

УДК 004.896

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ЗАХВАТ ОБЪЕКТОВ МАНИПУЛЯТОРОМ, ОСНАЩЕННЫМ МНОГОПАЛОЙ КИСТЬЮ¹

© 2019 г. К. В. Бажинова¹, А. Г. Лесков^{1,*}, Е. В. Селиверстова¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Дмитровский филиал, Москва, Россия

*e-mail: agleskov@rambler.ru

Поступила в редакцию 19.10.2016 г.

После доработки 19.11.2018 г.

Принята к публикации 26.11.2018 г.

Рассматривается задача управления манипулятором при выполнении в автоматическом режиме операции захвата некооперируемого объекта. Манипулятор оснащен захватным устройством в виде многопалой кисти. Решение задачи включает этапы планирования и выполнения. При планировании происходит определение координат точек контакта на поверхности объекта, а также координат манипулятора и пальцев кисти в момент захвата. При выполнении операции происходит перемещение манипулятора и кисти из исходного положения в запланированное положение.

DOI: 10.1134/S0002338819020033

Введение. Термином захват определяют процесс, в результате которого происходит механическое соединение манипулятора и объекта. В настоящее время значительное внимание уделяется захвату, осуществляемому в автоматическом режиме [1, 2], т.е. без участия человека. Известны два основных способа автоматического захвата объектов:

- а) с использованием специальных креплений, размещенных на поверхности захватываемого объекта, и стыковочных устройств — на фланце манипулятора,
- б) без использования креплений на объекте и стыковочных устройств на манипуляторе.

Объекты, оснащенные специальными креплениями, называют “кооперируемыми”. Захват кооперируемых объектов состоит в присоединении стыковочных устройств на фланце манипулятора к креплениям на объекте. Такой способ давно и успешно реализуется на практике, например, при работе манипуляторов SSRMS, SPDМ, JEMRMS Международной космической станции [3].

Однако большинство объектов не имеют специальных креплений — они являются “некооперируемыми”. Примерами могут служить детали при роботизированной промышленной сборке или сортировке предметов [4], объекты сервисных роботов [5], а также (для космических роботов) свободно перемещающиеся объекты (спутники, астероиды, космический мусор [6]). Для захвата таких объектов манипуляторы оснащают захватными устройствами (захватное устройство манипулятора — ЗУМ) в виде кистей с несколькими пальцами.

Захват некооперируемого объекта выполняется путем его обхвата пальцами ЗУМ. Операция захвата включает две части: *планирование* и *выполнение*. При планировании определяются координаты точек, за которые будет захвачен объект (точки захвата), координаты сочленений пальцев ЗУМ, а также силы, прикладываемые к объекту в точках захвата, и моменты относительно этих точек [2]. При *выполнении* операции манипулятор перемещает ЗУМ из исходного положения в положение, когда пальцы ЗУМ вступают в контакт с объектом в запланированных точках. После этого происходит сжатие объекта пальцами ЗУМ.

В статье полагается, что обе части операции захвата (планирование и выполнение) осуществляются в автоматическом режиме. Операция перемещения пальцев ЗУМ и манипулятора аналогична операции перемещения манипулятора в заданное положение. Алгоритм ее выполнения получил достаточное освещение в литературе, например, [7] и здесь не рассматривается.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания 9.7793.2017/БЧ (Номер для публикаций: 9.7793.2017/8.9).

1. Планирование захвата. Проблемы теории роботизированного захвата и практические аспекты его планирования вызывают глубокий интерес специалистов разных стран, о чем свидетельствуют многочисленные публикации по этой тематике [1, 2, 8–10]. Широкое распространение получили компьютерные системы планирования и моделирования процессов захвата объектов захватными устройствами различных типов. В качестве примера можно назвать GraspIt! — моделирующую систему, созданную в Лаборатории робототехники Колумбийского университета [11], а также пакет OpenRAVE (Open Robotics Automation Virtual Environment) [12], разработанный в Институте робототехники университета Карнеги–Меллона. Эти системы являются открытыми и активно используются в практических приложениях, в частности, в разработанном в МГТУ им. Н.Э. Баумана роботизированном комплексе [13].

В современных манипуляционных системах ЗУМ часто имеет вид многопалой кисти (*hand*) [8, 9]. Для кисти осуществляется планирование захвата. При этом манипулятор (*arm*) рассматривается только как средство перемещения кисти к объекту при выполнении операции. Далее для краткости будем обозначать такую систему как “кисть + объект” (КО).

В статье предлагается иной подход, при котором планирование захвата выполняется для манипуляционной системы в целом, включая и кисть, и манипулятор (в дальнейшем — система “рука + кисть + объект” (РКО). Система РКО имеет большее число степеней свободы по сравнению с КО. Это позволяет, во-первых, сформировать больше вариантов захватов и, во-вторых, найти решение в случаях, когда подходящий захват в системе КО найти не удастся. Такой подход к планированию захвата предлагается впервые.

