ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2020, № 1, с. 88–95

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

УДК 519.816

ВЫБОР ЕДИНСТВЕННОГО РЕЗУЛЬТАТА ИЗ СОВОКУПНОСТИ ПРОТИВОРЕЧИВЫХ АЛЬТЕРНАТИВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ МУЛЬТИМНОЖЕСТВ

© 2020 г. Ю. В. Литовка[a,*], В. А. Нестеров[b], Д. С. Соловьев[a,c], И. А. Соловьева[a], К. И. Сыпало[d]

[a] *ТГТУ, Тамбов, Россия*

[b] *МАИ (национальный исследовательский ун-т), Москва, Россия*

[c] *ТГУ им. Г.Р. Державина, Тамбов, Россия*

[d] *ФГУП "ЦАГИ", Жуковский, Россия*

**e-mail: polychem@list.ru*

Поступила в редакцию 26.12.2018 г.
После доработки 21.06.2019 г.
Принята к публикации 22.07.2019 г.

Рассматриваются основные подходы к принятию решений с использованием компьютерных систем. Причины получения отличающихся результатов при принятии решений вызваны использованием различных методов обработки исходных данных. Для получения единственного результата из совокупности таких решений предлагается применение принципа выбора значения по большинству, предложенного Дж. фон Нейманом для повышения надежности ЭВМ. На базе теории мультимножеств разработана математическая модель выбора единственного результата из совокупности альтернатив, полученных с помощью различных методов принятия решений. В данной модели выбор решения осуществляется на основе вычисления аргумента максимизации функций кратности элементов для арифметической суммы мультимножеств из найденных решений. Рассмотрены особенности использования указанного подхода и предложены методы корректировки исходных данных для получения единственного результата. На примере выбора металла гальванического покрытия изделий приводятся результаты принятых решений, полученные группой экспертов и с помощью описанного подхода. Приводятся рекомендации по повышению эффективности применения предлагаемого подхода.

DOI: 10.31857/S000233881906012X

Введение. В задачах принятия решений рассматриваемые варианты, направленные на достижение поставленной цели, обычно характеризуются многими разнообразными признаками. В свою очередь сложность цели и трудоемкость измерения степени ее достижения различными вариантами решения приводят к ее декомпозиции на единичные количественно измеряемые критерии и рассмотрению многокритериальных задач. Решение многокритериальных задач с помощью компьютерных систем становится традиционным подходом в принятии решений. Разработке методов принятия решений, реализованных в соответствующих компьютерных системах, посвящен значительный объем работ. Так в [1] описывается процесс принятия решений в слабоструктурированных динамических ситуациях, основанный на интеграции иерархической модели оценивания и нечеткой когнитивной ситуационной модели. Работа [2] рассматривает методологию построения гибридной функции предпочтения, позволяющей учитывать зависимость между критериями с требуемой точностью, которая включает в себя ступенчатую процедуру ввода и корректировки предпочтений. Решение задачи многокритериального принятия решений для альтернатив, описываемых частными критериями, которые зависят от ряда неопределенных факторов, с использованием метода "уверенных суждений" приводится в [3]. Публикация [4] посвящена разработке алгоритма ранжирования альтернатив на основе нечетких предпочтений, заданных в нечетких областях, с учетом нечетких суждений экспертов. В свою очередь найденные компьютерными системами решения напрямую зависят от полноты и непротиворечивости исходных данных, метода их обработки, а также размерности пространства решений. Ввиду различия в алгоритмах, заложенных в методы обработки данных компьютерными системами, решение одной и той же задачи различными методами может быть неодинаковым или зачастую давать противоречивые результаты. Данное обстоятельство вносит противоречие в методологию теории устойчивости, так как не позволяет получить искомый результат, инвариантный к методу обработки данных. Для выбора единственного результата из совокупности таких решений предлагается использовать принцип построения надежных машин из ненадежных элементов [5]. Дж. фон Нейман рассмотрел триплирование ЭВМ при обработке данных, и если все три получаемых ими результата совпадают, то решение реализуется на объекте управления. В случае несовпадения результатов решение принимается по двум совпадающим результатам, а третья ЭВМ с отличными от двух других результатами повторяет расчет. Согласно данному принципу, для принятия решения введем избыточность решений с помощью нескольких различных методов. Выбор единственного решения в таком случае будет осуществляться по большинству совпадающих решений.

