, но иногда еще позволяют распознать некоторую закономерность. Первые формы, образованные непосредственно благодаря срастанию индивидов, мы называем агрегационными формами 1-й степени. Но агрегация очень часто повторяется, в результате чего около или на ранее образованном агрегате формируются 2-й, 3-й, 4-й и т. д., при повторном составлении которых возникают агрегационные формы 2-й степени, ближайшими элементами которых являются не индивиды, а агрегаты 1-й степени. В результате еще одного повторения агрегации агрегаты 2-й степени могут быть снова объединены в агрегаты, которые, следовательно, могли бы быть названы таковыми 3-й степени” (Ibid., S. 170). Эти рассуждения принял и привел в своем учебнике Н.И. Кокшаров (1863, с. 6–7). Уже в наше время отечественному читателю их возвратил из небытия Н.П. Юшкин (1984).

“Классификация и номенклатура горных пород. Петрология до сих пор не выработала никакой философской классификации горных пород. Далее, легко видеть, что не может быть создана никакая классификация, которая обладала бы определенностью и точностью, найденными в некоторых других областях науки. Математически точные законы химии и физики, которые придают индивидуальность минеральным видам, не помогают нам в работе со сложными минеральными агрегатами и какой-то фундаментальный принцип (...) еще должен быть найден в петрологии. Горные породы различных типов часто связаны непрерывными переходами, так что никакая искусственная классификация с резкими разделительными границами не может истинно представлять факты природы (фраза лукавая: все классификации по определению имеют резкие разделительные границы; надо искать естественные, а не строить искусственные классификации; бессмысленно говорить о непрерывных переходах между типами горных пород, не определив для них математически категорию структуры – Ю.В.). На сегодня, следовательно, наилучшей систематикой является та, которая объединяет, насколько это возможно ради удобства описания, горные породы с общими свойствами, в первую очередь имея в виду те свойства, которые наиболее прямо зависят от важных генетических условий. Используемая ниже систематика должна рассматриваться как одно из соглашений, а не как принцип” (Harker, 1908, p. 20). Заметим, что далее излагается вполне современная классификация горных пород на абиссальные, гипабиссальные, вулканические, осадочные – с дальнейшим делением по химическому и минеральному составу и структуре, и метаморфические – с делением по типу метаморфизма.

Из приведенных цитат ясно, что классики минералогии и петрографии XIX века настойчиво искали общую структурную (до-генетическую) концепцию минерального агрегата, в том числе горной породы, на границе натурфилософии и точного знания. К.Ф. Науманн и Н.И. Кокшаров видели нетривиальное содержание в “законе агрегации”. Для минеральных индивидов это своего рода “закон тяготения”, недостает лишь подобающего математического выражения. Об этом сожалеет и А. Харкер, ведь

генетическая систематика — лишь удобное соглашение, а не желаемая “философская классификация”. Для непрерывного многообразия горных пород (сложных минеральных агрегатов) он утверждает невозможность естественной классификации, которая только и может “истинно представлять факты природы”. Далее мы решим эту “проблему Харкера”, корректно определив “непрерывность многообразия” и “структуры”, адекватные “типам” горных пород.

Заметим важную историческую деталь. В середине XIX века минералогия и петрография в идейных поисках не отставали от кристаллографии. Но перечисления 14 решеток М.Л. Франкенгеймом в 1835 г. (нестрогое) и О. Браве в 1850 г. (строгое), 32 точечных групп симметрии О. Браве в 1849 г. (неполное) и А.В. Гадолиным в 1867 г. (полное), 65 пространственных групп симметрии (без плоскостей скользящего отражения и инверсий) Л. Зонке в 1879 г. вывели ее вперед. А вывод 230 пространственных групп симметрии Е.С. Федоровым в 1890 г. и А. Шенфлисом в 1891 г., открытие дифракции рентгеновских лучей на кристаллах М. Лауэ в 1912 г., расшифровки У.Г. и У.Л. Брэггами в 1913 г. лучей кристаллических структур и введение рентгеновских методов в повседневную практику вывели кристаллографию на принципиально новый уровень понимания кристаллического пространства.

А что же минералогия и петрография? Очарование структурной кристаллографии, поиски аналогичной периодичности в горных породах с тех пор и доныне (Плюшев, 1976; Бродская, Марин, 1979; Бродская и др., 1991) при невозможности заглянуть в них (отсутствие неразрушающих физических методов и проблема стереологической реконструкции²) мешают поиску иных теоретических концепций минерального агрегата. В связи с этим заметим, что природа, найдя оптимальную форму, может использовать ее в разных масштабах (спирали в структурах ДНК и РНК, кристаллов, растений; полиэдрические формы в структурах икосаэдрических вирусов, углеродных фуллеренов, скелетов радиолярий, пыльцы растений...). Но в общем плане строения вещества на разных уровнях иерархии она не повторяется. Для минеральных агрегатов (в т. ч. и главным образом для горных пород) следует искать свои фундаментальные принципы и иную математику.

XX ВЕК

Констатируем, что представления Д.П. Григорьева и А.Г. Жабина о минеральных агрегатах оторваны от предшественников и отталкиваются от очевидного. “Объектами генетической минералогии следует считать как виды и их совокупности — парагенезисы минералов, так и индивиды минералов и их совокупности — агрегаты минералов” (Григорьев, 1961, с. 17). В главе “О деформации индивидов при деформации агрегатов” находим замечание о масштабах минеральных агрегатов: “Составляемые минералами агрегаты являются самостоятельными геологическими объектами разно-

² Не следует думать, что проблема стереологической реконструкции сугубо математическая. Вот что пишет философ, как будто специально для петрографов о наблюдении горных пород в прозрачных шлифах: “На свете есть многое, из чего нам дано ровно столько, сколько необходимо, чтобы мы догадались: это, по сути, надежно укрыто от наших глаз. Чтобы это понять, не надо прибегать к каким-то высоким абстракциям. Все, чему свойственна глубина, имеет единую основу. Так, материальные предметы, которые мы можем явственно наблюдать, осязать, обладают третьим измерением, иначе говоря, глубиной, неким внутренним пространством. Но как раз это третье измерение — и невидимо, и неосязуемо. Конечно, на поверхности подобных предметов мы можем распознать кое-какие слабые, робкие намеки на то, что находится внутри, но это “внутри” никогда не сможет выбраться наружу, стать явным точно в такой же мере, как чисто внешние стороны предметов. Напрасный труд — пытаться нарезать третье измерение на тонкие слои поверхностей. Как бы тонко мы ни резали — слои всегда будут сохранять некоторую толщину, иначе говоря, глубину, невидимое, неосязуемое внутреннее пространство. Если же мы получим абсолютно прозрачные для взгляда — мы просто-напросто вообще перестанем видеть что бы то ни было и не заметим ни глубины, ни поверхности. Перед нами предстанет прозрачность как таковая, или ничто. Ибо если глубина нуждается в поверхности, за которой можно было бы укрыться, спрятаться, то и поверхность, в свою очередь, также нуждается в глубине, чтобы можно было над чем-либо простираться, что-либо собой прикрывать” (Ортега-и-Гассет, 2016, с. 60).

го масштаба (конкреции, жилы, дайки, пласты, батолиты и т. п.)” (там же, с. 159). В главе “Генезис минеральных агрегатов” находим еще один акцент: “Формирование непосредственно агрегатов происходит лишь с того момента, когда растущие индивиды приходят в соприкосновение друг с другом, что уже отвечает групповому росту – образованию агрегата ⟨...⟩. Для обозначения агрегатов донныне используются старинные термины времен А.Г. Вернера и В.М. Севергина” (там же, с. 222). Итак, минеральный агрегат – срастание минеральных зерен.

Во “Введении” к монографии (Григорьев, Жабин, 1975) о минеральном агрегате повторены те же мысли. Более строгие определения находим в книге (Жабин, 1979, с. 12–13): “Агрегат минеральный – ⟨...⟩ скопление индивидов, не обладающее при идеальном развитии четкими признаками симметричных фигур. ⟨...⟩. Структура минерального агрегата – характеристика объемного строения, обусловленная формой, размерами и способом соединения минеральных индивидов. ⟨...⟩ Текстура минерального агрегата – характеристика объемного строения, обусловленная формой, размерами и способом соединения различающихся по составу или какому-либо структурному признаку более простых агрегатов”. (Здесь была бы уместна ссылка на “агрегационные формы” К.Ф. Науманна.) Достигнутая строгость Д.П. Григорьева не устроила, что и побудило к написанию специальной статьи. Действительно, что значит “идеальное развитие скопления индивидов”? Это нонсенс, ведь контактные поверхности индивидов в агрегате отрицают их идеальную форму (перечтем К.Ф. Науманна). А если речь идет о макроформе минерального агрегата, то ее идеал не определен. “Минеральный агрегат – природное тело, сложенное из минералов, т.е. кристаллов, получившее естественно форму и величину, состав и строение в ходе единого процесса кристаллизации от момента зарождения тела и до завершения роста при сопутствующих и последующих явлениях частичного его преобразования, но с сохранением непрерывности тела. Образование агрегата начинается, когда растущие по отдельности минералы приходят в соприкосновение друг с другом” (Григорьев, 1985, с. 506).

