

---

---

**СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ**

---

---

УДК 629.7.015

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОПТИМИЗИРОВАННЫХ  
ДЕЛЬТА-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ  
ПОСАДКОЙ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

© 2019 г. **П. П. Кравченко<sup>а,\*</sup>, Л. И. Куликов<sup>б</sup>, В. В. Щербинин<sup>б,\*\*</sup>**

<sup>а</sup>*Южный федеральный университет, Таганрог, Россия*

<sup>б</sup>*АО “Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики”, Москва, Россия*

<sup>\*</sup>*e-mail: leo-is-the-first@ya.ru*

<sup>\*\*</sup>*e-mail: mail\_dv@mail.com*

Поступила в редакцию 06.02.2019 г.

После доработки 02.04.2019 г.

Принята к публикации 20.05.2019 г.

Рассматривается задача управления посадкой беспилотного летательного аппарата самолетного типа в вертикальной плоскости. Предлагаемый авторский дискретный способ управления непрерывным объектом в настоящей работе, называемый методом оптимизированных дельта-преобразований, основан на выборе параметров управления на каждом шаге дискретизации, позволяющих минимизировать длительность переходного процесса при отклонении от программной траектории с учетом ограничений, накладываемых на управляющие сигналы.

Выполнено сравнение с классическим методом формирования управления в контуре с пропорционально-дифференцирующим регулятором. Целью обоих методов является компенсация отклонения центра масс беспилотного летательного аппарата от задаваемой программной траектории полета. Приведены сравнительные результаты численного моделирования полета беспилотного летательного аппарата на этапе посадки при идеальных и зашумленных измерениях параметров полета.

**DOI:** 10.1134/S0002338819050093

**Введение.** Алгоритмы автоматического управления полетом беспилотных летательных аппаратов (БЛА) самолетного типа в большинстве случаев основаны на использовании пропорционально-интегрально-дифференцирующих (ПИД) регуляторов и их различных модификаций. Подобные законы управления доказали свою надежность и универсальность, однако они имеют ряд недостатков. Системы управления, базирующиеся на таких регуляторах, оказываются чувствительными к параметрам управляемого объекта. Кроме того, настройка ПИД-регуляторов при помощи логарифмической фазово-частотной характеристики (ЛФХЧ) или анализа переходных процессов в каждом контуре управления [1] – непростая инженерная процедура, результат которой зависит от опыта и интуиции исследователя.

Существуют и более современные методы управления полетом БЛА, обзор которых приведен в монографии [2]. К ним относятся классические методы теории оптимального управления, а также некоторые другие, например методы “синергетической теории управления”. Однако проблемы оптимального управления сводятся к крайним нелинейным задачам, порядок которых вдвое больше, чем порядок исходных систем (за счет добавления уравнений сопряженной системы) [3, 4]. Применение же других методов затруднено сложностью алгоритмов, особенно в условиях сильно зашумленных измерений.

На фоне перечисленных способов управления выделяется алгоритмически простой дискретный метод управления БЛА, базирующийся на методологии “дельта-преобразований второго порядка” [5]. Термин “дельта-преобразование” является синонимом понятия “дельта-модуляция”, использующегося в теории сигналов с конца 1940-х гг. Дельта-модуляцией называется преобразование аналогового сигнала в дискретную форму [6, 7]. Суть дельта-преобразования второго порядка (далее уточнение “второго порядка” будет опускаться) для данной непрерывной функции заключается в построении некоторой приближенной функции, вторая производ-

ная которой на каждом малом шаге дискретизации принимает постоянное значение [6]. Известно, что стандартные алгоритмы дельта-преобразований имеют такие недостатки, как затяжной переходный процесс и сильные колебания ошибки установившегося процесса [7, 8]. Заслужкой П.П. Кравченко является создание в 1980-е гг. оптимизированного алгоритма дельта-преобразований, лишенного упомянутых недостатков. Этот метод привел к решению целого ряда актуальных на ту пору задач, относящихся к различным областям науки и техники [8–10]. Этот же алгоритм лег в основу синтеза и в задаче управления полетом БЛА на этапе посадки (далее везде имеется в виду оптимизированный вариант алгоритма, поэтому слово “оптимизированный” также опускается).

В рассматриваемой задаче синтез управления устроен следующим образом. Четыре уравнения движения БЛА в вертикальной плоскости, представленные в форме Коши, приводятся к двум, в левых частях которых стоят вторые производные (высоты и угла атаки). Предлагаемый алгоритм дельта-преобразований заключается в замене этих вторых производных программными параметрами управления, принимающими постоянные значения, которые вычисляются специальным алгоритмом на каждом дискрете времени. Затем на основании правых частей полученных уравнений выполняется расчет управляющих воздействий, задающих отклонение руля высоты, необходимого для достижения требуемого угла атаки. Такой подход известен в литературе как метод обратных задач динамики [11].

Для формируемых параметров управления отдельно выбираются абсолютное значение и знак: абсолютное значение – в зависимости от текущего положения относительно программной траектории; алгоритм выбора знака базируется на использовании переключающих функций, полученных ранее П.П. Кравченко на основе решения известной задачи синтеза оптимального по быстродействию управления [3, 12] для разностных уравнений. Авторская методика предполагает наличие “нулевого режима управления” в дополнение к релейному управлению, поэтому представленный алгоритм дельта-преобразований в источниках [9, 13] носит название “троичного”. Выбор программных параметров управления при помощи переключающих функций позволяет минимизировать как длительность переходного процесса, возникающего при начальном отклонении от программной траектории, так и отклонение от нее в установившемся режиме [9].

В настоящей статье для малого БЛА самолетного типа строится упомянутый алгоритм управления движением в вертикальной плоскости, позволяющий совершить посадку на взлетно-посадочную полосу (ВПП) в автоматическом режиме. Наряду с этим методом управления, для сравнения, рассматривается и другой, основанный на применении пропорционально-дифференцирующего (ПД) регулятора, который описан, например, в работах [14, 15].

Ранее по теме применения метода дельта-преобразований к задаче управления полетом БЛА самолетного типа были опубликованы статьи [13, 16]. Однако в них не показано, какие преимущества имеет этот способ управления по сравнению с другими. В настоящей работе проводится сравнение результатов численного моделирования, полученных при использовании одного и другого методов управления. Кроме того, впервые публикуются результаты исследований с учетом ошибок измерений датчиков.

**1. Математическая модель.** В качестве объекта управления рассматривается легкий БЛА самолетного типа массой  $m = 2$  кг с высоким аэродинамическим качеством, управляемый рулем высоты, рулем направления и элеронами.

Для описания полета “беспилотника” вводится земная система координат  $O\xi\eta\zeta$  (ЗСК), связанная с ВПП ( $O$  – точка на торце ВПП, ось  $O\xi$  направлена вдоль ВПП, ось  $O\eta$  является местной вертикалью, а ось  $O\zeta$  дополняет тройку до правой). Также рассматривается связанная (с аппаратом) система координат  $Cxyz$  (ССК), где  $C$  – центр масс БЛА. В случае плоской задачи ориентация ССК относительно ЗСК задается углом тангажа  $\vartheta$ .

Пространственное движение БЛА описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений 12-го порядка, в которую входят уравнения движения центра масс, уравнения движения вокруг центра масс, уравнения Крылова и уравнения кинематической связи земных координат и скоростей в ССК [14, 15, 17]. Для синтеза закона управления рулем высоты будем использовать следующие четыре дифференциальных уравнения, описывающие полет БЛА в вертикальной плоскости:

$$\dot{h} = v_x \sin \vartheta + v_y \cos \vartheta; \tag{1.1}$$

$$\dot{v}_y = -g + \frac{Y}{m}; \tag{1.2}$$

$$\dot{\vartheta} = \omega_z; \quad (1.3)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{M_z q S b_A}{I_z}. \quad (1.4)$$

Здесь  $v_x, v_y$  – проекции вектора скорости центра масс БЛА на оси  $Ox, Oy$ ,  $\omega_z$  – угловая скорость тангажа БЛА;  $h$  – высота центра масс беспилотника;  $Y$  – подъемная сила, действующая на БЛА;  $g$  – ускорение свободного падения в районе ВПП;  $I_z$  – главный момент инерции БЛА относительно поперечной оси  $Cz$ ;  $q$  – скоростной напор набегающего потока;  $S$  – площадь крыльев;  $b_A$  – средняя аэродинамическая хорда (САХ);  $M_z$  – безразмерный коэффициент момента тангажа.