Целью работы является выбор единственного результата из совокупности альтернатив, полученных с помощью отличающихся методов принятия решений.

1. Модель выбора единственного результата с помощью теории мультимножеств. Задачу выбора единственного результата из совокупности альтернатив, полученных различными методами принятия решений, предлагается решать с использованием теории мультимножеств [6]. В связи с этим рассмотрим исходные данные, а также методы их обработки с точки зрения данной теории.

Пусть имеется доменное множество D_1 альтернатив всевозможных решений для рассматриваемой задачи:

$$D_1 = \{a_1, \ldots, a_i, \ldots, a_I | a_i \in D_1\}, \tag{1.1}$$

где I – количество альтернатив. Также существует доменное множество D_2 критериев для оценки рассматриваемых альтернатив:

$$D_2 = \{c_1, \ldots, c_j, \ldots c_J | c_j \in D_2\}, \tag{1.2}$$

где J – количество критериев.

Тогда текущие полные сведения о рассматриваемой задаче представляют собой декартово произведение P доменных множеств D_1 и D_2:

$$P = D_1 \times D_2 = \{(a_1, c_1), \ldots, (a_i, c_j), \ldots., (a_I, c_J) | a_i \in D_1, c_j \in D_2\}. \tag{1.3}$$

Пусть решение по рассматриваемой задаче принимается на основе K методов. Для каждого метода формируется множество требуемых сведений X_k из элементов декартова произведения (1.3):

$$X_k \subseteq P = \{x_{k1}, \ldots, x_{kl}, \ldots, x_{kL} | \forall x_{kl} \in X_k : x_{kl} \in P\}, \tag{1.4}$$

где k – порядковый номер для метода принятия решения ($k = 1, \ldots, K$); l – порядковый номер сведений (i, j) из (1.3) для элементов ($1 \le l \le I \cdot J$); x_{kl} – сведения (a_i, c_j) с l-м порядковым номером, используемые в k-м методе.

В результате применения f_k метода над множеством X_k получается мультимножество Y_k принятых решений:

$$f_k\colon X_k \to Y_k, \tag{1.5}$$

которое имеет следующий вид:

$$Y_k = \{t_{Y_k}(y_{k1})\, y_1, \ldots, t_{Y_k}(y_{km})\, y_2, \ldots, t_{Y_k}(y_{kM})\, y_{kM} | y_{km} \in D_1, t_{Y_k}(y_{km}) \in Z_+\}, \tag{1.6}$$

где $Z_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$ – множество неотрицательных целых чисел; M – количество принятых решений; $t_{Y_k}(y_m)$ – функция кратности, задающая количество повторений элементов y_{km} в Y_k принятом решении:

$$t_{Y_k}(y_{km}) = \begin{cases} t_{km} > 0, & \text{если } y_{km} \in D_1, \\ 0, & \text{если } y_{km} \notin D_1. \end{cases} \tag{1.7}$$

В функции (1.7) коэффициент t_{km} выберем равным 1, поскольку данное значение имеет смысл единичного количества выбранных экземпляров y_{km} из доменного множества альтернатив (1.1), принятых для решения задачи, согласно f_k методу.

Далее найдем арифметическую сумму полученных K мультимножеств (1.6) через сумму значений функций кратности (1.7) соответствующих элементов, которые присутствуют хотя бы в одном из мультимножеств:

$$S = \sum_{k=1}^{K} Y_k = \left\{ t_{\Sigma Y_1}(y_{k1})\, y_1, \ldots, t_{\Sigma Y_k}(y_{km})\, y_m, \ldots, t_{\Sigma Y_k}(y_{kM})\, y_M \middle| t_{\Sigma Y_k}(y_{km}) = \sum_{k=1}^{K} t_{Y_k}(y_{km}) \right\}. \tag{1.8}$$