2. Основные соотношения теории захвата. В теории захвата объектов манипуляторами рассматривают [2] соотношения, связывающие между собой:

а) вектор ψ внешних сил, приложенных к центру масс объекта и моментов, относительно центра масс, и блочный вектор λ , составленный из векторов λ_i , $i = 1, 2, \dots, m$; λ_i включает в себя, в общем случае, векторы силы, приложенной к объекту со стороны кисти в точке контакта i -го пальца кисти и объекта (i -я точка захвата), и момента относительно этой точки; вектор момента также считается приложенным к объекту со стороны i -го пальца кисти, m — число точек захвата; m равно количеству пальцев кисти;

б) блочный вектор v , компонентами которого являются векторы линейной и угловой скоростей центра масс объекта, и вектор v_c , составленный из m векторов v_{ci} , содержащих в общем случае векторы линейной скорости i -й точки захвата и проекций вектора угловой скорости вращения объекта относительно центра масс на нормали к поверхности объекта в точках захвата; детально векторы λ_i и v_{ci} рассматриваются ниже;

в) вектор μ сил (или моментов — в зависимости от того, осуществляет ли соответствующий привод поступательное или вращательное движение смежных звеньев), развиваемых приводами сочленений пальцев и вектор λ ;

г) вектор $\dot{q}$ производных по времени координат сочленений кисти и блочный вектор v_c .

Размерность векторов ψ и v равна n_v . Величина n_v зависит от того, рассматривается движение объекта в плоскости или в пространстве. В первом случае $n_v = 3$, во втором $n_v = 6$. Размерность векторов μ и $\dot{q}$ равна количеству сочленений кисти.

Эти соотношения имеют вид

$$G\lambda = -\psi, \quad (2.1)$$

$$G^T v = v_c, \quad (2.2)$$

$$J^T \lambda = \mu, \quad (2.3)$$

$$J\dot{q} = v_c. \quad (2.4)$$

В выражениях (2.1)–(2.4) матрица G носит название матрицы захвата (*Grasp Matrix*), J — матрица Якоби кисти. Векторы — компоненты векторов ψ , v полагаются заданными в инерциальной системе координат (СК), связанной с основанием манипулятора, компоненты векторов λ , v_c — в системах координат СК_{*i*}, начала которых расположены в точках захвата. Ось x_i СК_{*i*} направлена по нормали к касательной плоскости в точке захвата в сторону объекта. Две другие оси расположены в касательной плоскости и образуют правую систему координат. Под действием внешних сил и моментов, а также сил, приложенных к точкам захвата и векторов моментов относительно этих точек (действуют со стороны кисти), объект находится в равновесии. Ввиду малости перемещений, совершаемых пальцами кисти и объектом при захвате, соотношения для

векторов скоростей v , v_c , $\dot{q}$ сохраняют силу и для векторов перемещений. В формулах (2.2) и (2.3) верхний индекс Т в записи матриц G и J означает транспонирование.

Соотношения (2.1)–(2.4) рассматриваются для трех видов контактов пальцев кисти и объекта [2, 14]:

а) точечный контакт объекта (абсолютно твердого тела) с кистью, пальцы которой — абсолютно твердые тела; при этом силы трения в точках контакта объекта и кисти не принимаются во внимание;

б) точечный контакт объекта (абсолютно твердого тела) с кистью, пальцы которой — абсолютно твердые тела, но при этом учитываются силы трения;

в) контакт объекта (абсолютно твердого тела) с кистью, пальцы которой могут деформироваться в направлении нормали в точке контакта (“мягкие пальцы”); при этом полагается, что поверхностное трение и пятно контакта в i -й точке достаточно большие.

В зависимости от вида контакта изменяются размерности входящих в соотношения (2.1)–(2.4) компонент векторов λ и v_c , т.е. λ_i и v_{ci} . При точечном без трения контакте i -го пальца на объект действует сила, направленная по нормали к поверхности объекта; при этом точка захвата совершает только поступательное перемещение в направлении нормали к его поверхности. Векторы λ_i и v_{ci} содержат по одной компоненте, равной, соответственно, силе и перемещению в направлении нормали (в сторону объекта).

Если контакт i -го пальца с объектом происходит в одной точке, но при этом учитываются силы трения, то вектор контактной силы может отклоняться от нормали. В этом случае λ_i содержит три компоненты, представляющие собой проекции вектора силы на оси связанной с телом СК с началом в i -й точке; v_{ci} также содержит три компоненты — проекции вектора линейной скорости i -й точки на оси СК контакта.

Если i -й палец ЗУМ “мягкий”, то v_{ci} содержит четыре компоненты — проекции вектора линейной скорости i -й точки контакта соответствующего пальца ЗУМ на оси СК контакта и одну составляющую угловой скорости вращения вокруг нормали. Четыре компоненты содержит и λ_i .

Рассмотрим вид матриц G и J . Матрица захвата G имеет вид:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{n,1} & G_{n,2} & \dots & G_{n,m} \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Количество строк матрицы G равно n_v — числу степеней свободы объекта. Количество столбцов зависит от количества m точек захвата и вида контакта в каждой из точек. Элемент G_{ij} представляет собой вектор-строку, размерность которой lj равна размерности вектора λ_j . В случае точечного контакта без трения в точке j элемент G_{ij} матрицы G имеет размерность 1×1 . При наличии трения размерность G_{ij} равна 1×3 (объект и пальцы кисти — абсолютно твердые тела). При захвате объекта “мягкими” пальцами размерность G_{ij} равна 1×4 . Отметим, что в общем случае виды контактов в отдельных точках могут различаться. Обозначим $l = l_1 + \dots + l_m$. Тогда размерность матрицы G составляет $n_v \times l$.