К дифференциальным уравнениям (1.1)–(1.4) добавляется ряд алгебраических соотношений [14, 15]. Среди них в дальнейшем используются следующие выражения для описания аэродинамических величин:

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right); \quad (1.5)$$

$$q = \frac{1}{2}\rho v^2; \quad (1.6)$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2; \quad (1.7)$$

$$Y = C_y q S; \quad C_y = C_y^0 + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\omega_z} \omega_z + C_y^\delta \delta; \quad (1.8)$$

$$M_z = M_z^0 + M_z^\alpha \alpha + M_z^{\omega_z} \omega_z + M_z^\delta \delta, \quad (1.9)$$

где  $\alpha$  – угол атаки,  $\rho$  – плотность воздуха,  $v$  – скорость центра масс БЛА,  $C_y$  – безразмерный коэффициент подъемной силы,  $\delta$  – отклонение руля высоты,  $C_y^\alpha, C_y^{\omega_z}, C_y^\delta$  – заданные постоянные коэффициенты аэродинамических сил,  $M_z^\alpha, M_z^{\omega_z}, M_z^\delta$  – заданные постоянные производные момента тангажа,  $C_y^0, M_z^0$  – коэффициенты подъемной силы и продольного момента при  $\alpha = 0$  [17].

**2. Синтез закона управления на основе дельта-преобразований.** Синтезируемый закон управления отклонением руля высоты  $\delta$  является дискретным. Зададим моменты времени  $t_i: t_i = i\Delta t$ , здесь  $i$  – номер временного шага,  $\Delta t$  – дискрет времени. Тогда отклонение руля высоты в момент времени  $t_{i+1}$  обозначим как  $\delta_{i+1} = \delta(t_{i+1})$ . Закон управления представляет собой функцию следующих измеряемых величин:

$$\delta_{i+1} = \delta_{i+1}(q_i, \alpha_i, \omega_{z,i}, h_i, \dot{h}_i, \xi_i), \quad (2.1)$$

где  $q_i = q(t_i)$ ,  $\alpha_i = \alpha(t_i)$ ,  $\omega_{z,i} = \omega_z(t_i)$ ,  $h_i = h(t_i)$ ,  $\dot{h}_i = \dot{h}(t_i)$ ,  $\xi_i = \xi(t_i)$ .

Для синтеза закона управления на каждом  $i$ -м шаге необходимо выполнить два этапа расчета параметров. На первом этапе по отклонению  $\Delta h_i = h_i - h_{d,i}$  текущей высоты  $h_i$  от программной  $h_{d,i} = h_{d,i}(\xi_i)$  и производной этого отклонения  $\Delta \dot{h}_i$  на каждом шаге вычисляется программное (желаемое) приращение вертикальной перегрузки аппарата  $\Delta \eta_{d,i} = \Delta \eta_{d,i}(\Delta h_i, \Delta \dot{h}_i, q_i)$ , с учетом которой формируется программное значение угла атаки  $\alpha_{d,i} = \alpha_{d,i}(\Delta \eta_{d,i}, q_i)$ . На втором этапе вычисляется разность  $\Delta \alpha_i = \alpha_i - \alpha_{d,i}$ , на основе которой определяется программное значение второй производной угла атаки, обозначаемое символом  $\ddot{\alpha}_{d,i}$ , где  $\ddot{\alpha}_{d,i} = \ddot{\alpha}_{d,i}(\Delta \alpha_i, \omega_{z,i})$ . Далее задается закон управления рулем высоты  $\delta_{i+1} = \delta_{i+1}(\ddot{\alpha}_{d,i}, \alpha_i, \omega_{z,i}, q_i)$ , что является уточнением формулы (2.1).

Таким образом, первый этап заключается в настройке контура управления поступательным движением БЛА, а второй – контура управления угловым движением БЛА. Такой принцип синтеза алгоритма управления следует из того, что при управлении полетом БЛА первичным является вращательное движение вокруг центра масс, вызываемое отклонением органа управления, следствием которого будет изменение аэродинамических сил и соответственно требуемое изменение траектории движения центра масс БЛА [1].

В синтезируемом законе управления следует учесть ограничения на допустимые значения углов атаки, тангажа и отклонения руля высоты:  $|\alpha| \leq \alpha_{\max}$ ,  $|\vartheta| \leq \vartheta_{\max}$  и  $|\delta| \leq \delta_{\max}$  соответственно.

Первый этап. Для формирования сигнала  $\alpha_{d,i}$  используем уравнения (1.1), (1.2), (1.8). Дифференцируем соотношение (1.1) по времени:

$$\dot{h} = \dot{v}_x \sin \vartheta + \dot{v}_y \cos \vartheta + \dot{\vartheta} v_x \cos \vartheta - \dot{\vartheta} v_y \sin \vartheta. \quad (2.2)$$

В правой части формулы (2.2) первое и четвертое слагаемые малы по сравнению с другими двумя: продольная скорость  $v_x$  меняется медленно, скорость  $v_y$  мала и угол  $\vartheta$  мал, поэтому  $\dot{v}_x \sin \vartheta \ll 1$  и  $\dot{\vartheta} v_y \sin \vartheta \ll 1$ , и ими можно пренебречь. Кроме того, с учетом уравнения (1.3) имеем

$$\dot{h} = \dot{v}_y \cos \vartheta + \omega_z v_x \cos \vartheta. \quad (2.3)$$

В правой части соотношения (2.3) для рассматриваемой динамической модели оба слагаемых соизмеримы, однако результаты проведенных численных исследований показывают, что из двух слагаемых допустимо оставить только первое, при этом точность стабилизации программного режима и время переходного процесса не ухудшаются. Учитывая малость угла  $\vartheta$ , можно принять  $\cos \vartheta \approx 1$ . Подставив соотношение (1.2) в полученное из (2.3), с учетом сделанных допущений, выражение  $\dot{h} = \dot{v}_y$  имеем

$$\ddot{h} = -g + Y/m. \quad (2.4)$$

Заметим, что из соотношения (2.3) вытекает определение понятия приращения вертикальной перегрузки  $\Delta\eta$  [1]:

$$\Delta\eta \stackrel{\text{def}}{=} \dot{h}/g = Y/mg - 1. \quad (2.5)$$

Тогда, пренебрегая последними двумя членами в соотношении (1.8), подставим (1.8) в уравнение (2.5) и выразим из него угол атаки. Получаем формулу для определения угла атаки:

$$\alpha = (mg(\Delta\eta + 1) - C_y^0 q S) / (C_y^\alpha q S). \quad (2.6)$$

На основе формулы (2.6) определим соотношение, задающее программное значение угла атаки  $\alpha_{d,i}$  на каждом шаге:

$$\alpha_{d,i} = (mg(\Delta\eta_{d,i} + 1) - C_y^0 q_i S) / (C_y^\alpha q_i S), \quad (2.7)$$

$\Delta\eta_{d,i}$  – постоянный на каждом шаге параметр управления приращением перегрузки. Он определяется формулой

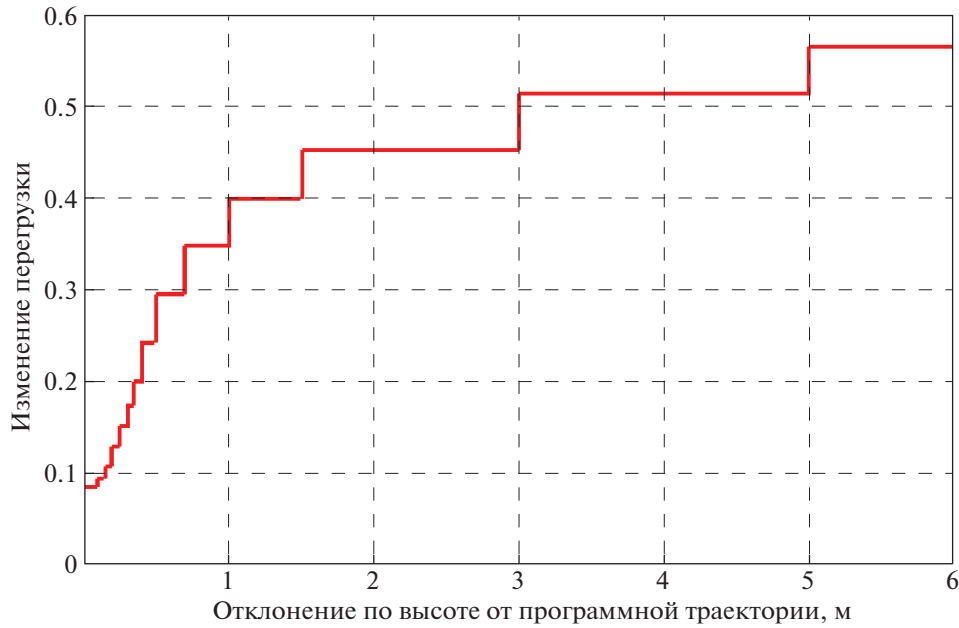
$$\Delta\eta_{d,i} = \Delta\eta_i \Delta_i, \quad (2.8)$$

где  $\Delta\eta_i$  – это модуль программного приращения перегрузки, которое должно быть отработано БЛА для обеспечения его движения вдоль программной траектории ( $\Delta\eta_i = \text{const}$ ,  $t \in [t_i; t_{i+1}]$ ), а величина  $\Delta_i$  определяет знак такого параметра,  $\Delta_i$  может принимать одно значение из набора  $\{-1, 0, 1\}$  на каждом шаге преобразования. Поэтому, как уже упоминалось выше, такой тип дельта-преобразований в литературе называется троичным [9]. Ниже приводится алгоритм получения  $\Delta\eta_i$  и  $\Delta_i$ .