Е.П. Макагонов (1979, 1988) внес в систему определений иерархию “минеральный индивид – сросток минеральных индивидов – минеральный агрегат”: “Сростки минеральных индивидов составляют вполне определенный автономный уровень в единой иерархии геологических образований. В этой иерархии они занимают такое же место между минералами и горными породами, как молекулы между атомами и кристаллами” (Макагонов, 1988, с. 4). “Отметим также (по поводу определения Д.П. Григорьева – Ю.В.), что и песок относится к агрегатам, но термин “срастание” в этом случае неприменим. ⟨...⟩ Агрегат определим как совокупность минеральных индивидов, обладающую признаками сред ⟨...⟩, т.е. по отношению к отдельным минералам бесконечные, делимые на отдельные минеральные индивиды, однородные и не имеющие определенной формы материальные образования. Наиболее характерными агрегатами будут горные породы. Сростки минеральных индивидов составляют область перехода между минеральными индивидами и агрегатами минеральных индивидов. Сростки будем отличать от минеральных индивидов, как только сможем выделить по крайней мере два индивида. Агрегаты от сростков будем отличать, как только сможем выделить трансляционные компоненты по трем некомпланарным направлениям с каким-либо подобием, т.е. установим признаки сред в этой тройке направлений” (там же, с. 7–8).

Важный нюанс добавляет рассмотрение “структуры Коксетера”. В мономинеральных агрегатах (горных породах) требование минимизации свободной энергии межзерновых контактов в результате перекристаллизации приводит к тому, что минеральные зерна приобретают криволинейные грани и ребра ради достижения странных средних характеристик: 13.56... граней, 34.69... ребер, 23.13... вершин (Сохетер, 1958; Жабин, 1979, с. 40–61). Здесь системное требование минерального агрегата преобладает над стремлением каждого минерального индивида принять форму плоскогранного много-

гранника. В полиминеральных агрегатах структура Коксетера невозможна. По-видимому, здесь возможны лишь локальные кубооктаэдрические (14 граней, 36 ребер, 24 вершины) координации минеральных зерен.

Высокая энергетика межзерновых границ оправдывает подход Р.Л. Бродской (1988) к анализу горных пород с физической точки зрения. Действительно, структура горной породы формируется в физическом процессе. Контактное взаимодействие минеральных зерен можно было бы даже уподобить столкновению молекул в расплаве или жидкости с энергией, равной свободной энергии контакта. С той “лишь” разницей, что в горной породе минеральный индивид “сталкивается” сразу с несколькими соседями, причем с каждым — со своей энергией взаимодействия. Ее сложная и многопараметрическая зависимость от видов срастающихся минеральных индивидов, взаимных ориентаций кристаллических решеток, наличия или отсутствия третьей фазы (жидкости, газа) в зоне контакта и т. д. приведут к характеристике типа средней удельной энергии контакта двух индивидов таких-то минеральных видов. А далее возникнет проблема стереологической реконструкции площади контакта по его наблюдениям в петрографическом шлифе. Даже если этот подход в перспективе войдет в практику, он приведет к еще одному непрерывному многообразию горных пород без естественных разделительных границ (о чем говорил А. Харкер), на этот раз — в отношении энергетике межзерновых контактов. Так или иначе, рассуждение идет в рамках представлений об идиоморфизме—ксеноморфизме (по Г. Розенбушу) и не ведет к понятию минерального агрегата как “замысла природы”, а также к строгому определению и классификации “петрографических структур”.

В приведенных определениях схвачены обобщенные представления авторов о весьма разных минеральных агрегатах, но не понятие “минеральный агрегат”. Оно еще должно вырасти из эмпирических представлений. Попробуем вынести за скобки методологические трюизмы и приблизиться к нему. Начнем с определения Д.П. Григорьева (1985). “Агрегат” (лат. *aggregatus* — соединенный, собранный) — емкое слово. “Минеральный агрегат — (...) тело, сложенное из минералов” — это не более, чем перевод с латыни на русский, ничего не добавляющий в определение по сути. “Природное тело” указывает на то, что синтетических аналогов (как и для минеральных индивидов) мы не подразумеваем. Этот нюанс мы как раз можем иметь в виду и вынести за скобки. “Тело, сложенное из минералов, т.е. кристаллов”. Эта фраза неудачна. Лучше сказать “сложенное из минеральных индивидов”, т.к. ранее в “онтогении минералов” определено, что минеральные индивиды по структуре кристалличны, а по внешней форме могут быть ограниченными (кристаллами) или неограниченными (зернами). “Тело, (...) получившее естественно форму и величину, состав и строение (...) с сохранением непрерывности”. Слово “естественно” лишнее, т. к. еще раз указывает на природность минерального агрегата. Далее — тоже лишнее, но по другой причине. В любой материалистической философии природное является человеку в атрибутах протяжения или мышления. Если в первом, то форма и величина, состав и строение приданы телу по определению и говорить о них без конкретизации незачем.³ Окончание фразы “с сохранением непрерывности” важно. Но “непрерывность” лучше заменить на “связность” (имея в виду естественную пористость горных пород), а ее погрузить в термин “агрегат”.

Наконец, фраза “в ходе единого процесса кристаллизации от момента зарождения тела и до завершения роста при сопутствующих и последующих явлениях частичного его преобразования” определяет генетические моменты и неуместна в определении минерального агрегата как такового, по сути наличных элементов и отношений. Рас-

³ “Протяжение и составляет один из двух атрибутов бесконечной субстанции, потому что без этого свойства нельзя мыслить, нельзя представить себе ни одной конечной вещи, ни одного предмета окружающей природы” (Спиноза, 1957, с. 27). “... Из всех этих бесконечных субстанций до сих пор нам известны лишь две по их собственной сущности, а именно: мышление и протяжение” (там же, с. 104).

шифровка истории (что за чем), эволюции (что из чего), причин и следствий (что из-за чего), генезиса (механизмов образования) и т.д. — самостоятельные методологии, опирающиеся на структурную, но начинающиеся на шаг позднее.⁴ Добавление их в первое определение феномена уже привело к засорению петрографии многими “кентаврами” типа “лепидогранобластовой” структуры.

Определение Е.П. Макагонова (1988) привносит ценное представление о минеральном агрегате как потенциально бесконечной среде без определенной (внутренним императивом) формы. Как будет показано, это естественное и нужное представление. Важно указание, что “песок относится к агрегатам”, т. е. минеральный агрегат не обязательно литифицирован, достаточно топологической связности. Требование однородности и трехмерной упорядоченности не обосновано, это рецидив кристаллографии. А наличие трансляций, строго говоря, сразу делает минеральный агрегат (как и минеральный индивид в теории) бесконечным. И тогда остается отнести все конечные (суб)агрегаты к сросткам. Неудачно уподобление минерального сростка молекуле. Как известно, она — минимальный носитель физических свойств вещества. А развес сросток двух–трех минеральных зерен передает модальный состав и строение (структуру и текстуру — как бы их ни понимать) полиминеральной горной породы? В иерархию “минеральный индивид — сросток минеральных индивидов — минеральный агрегат” Е.П. Макагонов не вносит генезиса, что правильно.

Что же осталось от рассмотренных определений? Лишь то, что “минеральный агрегат — это агрегат минеральных индивидов”. На первый взгляд — тавтология. Да, но “тавтология существования и понимания”,⁵ которая указывает на фундаментальные элементы (минеральные индивиды разных видов, коих в системе минералогии почти 6 тысяч) и отношения агрегации (в пространственном и межвидовом аспектах). Далее мы укажем математическую конструкцию, которая позволит перейти от этого определения к содержательному понятию.

МАЛЫЕ И БОЛЬШИЕ, ДИНАМИЧНЫЕ И СТАТИЧНЫЕ МИНЕРАЛЬНЫЕ АГРЕГАТЫ

Следует задуматься о пространстве и времени минерального агрегата, но не в смысле телесного выражения его онтогенеза (Жабин и др., 1994)⁶ и не ради поиска естественных границ в огромном пространственно–временном масштабе (Ракин, 2022), а чтобы осознать, какого понимания минерального агрегата мы хотим.⁷

⁴ “Смысл и дух процесса составляет внутренняя связь, необходимое соотношение этих образований, к которому последовательность ничего не прибавляет. Требуется познать всеобщий закон этой последовательности формаций, не прибегая к форме истории, — вот что существенно, вот что разумно и единственно интересно для понятия; надо познать в данной последовательности черты понятия. (...) Внутренняя связь существует в настоящем как рядоположность; и она должна зависеть от свойств, от содержания самих этих образований. (...) Весь интерес заключается в том, что существует налицо в этой системе различных образований” (Гегель, 1975, с. 372–373). М. Бунге (2010) замечает, что по мере становления физической теории в сознании ученого разные методологии сложно переплетаются.

⁵ “Со времен Декарта и Канта это называется тавтологиями существования и понимания. Они логикоподобны и в то же время не являются в точности тем, что в логике называется тавтологиями, потому что в них имплицитно содержится некоторый материальный принцип. Содержится потому, что всегда оставлено место для существования” (Мамардашвили, 2002, с. 116).

⁶ В вопросе о квантовании авторы не ссылаются на древних атомистов. А ведь Аристотель говорит: “Взгляд, что и величина, и время, и движение состоят из неделимых единиц, принадлежит одному и тому же учению” (Материалисты..., 1955, с. 71).