Сформируем итоговое множество Y^* принимаемых решений путем вычисления высоты для S (1.8), определяемой как максимальное значение $t_{\Sigma Y_k}$, и выбора на основе нее только тех пиковых элементов y_n^*, функция кратности для которых совпадает с $t_{\Sigma Y_k}$:

$$Y^* = \arg\max_{y_n^* \in D_1} S = \{y_1^*, \ldots, y_n^*, \ldots, y_N^* \,|\, \forall y_n^* : t_n^{\max}(y_n^*) = \max_{y_{km} \in D_1} t_{\Sigma Y_k}(y_{km}) \neq 0\}, \tag{1.9}$$

где N – количество элементов итогового множества Y^*.

Вычислим размерность полученного множества (1.9) путем подсчета общего количества различных элементов y_n^*:

$$|Y^*| = \sum_{y_n^* \in D_1} \chi_{Y^*}(y_n^*), \tag{1.10}$$

где $\chi_{Y^*}(y_n^*)$ – характеристическая функция, которая принимает следующие значения:

$$\chi_{Y^*}(y_n^*) = \begin{cases} 1, \text{ если } & y_n^* \in Y^*, \\ 0, \text{ если } & y_n^* \notin Y^*. \end{cases} \tag{1.11}$$

П р и м е р. Пусть полные сведения P о рассматриваемой задаче представляют собой множество из 12 элементов, содержащих значения альтернатив a_1–a_3 из доменного множества D_1 по критериям c_1–c_4 из доменного множества D_2:

$$P = D_1 \times D_2 = \{(a_1,c_1),(a_1,c_2),(a_1,c_3),(a_1,c_4),(a_2,c_1),(a_2,c_2),(a_2,c_3),(a_2,c_4),\\ (a_3,c_1),(a_3,c_2),(a_3,c_3),(a_3,c_4)\}.$$

Множества X_1, X_2 и X_3 требуемых сведений для методов f_1, f_2 и f_3 имеют одинаковые наборы элементов из P:

$$X_1 = X_2 = X_3 = P.$$

С л у ч а й 1. Все функции кратности имеют нулевые значения для всех элементов мультимножеств принятых решений Y_1, Y_2, Y_3, согласно методам f_1, f_2, f_3:

$$Y_1 = \{0 \cdot y_{11}, 0 \cdot y_{12}, 0 \cdot y_{13}\}, \quad Y_2 = \{0 \cdot y_{21}, 0 \cdot y_{22}, 0 \cdot y_{23}\}, \quad Y_3 = \{0 \cdot y_{31}, 0 \cdot y_{32}, 0 \cdot y_{33}\}.$$

Арифметическая сумма S из мультимножеств Y_1, Y_2 и Y_3 примет вид

$$S = \{0 \cdot y_1, 0 \cdot y_2, 0 \cdot y_3\}.$$

В связи с тем, что результирующие суммы значений функций кратности для всех элементов в S одинаковы и равны нулю, итоговое множество Y^* принимаемых решений запишем как

$$Y^* = \{\varnothing\}.$$

Размерность полученного множества принимает вид

$$|Y^*| = 0.$$

С л у ч а й 2. Функции кратности имеют нулевые значения только для некоторых элементов из мультимножеств принятых решений. Тогда возможны два варианта.

1. Один или более элементов, являющихся общими для большинства мультимножеств принятых решений, имеют отличную от нуля функцию кратности.

Например, мультимножества принятых решений Y_1, Y_2, Y_3, согласно методам f_1, f_2, f_3, имеют вид

$$Y_1 = \{1 \cdot y_{11}, 1 \cdot y_{12}, 0 \cdot y_{13}\}, \quad Y_2 = \{0 \cdot y_{21}, 1 \cdot y_{22}, 0 \cdot y_{23}\}, \quad Y_3 = \{0 \cdot y_{31}, 1 \cdot y_{32}, 0 \cdot y_{33}\}.$$

Арифметическая сумма S из мультимножеств Y_1, Y_2 и Y_3 равна

$$S = \{1 \cdot y_1, 3 \cdot y_2, 0 \cdot y_3\}.$$

В связи с тем, что результирующие суммы значений функций кратности для всех элементов в S различные с максимальным значением, равным 3, для элемента y_2, итоговое множество Y^* принимаемых решений

$$Y^* = \{y_2\}.$$

Размерность полученного множества

$$|Y^*| = 1.$$

2. Один или более элементов, не являющихся общими для большинства мультимножеств принятых решений, имеют отличную от нуля функцию кратности.