Величину  $\Delta\eta_i$  определим как значение кусочно-постоянной монотонно возрастающей функции  $\Delta\eta(\Delta h)$  отклонения  $\Delta h$  по высоте от программной траектории:  $\Delta\eta_i = \Delta\eta(\Delta h_i)$  (рис. 1). Конечный набор значений, которые может принимать функция  $\Delta\eta(\Delta h)$ , определяется путем численного моделирования переходных процессов для каждого конкретного БЛА. Тот же набор значений  $\Delta\eta(\Delta h)$  (как на рис. 1) был успешно апробирован при моделировании полета другого БЛА массой  $m = 14$  кг, аэродинамические характеристики которого существенно отличались от характеристик БЛА, рассматриваемого в текущей работе. Такой результат позволяет сделать предположение о применимости рассматриваемой конкретной функции изменения перегрузки (рис. 1) для достаточно широкого класса БЛА.

Если окажется, что при каком-то задаваемом значении изменения перегрузки  $\Delta\eta_i$  программный угол атаки  $|\alpha_{d,i}| > \alpha_{\max}$ , то константа  $\Delta\eta_i$  устанавливается соответствующей углу атаки  $\alpha_{\max}$  (2.6):

$$\Delta\eta_i = (C_y^\alpha q_i S \alpha_{\max} + |mg - C_y^0 q_i S|) / (mg). \quad (2.9)$$

Рис. 1. График функции  $\Delta\eta(\Delta h)$ 

Значение  $\Delta_i$  на каждом шаге определяется посредством троичного алгоритма дельта-преобразований [5, 8, 9]:

$$\begin{aligned}
 \Delta h_i &= h_i - h_{d,i}; & \Delta \dot{h}_i &= b_h(\dot{h}_i - \dot{h}_{d,i}); \\
 F_i^1 &= \Delta h_i + 2\Delta \dot{h}_i \Delta t + \left( \frac{(\Delta \dot{h}_i \Delta t)^2}{2C_i} + \frac{C_i}{2} \right) \text{sign} \Delta \dot{h}_i; \\
 F_i^2 &= \Delta h_i + \Delta \dot{h}_i \Delta t + \left( \frac{(\Delta \dot{h}_i \Delta t)^2}{2C_i} - \frac{C_i}{2} \right) \text{sign} \Delta \dot{h}_i; \\
 \text{если } F_i^1 F_i^2 > 0, & \text{ то } \Delta_i = -\text{sign} F_i^1, \\
 \text{иначе } & \Delta_i = 0.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Здесь  $\dot{h}_i$  и  $\dot{h}_{d,i} = \dot{h}_{d,i}(\xi) = \xi dh_{d,i}/d\xi$  – текущее и программное значения вертикальной скорости. Величина  $C_i = 0.75\Delta\eta_i g \Delta t^2$  имеет размерность длины и характеризует точность стабилизации программной траектории. Характерной особенностью алгоритма дельта-преобразований является наличие переключающих функций  $F_i^1, F_i^2$ . Они были получены в [9] на основе известного решения задачи Фельдбаума [12], записанного в дискретной форме. Как и в классической задаче быстрогодействия, переключающие функции  $F_i^1, F_i^2$  в зависимости от начальных условий определяют знак управляющего параметра – программной перегрузки  $\Delta\eta_{d,i}$  (2.8), обеспечивающей оптимальное по времени движение к точке  $\Delta h_i = 0, \Delta \dot{h}_i = 0$ , т.е. в сторону программной траектории. Разница с задачей Фельдбаума состоит в том, что предлагаемое управление имеет три варианта, а не два, поэтому возникает две линии переключения, задаваемые условиями  $F_i^1 = 0$  и  $F_i^2 = 0$ . Здесь  $b_h \geq 1$  – постоянный коэффициент усиления, стоящий при отклонении текущего значения вертикальной скорости от программного. Он задается априорно для того, чтобы демпфировать протекающие переходные процессы.

При получении значения  $\Delta_i$  ограничение на угол тангажа учитывается следующим образом: в случае если угол тангажа  $|\vartheta_i| > \vartheta_{\max}$ , то

$$\Delta_i = -\text{sign} \Delta \dot{h}_i, \tag{2.11}$$

иначе вычисляется из соотношений (2.9).

Таким образом, соотношения (2.7)–(2.11) полностью определяют программное значение угла атаки  $\alpha_{d,i}$ . Использование переключающих функций позволяет называть применяемый в данной задаче метод дельта-преобразований оптимизированным.

**Второй этап.** Для того чтобы получить выражение для  $\delta_{i+1}$ , используем соотношения (1.3), (1.4), (1.9), описывающие движение БЛА вокруг центра масс. Продифференцируем по времени уравнение (1.3), а затем подставим в него соотношения (1.4) и (1.9):

$$\ddot{\vartheta} = (M_z^0 + M_z^\alpha \alpha + M_z^{\omega_z} \omega_z + M_z^{\delta_{elev}} \delta) q_i S b_A / I_z. \quad (2.12)$$

Будем считать, что первая и вторая производные траекторного угла  $\dot{\theta} \approx \ddot{\theta} \approx 0$ , тогда, используя известное соотношение  $\alpha = \vartheta - \theta$ , примем, что  $\ddot{\vartheta} \approx \ddot{\vartheta} - \ddot{\theta} = \ddot{\alpha}$ . Выразим угол отклонения руля высоты  $\delta$  из уравнения (2.12) и запишем полученное соотношение в дискретной форме, предварительно заменив  $\ddot{\vartheta}$  на  $\ddot{\alpha}_{d,i}$ :

$$\hat{\delta}_{i+1} = \frac{I_z \ddot{\alpha}_{d,i} - (M_z^0 + M_z^\alpha \alpha_i + M_z^{\omega_z} \omega_{z,i}) q_i S b_A}{M_z^{\delta_{elev}} q_i S b_A}. \quad (2.13)$$

С учетом ограничений, наложенных на отклонение руля высоты, закон управления (2.13) уточняется следующим образом:

$$\delta_{i+1} = \begin{cases} -\delta_{\max} & \hat{\delta}_{i+1} < -\delta_{\max}, \\ \hat{\delta}_{i+1} & |\hat{\delta}_{i+1}| \leq \delta_{\max}, \\ \delta_{\max} & \hat{\delta}_{i+1} > \delta_{\max}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Для определения постоянного на каждом  $i$ -м шаге параметра управления  $\ddot{\alpha}_{d,i}$  используется соотношение:

$$\ddot{\alpha}_{d,i} = L_\alpha \nabla_i, \quad \text{где} \quad L_\alpha = \begin{cases} 2.5 \text{ рад/с}^2, & |\Delta h| \leq 5 \text{ м}, \\ 5 \text{ рад/с}^2, & |\Delta h| > 5 \text{ м}, \end{cases} \quad (2.15)$$

$L_\alpha = L_\alpha(\Delta h)$  – программное значение модуля второй производной угла атаки, а величина  $\nabla_i$  аналогично  $\Delta_i$  определяет знак параметра  $\ddot{\alpha}_{d,i}$  и может принимать три значения: 0, 1, –1. Для рассматриваемой модели БЛА величина  $L_\alpha$  принимает значения, согласно формуле (2.15). Однако те же значения  $L_\alpha$  успешно применялись в уже упоминавшемся исследовании полета более крупного БЛА, из чего можно сделать предположение о том, что эти значения пригодны для целого класса БЛА.