⁷ По И. Канту, мы понимаем в природе ровно то, что допускаем в свое понимание. “Что законы явлений в природе должны сообразоваться с рассудком и его априорной формой, т. е. с его способностью соединять многообразие вообще, — это не более странно, чем то, что сами явления должны сообразоваться с априорной формой чувственного наглядного представления. В самом деле, законы существуют не в явлениях, а только в отношении к субъекту, которому принадлежат явления, точно так же, как и сами явления существуют не в себе, а только в отношении к тому же субъекту...” (Кант, 1999, с. 169).

Минеральный агрегат начинается с контактирования двух минеральных индивидов, для которых обоснован нижний предел в 10 нм (там же). Еще Архимед установил верхний предел, мысленно засыпав мир песком до сферы неподвижных звезд.⁸ Сегодня мы легко отодвигаем эту сферу в актуальную бесконечность. Чтобы засыпать ее песком, понадобится счетная бесконечность числа песчинок. Впрочем, это наименьшая из бесконечностей, алеф-0 по Г. Кантору (1985). И это очень важное представление. Пока оно выглядит как возможность, далее мы покажем его необходимость. Заметим, что столько же ячеек О. Браве нужно, чтобы заполнить ими кристаллическое пространство грань к грани по Р.Ж. Гаюи. Но здесь бесконечность следует из наличия трансляций в фундаментальной теории Е.С. Федорова–А. Шенфлиса.

Некоторая сложность состоит в том, как понимать контакт минеральных индивидов в минеральном агрегате. Чаще всего в определениях и рассуждениях под минеральным агрегатом понимается минеральный сросток. И профессиональное мышление тут же подсказывает вопросы: закономерный или незакономерный, есть ли индукционные поверхности, каковы символы ступенек по У. Миллеру? Особенности малых (по числу индивидов) агрегатов схвачены терминами: друзы, щетки, жеоды, секретиции, конкреции, оолиты, сферолиты, сталактиты, сталагмиты... При этом мы понимаем, что друзы – разные, жеоды – тоже разные... Это “сумеречная зона” в иерархии минеральных агрегатов на переходе от минеральных индивидов к горным породам.

В кристаллических горных породах кристаллографическое содержание межзерновых контактов уходит на второй план, а для рыхлых (песка) говорить о нем вообще не приходится. (Замечание Е.П. Макагонова для общего представления важно.) На первый план здесь выходит степень идиоморфизма минералов, обычно обращаемая в последовательность кристаллизации по Г. Розенбушу. И постепенно вступает в права статистический взгляд: шуф надо отбирать “достаточно большой”, “в общем” один минерал более идиоморфен, чем другой или “в целом” оба идиоморфны (хотя ясно, что в этом случае пространство не заполнить – вспомним о параллелоэдрах Е. С. Федорова) и т.д. То есть, термины “структура и текстура” отражают статистические инварианты горной породы. Рисунок межзерновых границ информативен как ее системная характеристика.

Говоря о времени, воспользуемся примером из кристаллографии. Атомы колеблются около точек равновесия, образующих правильные системы и решетки – фундаментальные математические концепты кристаллографии. Периоды колебаний и расстояния между узлами решеток столь удачно согласованы природой с длиной волны рентгеновского излучения, что последнее стало методом изучения кристаллов. В горной породе межзерновые границы тоже совершают колебания, но в течение сотен тысяч и миллионов лет, минимизируя ее свободную энергию после достижения химического равновесия. Буквальная аналогия с кристаллом нас не устроит. Нам некогда ждать термодинамически равновесной конфигурации межзерновых границ. Для любого минерального агрегата описание структуры должно быть дано “здесь и сейчас”,⁹ а не в гипотетическом равновесном состоянии (если оно вообще достижимо, ведь условия пребывания минерального агрегата в естественном залегании постоянно меняются). Алгоритм ее определения должен быть правилом без исключений, а результат – воспроизводимым инвариантом. Заметим, что мгновенная картина электронной плотности в кристалле была бы столь неупорядоченной, что не дала бы оснований для струк-

⁸ “Есть люди, думающие, что число песчинок бесконечно. Я не говорю о песке в окрестностях Сиракуз и других местах Сицилии, но о всем его количестве как в странах населенных, так и необитаемых. (...) Есть числа, превышающие число песчинок, которые можно вместить не только в пространстве, равном объему Земли. (...) Число песчинок, заключающихся в шаре неподвижных звезд, предполагаемом Аристархом, будет меньше тысячи мириад чисел “восьмых” (10^{63} – Ю.В.). (...) Сказанное мною покажется, конечно, невероятным многим из тех, кто не изучал математики” (Архимед, 1932).

⁹ Нам видится здесь Da–Sein, т. е. активно обсуждаемое здесь–бытие (Хайдеггер, Финк, 2010, и др.).

турной кристаллографии. То есть, структурный анализ минеральных агрегатов (в том числе и в особенности горных пород) и кристаллов – совершенно разные темы.

МИНЕРАЛЬНЫЙ АГРЕГАТ КАК МНОЖЕСТВО И ПРОСТРАНСТВО

После рассмотрения определений минерального агрегата можно сделать вывод: все они суть эмпирические обобщения, не выходящие за пределы зримого восприятия действительности. И здесь нам снова поможет аналогия. Теория кристаллографии стала быстро развиваться благодаря Г. Делафоссу, М.Л. Франкенгейму (1835) и О. Браве (1850), заменившим физические “полиэдрические молекулы” (спайные выколки) Р.Ж. Гаюи математическими точками, образовавшими решетки.¹⁰ Фактически это увело кристаллографию в мир геометрических абстракций. Но сегодня они прекрасно сочетаются с физикой, т.е. реальными химическими элементами, заселяющими в кристаллах свои позиции. В описании минеральных агрегатов наступил момент, когда нужно ввести в рассмотрение математические конструкции, на языке которых только и можно перейти от зримого минералогического представления к понятию. Далее приводится цепочка таких конструкций “от абстрактного к конкретному”. За строгими определениями отсылаем читателя к учебникам или нашей работе (Войтеховский, 2011).

Множество. Это самый абстрактный уровень рассмотрения минерального агрегата. Здесь следует определить, что мы считаем его “атомами”. По общему мнению, это минеральные зерна (т.е. не их части и не субагрегаты).¹¹ Но как быть с замкнутыми порами, фосс依лиями в осадочных горных породах? Кроме того, при больших увеличениях микроскопа на контактах двух, чаще трех минеральных зерен видны мелкие новообразования. Так соприкасаются ли минеральные зерна в агрегате?¹² Этот вопрос лучше изучен металлургами в перекристаллизованных металлах и сплавах. Итак, в самом начале описания минерального агрегата мы должны позволить себе установить: то, что мы видим – это и есть минеральный агрегат в его полноте, с однозначно определяемыми видовой принадлежностью каждого зерна и межзерновыми контактами. Сказанное почти очевидно, но его важно акцентировать. Множество с определенными межэлементными отношениями – это пространство.

Топологическое пространство. Эта конструкция была придумана математиками, чтобы обосновать понятие непрерывности и понять устройство прямой, плоскости, пространства... Но общее определение применимо к любому множеству. На этом уровне важно определить, какие теоретико-множественные манипуляции с минеральными зернами разрешены в пределах минерального агрегата.¹³ Важно, что на любом множестве можно задать две крайние топологии – примитивную (тривиальную) и дискретную. Первая – когда множество (минеральный агрегат) берется целиком, без выделе-

¹⁰ Р. Ж. Гаюи не мог объяснить сжимаемость кристаллов, сложенных из жестких кирпичей. Переход к пространственным решеткам, около узлов которых колеблются атомы, сразу все объяснил. Это очень напоминает смену парадигм о строении материи, когда Левкипп, Демокрит и Эпикур предложили жесткие атомы и пустоту после Протагора и Ксенофана, пустоту отрицавших.

¹¹ Об “атомах” Левкиппа и Демокрита нам сообщает Тит Лукреций Кар, изложивший философию их последователя Эпикура в поэме “О природе вещей”. “Существуют такие тела, что и плотны и вечны: // Это – вещей семена и начала в учении нашем” (Лукреций, с. 43).

¹² “Слово “соприкосновение” Демокрит употреблял не в собственном смысле, когда он говорил, что атомы соприкасаются друг с другом. Но атомы лишь находятся вблизи друг от друга и незначительно отстоят друг от друга, и вот это он называет соприкосновением. Ибо он учит, что пустотою атомы разделяются совершенно” (Материалисты..., 1955, с. 57).

¹³ Греческие атомисты подумали и об этом. “Анаксагора теперь мы рассмотрим “гомеомерию”... // Как ее греки зовут; а нам передать это слово // Не позволяет язык и наречия нашего скудость, // Но тем не менее суть его выразить вовсе не трудно. // Прежде всего, говоря о гомеомерии предметов, // Он разумеет под ней, что из крошечных и из мельчайших (...) крупниц золотых, полагает он, вырасти может // Золото, да и земля из земель небольших получиться. (...) Но пустоты никакой допускать он в вещах не согласен, // Да и дроблению тел никакого предела не ставит” (Лукреций, с. 55). Гомеомерии – способы образования огня, земли, воды и воздуха из элементов по преимуществу одного вида. Лукреций критикует Анаксагора, т.к. Левкипп, Демокрит и Эпикур пошли дальше, допустив бесконечно разнообразные (по форме, ориентации и порядку) сочетания атомов. Им “оставалось” строже определить принципы сочетаний – и вот вам современная концепция топологического пространства...