Например, мультимножества принятых решений Y_1, Y_2, Y_3, согласно методам f_1, f_2, f_3, имеют вид

$$Y_1 = \{1 \cdot y_{11}, 0 \cdot y_{12}, 0 \cdot y_{13}\}, \quad Y_2 = \{0 \cdot y_{21}, 1 \cdot y_{22}, 0 \cdot y_{23}\}, \quad Y_3 = \{0 \cdot y_{31}, 0 \cdot y_{32}, 1 \cdot y_{33}\}.$$

Арифметическая сумма S из мультимножеств Y_1, Y_2 и Y_3 равна

$$S = \{1 \cdot y_1, 1 \cdot y_2, 1 \cdot y_3\}.$$

В связи с тем, что результирующие суммы значений функций кратности для всех элементов в S одинаковые и не равны нулю, итоговое множество Y^* принимаемых решений выглядит как

$$Y^* = \{y_1, y_2, y_3\}.$$

Размерность полученного множества запишем как

$$|Y^*| = 3.$$

Выбор единственного результата из совокупности альтернатив, полученных с использованием различных методов принятия решений, возможен только при значении размерности $|Y^*| = 1$ (случай 2.1). Значение размерности $|Y^*| = 0$ (случай 1) свидетельствует об отсутствии альтернативных вариантов, которое может быть вызвано недостаточной информированностью лица, принимающего решение, либо дефицитом времени на проверку эмпирической базы возможных решений. Значение размерности $|Y^*| > 1$ (случай 2.2) свидетельствует об отсутствии среди альтернатив, доминирующих по состояниям (при разных состояниях решаемой задачи наилучший результат показывают разные альтернативы). В обоих случаях выбор единственной альтернативы невозможен и необходимо скорректировать доменные множества D_2 или D_1 для $|Y^*| = 0$ или $|Y^*| > 1$ соответственно.

На рис. 1 демонстрируется схема работы алгоритма принятия решений на основе мультимножеств.

Корректировка доменного множества D_1 возможна путем введения дополнительных зависимых альтернатив, решения по которым оказывают влияние на количественные оценки исходных альтернатив [7]. Для корректировки доменного множества D_2 можно использовать введение дополнительных “мягких” (для оценки применяются лингвистические функции) критериев, призванных дополнить информационную способность “строгих” (измеряемых количественно) критериев для более полного охвата предметной области [8].

2. Решение задачи получения единственного результата на примере выбора металла гальванического покрытия. Рассмотрим состав доменных множеств D_1 и D_2, алгоритмы K методов принятия решений, а также квалификационные требования группы экспертов для решения задачи принятия решений по выбору металла гальванического покрытия.

Доменное множество D_1 альтернатив, согласно [9], для решения поставленной задачи имеет следующий вид: a_1 – алюминий; a_2 – золото; a_3 – кадмий; a_4 – кобальт; a_5 – медь; a_6 – никель;