Далее аналогично алгоритму (2.10) определяется значение  $\nabla_i$  параметра  $\ddot{\alpha}_{d,i}$ :

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_i &= \alpha_i - \alpha_{d,i}; & \Delta \dot{\alpha}_i &= b_\alpha \omega_{z,i}; \\ G_i^1 &= \Delta \alpha_i + 2 \Delta \dot{\alpha}_i \Delta t + \left( \frac{(\Delta \dot{\alpha}_i \Delta t)^2}{2 D_i} + \frac{D}{2} \right) \text{sign} \Delta \dot{\alpha}_i; \\ G_i^2 &= \Delta \alpha_i + \Delta \dot{\alpha}_i \Delta t + \left( \frac{(\Delta \dot{\alpha}_i \Delta t)^2}{2 D_i} - \frac{D}{2} \right) \text{sign} \Delta \dot{\alpha}_i; \\ \text{если } G_i^1 G_i^2 &> 0, & \text{то } \nabla_i &= -\text{sign} G_i^1, \\ & & \text{иначе } \nabla_i &= 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Здесь  $G_i^1, G_i^2$  – переключающие функции, идентичные по своей структуре функциям  $F_i^1, F_i^2$ ;  $D = 0.75 L_\alpha \Delta t^2$ ;  $b_\alpha \geq 1$  – коэффициент усиления при продольной угловой скорости  $\omega_{z,i}$ . Как и в соотношениях (2.10), с его помощью можно регулировать возникающие в системе переходные процессы.

Стоит отметить, что в ходе синтеза настоящего алгоритма были выбраны такие параметры, как набор значений, принимаемых функцией  $\Delta \eta(\Delta h)$ , а также величины констант  $b_h, C_i, b_\alpha, D$ . Процедура настройки их значений представляет собой задачу, которая выходит за рамки данной статьи и подробно изложена в работе [9].

Таким образом, алгоритм управления рулем высоты (2.13)–(2.16), в основе которого лежит троичный алгоритм дельта-преобразований второго порядка, полностью построен. Такой подход к синтезу управления соответствует принципу обратной задачи динамики: по заданному программному закону движения БЛА  $h_{d,i} = h_{d,i}(\xi_i)$  (конкретный вид программной траектории представлен в разд. 6) определяются силы, под действием которых это движение происходит [11]. После вычисления необходимого ускорения по формуле (2.8) происходит расчет управляющего воздействия (2.14), обеспечивающего появление такой силы, а значит, обеспечивающего компенсацию отклонения центра масс БЛА от программной траектории.

**3. Управление на основе ПД-регулятора.** В данном разделе приводится алгоритм управления рулем высоты, который был построен в работах [14, 15]:

$$\delta = \begin{cases} \delta_{\min} & \text{при } \check{\delta} < \delta_{\min}, \\ \delta & \text{при } \delta_{\min} \leq \check{\delta} \leq \delta_{\max}, \\ \delta_{\max} & \text{при } \check{\delta} > \delta_{\max}, \end{cases}$$

$$\check{\delta} = \delta^0 + k_{\omega_z} \omega_z + k_h \Delta h + k_{\dot{h}} \Delta \dot{h}, \quad (3.1)$$

$$\Delta h = \begin{cases} \Delta h_{\min} & \text{при } h - h_d < \Delta h_{\min}, \\ h - h_d & \text{при } \Delta h_{\min} \leq h - h_d \leq \Delta h_{\max}, \\ \Delta h_{\max} & \text{при } h - h_d > \Delta h_{\max}. \end{cases}$$

Здесь  $k_{\omega_z}$ ,  $k_h$ ,  $k_{\dot{h}}$  – коэффициенты обратной связи;  $\delta^0$  – балансировочное значение отклонения руля высоты;  $\Delta h_{\min}$ ,  $\Delta h_{\max}$  – устанавливаемые ограничения на приращение сигнала по высоте. Остальные обозначения такие же, как и в разд. 3.

**4. Управление тягой.** В обоих случаях управление тягой  $P$  осуществляется при помощи автомата тяги [15]:

$$P = \begin{cases} P_{\min} & \text{при } \check{P} < P_{\min}, \\ \check{P} & \text{при } P_{\min} \leq \check{P} \leq P_{\max}, \\ P_{\max} & \text{при } \check{P} > P_{\max}, \end{cases} \quad (4.1)$$

где  $\check{P} = P_0 + k_v(v_{air} - v_d)$ ,  $P_0$  – балансировочное значение тяги;  $v_d$  – программная скорость;  $P_{\min}$ ,  $P_{\max}$  – нижнее и верхнее ограничения на тягу двигателя. Здесь для простоты будем считать, что  $P_{\max}$  – постоянное значение, не зависящее от воздушной скорости  $v_{air}$ . Хотя, в действительности, это не так [18].

**5. Ошибки навигационного блока.** Группой инженеров АО “ЦНИИАГ” разработана автоматическая система посадки (АСП), состоящая из блока навигации (БН) и блока управления [19]. В основе АСП лежит радиотехническая система локальной навигации (РТСЛН), в состав которой входят запросчик с антенной, установленный на борту БЛА, вычислитель и радиомаяки, располагаемые в районе ВПП [20, 21]. Кроме того, в состав БН входят бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) на базе микромеханических датчиков первичной информации (ДПИ), система воздушных сигналов (СВС), лазерный дальномер, используемый на высотах менее 5 м, и баровысотмер – для высот более 5 м; блок комплексной обработки навигационной информации (БО), который выдает навигационное решение.

Из-за присутствия в первичной информации сильных шумов различной природы (для разных датчиков), несмотря на комплексирование информации, получаемое из БО навигационное решение характеризуется большой шумовой составляющей и пропаданием решения. Для объективного сравнения работы двух алгоритмов управления предлагается тестировать их на предлагаемом навигационном решении БН.

**6. Результаты моделирования.** В текущем разделе представлено сравнение основных результатов численного моделирования полета БЛА в вертикальной плоскости при использовании представленных выше алгоритмов управления: основанного на использовании оптимизированных