ния каких-либо частей. Это именно то, что геолог называет терминами “штуф”, “образец”, “проба”... Вторая — множество всех подмножеств исходного множества (булеан). В этом случае минеральные индивиды образуют “базу топологии”. Булеан является “алгеброй”, она встретится нам далее. Замечательно, что эти конструкции минералоги уже используют, того не подозревая. Когда определяют минералы под микроскопом — работают в базе топологии. Если объединяют минеральные зерна в ассоциации (парагенетические, мономинеральные — любые) — работают в топологии. Заметим, что булеан счетного множества имеет мощность континуума (алеф-1 по Г. Кантору). Вот какая мощная структура лежит в основании теоретической (математической) петрографии. Но остается вопрос: можно ли определить для минеральных агрегатов содержательную топологию в зазоре между примитивной и дискретной?

Нам известны три автора, искавших в этом направлении. “Сущность проблемы, по-видимому, состоит в том, чтобы обнаружить такие математические структуры и алгебры, которые были бы изоморфны геологическим системам, т. е. позволили бы их описывать на математическом языке” (Косыгин, Соловьев, 1969, с. 16). “Фактом является отсутствие в настоящее время достаточно мотивированного и конструктивного общего определения понятия горной породы. <...> Классическая трактовка горной породы как природного минерального агрегата <...> может считаться системно состоятельной. (Увы, не может. Не ясно, как из минеральных зерен формируется горная порода — система со структурой. Ведь последняя еще не определена. — Ю.В.) Но без дополнительной расшифровки она мало конструктивна... <...> Формулировку общей модели происхождения горной породы, по-видимому, будет целесообразно связать прямо с выяснением стержневого вопроса о том, что же в принципе необходимо и достаточно, чтобы могла появиться горная порода любого существующего типа (не в смысле механизмов и условий образования, а как феномен — Ю.В.). Весьма конструктивной в этом смысле представляется обобщенная модель воспроизведения” (Белосов, 1987, с. 2, 3, 7).

Если мы верно угадали конструкцию “пространство с дискретной топологией”, то она позволяет объяснить отсутствие правильных форм для геологических тел. Из 230 пространственных групп симметрии для кристаллических структур строго выводятся 32 точечные группы для внешних форм кристаллов. Для горных пород такой строгой определенности нет. Их дискретная топология лабильна и допускает любую внешнюю форму, предоставляемую средой (трещины для жил и даек, зоны отслоения для силлов и лакколитов, и т. д.).

Пространство толерантности. В любой системе первичны элементы. Но в общей теории систем обосновано, что при данном множестве элементов специфику и сложность системы определяют межэлементные отношения. В минеральных агрегатах фундаментальных отношений два (с отрицаниями — четыре): логическое (принадлежать/не принадлежать одному виду) и пространственное (контактировать/не контактировать). С точки зрения логических свойств (рефлексивности, симметричности, транзитивности, их отрицаний и композиций) отношение “принадлежать к одному виду” — эквивалентность и разбивает (классифицирует) минеральный агрегат на мономинеральные ассоциации. Это очевидно. Отношение “не контактировать” — толерантность и определяет минеральный агрегат как пространство толерантности. Это не очевидно и не тривиально (Шрейдер, 1971). В отечественной геологии об этом писал только Ф.А. Усманов (1977).

Строго говоря, отношение “не контактировать” содержит две возможности: “не контактировать разным зернам” и “не контактировать с собой”. Первое определено выше как толерантность. Второе — эквивалентность (рефлексивно, симметрично и транзитивно) и ведет к классификации (разбиению) минерального агрегата на минеральные зерна. В пространстве толерантности пряталась классификация как ее частный случай! Эти нюансы понимания были важны греческим атомистам, затем И. Канту и Г. Гегелю, некоторым минерологам XIX в. С XX в. естественные науки оставили такого рода понимание предметов и устремились к научному (приборному) знанию.

Измеримое пространство. Меры как вещественные, неотрицательные, монотонные и аддитивные функции задаются на элементах множества. В основании меры лежит

конструкция, обозначенная выше как алгебра. Уже поэтому нам без нее не обойтись. Для минеральных агрегатов меры применялись всегда: объемные и весовые доли разных минералов в штуфах, площади сечений разных минералов в шлифах. Возможны не столь очевидные меры, а также полумеры (например, статистическая энтропия со свойством полуаддитивности, при этом термодинамическая энтропия – мера). Не всякая характеристика есть мера вопреки употреблению слова “измерять”. Температура тела – не мера, хотя мы ее измеряем (не соблюдена аддитивность).

Метрическое пространство. Метрика – синоним расстояния. Три аксиомы метрики (неразрывность, симметричность и “неравенство треугольника”) известны из школьного курса. Но определять расстояния между минеральными индивидами в агрегате – совсем не то, что определять евклидово расстояние между точками. Между тем, подтасовка имеет место во всех автоматических анализаторах структур – зерно заменяется некоторой точкой внутри него (центром тяжести, точкой начала роста). Пример корректной метрики – минимальное число бинарных границ на непрерывном пути из одного зерна в другое. Легко видеть, что кратчайшее расстояние бывает не единственным. Эта метрика использована автором при поисках периодичности минеральных зерен в норитах и габбро-норитах Федорово-Панских тундр на Кольском п-ове, показавших ее (в строгом смысле) отсутствие. Минимаксная метрика Ф. Хаусдорфа позволяет определять расстояния между субагрегатами и даже несвязными ассоциациями минеральных индивидов. Метрики можно задать через меры, например, мера объединения минус мера пересечения субагрегатов (здесь под мерой можно понимать число зерен в субагрегате, его объем, площадь в шлифе...). В этом случае метрика определена, а кратчайший путь из одного субагрегата в другой указать нельзя.¹⁴ Геометрия минерального агрегата с разными метриками – огромное поле исследований. Заметим, что минеральные зерна в агрегатах контактируют вполне определенно: по два (по поверхности), три (по ребру) и четыре (в точке) (Салтыков, 1970; Вернон, 1980). Только для них все кратчайшие пути между индивидами лежат в агрегате. В комбинаторной геометрии они называются выпуклыми (Грюнбаум, 1971). Ими исчерпывается список элементарных (с диаметром 1) сростков. Пожалуй, они претендуют на статус фундаментальных по Е.П. Макагонову.

Вероятностное пространство. Когда мы смотрим на минеральный агрегат (особенно на горную породу) в естественном залегании, то вполне понимаем, что в его формировании на фоне закономерностей разного порядка сыграл свою роль и случай.¹⁵ И тогда все в этой системе – наличие минерального зерна данного вида в этой точке пространства, минеральных зерен именно этих видов на данном контакте – можно рассматривать с некоторой вероятностью. Здесь работает “пространственно распределенная случайная функция”, также известная в статистике под именем “индикаторов”.

Коррелированное пространство. Взяв ту или иную метрику и воспользовавшись индикаторами, можно рассчитать пространственные ковариограммы минеральных индивидов или их субагрегатов в минеральном агрегате (горной породе), тем самым скоррелировав их пространственное положение. А теория индикаторного кригинга позволяет рассчитать апостериорные вероятности возможных исходов в границах данного индивида (субагрегата) по его окружению и сравнить с априорной вероятностью, рассчитанной из модального состава агрегата. Теория изложена в работах (Rivoirard, 1994; Armstrong, 1998). С помощью этого математического аппарата автором показана частичная упорядоченность норитов и габбро–норитов (т. е. коррелиру-

¹⁴ Вспоминается хайдеггеровский вопрос: “Я смотрю на часы и вижу: без трех минут семь. Где тут время? Отыщите-ка его” (Хайдеггер, Финк, 2010, с. 141). От понимания ускользает не только время, но и, казалось бы, неотъемлемый атрибут пространства – кратчайший путь. И так, расстояние от одного зерна (субагрегата, ассоциата) до другого в минеральном агрегате можно определить по-разному. При этом кратчайший путь может логически отсутствовать, быть определенным и единственным, определенным и не единственным. Минеральный агрегат – в строгом смысле неевклидово пространство!

¹⁵ “Весь интерес заключается в том, что существует наличие в этой системе различных образований. Это очень обширная эмпирическая наука. Все в этом труппе не может быть охвачено понятием, ибо свою роль сыграл здесь случай” (Гегель, 1975, с. 373).

емость пироксенов и полевых шпатов в них на расстояниях не более, чем две оболочечки зерен) Федорово-Панских тундр, Кольский п-ов (Voytekhovskiy, Fishman, 2003).