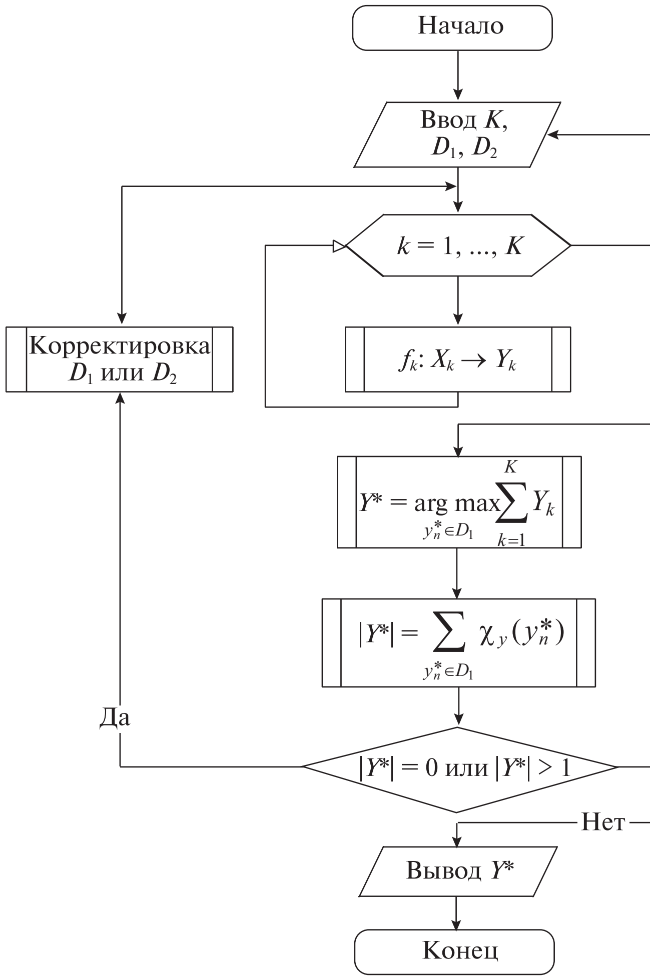

Рис. 1. Схема работы алгоритма принятия решений на основе мультимножеств

a_7 – олово; a_8 – палладий; a_9 – платина; a_{10} – родий; a_{11} – свинец; a_{12} – серебро; a_{13} – титан; a_{14} – хром; a_{15} – цинк.

Доменное множество D_2 критериев содержит следующие сведения для рассматриваемой задачи: c_1 – металл детали; c_2 – назначение покрытия; c_3 – толщина покрытия; c_4 – климатическое исполнение изделия; c_5 – категория размещения деталей; c_6 – стоимость; c_7 – микротвердость; c_8 – адгезия; c_9 – шероховатость; c_{10} – пористость; c_{11} – отражательная способность; c_{12} – геометрическая форма детали; c_{13} – объем партии; c_{14} – экологичность процесса; c_{15} – длительность процесса.

Для решения рассматриваемой задачи используется $K = 3$ метода. В качестве f_1 выступает методика выбора металла покрытия согласно ГОСТ 9.303-84 [10]. Стандарт содержит 187 типов гальванических покрытий, выбор которых осуществляется по разработанным таблицам согласно критериям c_1–c_5 из доменного множества D_2. В качестве f_2 выступает модифицированный метод анализа иерархий, описанный в [11]. В данной работе строится трехуровневая иерархическая структура задачи принятия решения. Экспертные оценки для альтернатив выставляются по отношениям значений соответствующих критериев, что позволяет избавиться от классической 9-балльной шкалы метода анализа иерархий. Для сопоставления наилучшей альтернативе максимального весового коэффициента вводится функция, которая возвращает 1 или –1 в зависимости от экстремального значения рассматриваемого критерия. При этом расчеты индекса согласованности и отношения согласованности становятся ненужными. Метод f_3 реализует принятие решений на основе продукционной модели, описанной в [12]. Знания в продукционной модели записаны с использованием теории нечетких множеств, в качестве ранжирования аль-