Матрица Якоби кисти имеет диагональный вид:

$$J = \text{diag}(J_1, \dots, J_i, \dots, J_m), \quad (2.6)$$

где J_i — матрица Якоби i -го пальца; J_i связывает вектор $\dot{q}_i$ производных координат сочленений i -го пальца с вектором v_{ci} линейной скорости i -й точки захвата объекта и угловой скорости вращения объекта относительно i -й точки.

Количество строк матрицы J равно l , количество столбцов равно общему числу сочленений всех пальцев кисти.

3. Желаемые свойства захвата. Для определения свойств захвата необходимо найти решение системы линейных векторно-матричных уравнений (2.1)–(2.4). Решение этих уравнений предполагает обращение матриц в левой части. В общем случае эти матрицы могут иметь неполный ранг. Рассмотрим решение на примере уравнения (2.1).

Следуя [15], представим λ в виде

$$\lambda = \lambda_r + \lambda_0,$$

где вектор λ_r принадлежит ранговому пространству $R(G^T)$ матрицы G^T , а вектор λ_0 — нуль-пространству $N(G)$ матрицы G . Последнее выражение можно записать так:

$$\lambda = -G^+ \psi + N(G) \alpha, \quad (3.1)$$

где G^+ — псевдообратная по отношению к G матрица, α — произвольный вектор-множитель. Аналогично получаем

$$v = (G^T)^+ v_c + N(G^T) \beta, \quad (3.2)$$

$$\lambda = (J^T)^+ \mu + N(J^T) \gamma, \quad (3.3)$$

$$\dot{q} = J^+ v_c + N(J) \delta. \quad (3.4)$$

В уравнениях (3.2)–(3.4) $N(\cdot)$ — нуль-пространства соответствующих матриц, β , γ и δ — произвольные вектор-множители, $(\cdot)^+$ — псевдообратные по отношению к $(\cdot)$ матрицы.

С использованием свойств нуль-пространств матриц захвата и матриц Якоби свойства захвата формулируются следующим образом [2].

1. Захват является **достаточным** (для удерживания объекта), если $N(G)$ нетривиально. Из (3.1) следует, что в этом случае в составе λ_i имеются “внутренние” силы и моменты, которые влияют только на интенсивность сжатия объекта пальцами кисти. Выполнение условия нетривиальности $N(G)$ является одним из желаемых свойств захвата.

2. Захват называется **неопределенным**, если нетривиальным является $N(G^T)$. Из (3.2) следует, что в этом случае имеют место перемещения объекта, не связанные с движением пальцев в точках захвата. Последнее свидетельствует об отсутствии контроля движения объекта за счет пальцев кисти и является неприемлемым.

3. Захват называют **дефектным**, если нетривиальным является $N(J^T)$. Из (3.3) следует, что в этом случае не гарантируется наличие вектора сил (или моментов) μ , развиваемых приводами сочленений пальцев, который обеспечивает заданный вектор сил и моментов λ (соотношение (3.1)) в точках захвата. Другими словами, в составе $N(J^T)$ есть векторы λ , не зависящие от сил (или моментов) приводов сочленений μ .

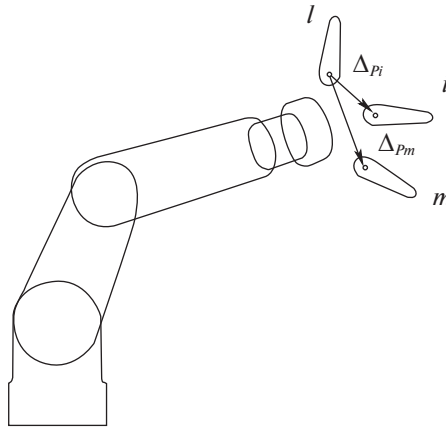
4. Захват называется **избыточным**, если нетривиальным является $N(J)$. В этом случае (следует из уравнения (3.4)) в векторе $\dot{q}$ имеются компоненты, не связанные с движением объекта.

Ключевыми в теории захвата являются соотношения, при выполнении которых обеспечивается возможность осуществления нужных перемещений объекта и силовых воздействий на объект, управление этими перемещениями и воздействиями со стороны кисти, а также управление силами сжатия объекта. Эти соотношения определяют желаемые свойства захвата. Соответствие захвата желаемым свойствам можно установить, анализируя уравнения (3.1)–(3.4). Рассматривая уравнения (3.1)–(3.4), видим следующее.

1. Манипулируя пальцами кисти, можно **осуществить перемещения** объекта (вектор скоростей v), исключив при этом самопроизвольные перемещения, если $N(G^T)$ является тривиальным. Сформулированные условия эквивалентны требованию $\dim N(G^T) = 0$ или $\text{rank } G = n_v$. Последнее условие накладывается на захват и для обеспечения **силовых воздействий** со стороны пальцев кисти на объект, компенсирующих действие вектора ψ (3.1).