Причина таких корреляций в магматических горных породах понятна. “Рассмотрим теперь кристаллизацию участка гомогенного расплава, близкого по составу к эвтектике и удаленного от контактов с вмещающей полостью. При этом пусть кристаллизация идет так, что выделяющиеся кристаллы не претерпевают взаимного смещения. Поскольку кристаллизация носит эвтектический характер, естественно допустить, что кристаллы всех состояний растут примерно одновременно. В этом случае соотношение “кристалл состава I и его сосед — кристалл состава J” таково, что при росте I происходит в окрестности I обеднение расплава веществом, формирующим I. (...) Вследствие этого рядом с I скорее всего появится зерно минерала не I. (...) В таких условиях естественно предположить возникновение простой марковской цепи, обладающей обратимостью и стационарным начальным распределением” (Вистелиус, 1980, с. 241). По-видимому, рассуждение в целом верно, если и не предполагать эвтектическую кристаллизацию. Выше показано, что логическое отношение “не контактировать” выявляет в минеральном агрегате пространство толерантности. В схеме А.Б. Вистелиуса оно проявляется физически для минеральных зерен одного вида.¹⁶

МИНЕРАЛЬНЫЙ АГРЕГАТ КАК АВТОМОРФИЗМ

Сказанное о множестве и пространствах в полной мере применимо к любому минеральному агрегату. Но, создав необходимый базис на пути от абстрактного к конкретному, мы только подошли к определению, отталкиваемому от эмпирических представлений о минеральном агрегате и претендующему на статус понятия. “Понятие есть, собственно, только там, где в многообразных абстрактных определениях найдено необходимое их единство. Понятие и есть реальное бытие конкретного целого в сознании” (Ильенков, 2017, с. 210).

Определение: минеральный агрегат — автоморфизм минеральных видов, реализованный через контакты минеральных индивидов. Представляется, что это и есть “замысел природы”:

$$\{m_i\}_1^n \xrightarrow{P_{ijkl}} \{m_i\}_1^n.$$

Понятие автоморфизма знакомо всем, изучавшим кристаллографию. Повороты и отражения переводят элементы кристалла (вершины, ребра, грани) в другие или оставляют их на месте. Это — автоморфизмы, переводящие кристалл в себя. Преобразования симметрии — автоморфизмы, сохраняющие расстояния между точками (по А. Мебиусу). В минеральном агрегате контактируют минеральные индивиды, принадлежащие разным видам. Через межзерновые контакты минеральные виды тоже отображаются друг в друга, а весь минеральный агрегат — в себя. Этот автоморфизм многозначный и цветной, т. к. зерна одного вида могут контактировать с зернами разных видов, а каждый межзерновой контакт — “поверхность цветной симметрии”. Это под-сказывает идею, что корректно определенная “структура минерального агрегата” должна быть инвариантом относительно цветных преобразований (перестановок, переименований) минеральных зерен в агрегате. Ранее автоморфизмы использованы (в форме графов) на уровне минеральных видов для описания текстур гранитоидов Восточного Забайкалья (Миронов, 1975, с. 161–201) и на уровне минеральных индивидов для описания небольших друз (Маликов, 1985, 1987) и выборгского гранита рапакиви (Кобзева, 2002).

В нашем определении соединены оба уровня, причем геометрия n -минерального агрегата и разнообразие контактов схвачены статистикой P_{ijkl} куотернарных (в точках)

¹⁶ Греческие атомисты случайностей в природе не допускали. “Левкипп: и как у мира есть рождение, так у него есть и рост, гибель и уничтожение в силу некоторой необходимости, а какова последняя, он не разъясняет. (...) Левкипп, Демокрит и Эпикур: мир неодушевлен и не управляется провидением, но, будучи образован из атомов, он управляется некоторой неразумной природой” (Материалисты..., 1955, с. 67). Вероятностный взгляд на мир — продукт нового времени (Борель, 1961).

контактов. Проблема состоит в том, что никакими физическими методами сегодня мы не можем получить статистику P_{ijkl} , а также P_{ijk} тернарных и P_{ij} бинарных контактов для реальной горной породы. В петрографическом шлифе можно получить статистики P_{ijk} и P_{ij} , но совершить стереологическую реконструкцию из 2D в 3D мы тоже не можем. Дальнейшее рассуждение оправдано тем, что описание структур кристаллических горных пород исторически сложилось именно по наблюдениям в петрографических шлифах. Особый случай – рыхлые горные породы, например, песок. В них есть лишь бинарные межзерновые контакты, в случайное сечение не попадающие. Строго говоря, для них нельзя получить в шлифе даже статистику P_{ij} .

Для частот p_{ij} биминеральных контактов $m_i m_j$ запишем “уравнение состояния” минерального агрегата, суть которого проста – сумма всех частот равна 1. В матричной форме видно, что особенности его организации (автоморфизма) содержатся в симметрической матрице P_{ij} . В ней легко угадать матрицу коэффициентов квадратичной формы, а уравнение состояния задает центральную квадратичную поверхность в n -мерном пространстве координат $\{m_i\}$. Эта аналогия далее приведет к определению структуры минерального агрегата.

$$\left[\sum_{i,j=1}^n p_{ij} m_i m_j \right] = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n] \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_n \end{bmatrix} = [E].$$

Аналогичные “уравнения состояния” могут быть записаны (кроме их матричных форм) для статистик P_{ijkl} и P_{ijk} . (М. Кюри (1924) сообщает, что П. Кюри в молодости безуспешно пытался построить алгебру трехмерных матриц. Она была бы кстати для работы со статистиками P_{ijk} .) Для первой сегодня нет алгебраической теории форм 4-го порядка. Для второй есть классификация И. Ньютона кубических кривых на плоскости, т.е. для $n = 2$, что отвечает биминеральным агрегатам (Савелов, 2002, с. 44–90). При описании минеральных агрегатов симметрические матрицы ранее использованы в статье (Amstutz, Giger, 1970). У этих авторов в координационных числах (на месте p_{ij}) смешаны статистики минеральных зерен и их контактов, что и не позволило развить теорию.

СТРУКТУРЫ МИНЕРАЛЬНЫХ АГРЕГАТОВ, КЛАССИФИКАЦИЯ И НОМЕНКЛАТУРА

Уравнение состояния однозначно сопоставляет каждому минеральному агрегату центральную квадратичную поверхность. Для $n = 2$ это линии на плоскости: эллипс и гипербола; для $n = 3$ – эллипсоид, одно- и двуполостный гиперboloиды; для $n > 3$ – эллипсоид и гиперboloиды, различающиеся числом полостей. Они названы нами структурными индикатрисами. Естественно отнести к одному классу минеральные агрегаты с индикатрисами одного типа.¹⁷ Тип квадратичной поверхности устанавливается по канонической диагональной форме матрицы P_{ij} (по числу + и –). Классификация структур минеральных агрегатов изоморфна (устроена так же) таковой центральных квадратичных поверхностей. Согласованная номенклатура проста. Символ S_n^m означает структуру n -минерального агрегата, у которого в диагональной форме матрицы P_{ij} ровно m ($m = 1, \dots, n$) положительных чисел. Для n -минеральных агрегатов возможны n структур, с учетом цветных преобразований – $2^n - 1$ разновидностей (Вой-

¹⁷ Уместно вспомнить, как оптические индикатрисы позволяют разделить минералы на одно- и двусные (+ и –). Световой луч статистически взаимодействует с решеткой кристалла, а система линз преобразует статистику в индикатрису. За отсутствием подходящих приборов подсчет частот p_{ij} мы сегодня делаем вручную. Но ведь между открытием пространственных групп симметрии и внедрением в практику рентгеновских методов анализа кристаллов, подтвердивших теорию, прошла четверть века.

теховский, 1995, 2000). Поэтому в структурном анализе минеральных агрегатов не следует пренебрегать аксессуориями.

Интерпретация диагональной формы матрицы P_{ij} неочевидна. Ясно, что исходная квадратичная форма представлена здесь через линейные комбинации исходных переменных (как в методе главных компонент). Возможно, в минеральном агрегате они соответствуют граничащим (знак +) и перекрывающимся (знак –) субагрегатам или даже ассоциатам минеральных зерен. По вероятностям p_{ij} минеральные агрегаты образуют непрерывное многообразие. В этом А. Харкер был прав. Их фигуративные точки заполняют $n(n + 1)/2$ –вершинный барицентрический симплекс (треугольник, ...). Но это не мешает тому, что на вполне определенных классификационных границах их структура (тип индикатрисы) меняется скачком. Тут А. Харкер был неправ. Так, для биминеральных агрегатов границей служит равновесие Харди–Вайнберга, отвечающее идеальному перемешиванию минеральных зерен разных видов для любых модальных составов. В петрографии эти статистически равновесные структуры ошибочно называют массивными текстурами. Но текстура подразумевает наличие более простых агрегатов (Григорьев, Жабин, 1975). Здесь же горная порода предельно однородна.

ПЕРЕСТРОЙКИ МИНЕРАЛЬНЫХ АГРЕГАТОВ

Петрограф, изучающий метаморфические горные породы, реконструирует вещественный состав, но не может восстановить структуру исходной породы. Между тем, легко построить теорию ее структурных преобразований. Укажем принципы такой теории. Возможны два вида преобразований горных пород – в пределах структурного типа и между ними. В первом случае это преобразования подобия матриц P_{ij} , в алгебраическом смысле образующие группу, в геометрическом – соответствующие деформации, переводящие эллипсоид в другой эллипсоид, гиперboloид – в другой гиперboloид того же типа... Гораздо интереснее преобразования между структурными типами. Казалось бы, очень трудно преобразовать эллипс в гиперболу (разорвать и вывернуть ветви, как это имеет место при пересечении линии Харди–Вайнберга на пути из поля S_2^2 в S_2^1 в барицентрическом треугольнике для биминеральных агрегатов). В матрицах все сводится к переходу от одной диагональной формы к другой умножением на подходящие (+ –) матрицы, тоже образующие алгебраическую группу. А далее – дополнительное преобразование подобия. Теория позволяет даже описать структурные преобразования с увеличением или уменьшением числа минералов в горной породе, что очень важно для петрографа.