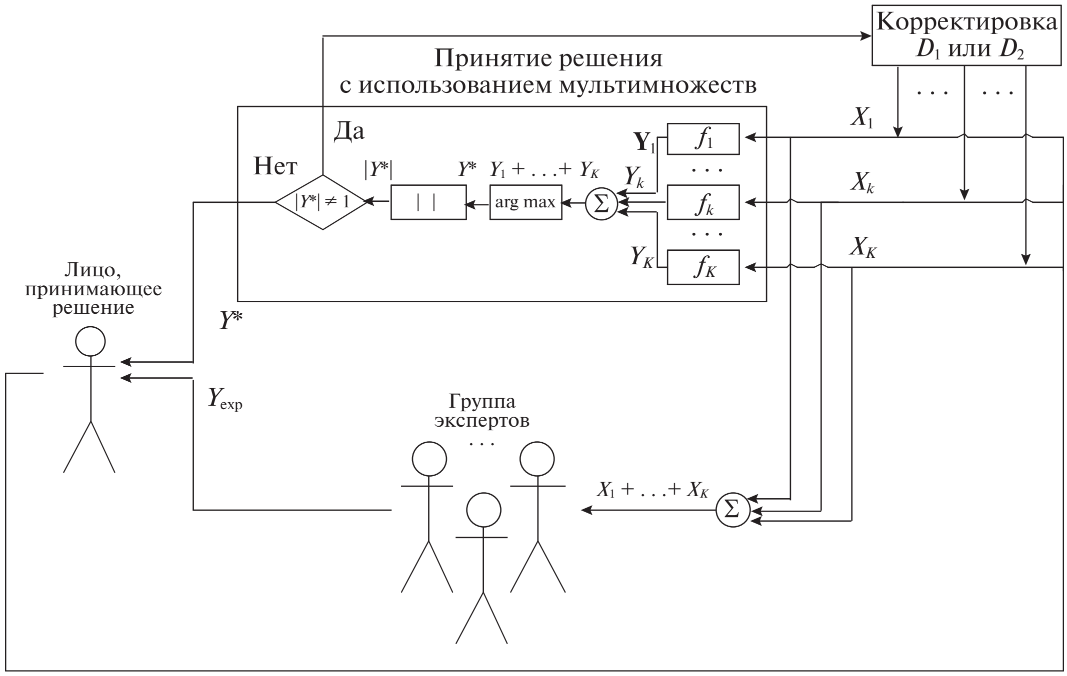

Рис. 2. Структурная схема процедуры сравнения результата принятия решения на основе мультимножеств и группы экспертов

тернатив используется метод TOPSIS, а принятие решения осуществляется по методу минимакса.

Полные сведения P для данной задачи представляют собой множество из 225 элементов, содержащих значения альтернатив a_1–a_{15} по критериям c_1–c_{15}. Согласно методу f_1, количество элементов множества требуемых сведений X_1 не превосходит 75, содержащих значения альтернатив a_1–a_{15} по критериям c_1–c_5, тогда как для множеств X_2 и X_3 их количество может представлять различные выборки элементов из P.

Сравнение результатов принятия решения с использованием теории мультимножеств (1.1)–(1.11) и группы экспертов осуществим, согласно подходу, показанному на рис. 2.

В качестве лица, принимающего решение, выступает начальник гальванического цеха. Пусть в качестве сравнительного элемента параллельно с предлагаемым методом принятие решения осуществляется группой экспертов следующего состава: инженер-технолог, инженер-проектировщик и инженер технического контроля. Инженер-технолог является экспертом в технологии производства, механизмах работы гальванических линий и ванн, а также в расчетах количества выделений загрязняющих веществ и их концентрации в сточных водах. Инженер-проектировщик – эксперт в выборе вида и количества гальванического оборудования, а также расчета материального баланса (расход химикатов, анодов, вспомогательных материалов) и тепло-энергоносителей (расход воды, мощности греющего оборудования и источников питания). Инженер технического контроля выступает экспертом в проведении испытаний готовой продукции на требуемые свойства, а также по анализу причин и выработке рекомендаций по устранению дефектов продукции в процессе производства. Принятие решения экспертами осуществляется с использованием анкетирования по методу Дельфи [13] с целью обобщения индивидуального мнения отдельных экспертов в согласованное групповое мнение по решаемой задаче.

Группа экспертов принимает решение Y_{exp} на основе той же информации, которая доступна всем K методам в совокупности $X_1 + \ldots + X_K$.

3. Результаты решения задачи выбора металла гальванического покрытия. Для сравнения результата принятия решения на основе предлагаемого подхода и группы экспертов было проведено 40 экспериментов. В таблице демонстрируются наиболее интересные для анализа результаты.