2. **Управление перемещениями** объекта пальцами кисти (вектор скоростей перемещения пальцев $\dot{q}$) требует **одновременного** выполнения свойств $\dim N(G^T) = 0$ и $\text{rank } GJ = n_v$. Эти условия эквивалентны условию $\text{rank } GJ = \text{rank } G = n_v$, что следует из совместного рассмотрения соотношений (3.2) и (3.4). Эти свойства справедливы и для обеспечения управления **силовыми воздействиями** на объект.

3. Из уравнения (3.1) следует, что, если $N(G)$ нетривиально, то существуют силы (внутренние), которые “сжимают” объект. При этом не все внутренние силы в $N(G)$ могут быть управляемыми. В [1, 2] показано, что все **внутренние силы** в $N(G)$ **являются управляемыми**, если и только если отсутствует пересечение нуль-пространств $N(G)$ и $N(J^T)$, т.е. $N(G) \cap N(J^T) = 0$.

Рис. 1. Расчетная схема кисти с m пальцами

4. Матрицы Якоби систем КО и РКО. Выражение (2.6) для матрицы Якоби кисти запишем в виде:

$$J_{\text{КО}} = \text{diag}(J_{\text{КО}1}, \dots, J_{\text{КО}i}, \dots, J_{\text{КО}m}).$$

Индекс КО добавлен с целью удобства рассмотрения матриц Якоби систем КО и РКО.

Для системы РКО матрица Якоби запишется так:

$$J_{\text{РКО}} = \begin{bmatrix} J_{\text{КО}1} & 0 & \dots & 0 & J_{\text{p}1} \\ 0 & J_{\text{КО}2} & \dots & 0 & J_{\text{p}2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & J_{\text{КО}m} & J_{\text{p}m} \end{bmatrix} = [J_{\text{КО}} \quad J_{\text{p}}]. \quad (4.1)$$

Здесь $J_{\text{p}i}$ — матрица Якоби, которая связывает производную по времени вектора координат сочленений руки манипулятора с вектором (блочным) линейной и угловой скоростей точки, расположенной в основании i -го пальца. J_{p} — блочная матрица, составленная из матриц $J_{\text{p}i}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Видно, что матрица $J_{\text{РКО}}$ системы РКО отличается от аналогичной матрицы $J_{\text{КО}}$ системы КО наличием дополнительного столбца. Размер матрицы $J_{\text{КО}}$ составляет $l \times n_{\text{qc}}$. Размер матрицы $J_{\text{РКО}}$ составляет $l \times (n_{\text{qc}} + n_{\text{qp}})$. Здесь n_{qc} — суммарное число сочленений всех пальцев кисти, n_{qp} — число сочленений руки манипулятора. Полагается, что каждое сочленение допускает относительное перемещение смежных звеньев вдоль или вокруг только одной оси.

Компоненты $J_{\text{p}i}$ имеют вид

$$J_{\text{p}i} = J_{\text{p}1} + \Delta_{\text{p}i},$$

где $J_{\text{p}1}$ — матрица Якоби руки манипулятора для системы координат, расположенной в основании пальца с номером 1, $\Delta_{\text{p}i}$ — матрицы поправок. Наличие $\Delta_{\text{p}i}$ обусловлено различным положением оснований пальцев на ладони кисти относительно основания первого пальца (рис. 1).

Тогда справедливо соотношение

$$v_c = J_{\text{РКО}} [\dot{q}^T \quad \dot{q}_p^T]^T,$$

где $\dot{q}_p$ — вектор, составленный из производных координат сочленений руки манипулятора; размерность этого вектора совпадает с числом звеньев (сочленений) манипулятора.

5. Свойства ранговых и нуль-пространств матриц Якоби систем КО и РКО. Как видно из (2.5), матрица захвата G является одинаковой для систем КО и РКО. Сравнивая (2.6) и (4.1), видим, что матрицы Якоби $J_{\text{КО}}$ и $J_{\text{РКО}}$ различаются: матрица $J_{\text{РКО}}$ имеет дополнительный столбец из блочных матриц $J_{\text{p}i}$. Оценим влияние свойств матрицы J_{p} на возможность обеспечения желаемых свойств захвата, в том числе в случае, когда эти свойства невозможно обеспечить, рассматривая захват

объекта в системе КО. Для размерностей ранговых и нуль-пространств матриц имеют место следующие соотношения:

$$\dim R(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^T) = n_{J_{\text{КО}}},$$

$$\dim R(J_{\text{КО}}^T) + \dim N(J_{\text{КО}}) = k_{J_{\text{КО}}},$$

$$\dim R(J_{\text{РКО}}) + \dim N(J_{\text{РКО}}^T) = n_{J_{\text{РКО}}},$$

$$\dim R(J_{\text{РКО}}^T) + \dim N(J_{\text{РКО}}) = k_{J_{\text{РКО}}},$$

где $n_{J_{\text{КО}}}$ — количество строк матрицы $J_{\text{КО}}$, $k_{J_{\text{КО}}}$ — количество столбцов матрицы $J_{\text{КО}}$, $n_{J_{\text{РКО}}}$ — количество строк матрицы $J_{\text{РКО}}$, $k_{J_{\text{РКО}}}$ — количество столбцов матрицы $J_{\text{РКО}}$.