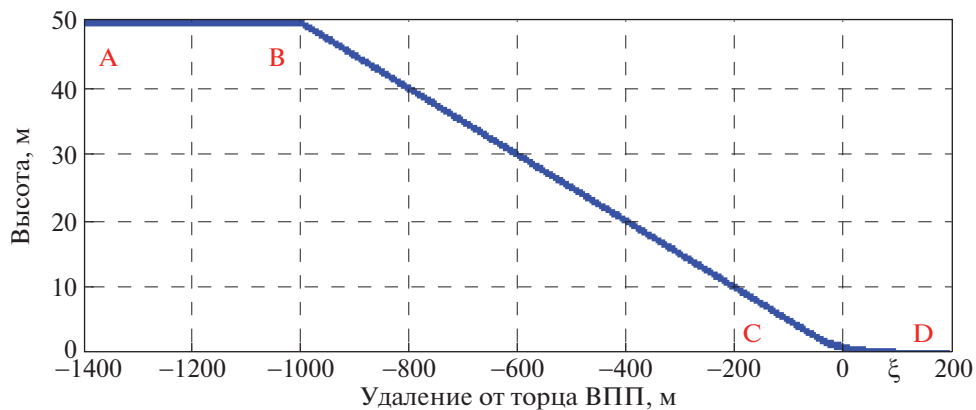


Рис. 2. Глиссада

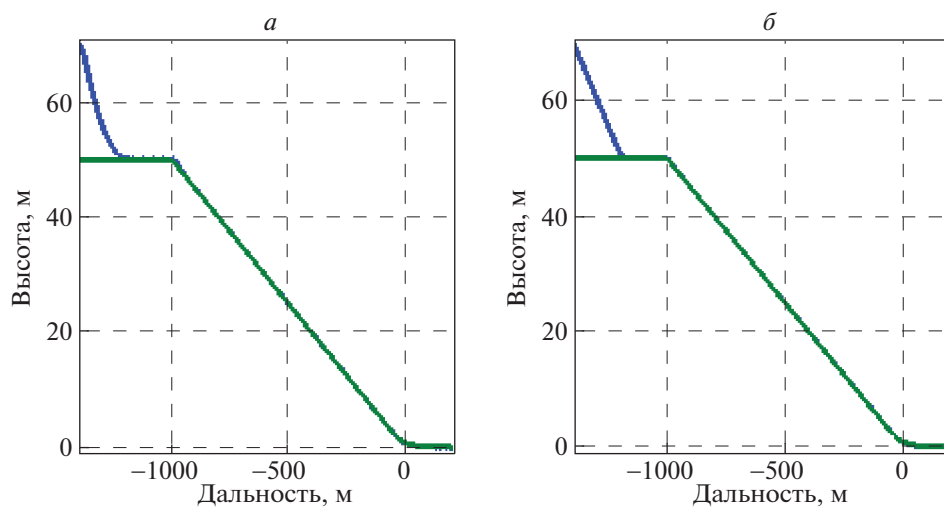


Рис. 3. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

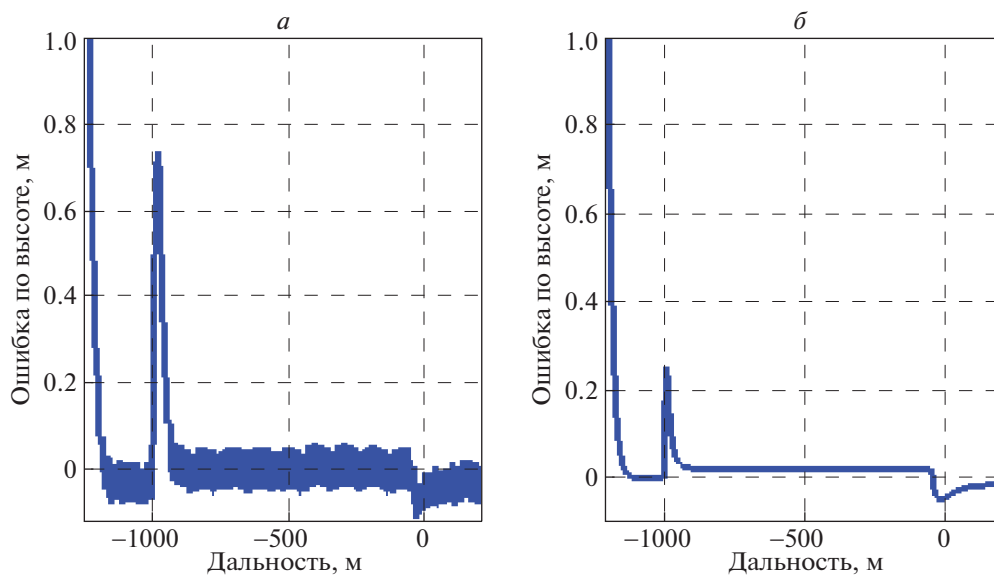


Рис. 4. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)



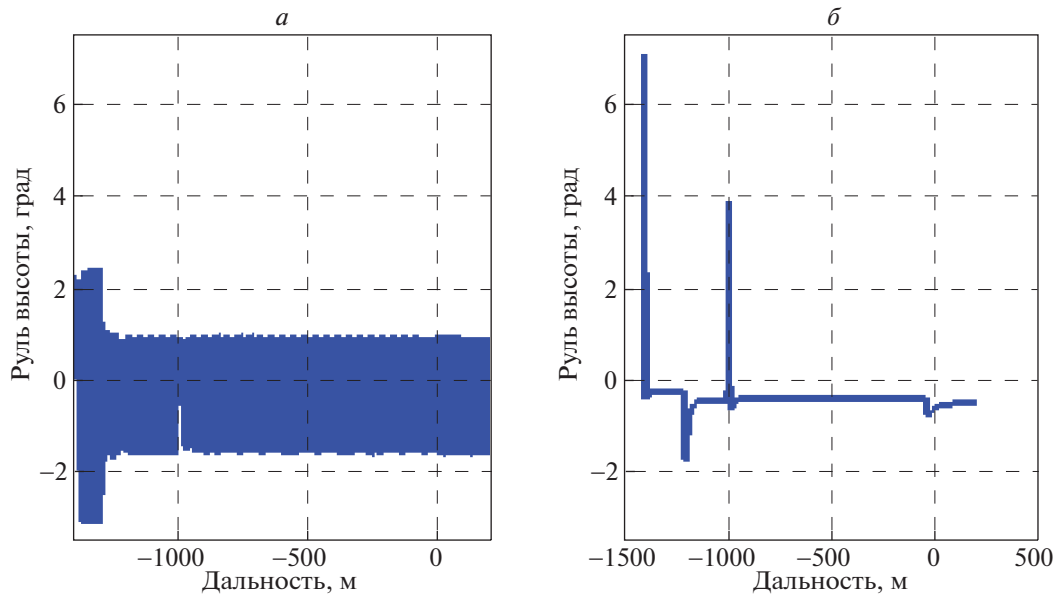


Рис. 5. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

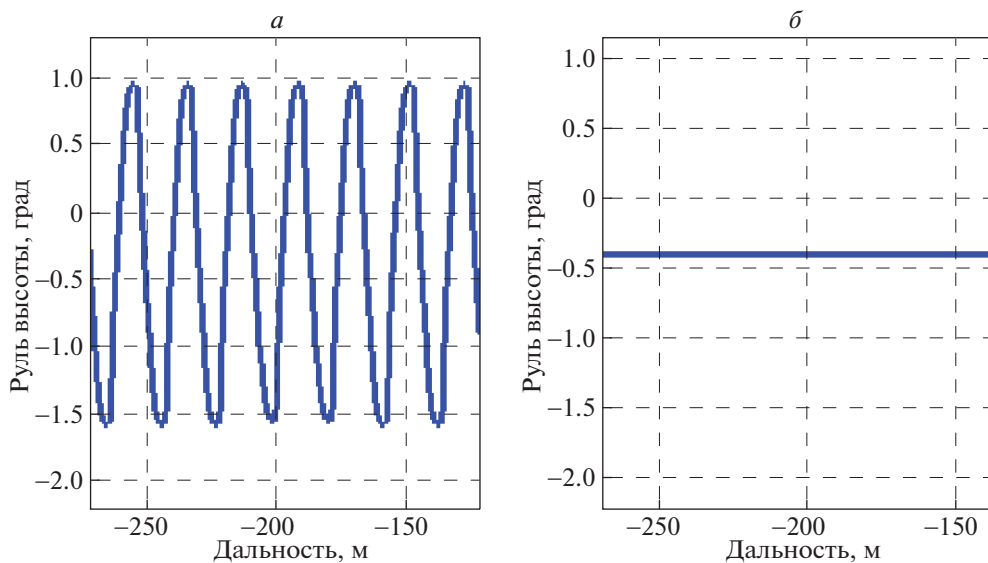


Рис. 6. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

дельта-преобразований (2.7)–(2.16) и ПД-регулятора (3.1). И в том и в другом случае алгоритм управления тягой задается соотношениями (4.1). Настоящий раздел включает в себя две части: в первой сравнение проводится при идеальных измерениях, во второй – на прошедших через БО смоделированных зашумленных измерениях ДПИ.

Для корректности сравнения все условия моделирования берутся идентичными. Выбирается дискрет времени  $\Delta t = 0.02$  с. В качестве программной посадочной траектории рассматривается классическая глиссада, состоящая из горизонтального участка  $AB$  (высота  $h_{progr} = 50$  м), наклонного прямолинейного участка  $BC$  и экспоненты  $CD$ , уходящей “под ВПП” (рис. 2). В начальный момент времени центр масс БЛА находится на высоте  $h_0 - h_{progr} = 20$  м в плоскости ВПП на расстоянии  $D_0 = 1200$  м от торца ВПП. Целью обоих алгоритмов управления является как можно более быстрый выход на программную траекторию и ее удержание. Кроме того, на заключительном