Значение размерности $|Y^*| > 1$ получалось в случаях, когда: а) множества требуемых сведений X_k для всех f_k имели частично общие элементы (например, эксперимент № 2 в таблице); б) мно-

Таблица. Результаты принятия решений

№ эксперимента	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3	Y^*	$\|Y^*\|$	Y_{exp}
1	$\{a_1, a_5, a_6, a_{13}, a_{14}, a_{15}\} \times \{c_1, .., c_5\}$	$\{a_1, a_5, a_6, a_{13}, a_{14}, a_{15}\} \times \{c_1, .., c_7, c_{15}\}$	$\{a_1, a_5, a_6, a_{13}, a_{14}, a_{15}\} \times \{c_1, .., c_7, c_{15}\}$	$\{y_6, y_{14}, y_{15}\}$	$\{y_6\}$	$\{y_6\}$	$\{a_6\}$	1	$\{a_6\}$
2	$\{a_1, a_5, a_6, a_{13}, a_{14}, a_{15}\} \times \{c_1, .., c_5\}$	$\{a_1, a_5, a_6, a_{13}, a_{14}, a_{15}\} \times \{c_1, .., c_6, c_{15}\}$	$\{a_1, a_5, a_6, a_{13}, a_{14}, a_{15}\} \times \{c_1, .., c_5, c_7, c_{13}\}$	$\{y_6, y_{14}, y_{15}\}$	$\{y_6\}$	$\{y_{15}\}$	$\{a_6, a_{15}\}$	2	$\{a_6\}$
3	$\{a_2, a_9, a_{10}, a_{12}\} \times \{c_1, .., c_5\}$	$\{a_2, a_9, a_{10}, a_{12}\} \times \{c_1, .., c_7, c_{11}, c_{12}\}$	$\{a_2, a_9, a_{10}, a_{12}\} \times \{c_1, .., c_7, c_{11}, c_{12}\}$	$\{y_9, y_{10}\}$	$\{y_9\}$	$\{y_9\}$	$\{a_9\}$	1	$\{a_9\}$
4	$\{a_1, a_3, ..., a_7, a_{11}, a_{13}, ..., a_{15}\} \times \{c_1, .., c_5\}$	$\{a_1, a_3, ..., a_7, a_{11}, a_{13}, ..., a_{15}\} \times \{c_6, .., c_{10}\}$	$\{a_1, a_3, ..., a_7, a_{11}, a_{13}, ..., a_{15}\} \times \{c_{11}, .., c_{15}\}$	$\{y_3, y_5\}$	$\{y_{11}\}$	$\{y_{15}\}$	$\{a_3, a_5, a_{11}, a_{15}\}$	4	$\{a_7\}$
5	$\{a_1, .., a_{15}\} \times \{c_1, .., c_5\}$	$\{a_1, .., a_{15}\} \times \{c_1, c_3, c_4, c_6, ..., c_{12}\}$	$\{a_1, .., a_{15}\} \times \{c_1, c_3, c_4, c_6, ..., c_{12}\}$	$\{y_{10}, y_{15}\}$	$\{y_{15}\}$	$\{y_{15}\}$	$\{a_{15}\}$	1	$\{a_{15}\}$

Примечание: 1) для компактности представления элементов множеств X_1, X_2, X_3 приведены варианты альтернатив и критериев, из которых они получаются декартовым произведением; 2) для компактности представления элементов мультимножеств Y_1, Y_2, Y_3 приведены варианты принятых решений, имеющие ненулевые значения функции кратности; 3) в итоговом множестве Y^* принятых решений и мнениях Y_{exp} группы экспертов вместо элементов y_n показаны соответствующие им элементы из доменного множества D_1 альтернатив.

жества требуемых сведений X_k для всех f_k не содержали общих элементов (например, эксперимент № 4 в таблице). Если наиболее важные сведения из X_k присутствуют во всех K методах принятия решения f_k, то в 90% случаев результат принятия решения на основе множества Y^* оказывается единственным и совпадает с мнением Y_{exp} группы экспертов. Ввиду рассмотрения максимально возможного набора элементов из доменного множества D_1 в процессе принятия решений значение размерности $|Y^*| = 0$ ни разу не получалось.