Матрица $J_{\text{РКО}}$ (4.1) системы РКО имеет больше столбцов, чем матрица $J_{\text{КО}}$, но одинаковое с ней количество строк, т.е. $n_{J_{\text{РКО}}} = n_{J_{\text{КО}}}$, $k_{J_{\text{РКО}}} > k_{J_{\text{КО}}}$. Тогда последние соотношения можно переписать так:

$$\dim R(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^T) = \dim R(J_{\text{РКО}}) + \dim N(J_{\text{РКО}}^T), \quad (5.1)$$

$$\dim R(J_{\text{КО}}^T) + \dim N(J_{\text{КО}}) < \dim R(J_{\text{РКО}}^T) + \dim N(J_{\text{РКО}}). \quad (5.2)$$

Ранг транспонированной матрицы равен рангу исходной матрицы, поэтому с учетом (5.1) неравенство (5.2) можно записать следующим образом:

$$\dim N(J_{\text{КО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}^T) < \dim N(J_{\text{РКО}}) - \dim N(J_{\text{РКО}}^T). \quad (5.3)$$

Соотношение (5.3) можно переписать в виде

$$\dim N(J_{\text{РКО}}^T) < \dim N(J_{\text{РКО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^T). \quad (5.4)$$

Из последнего выражения вытекает важный частный случай. Выше было показано, что для исключения *дефектности* захвата необходимо обеспечить строгое равенство $\dim N(J_{\text{РКО}}^T) = 0$. Исходя из (5.4), выполнение этого равенства возможно только при условии

$$\dim N(J_{\text{РКО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^T) = 1. \quad (5.5)$$

Соотношение (5.5) может использоваться при анализе свойств манипуляционной системы РКО при заданной конфигурации манипулятора для известного (выбранного ранее) захвата объекта системой КО. Кроме того, соотношение (5.5) свидетельствует о принципиальной возможности выбора такой конфигурации манипулятора, при которой $\dim N(J_{\text{КО}}^T) \neq 0$, но $\dim N(J_{\text{РКО}}^T) = 0$, и, следовательно, в системе РКО исключается “дефектность” захвата, образующаяся при планировании захвата в системе КО.

6. Обеспечение желаемых свойств захвата системой РКО. Полагаем, что захват является достаточным (т.е. $\dim N(G) \neq 0$) и определенным (т.е. $\dim N(G^T) = 0$). Эти условия одинаковы для систем КО и РКО.

Матрицы Якоби входят в состав соотношений, определяющих условия обеспечения некоторых желаемых свойств захвата, таких, как *исключение дефектности*, *управляемость перемещений (сил воздействия на объект)* и *внутренних сил (сил сжатия)*. Эти соотношения для системы РКО имеют вид

$$\dim N(J_{\text{РКО}}^T) = 0, \quad \text{rank } GJ_{\text{РКО}} = \text{rank } G = n_v, \\ N(G) \cap N(J_{\text{РКО}}^T) = 0.$$

Принимая во внимание вид матрицы $J_{\text{РКО}}$ (выражение (4.1)), определим свойства, которыми должна обладать матрица Якоби J_p , чтобы исключить в системе РКО дефектность захвата и обеспечить управляемость перемещениями пальцев кисти, а также силовыми воздействиями кисти на объект.

1. Условие $\dim N(J_{\text{РКО}}^T) = 0$. Нуль-пространство матрицы $J_{\text{РКО}}^T$ образуют векторы внутренних воздействий кисти на объект λ_v , которые не зависят от сил и моментов, действующих в сочлене-

ниях пальцев схвата и руки манипулятора. Обозначим эти воздействия блочным вектором λ_b , который удовлетворяет условию

$$J_{PKO}^T \lambda_b = 0 \quad \text{при} \quad \lambda_b \neq 0. \quad (6.1)$$

Условие (6.1) можно переписать как одновременное выполнение равенств:

$$J_{KO}^T \lambda_b = 0, \quad J_P^T \lambda_b = 0 \quad \text{при} \quad \lambda_b \neq 0.$$

Видно, что если последние равенства не выполняются одновременно при одинаковом для них ненулевом значении вектора λ_b , т.е. $J_{KO}^T \lambda_b = 0$, но $J_P^T \lambda_b \neq 0$ и наоборот, то $\dim N(J_{KO}^T) = 0$ и захват, дефектный в системе КО, не будет таковым в системе РКО. Другими словами, необходимо, чтобы

$$N(J_{KO}^T) \cap N(J_P^T) = 0. \quad (6.2)$$

2. Выполнение условия

$$\text{rank} G J_{PKO} = \text{rank} G = n_v$$

свидетельствует об управляемости и перемещениями пальцев кисти, и силовыми воздействиями кисти на объект в системе РКО.