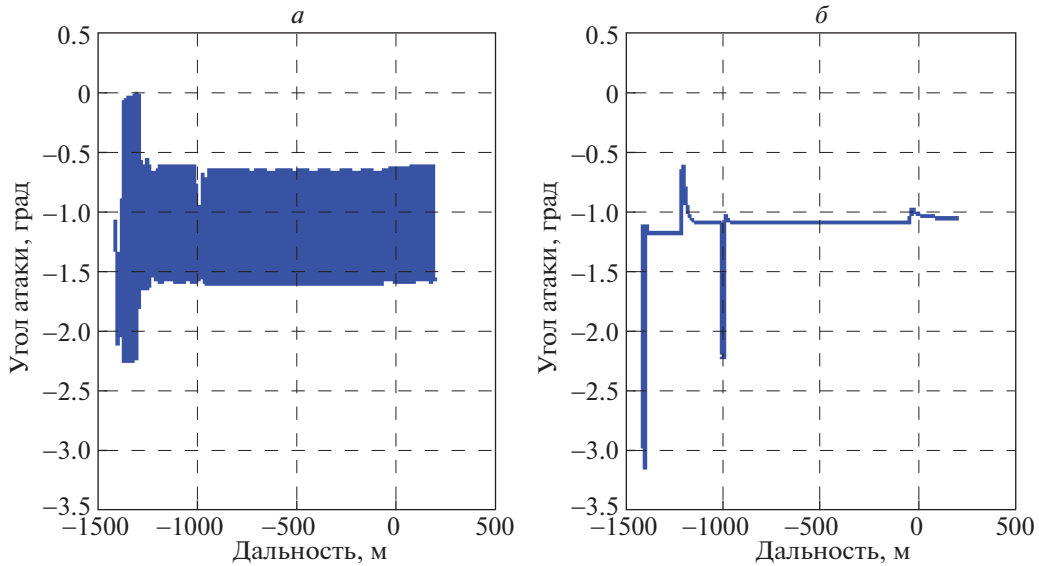


Рис. 7. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

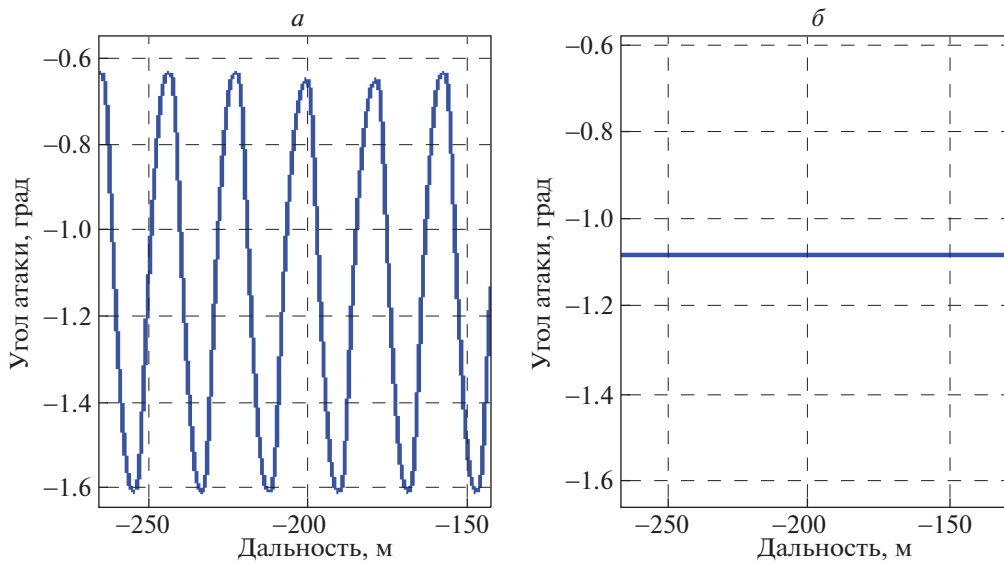


Рис. 8. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

этапе полета (выравнивании) отклонение высоты БЛА от программной должно быть минимально возможным, иначе в результате жесткой посадки беспилотник может быть поврежден.

Необходимо отметить, что при моделировании учитывается динамика сервоприводов. Предполагается, что присутствует запаздывание, моделируемое апериодическим звеном первого порядка с постоянной времени  $T_{rm} = 0.05$  с, а также конструктивное ограничение на скорость перемещения поверхности рулей в 50 град/с.

На рис. 3–8 представлена динамика основных параметров, описывающих полет БЛА в вертикальной плоскости при идеальных измерениях. Все рисунки слева соответствуют использованию алгоритма на основе дельта-преобразований, справа – ПД-регулятора.

На рис. 3 представлена динамика изменения ошибки по высоте. На рис. 4 эта ошибка показана в увеличенном виде. Легко заметить, что время переходного процесса слева немного меньше, чем справа. После завершения переходного процесса система переходит в установившийся ре-

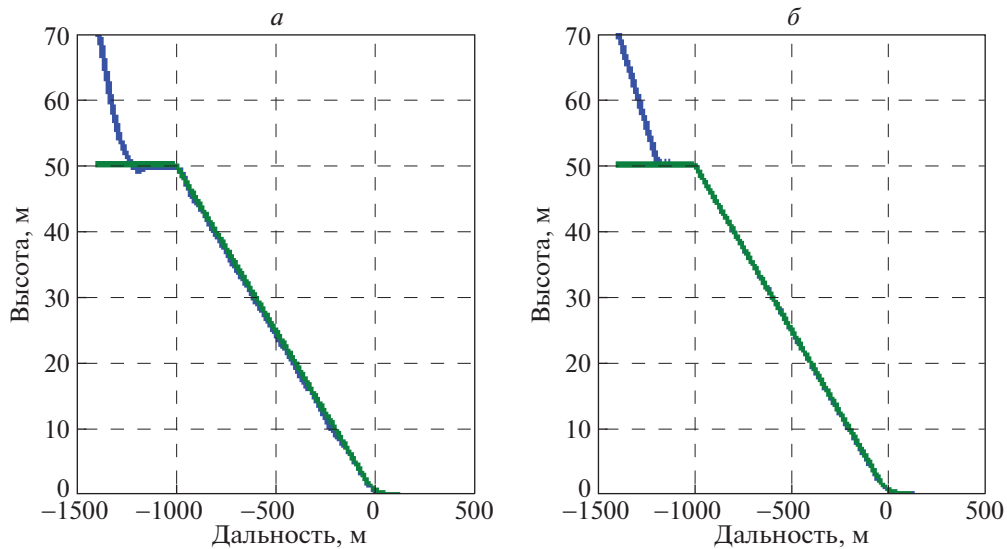


Рис. 9. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

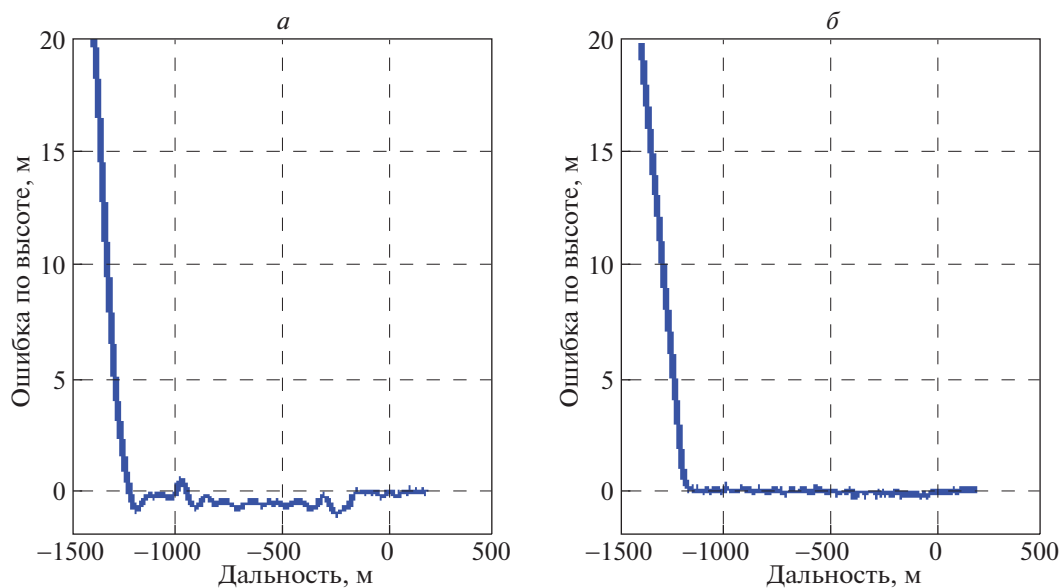


Рис. 10. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

жим. Слева он характеризуется установившимися колебаниями с амплитудой до 5 см, справа – асимптотическим процессом со статической ошибкой 1 см.

На рис. 5, 6 представлены графики отклонения руля высоты. На крупном плане (рис. 6) особенно заметно, что слева руль высоты работает в скользящем режиме, совершая высокочастотные колебания с амплитудой примерно  $A = 1.2^\circ$  и частотой около  $\nu = 1$  Гц. Процесс справа асимптотически стабилизируется около постоянного балансирующего значения.

На рис. 7, 8 изображено изменение угла атаки. Видно, что и в том и другом случае угол атаки не превышает допустимых значений.