Заключение. Проведенные исследования показали, что выбора единственного результата из совокупности альтернатив, полученных с использованием различных методов принятия решений, возможно достичь с помощью предложенного авторами подхода. Данный подход основан на вычислении аргумента максимизации функций кратности элементов для арифметической суммы мультимножеств, составленной из найденных решений. Для применения этого подхода количество методов должно быть не менее трех. В свою очередь на получение единственного решения задачи влияет не столько количество методов, как однообразие исходной информации и пространства решений. Исключения нескольких доминирующих альтернатив, возникающих в результате принятия решений по тому или иному методу, можно достигнуть также введением весовых коэффициентов компетентности методов. Коэффициенты компетентности устанавливаются лицом, принимающим решение, в интервале (0; 1), причем значение функции кратности найденного решения по каждому методу умножается на величину соответствующего ему коэффициента. Следует отметить, что не стоит стремиться выбирать большое количество различных методов принятия решений ввиду сложности, длительности и дороговизны их реализации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аверкин А.Н., Кузнецов О.П., Кулинич А.А., Титова Н.В.* Поддержка принятия решений в слабо структурированных предметных областях. Анализ ситуаций и оценка альтернатив // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. № 3. С. 139–149.

2. *Batkovskiy A.M., Fomina A.V., Nesterov V.A., Semenova E.G., Sudakov V.A.* Developing Intelligent Decision Support Systems in Multi-criteria Problems of Administrative-territorial Formations Infrastructure Projects Assessment // J. Applied Economic Sciences. 2017. T. 12. № 5 (51). C. 1301–1311.

3. *Малышев В.В., Пиявский С.А.* Метод “уверенных суждений” при выборе многокритериальных решений // Изв. РАН. ТиСУ. 2015. № 5. С. 90–101.
4. *Дутов А.В., Нестеров В.А., Судаков В.А., Сыпало К.И.* Нечеткие области предпочтений и их применение в задаче выбора электронного планшета летчика // Изв. РАН. ТиСУ. 2018. № 2. С. 60–68.
5. *J. von Neumann.* Probabilistic Logics and Synthesis of Reliable Organisms from Unreliable Components // Automata Studies. 1956. V. 34. P. 43–98.
6. *Петровский А.Б.* Пространства множеств и мультимножеств. М.: Едиториал УРСС, 2003. 248 с.
7. *Гриф М.Г., Гениатулина Е.В., Цой Е.Б.* Методы генерации альтернатив в задачах оптимизации процессов функционирования человеко-машинных систем // Научный вестн. Новосибирского государственного технического ун-та. 2012. № 1. С. 164–169.
8. *Даудова Л.Х.* Анализ и уточнение критериев оптимальности принятия управленческих решений в строительстве // Региональные проблемы преобразования экономики. 2013. № 1 (35). С. 267–273.
9. ГОСТ 9.306-85 Единая система защиты от коррозии и старения. Покрытия металлические и неметаллические неорганические. Обозначения. М.: Изд-во стандартов, 1987. 24 с.
10. ГОСТ 9.306-85 Единая система защиты от коррозии и старения. Покрытия металлические и неметаллические неорганические. Общие требования к выбору. М.: Изд-во стандартов, 1985. 17 с.
11. *Соловьев Д.С., Мукина И.А., Литовка Ю.В.* Решение многокритериальной задачи выбора гальванического покрытия с использованием метода анализа иерархий // Вестн. Астраханского государственного технического ун-та. Сер. управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 1. С. 18–27.
12. *Athanasopoulosa G., Romeva Riba C., Athanasopoulou C.* A Decision Support System for Coating Selection Based on Fuzzy Logic and Multi-criteria Decision Making // Expert Systems with Applications. 2009. V. 36(8). P. 10848–10853.
13. *Helmer-Hirschberg O.* The Delphi Method for Systematizing Judgments About the Future. Los Angeles: Institute of Government and Public Affairs, University of California, 1966. 24 p.