Учитывая вид матриц G и J_{PKO} , представленных в выражениях (2.5) и (4.1), получим:

$$J_{PKO}^T G^T = \begin{bmatrix} G_{11} J_{KO1} & G_{12} J_{KO2} & \dots & G_{1m} J_{KO m} & G_{11} J_{p1} + G_{12} J_{p2} + \dots + G_{1m} J_{pm} \\ G_{21} J_{KO1} & G_{22} J_{KO2} & \dots & G_{2m} J_{KO m} & G_{21} J_{p1} + G_{22} J_{p2} + \dots + G_{2m} J_{pm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{61} J_{KO1} & G_{62} J_{KO2} & \dots & G_{6m} J_{KO m} & G_{61} J_{p1} + G_{62} J_{p2} + \dots + G_{6m} J_{pm} \end{bmatrix}^T.$$

Обозначим через $J_P^T G^T$ последнюю строку матрицы $J_{PKO}^T G^T$. Нуль-пространство матрицы $J_{PKO}^T G^T$ можно представить как набор некоторых ненулевых векторов ϕ , каждый из которых удовлетворяет условию

$$J_{PKO}^T G^T \phi = 0 \quad \text{при} \quad \phi \neq 0.$$

С учетом структуры матрицы J_{PKO} (4.1) это условие можно переписать как одновременное выполнение равенств:

$$J_{KO}^T G^T \phi = 0, \quad J_P^T G^T \phi = 0 \quad \text{при} \quad \phi \neq 0.$$

Если последние равенства не выполняются одновременно при общем для обоих соотношений значении $\phi \neq 0$, т.е. $J_{KO}^T G^T \phi = 0$, но $J_P^T G^T \phi \neq 0$ и наоборот, тогда неуправляемый захват в системе КО может быть управляемым в системе РКО.

Таким образом, для управляемости захвата в системе РКО необходимо, чтобы не существовало общих для нуль-пространств матриц $J_{KO}^T G^T$ и $J_P^T G^T$ значений векторов $\phi \neq 0$:

$$N(J_{KO}^T G^T) \cap N(J_P^T G^T) = 0. \quad (6.3)$$

Следующая за планированием захвата операция состоит в планировании траекторий сочленений кисти и манипулятора и их перемещении по спланированным траекториям. Перемещение обеспечивается за счет работы систем управления движением манипулятора и кисти.

П р и м е р. В качестве примера рассмотрим захват плоского объекта двупалой кистью. Объект в форме четырехугольника захватывается пальцами со стороны левой и правой граней (рис. 2а). Левая грань скошена под углом 45° . Штриховой линией показан отрезок, соединяющий точки захвата, стрелками направление движения пальцев кисти. Для наглядности будем считать, что объект может совершать только поступательные перемещения в направлении осей X и Y системы координат OXY , связанной с неподвижным основанием. В этом случае $n_v = 2$. На рис. 2а q_1 и q_2 координаты сочленений пальцев кисти. На рис. 2б μ_1 и μ_2 — силы, развиваемые приводами пальцев кисти, λ_1 и λ_2 — векторы сил, приложенных к объекту со стороны пальцев в точках захвата, P — вектор силы тяжести объекта.

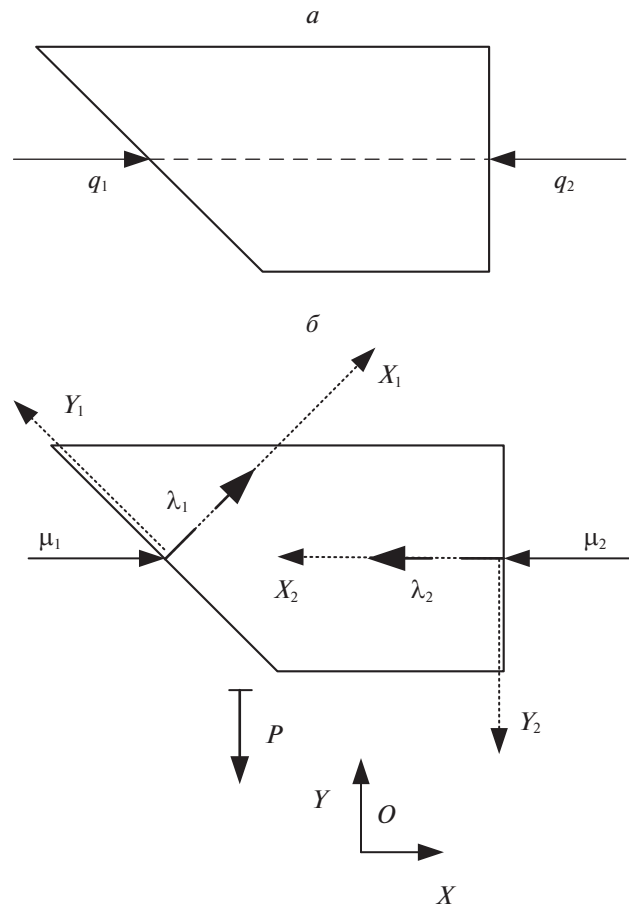


Рис. 2. Захватываемый плоский объект

Векторы сил, действующих на объект со стороны пальцев кисти, задаются в СК, связанных с объектом. Начала этих СК – в точках захвата. Обозначим их СК₁ (слева) и СК₂ (справа). Оси X этих СК направлены по нормальям к левой и правой граням объекта по направлению к объекту. Оси Y направлены вдоль граней – вверх (СК₁) и вниз (СК₂).