Анализируя приведенные графики на рис. 3–8, можно сделать вывод о том, что оба алгоритма приводят систему к желаемому установившемуся режиму. Однако управление на основе двойных дельта-преобразований в установившемся режиме характеризуется постоянными переключениями управления, вследствие чего в системе возникают колебания параметров движения с

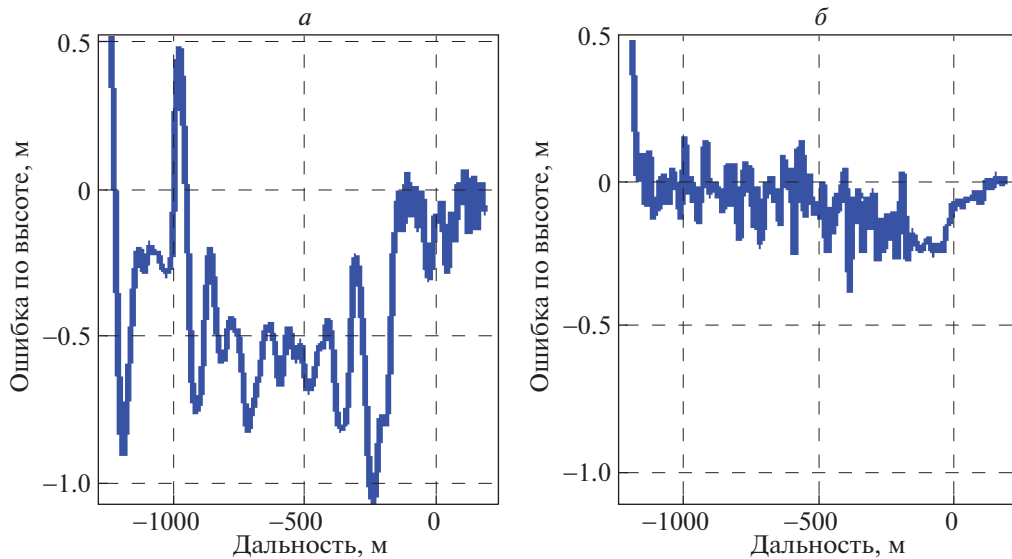


Рис. 11. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

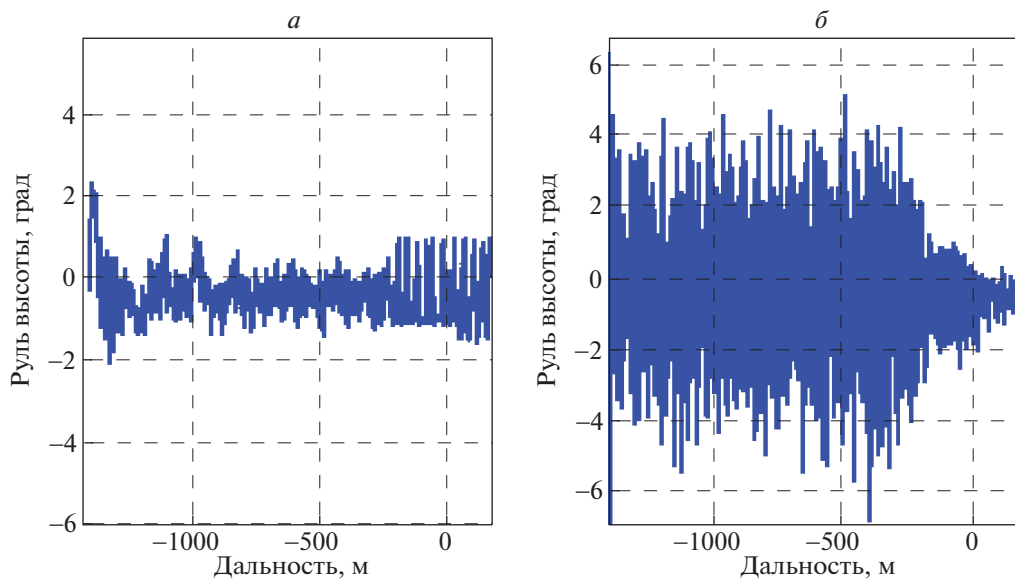


Рис. 12. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

малой амплитудой и высокой частотой. Синтезированный алгоритм предусматривает настройку частоты таких колебаний и их амплитуду путем варьирования параметров алгоритма, но полностью избавиться от колебаний не представляется возможным в силу его дискретности.

На рис. 9–15 показаны аналогичные графики при наличии шумов в измерениях. Легко видеть, что с появлением шумов характеристики установившегося процесса ухудшились. Выбросы по высоте слева и справа достигают величины 1 м при снижении вдоль наклонного участка траектории, а за несколько метров до касания резко уменьшаются (рис. 10, 11). Это связано с выбором датчиков для измерения высоты. На высотах более 10 м используется баровысотомер, а непосредственно у Земли – лазерный дальномер, который выдает более точные измерения.

Работа руля высоты не претерпевает особых изменений при появлении шумов в случае использования алгоритма дельта-преобразований: амплитуда колебаний увеличивается всего в

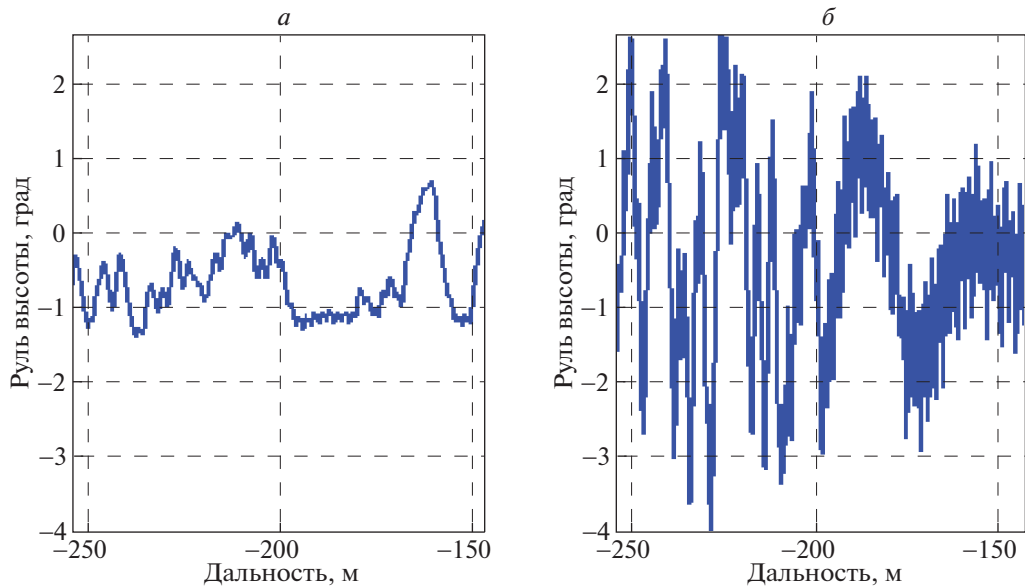


Рис. 13. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

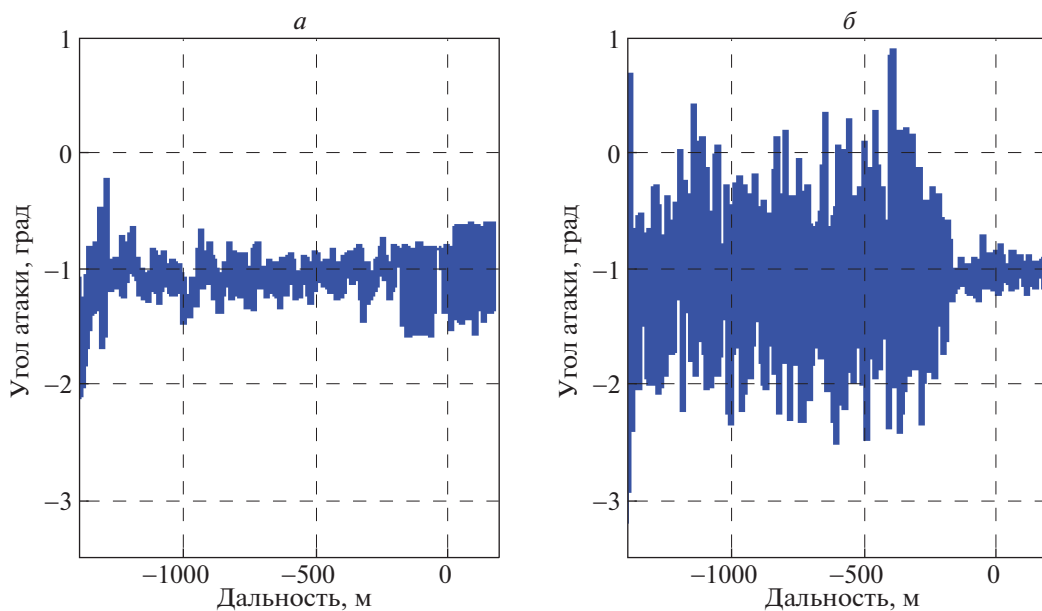


Рис. 14. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

1.5–2 раза (рис. 12, 13). Классический же алгоритм заставляет руль высоты совершать интенсивные колебания амплитудой до  $A = 12^\circ$ . Такой эффект можно устранить проведением более качественной фильтрации измерений в БО.