По сути, выше показан частный случай того, что называется матричным представлением групп. Это важная теория в алгебре, но она важна и геологам. Некоммутативность произведения матриц напоминает некоммутативность геологических процессов, которая только и позволяет реконструировать историю земной коры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше рассмотрены эмпирические обобщения того, что такое “минеральный агрегат”, и дано определение соответствующего понятия, завершающее цепь математических конструкций “от абстрактного к конкретному”. Неоднократные отсылки к древним и современным философам имели целью показать, что при определении фундаментальных понятий в естественных науках мы всегда граничим с философией.

В статье названы далеко не все математические конструкции, приложимые к минеральным агрегатам. Даже их перечисление, не говоря о детальном обосновании, вывело бы нас за формат журнальной статьи. Предложенная концепция вырывается в триизмы и не должна применяться к мономинеральным или малым (по числу индивидов) агрегатам. Здесь работают традиционные методы кристаллографии и минералогии: обнаружение структуры Коксера, отыскание закономерных сростаний (Мокиевский, 1983), индукционных поверхностей, идиоморфизмов и ксеноморфизмов... В статье не рассматривались многопараметрические классификации минеральных агре-

готов, идущие от традиционного определения и ориентированные на быстрые генетические интерпретации признаков (Руденко и др., 1975; Попов, 1985). В части классификации наш подход показывает свои достоинства для полиминеральных и больших агрегатов (горных пород).

Автор не утверждает, что предложенный абрис теории — наилучший, хотя определение “минеральный агрегат — автоморфизм минеральных видов, реализуемый через контакты минеральных индивидов” не теряет ничего из того, что мы знаем о минеральных агрегатах в понятии, безотносительно к их онтогении. В исторической ретроспективе по-прежнему интересен вопрос, почему минералогия и (особенно) петрография отстали от кристаллографии в разработке фундаментальной теории более чем на столетие. Ведь вот огромное обнажение горной породы (легко домысливаемое в бесконечность) и ее элемент (минеральное зерно). Чего не хватало до понимания? Осмысливая биографию Е.С. Федорова, увенчавшего кристаллографию теорией пространственных групп симметрии, написавшего ряд статей по аналитической и проективной геометрии, но при этом издавшего весьма традиционные “Основания петрографии” (Федоров, 1897), приходим к выводу: среди математических концепций своего времени его оригинальный ум не видел той, которую можно было бы положить в основания петрографии. Сегодня на эту роль подходит именно концепция топологического пространства с дискретной топологией.

Теорию необходимо развивать в разных направлениях, в первую очередь исследовать аналитическими и компьютерными методами структурные индикатрисы, задаваемые статистиками p_{ijkl} для биминеральных и p_{ijk} для триминеральных агрегатов.¹⁸ Замечательно, что теория ставит задачу перед практикой — нужен физический метод проникновения в горную породу для получения этих статистик. И еще нужно применение теории на практике. Если в рисунке межзерновых границ (и в их статистике) содержится информация о генезисе, то надо научиться ее оттуда извлекать. Феноменологические теории кристаллизации, у истоков которых стоял А.Н. Колмогоров (Беленький, 1980), позволяют из исходных допущений получать статистические характеристики рисунка межзерновых границ. По-видимому, возможен и обратный ход, от статистик p_{ijk} и p_{ij} к механизмам кристаллизации. Это — дело будущего.

Наконец, об иллюстрациях. Говорить о минеральных агрегатах без них кажется странным. Но концепции топологического пространства, пространства толерантности, пространственно распределенной случайной функции, устанавливающие стиль видения минерального агрегата, не допускают метафор и иллюстраций. Их надо понять из математических определений. Что касается метрик и пространственных корреляций, то их можно показать на примерах. Автор надеется сделать это в следующих публикациях.

¹⁸ Нам известен скепсис по поводу сложности описания структур горных пород индикатрисами 3-го и 4-го порядков. Но вот квалифицированное мнение. “Аналитическая геометрия устанавливает различные виды сингулярностей: точки узловые, возврата, уединенные, точки прекращения, угловые. Из них для химических диаграмм наибольший интерес представляют: а) узловые точки, которые могут встречаться как в алгебраических, так и в трансцендентных кривых; б) точки возврата представляют частный случай двойных узловых точек, когда обе касательные совпадают друг с другом; в) угловые точки, наблюдаемые только в трансцендентных, например, в логарифмических и показательных кривых. (...) Рассмотрим сначала узловые точки, свойственные алгебраическим кривым 3-го и высших порядков... Кривые 3-го порядка дают примеры различных форм вещественного узла. Кроме замкнутого в конечном расстоянии от сингулярной точки эллиптического узла имеются также параболическая и гиперболическая формы, в которых замыкание ветвей совершается в бесконечно удаленных точках. Последние при гиперболическом узле лежат на двух пересекающихся под углом асимптотам, которые следует считать относящимися к одной непрерывной кривой. (...) Приведенные данные показывают, что геометрическое и химическое понятия о сингулярностях покоятся на одних и тех же основаниях. (...) Соответствие между геометрическими инвариантами положения или сингулярными точками кривых и химическими инвариантами превращений или определенными соединениями является в высшей степени замечательным соотношением, которое лежит в основе химической диаграммы и определяет весь ее строй. (...) Тесная связь между геометрическими и химическими инвариантами уже теперь дает возможность сделать ряд выводов, которые намечают новые пути для химического исследования. Общие свойства геометрических инвариантов должны быть перенесены также и на химические инварианты” (Курнаков, 1925, с. 65–85). Это — детальное описание особенностей топологии физико-химических диаграмм, широко и успешно применяемых сегодня в минералогии и петрологии. Так почему бы не воспользоваться той же математикой при описании структур горных пород?

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит рецензентов за рекомендации, сделавшие изложение более полным и понятным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Архимед*. Исчисление песчинок. Псаммит. М.—Л.: Гостехиздат, **1932**. 104 с.
- Беленький В.З.* Геометрико-вероятностные модели кристаллизации. Феноменологический подход. М.: Наука, **1980**. 88 с.
- Белоусов А.Ф.* К общей концепции горной породы. Препринт. Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, **1987**. 52 с.
- Берг Л.С.* Система рыбообразных и рыб, ныне живущих и ископаемых. М.—Л.: АН СССР, **1955**. 286 с.
- Бошшедт-Куплетская Э.М.* Новые минералы — члены изоморфных рядов, структурные аналоги известных минералов / Изоморфизм в минералах. М.: Наука, **1975**. С. 14—25.
- Борель Э.* Вероятность и достоверность. М.: Физматлит, **1961**. 120 с.
- Бродская Р.Л.* Термодинамические (кинетические) критерии формирования и эволюции структуры минеральных агрегатов // ЗВМО. **1988**. № 5. С. 623—633.
- Бродская Р.Л., Виноградов Е.А., Голованов В.И., Ирисова Н.А., Черепанов В.А.* Обнаружение пространственной периодичности в структуре горных пород методами дифракции и радиовидения. Препринт. М.: ИОФ АН СССР, **1991**. 7 с.
- Бродская Р.Л., Марин Ю.Б.* Использование стереометрических методов в онтогенетическом анализе горных пород // ЗВМО. **1979**. № 2. С. 141—153.
- Бунге М.* Причинность. М.: УРСС, **2010**. 512 с.
- Вернон Р.Х.* Метаморфические процессы. Реакции и развитие микроструктуры. М.: Недра, **1980**. 227 с.
- Вистелиус А.Б.* Основы математической геологии. Л.: Наука, **1980**. 389 с.
- Войтеховский Ю.Л.* Приложение теории квадратичных форм к проблеме классификации структур полиминеральных горных пород // Изв. ВУЗов. Геол. и разведка. **1995**. № 1. С. 32—42.
- Войтеховский Ю.Л.* Количественный анализ петрографических структур: метод структурной индикатрисы и метод вычитания аксессуариев // Изв. вузов. Сер. Геол. и разведка. **2000**. № 1. С. 50—54.
- Войтеховский Ю.Л.* 12 этюдов на темы кристалломорфологии, минералогии и петрографии. Апатиты: К & М, **2011**. 204 с.
- Гегель Г.В.Ф.* Энциклопедия философских наук. Т. 2. Философия природы. М.: Мысль, **1975**. 695 с.
- Гейзенберг В.* Квантовая теория и истоки учения об атоме. Развитие философских идей после Декарта в сравнении с современным положением в квантовой теории // Физика и философия. Часть и целое. М.: Физматлит, **1989**. С. 28—51.
- Григорьев Д.П.* Онтогенез минералов. Львов: Изд-во Львов. Ун-та, **1961**. 284 с.
- Григорьев Д.П.* Анатомия минералов // ЗВМО. **1984**. № 3. С. 262—272.
- Григорьев Д.П.* Уточнение понятия “минеральный агрегат” // ЗВМО. **1985**. № 4. С. 506—509.
- Григорьев Д.П., Жабин А.Г.* Онтогенез минералов. Индивиды. М.: Наука, **1975**. 340 с.
- Грюнбаум Б.* Этюды по комбинаторной геометрии и теории выпуклых тел. М.: Наука, **1971**. 96 с.
- Дэна Дж.Д., Дэна Э.С., Пэлач Ч., Берман Г., Фрондель К.* Система минералогии. Т. I, п/том 1. Элементы, сульфиды, сульфосоли. М.: Изд-во иностр. лит., **1950**. 608 с.
- Дэна Дж.Д., Дэна Э.С., Пэлач Ч., Берман Г., Фрондель К.* Система минералогии. Т. II, п/том 1. Галоиды, карбонаты, нитраты, йодаты, бораты, сульфаты. М.: Изд-во иностр. лит., **1953**. 773 с.
- Жабин А.Г.* Онтогенез минералов. Агрегаты. М.: Наука, **1979**. 276 с.
- Жабин А.Г.* Проблемы филогении минералов // Генетическая информация в минералах. Сыктывкар: ИГ КФ АН СССР, **1980**. С. 10—12.
- Жабин А.Г., Юшкин Н.П., Маликов А.В.* Простремия и его квантование в процессах природного минералообразования // ЗВМО. **1994**. № 4. С. 104—110.
- Ильенков Э.* К вопросу о понятии // От абстрактного к конкретному. М.: Канон+, **2017**. С. 208—223.
- Кант И.* Критика чистого разума. М.: Наука, **1999**. 655 с.
- Кантор Г.* Труды по теории множеств. М.: Наука, **1985**. 431 с.
- Кобзева Ю.В.* Количественное изучение строения минеральных агрегатов на основе анализа их комбинаторно-топологического подобия // ЗВМО. **2002**. № 6. С. 96—110.
- Кокшаров Н.И.* Лекции минералогии. СПб.: Имп. Акад. наук, **1863**. 226 с.
- Косыгин Ю.А., Соловьев В.А.* Статические динамические и ретроспективные системы в геологических исследованиях // Изв. АН СССР. Сер. геол. **1969**. № 6. С. 9—17.
- Кривовичев В.Г., Чарыкова М.В.* Классификация минеральных систем. СПб.: СПбГУ, **2013**. 196 с.