Контакт справа – точечный без трения. Контакт слева – точечный, но при наличии трения. В этом случае векторы λ_2 и v_{c2} имеют по одной ненулевой компоненте, векторы λ_1 и v_{c1} – по две ненулевых компоненты, т.е. проекции этих векторов на оси X_1 и Y_1 :

$$\lambda_1 = [\lambda_{1x} \ \lambda_{1y}]^T, \quad v_{c1} = [v_{c1x} \ v_{c1y}]^T, \quad \lambda_2 = [\lambda_{2x} \ 0]^T, \quad v_{c2} = [v_{c2x} \ 0]^T.$$

Вектор v линейных скоростей центра масс объекта задан в системе координат основания:

$$v = [v_x \ v_y]^T.$$

В рассматриваемом примере матрицы G^T и J имеют вид

$$G^T = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Размерности ранговых и нуль-пространств матриц G , G^T , J , J^T и GJ равны:

$$\text{rank} G = \text{rank} G^T = 2, \quad \dim N(G^T) = 0,$$

$$\text{rank} J = \text{rank} J^T = 2, \quad \dim N(J) = 0,$$

$$\text{rank} GJ = 1, \quad \text{rank} GJ \neq \text{rank} G.$$

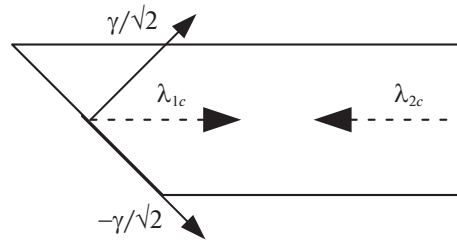


Рис. 3. Силы, сжимающие объект

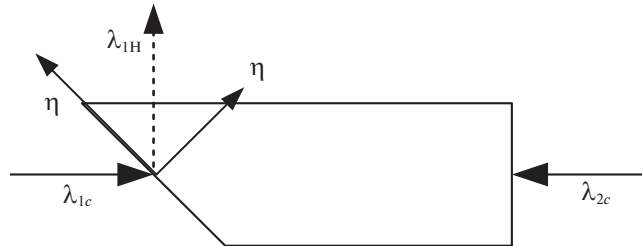


Рис. 4. Вектор неуправляемой силы

Нуль-пространства матриц G , J^T и GJ состоят из векторов

$$N(G) = [1/\sqrt{2} \ -1/\sqrt{2} \ 1]^T, \quad N(J^T) = [1 \ 1 \ 0]^T, \quad N(GJ) = [1 \ 1]^T.$$

Анализ показывает, что:

а) захват не является *неопределенным* (выполняется условие $\dim N(G^T) = 0$), что соответствует отсутствию перемещений объекта, не связанных с движением пальцев кисти;

б) захват является *достаточным* (условие $\dim N(G) \neq 0$); нуль-пространство матрицы G образует вектор

$$N(G) = [1/\sqrt{2} \ -1/\sqrt{2} \ 1]^T.$$

Компонентами этого вектора являются силы $\lambda_{1c} = \gamma [1/\sqrt{2} \ -1/\sqrt{2}]^T$, $\lambda_{2c} = \gamma [1 \ 0]^T$, сжимающие объект, что видно из рис. 3; γ — множитель;

в) захват является *дефектным*, так как $\dim N(J^T) \neq 0$, $N(J^T) = [1 \ 1 \ 0]^T$, что свидетельствует о существовании неуправляемой контактной силы (вектор $\lambda_{1н} = \eta [1 \ 1]^T$) (на рис. 4 выделен точечной линией, компоненты вектора — тонкими линиями), η — множитель;

г) захват не является избыточным, так как $\dim N(J) = 0$;

д) перемещения объекта не являются управляемыми, так как $\text{rank } GJ \neq \text{rank } G$.

Таким образом, захват объекта системой КО в силу критериев, приведенных выше, не является управляемым и в то же время является дефектным.

Будем теперь считать, что кисть размещена на манипуляторе. В качестве такового рассмотрим механизм с одной поступательной кинематической парой, перемещающей кисть с удерживаемым объектом в направлении оси Y базовой СК.

Матрица $J_{РКО}$ такой системы имеет вид

$$J = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вычисление матрицы GJ дает следующий результат:

$$GJ = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выполним анализ свойств системы РКО.

1. Можно видеть, что $\dim N(J_{\text{РКО}}) = \dim N(J_{\text{РКО}}^T) = 0$, следовательно, захват в системе РКО не является избыточным (как и в случае рассмотрения захвата в системе КО). В то же время захват в системе РКО не является дефектным (в отличие от захвата в системе КО). Благодаря этому имеется возможность управления всеми контактными силами.

2. Ранг матрицы GJ в системе РКО $\text{rank } GJ_{\text{РКО}} = \text{rank } G = 2 = n_v$. Это свидетельствует о том, что обеспечена возможность управления перемещениями объекта: по оси X базовой СК — за счет движения пальцев кисти; по оси Y — за счет движения манипулятора. Возможность перемещения объекта по оси Z отсутствовала в системе КО.

3. Выполняется условие $N(G) \cap N(J^T) = 0$, так как $\dim N(J^T) = 0$. Следовательно, система РКО обеспечивает управление внутренними силами. Такая возможность отсутствовала в системе КО.