Значения угла атаки (рис. 14, 15) лежит в допустимых пределах, однако для классического алгоритма управления колебание угла атаки оказывается в несколько раз больше.

Добавление шумов к измерениям существенно ухудшило установившиеся процессы на рисунках справа и почти не изменило их на рисунках слева. Этот факт приводит к выводу о том, что алгоритм дельта-преобразований оказывается менее чувствительным к качеству измерений ДПИ, в то время как для классического алгоритма управления требуется более качественное навигационное решение.

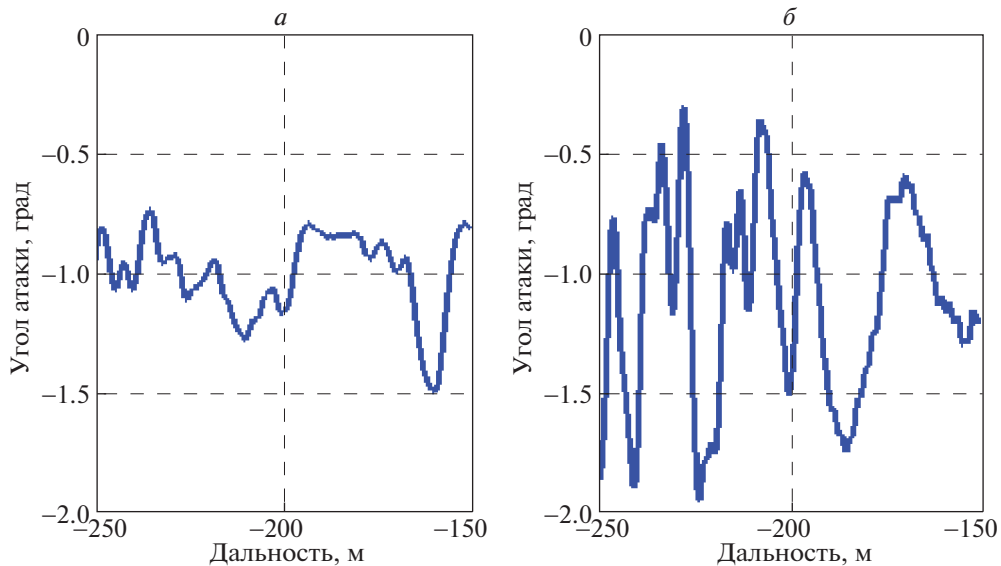


Рис. 15. Управление при помощи дельта-преобразований (а) и ПД-регулятора (б)

**Заключение.** Данная статья является результатом большого сравнительного исследования применения двух различных подходов к задаче управления полетом БЛА. Основными параметрами сравнения могут считаться длительность переходного процесса, возникшего в результате возмущения начальных условий, и величина ошибки по высоте после его завершения, особенно на этапе выравнивания. Что касается переходного процесса, по результатам моделирования время переходного процесса в обоих случаях примерно одинаковое.

При идеальных измерениях установившийся режим работы синтезированного алгоритма характеризуется постоянными переключениями с частотой 1 Гц в окрестности программного режима (рис. 3–8, слева), в то время как классический алгоритм характеризуется асимптотическими процессами (рис. 3–8, справа). Однако при наличии сильных шумов в измерениях асимптотическая картина нарушается (рис. 9–15, справа). При одних и тех же случайных характеристиках шумов амплитуда колебаний углов атаки, отклонения руля высоты до начала выравнивания при использовании ПД-регулятора существенно больше. Особенно это заметно на графиках при увеличенном масштабе (рис. 13, 15). Такой “фильтрующий” эффект алгоритма управления на основе дельта-преобразований в условиях действия помех полностью согласуется с выводами, сделанными в работах [8, 16]. На выравнивании (участок *CD*, рис. 2) оба метода управления демонстрируют близкие результаты.

Анализ графиков на рис. 3–15 показал, что предлагаемый новый метод управления по некоторым количественным показателям превосходит классический метод, основанный на использовании ПД-регулятора. Одним из преимуществ синтезированного алгоритма управления является его робастность (слабая чувствительность к характеристикам БЛА). Кроме того, построенный алгоритм, в отличие от стандартных ПИД-регуляторов, предусматривает непосредственный контроль за величиной угла атаки (2.9). Это ограничение играет важную роль, так как при выходе БЛА на критические углы атаки возможно его сваливание.

Синтезированный алгоритм не требует увеличения количества измерений по сравнению с классическим. Это свойство тоже имеет большое значение, так как каждое новое измерение содержит шумы, которые ухудшают точность стабилизации БЛА на программной траектории.

Полученные результаты являются основой для формирования программного обеспечения автopilота для данного БЛА и экспериментальной проверки полученных выводов, что будет осуществлено на следующем этапе работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михалев И.А., Окоемов Б.Н., Павлина И.Г., Чикулаев М.С., Эйдинов Н.М. Системы автоматического управления самолетом. Методы анализа и расчета. М.: Машиностроение, 1971.
2. Колесников А.А. Новые нелинейные методы управления полетом. М.: Физматлит, 2013.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов: 3-е изд. М.: Наука, 1976.
4. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимизация динамики управляемых систем. Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 2000.
5. Кравченко П.П. Синтез алгоритмов управления перевернутым маятником на тележке с использованием аппарата дельта-преобразований второго порядка // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 5(134). С. 6–15.
6. Венедиктов М.Д., Женевский Ю.П., Марков В.В., Эйдуз Г.С. Дельта-модуляция. Теория и применение. М.: Связь, 1976.
7. Стил Р. Принципы дельта-модуляции / Под ред. В.В. Маркова. М.: Связь, 1979.
8. Кравченко П.П. Основы теории оптимизированных дельта-преобразований второго порядка. Цифровое управление, сжатие и параллельная обработка информации. Таганрог: ТРТИ, 1997.
9. Кравченко П.П. Оптимизированные дельта-преобразования второго порядка. Теория и применение. М.: Радиотехника, 2010.
10. Кравченко П.П. Высокопроизводительные алгоритмы дельта-модуляции, оптимизированной по быстродействию и точности // Электросвязь. 1989. № 9. С. 44–47.
11. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: линейные модели. М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
12. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М.: Наука, 1966.
13. Кравченко П.П., Хусаинов Н.А., Щербинин В.В. Синтез алгоритмов цифрового управления многорежимным беспилотным летательным аппаратом самолетного типа на основе оптимизированных дельта-преобразований второго порядка. Таганрог: Изд-во Южного федерального ун-та, 2017.
14. Куликов Л.И. Синтез алгоритма управления полетом БПЛА самолетного типа на этапе посадки // Сб. матер. X Всероссийск. научно-практической конф. “Перспективные системы и задачи управления” и VI молодежной школы-семинара “Управление и обработка информации в технических системах”. Таганрог: Изд-во Южного федерального ун-та, 2015. Т. 1. С. 34–46.
15. Куликов Л.И. Синтез автоматического управления посадкой БЛА самолетного типа и анализ устойчивости желаемых режимов движения // Фундаментальная и прикладная математика. 2017. Т. 22. Вып. 2.
16. Кравченко П.П., Хусаинов Н.Ш., Щербинин В.В. О методологии решения задачи управления летательным аппаратом на основе дельта-преобразований второго порядка и принципов управления тележкой с перевернутым маятником // XXI Санкт-Петербургская междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО “ЦНИИ “Электроприбор”, 2014. С. 121–126.
17. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика самолета. Пространственное движение. М.: Машиностроение, 1983.
18. Александров В.Л. Воздушные винты. М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1951.
19. Щербинин В.В., Кветкин Г.А., Зиновьев П.Д. Постановка задачи разработки комплексной интегрированной системы автоматического управления БЛА с радиотехнической системой локальной навигации // Изв. Тульск. гос. ун-та. Технические науки. 2016. Вып. 11. Ч. 3. С. 60–67.
20. Щербинин В.В., Кветкин Г.А., Измайлов-Перкин А.В., Шевцова Е.В. Исследование точностных характеристик автономной системы ближней радионавигации при использовании на стационарном объекте // Изв. Тульск. гос. ун-та. Технические науки. 2016. Вып. 11. Ч. 3. С. 53–60.
21. Смирнов С.В., Измайлов-Перкин А.В. Программная реализация алгоритма функционирования автономной системы ближней радионавигации для автоматизированной системы посадки // Изв. Тульск. гос. ун-та. Технические науки. 2016. Вып. 6. С. 45–55.