Курнаков Н.С. Введение в физико-химический анализ. Три речи. Соединение и химический индивид. Непрерывность химических превращений вещества. Сингулярные точки химических диаграмм. Л.: Науч. хим.-тех. изд-во, **1925**. 88 с.

Кюри М. Пьер Кюри. Л.: Науч. хим.-тех. изд-во, **1924**. 78 с.

Лукреций. О природе вещей. М.: Мир книги, **2006**. 336 с.

Макагонов Е.П. Симметрия сростков. Препринт. Свердловск: УНЦ АН СССР, **1979**. 52 с.

Макагонов Е.П. К теории строения сростков минеральных индивидов // Матер. к минералогии рудных районов Урала. Свердловск: Урал. горный ин-т, **1988**. С. 4–11.

Маликов А.В. О моделировании закономерностей соприкосновения зерен в минеральных сростаниях // ДАН СССР. **1985**. Т. 280. № 4. С. 878–880.

Маликов А.В. Эффект понижения комбинаторно-топологической симметрии в агрегатах кристаллов // ДАН СССР. **1987**. Т. 293. № 4. С. 868–871.

Мамардашвили М.К. Кантские вариации. М.: Аграф, **2002**. 320 с.

Материалисты Древней Греции. Собрание текстов Гераклита, Демокрита и Эпикура. М.: Госполитиздат, **1955**. 238 с.

Мейен С.В. Заметки о теоретической биологии // In memogiam. С.В. Мейен: палеоботаник, эволюционист, мыслитель. М.: ГЕОС, **2007**. С. 294–318.

Менделеев Д.И. Периодический закон. М.: Изд-во АН СССР, **1958**. 831 с.

Миронов Ю.П. Теоретико-множественные модели гранитоидов. М.: Наука, **1975**. 228 с.

Мокиевский В.А. Морфология кристаллов. Л.: Недра, **1983**. 295 с.

Ортега-и-Гассет Н. Размышления о Дон Кихоте. М.: Грюндриссе, **2016**. 196 с.

Петров Т.Г., Краснова Н.И. R-словарь-каталог химических составов минералов. СПб.: Наука, **2010**. 150 с.

Плющев Е.В. Об элементарных ячейках горных пород // Симметрия структур геологических тел. Л.: ВСЕГЕИ, **1976**. С. 123–125.

Попов В.А. К морфологическому анализу структур минеральных агрегатов // Проблемы онтогенеза минералов. Л.: Наука, **1985**. С. 46–60.

Ракин В.И. О термодинамике кристаллогенезиса // ЗРМО. **2022**. № 2. С. 110–125.

Руденко С.А., Руденко С.С., Иванов М.А. Опыт генетико-геометрической классификации минеральных агрегатов // ЗРМО. **1975**. № 2. С. 129–144.

Рундквист Д.В. Вопросы изучения филогенеза месторождений полезных ископаемых // ЗВМО. **1968**. № 2. С. 191–209.

Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения. Москва–Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, **2002**. 294 с.

Салтыков С.А. Стереометрическая металлография. М.: Металлургия, **1970**. 375 с.

Смирнова Н.Л. О системе минералов. Уровни // Вестник МГУ. Сер. геол. **1979**. № 2. С. 59–63.

Спиноза Б. Избранные произведения. Т. 1. М.: Госполитиздат, **1957**. 632 с.

Усманов Ф.А. Основы математического анализа геологических структур. Ташкент: Изд-во ФАН, **1977**. 206 с.

Федоров Е.С. Основания петрографии. СПб.: Тип. П. П. Сойкина, **1897**. 236 с.

Хайдеггер М., Финк Е. Гераклит. СПб.: Владимир Даль, **2010**. 384 с.

Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. М.: Наука, **1971**. 255 с.

Юшкин Н.П. История минералогии и эволюция фундаментальных минералогических идей. Препринт. Сыктывкар: КФ АН СССР, **1984**. 52 с.

Mineral Aggregate: to the History of the Concept Determination

Yu. L. Voytekhovsky*

Geological Institute of FRC KSC RAS, Fersman Street, 14, Apatity, 184209 Russia

**e-mail: voyt@geoksc.apatity.ru*

The article is devoted to the concept of “mineral aggregate”. The theme is important because any mineral individual is always found as part of the aggregate, the whole Earth’s crust is built with the mineral aggregates that form a single space. The lack of its general structural theory is a reproach against mineralogy and petrography, undermining their status as fundamental disciplines in the system of the Earth’s sciences. The concept of mineral aggregate requires formalization to build a mathematical theory. The mathematical idea of the mineral aggregate (including crystalline rock) as a topological, tolerance, measurable, metric, probabilistic and correlated space is proposed. The definition of the structure is given, the classification and nomenclature of structures, as well as the theory of their transformations, are built.

Keywords: mineral aggregate, rock, space, structure, classification, nomenclature