Выполняются также условия, определенные в разд. 5 и 6, которые требуются для обеспечения желаемых свойств захвата. В самом деле, поскольку

$$\dim N(J_{\text{КО}}^T) - \dim N(J_{\text{КО}}) = 1,$$

из выражения (5.5) следует, что необходимо выполнить условие $\dim N(J_{\text{РКО}}) = 0$. Это условие верно.

Условие (6.2), а именно $N(J_{\text{КО}}^T) \cap N(J_{\text{Р}}^T) = 0$, также выполняется, поскольку

$$N(J_{\text{КО}}^T) = [1 \ 1 \ 0]^T, \quad N(J_{\text{Р}}^T) = [1 \ -1 \ 0]^T.$$

Условие (6.3) $N(J_{\text{КО}}^T G^T) \cap N(J_{\text{Р}}^T G^T) = 0$ (что эквивалентно $N(GJ_{\text{КО}})^T \cap N(GJ_{\text{Р}})^T = 0$) также выполняется, так как

$$N(GJ_{\text{КО}})^T = [0 \ 1]^T, \quad N(GJ_{\text{Р}})^T = N[0 \ 1] = [0 \ 1]^T.$$

Пример подтверждает справедливость соотношений, полученных ранее в аналитической форме. Обеспечение желаемых свойств захвата достигается за счет возможности перемещения объекта, захваченного кистью, в вертикальном направлении. Это перемещение осуществляется за счет манипулятора.

Заключение. В теории манипуляционных систем значительное внимание уделяется вопросам захвата объекта захватным устройством манипулятора, выполненным в виде многопалой кисти. Для систем такого вида существуют расчетные соотношения [2], позволяющие оценить свойства и показатели качества захвата. В основе этих соотношений — матрицы захвата G , позволяющие определить возможность перемещения захваченного объекта относительно пальцев кисти, и матрицы Якоби J кисти. Эти матрицы определяют способность кисти удерживать объект при действии внешних сил.

Обычно планирование захвата осуществляется в системе КО. В статье предложен подход к планированию захвата при рассмотрении манипуляционной системы РКО. Приведены соотношения для расчета матриц захвата и матриц Якоби для систем РКО и выявлена связь этих матриц с аналогичными матрицами системы КО. Показано, что при планировании захвата в системе РКО можно обеспечить желаемые свойства даже в случае, когда эти свойства не обеспечиваются в системе КО. Формально это достигается надлежащим выбором компонент матрицы Якоби манипулятора, на практике — выбором соответствующей конфигурации его кинематической цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bicchi A., Kumar V. Robotic Grasping and Contact: a Review // Proceedings of ICRA '00. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. San Francisco, USA, 2000. P. 348–353.
2. Prattichizzo D., Trinkle J. Grasping // Handbook on Robotics / Eds B. Siciliano, O. Kathib. Berlin: Springer, 2008. P. 671–700.
3. Stockman B., Boyle J., Bacon J. International Space Station Systems Engineering Case Study. Available at: <http://space.se.spacegrant.org/uploads/images/ISS/ISS%20SE%20Case%20Study.pdf>.

4. Hägele M., Nilsson K., Pires J. Industrial Robotics // Springer Handbook of Robotics. Berlin: Springer, 2014. P. 963–986.
5. Haidegger T., Barreto M., Gonçalves P., Habibe M. et al. Applied Ontologies and Standards for Service Robots // Robotics and Autonomous Systems. 2013. V. 61. № 11. P. 1215–1223.
6. Yoshida K., Wilcox B., Hirzinger G. Future Direction of Orbital and Surface Robotic System // Handbook of Robotics / Eds B. Siciliano, O. Kathib. Berlin: Springer, 2016. P. 1423–1459.
7. Фу К., Гонсалес Р., Лу К. Робототехника. М.: Мир, 1989.
8. Sahbani A., El-Khoury S., Bidaud P. An Overview of 3D Object Grasp Synthesis Algorithms // Robotics and Autonomous Systems. 2012. V. 60. Issue. 3. P. 326–336.
9. Shimoga K. Robot Grasp Synthesis Algorithms: A Survey // Int. J. Robotic Research. 1996. V. 15. № 3. P. 230–266.
10. Suárez R., Roa M. Grasp Quality Measures: Review and Performance // J. Autonomous Robots. 2015. V. 38. № 1. P. 65–88.
11. Miller A., Allen P. Graspit! a Versatile Simulator for Robotic Grasping // Robotics & Automation Magazine IEEE. 2004. V. 11. № 4. P. 110–122.
12. Diankov R., Kuffner J. OpenRAVE: A planning Architecture for Autonomous Robotics. Tech. Rep. CMU-RI-TR-08-34. Robotics Institute Carnegie Mellon University. Pittsburgh, PA, 2008.
13. Лесков А.Г., Илларионов В.В., Калеватых И.А., Морошкин С.Д., Бажинова К.В., Феоктистова Е.В. Аппаратно-программный комплекс для решения задач автоматического захвата объекта манипуляторами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2015. Вып. 1(37). С. 8–22.
14. Salisbury J., Roth B. Kinematic and Force Analysis of Articulated Mechanical Hands // J. Mech. Transm. Automat. 1983. V. 105. P. 35–41.
15. Андрушевский Н.М. Анализ устойчивости решений систем линейных алгебраических уравнений. М.: Изд-во МГУ, 2008.