REFERENCES

- Amstutz G.C., Giger H.* Metric and topological properties of rock and ore textures. In: *Experimental and natural rock deformation*. Berlin: Springer Verlag, **1970**. P. 496–516.
- Archimedes.* Calculation of sand grains. Psammit. Moscow–Leningrad: Gostekhizdat, **1932**. 104 p. (in Russian).
- Armstrong M.* Basic linear geostatistic. Heidelberg: Springer Verlag, **1998**. 149 p.
- Belenkiy V.Z.* Geometric-probabilistic models of crystallization. Phenomenological approach. Moscow: Nauka, **1980**. 88 p. (in Russian).
- Belousov A.F.* To the general concept of the rock. Preprint. Novosibirsk: IGG Acad. Sci. USSR, **1987**. 52 p. (in Russian).
- Berg L.S.* The system of fish-shaped and fishes, now living and fossils. Moscow–Leningrad: Acad. Sci. USSR, **1955**. 286 p. (in Russian).
- Bonstedt-Khumletskaia E.M.* New minerals – members of isomorphic rows, structural analogues of known minerals. In: *Isomorphism in minerals*. Moscow: Nauka, **1975**. P. 14–25 (in Russian).
- Borel E.* Probability and reliability. Moscow: Fizmatlit, **1961**. 120 p. (in Russian).
- Brodskaya R.L.* Thermodynamic (kinetic) criteria for the formation and evolution of the structure of mineral aggregates. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1988**. N 5. P. 623–633 (in Russian).
- Brodskaya R.L., Marin Yu.B.* Using stereometric methods in the ontogenic analysis of rocks. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1979**. N 2. P. 141–153 (in Russian).
- Brodskaya R.L., Vinogradov E.A., Golovanov V.I., Irisova N.A., Cherepanov V.A.* The detection of spatial periodicity in the rock structures by diffraction and radio methods. Preprint. Moscow: IOP USSR Acad. Sci., **1991**. 7 p. (in Russian).
- Bunge M.* Causality. Moscow: URSS, **2010**. 512 p. (in Russian).
- Coxeter H.S.M.* Close-packing and froth. *Ill. J. Math.* **1958**. V. 2. N 4B. P. 746–758.
- Curie M.* Pierre Curie. Leningrad: Sci. Chem.-Tech. Publ. House, **1924**. 78 p. (in Russian).
- Dana J.D., Dana E.S., Palach Ch., Berman G., Frondel K.* System of Mineralogy. V. I. Pt 1. Elements, sulfides, sulfosalts. Moscow: Foreign Lit., **1950**. 608 p. (in Russian).
- Dana J.D., Dana E.S., Palach Ch., Berman G., Frondel K.* System of Mineralogy. V. II. Pt 1. Galoids, carbonates, nitrates, iodates, borates, sulfates. Moscow: Foreign Lit., **1953**. 773 p. (in Russian).
- Fedorov E.S.* Foundations of petrography. Saint Petersburg: P. P. Soykin's typ., **1897**. 236 p. (in Russian).
- Grigoriev D.P.* Ontogeny of minerals. Lviv: Lviv University, **1961**. 284 p. (in Russian).
- Grigoriev D.P.* Anatomy of minerals. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1984**. N 3. P. 262–272 (in Russian).
- Grigoriev D.P.* Clarification of the “mineral aggregate” concept. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1985**. N 4. P. 506–509 (in Russian).
- Grigoriev D.P., Zhabin A.G.* Ontogeny of minerals. Individuals. Moscow: Nauka, **1975**. 340 p. (in Russian).
- Grünbaum B.* Studies in combinatorial geometry and theory of convex bodies. Moscow: Nauka, **1971**. 96 p. (in Russian).
- Harker A.* Petrology for students. An introduction to the study of rocks under the microscope. New York: MacMillan & Co, **1895**. 306 p.
- Hegel G.V.F.* Encyclopedia of philosophical sciences. Vol. 2. Philosophy of nature. Moscow: Mysl, **1975**. 695 p. (in Russian).
- Heidegger M., Fink E.* Heraclitus. Saint Petersburg: Vladimir Dal, **2010**. 384 p. (in Russian).
- Heisenberg V.* Quantum theory and origins of the atom doctrine. The development of philosophical ideas after Descartes in comparison with the modern situation in quantum theory. In: *Physics and philosophy. Part and the whole*. Moscow: Fizmatlit, **1989**. P. 28–51 (in Russian).
- Ilyenkov E.* To the question of the concept. In: *From abstract to specific*. Moscow: Canon+, **2017**. P. 208–223 (in Russian).
- Kant I.* Criticism of pure reason. Moscow: Nauka, **1999**. 655 p. (in Russian).
- Kantor G.* Works on the theory of sets. Moscow: Nauka, **1985**. 431 p. (in Russian).
- Kobzeva Yu.V.* Quantitative study of the organization of mineral aggregates based on the analysis of their combinatorial-topological similarity. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **2002**. N 6. P. 96–110 (in Russian).
- Koksharov N.I.* Lectures on mineralogy. Saint Petersburg: Imp. Acad. Sci., **1863**. 226 p. (in Russian).
- Kosygin Yu.A., Solovyev V.A.* Static, dynamic and retrospective systems in geological studies. *Izv. Acad. Sci. USSR. Ser. Geol.* **1969**. N 6. P. 9–17 (in Russian).
- Krivovichev V.G., Charykova M.V.* Classification of mineral systems. Saint Petersburg: SPb State University, **2013**. 196 p. (in Russian).
- Kurnakov N.S.* Introduction to physical-chemical analysis. Three speeches. Connection and chemical individual. Continuity of chemical transformations of matter. Singular points of chemical diagrams. Leningrad: Sci. Chem.–Tech. Publ. House, **1925**. 88 p. (in Russian).
- Linnaei C.* Systema naturae sive regna tria naturae systematice proposita per classes, ordines, genera, species. Leyden: T. Haak, **1735**. 823 p.
- Lucretius.* On the nature of things. Moscow: Mir knigi, **2006**. 336 p. (in Russian).
- Makagonov E.P.* Symmetry of intergrowths. Preprint. Sverdlovsk: USC Acad. Sci. USSR, **1979**. 52 p. (in Russian).

- Makagonov E.P.* To the theory of the structure of intergrowths of mineral individuals. In: *Materials to the mineralogy of ore regions of the Urals*. Sverdlovsk: Ural Mining Inst., **1988**. P. 4–11 (*in Russian*).
- Malikov A.V.* On the modeling of the laws of grains contacts in the mineral intergrowths. *Doklady Acad. Sci. USSR*. **1985**. V. 280. N 4. P. 878–880 (*in Russian*).
- Malikov A.V.* The decreasing effect of combinatorial–topological symmetry in the aggregates of crystals. *Doklady Acad. Sci. USSR*. **1987**. V. 293. N 4. P. 868–871 (*in Russian*).
- Mamardashvili M.K.* Kantian variations. Moscow: Agraf, **2002**. 320 p. (*in Russian*).
- Materialists of ancient Greece*. Collection of texts of Heraclitus, Democritus and Epi-curus. Moscow: Gospolitizdat, **1955**. 238 p. (*in Russian*).
- Mendeleev D.I.* Periodic law. Moscow: Acad. Sci. USSR, **1958**. 831 p. (*in Russian*).
- Meyen S.V.* Notes on theoretical biology. In: *In Memoriam. S.V. Meyen: paleobotanik, evolutionist, thinker*. Moscow: GEOS, **2007**. P. 294–318 (*in Russian*).
- Mironov Yu.P.* Set–theoretical models of granitoids. Moscow: Nauka, **1975**. 228 p. (*in Russian*).
- Mokievsky V.A.* Morphology of crystals. Leningrad: Nedra, **1983**. 295 p. (*in Russian*).
- Naumann C.F.* Elemente der Mineralogie. Leipzig: Verlag von W. Engelmann, **1859**. 820 S.
- Ortega y Gasset J.* Reflections on Don Quixote. Moscow: Gründrisse, **2016**. 196 p. (*in Russian*).
- Petrov T.G., Krasnova N.I.* R–dictionary–catalogue of chemical compounds of minerals. Saint Petersburg: Nauka, **2010**. 150 p. (*in Russian*).
- Plyushchev E.V.* On the elementary rock cells. In: *Symmetry of structures of geological bodies*. Leningrad: VSEGEI, **1976**. P. 123–125 (*in Russian*).
- Popov V.A.* On the morphological analysis of structures of mineral aggregates. In: *Problems of ontogeny of minerals*. Leningrad: Nauka, **1985**. P. 46–60. (*in Russian*).
- Rakin V.I.* On thermodynamics of crystal genesis. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **2022**. N 2. P. 110–125 (*in Russian*).
- Rivoirard J.* Introduction to disjunctive kriging and non–linear geostatistics. Oxford: clarendon Press, **1994**. 181 p.
- Rudenko S.A., Rudenko S.S., Ivanov M.A.* An experience of the genetic–geometric classification of mineral aggregates. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1975**. N 2. P. 129–144 (*in Russian*).
- Rundquist D.V.* Questions of studying the phylogenesis of the ore fields. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1968**. N 2. P. 191–209 (*in Russian*).
- Saltykov S.A.* Stereometric metallography. Moscow: Metallurgy, **1970**. 375 p. (*in Russian*).
- Savelov A.A.* Flat curves. Systematics, properties, applications. Moscow–Izhevsk: Regular and chaotic dynamics, **2002**. 294 p. (*in Russian*).
- Schreider Yu.A.* Equality, similarity, order. Moscow: Nauka, **1971**. 255 p. (*in Russian*).
- Smirnova N.L.* On the system of minerals. Levels. *Bull. Moscow State University. Ser. Geol.* **1979**. N 2. P. 59–63 (*in Russian*).
- Spinoza B.* Selected works. Vol. 1. M.: Gospolitizdat, **1957**. 632 p. (*in Russian*).
- Usmanov F.A.* Fundamentals of mathematical analysis of geological structures. Tashkent: FAN, **1977**. 206 p. (*in Russian*).
- Vernon R.X.* Metamorphic processes. Reactions and development of a microstructure. Moscow: Nedra, **1980**. 227 p. (*in Russian*).
- Vistelius A.B.* Fundamentals of mathematical geology. Leningrad: Nauka, **1980**. 389 p. (*in Russian*).
- Voytekhovskiy Yu.L.* Application of the quadratic forms theory to the problem of the classification of polymineral rocks structures. *Izv. VUZov. Geol. & razvedka*. **1995**. N 1. P. 32–42 (*in Russian*).
- Voytekhovskiy Yu.L.* Quantitative analysis of petrographic structures: the structural indicatrix and subtracting accessories methods. *Proc. Higher Educat. Establ. Geol. Explor.* **2000**. N 1. P. 50–54 (*in Russian*).
- Voytekhovskiy Yu.L.* 12 etudes on the topics of crystal morphology, mineralogy and petrography. *Ap- atity: K & M*, **2011**. 204 p. (*in Russian*).
- Voytekhovskiy Yu.L., Fishman M.A.* Rock kriging with the microscope. *Math. Geol.* **2003**. Vol. 35. N 4. P. 451–458.
- Yushkin N.P.* The history of mineralogy and the evolution of fundamental mineralogical ideas. Preprint. Syktyvkar: KF Acad. Sci. USSR, **1984**. 52 p. (*in Russian*).
- Zhabin A.G.* Ontogeny of minerals. Aggregates. Moscow: Nauka, **1979**. 276 p. (*in Russian*).
- Zhabin A.G.* Problems of the mineral phylogeny. In: *Genetic information in minerals*. Syktyvkar: IG KF Acad. Sci. USSR, **1980**. P. 10–12 (*in Russian*).
- Zhabin A.G., Yushkin N.P., Malikov A.V.* Space–time and its quantification in the processes of natural mineral formation. *Zapiski RMO (Proc. Russian Miner. Soc.)*. **1994**. N 4. P. 104–110 (*in Russian*).