ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2020, № 2, с. 75–82

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

УДК 51-72+517.977+531.011

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ЭФФЕКТИВНЫХ РЕЖИМАХ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ С ОРТОГОНАЛЬНЫМИ ШАГАЮЩИМИ ДВИЖИТЕЛЯМИ ПРИ ПРЕОДОЛЕНИИ ПРЕПЯТСТВИЙ[1]

 Е. С. Брискин[a,b,*], Я. В. Калинин[a,b], М. В. Мирошкина[a]

[a] *Волгоградский государственный технический ун-т, Волгоград, Россия*

[b] *Университет Иннополис, Иннополис, Россия*

**e-mail: dtm@vstu.ru*

Поступила в редакцию 20.05.2019 г.
После доработки 07.08.2019 г.
Принята к публикации 30.09.2019 г.

Рассматриваются особенности управления движением шагающего робота с ортогональными движителями при преодолении препятствий. Сформулирована задача согласованного управления приводами горизонтального и вертикального перемещения для реализации режима движения, обеспечивающего оптимальность по заданному критерию. Критерием оптимальности выбран минимум тепловых потерь в приводных двигателях. Приводится методика решения поставленной задачи и результаты моделирования.

DOI: 10.31857/S0002338820010035

Введение. Мобильные роботы с шагающими движителями обладают возможностью бесконтактного преодоления препятствий, что является одной из особенностей таких машин [1–4]. В 70–80-е гг. прошлого столетия профессором Н.В. Умновым [1, 5] был предложен вид траектории переноса шагающего движителя (рис. 1). Такой вид предложенной траектории можно объяснить неразвитостью информационно-измерительных систем и необходимостью организовывать взаимодействие стоп движителей с опорной поверхностью без проскальзывания по ней независимо от ее профиля. Но при наличии информации о профиле опорной поверхности и на основе выбираемых показателей качества движения, например, минимума тепловых потерь в приводных двигателях, минимума среднеквадратического ускорения стопы, минимума пройденного пути и др. [6, 7], можно изменять законы движения стопы. По сочетаниям показателей могут быть определены границы парето-оптимальных режимов движения [8] для комплексного показателя качества.

Известны методы преодоления запрещенных зон за счет управления походкой [9] для шагающих машин с цикловыми движителями. С точки зрения энергоэффективности, для роботов рассмотрены задачи оптимального управления горизонтальным движением движителей при их переносе из одного положения в другое. Показано, что по критерию минимума тепловых потерь в приводных двигателях выгодно или использовать рекуператоры энергии [10, 11], или отказаться от равномерного движения корпуса робота [12] и применять его в качестве рекуператора. Это подтверждается и исследованиями динамики движения двуногого робота [13].

Для шагающих роботов с ортогональными движителями рассмотрена задача вертикального перемещения стопы движителя и ее переноса в новое положение [14] в соответствии с комплексным критерием качества движения.

Однако задача движения стопы шагающего движителя одновременно в горизонтальном и вертикальном направлениях с точки зрения удовлетворения выбранным показателям качества движения не рассматривалась. Также не рассматривалась задача об определении оптимального по тому или иному критерию движения стопы с ее подъемом и опусканием на опорную поверхность при наличии препятствий.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 18-71-10069).

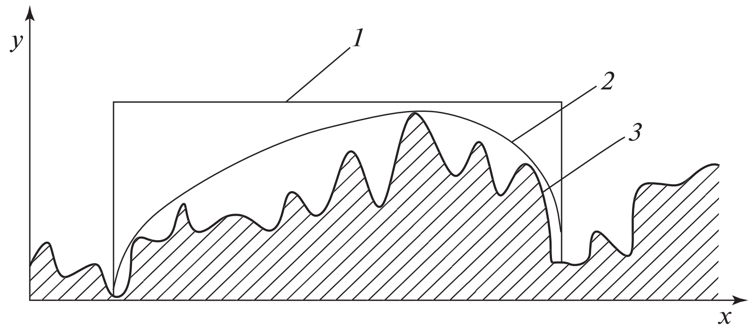

Рис. 1. Траектория переноса стопы движителя: *1* – абсолютная траектория по Н.В. Умнову; *2* – возможная траектория; *3* – профиль опорной поверхности

Рис. 2. Шагающий робот “Ортоног”

1. Постановка задачи. Рассматривается поступательное с постоянной скоростью корпуса движение робота с ортогональными шагающими движителями, например шагающего робота “Ортоног” [15] (рис. 2). Профиль опорной поверхности, характеризуемый расстоянием S от стопы, вступающей в фазу переноса до препятствия в форме выступа высотой H, расстоянием L до места ее постановки на высоте h от начального уровня (рис. 3), считается известным, например по данным информационно-измерительной системы робота. В каждый момент времени в переносе находится один из движителей массы m.

Для решения задачи составляются дифференциальные уравнения движения стопы массы m в горизонтальном и вертикальном направлениях и уравнение, описывающее равномерное поступательное движение корпуса робота:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = P, \\ m\ddot{y} = T - mg, \\ 0 = F - Q - P, \end{cases} \tag{1.1}$$

где x, y – соответственно горизонтальная и вертикальная координаты стопы движителя в абсолютном движении, g – ускорение свободного падения, Q – сила сопротивления движению робота, обусловленная, например, крюковой нагрузкой и т.п. [16, 17]; F – сила, развиваемая приводом курсового движения, обеспечивающая движение корпуса, P – сила, обеспечивающая горизонтальное перемещение переносимой стопы, T – сила, развиваемая приводом вертикального перемещения стопы.

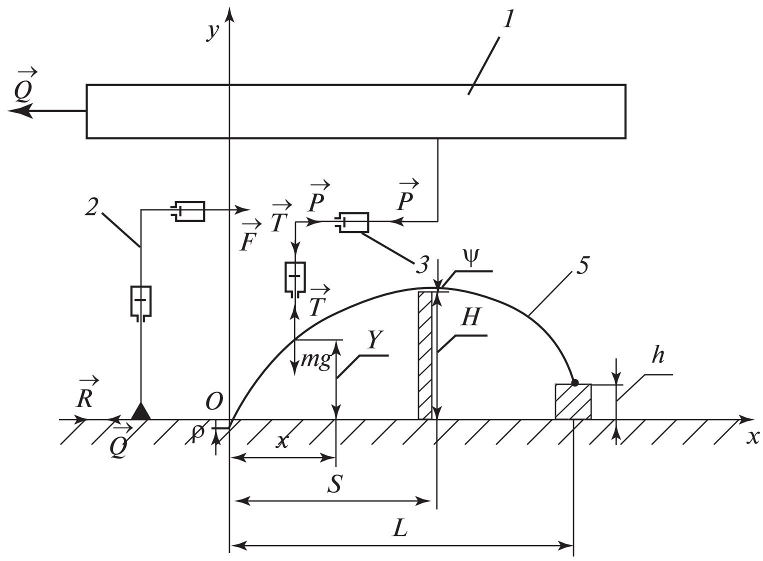

Рис. 3. Расчетная схема движения робота

Формируется показатель качества, характеризующий тепловые потери в приводных двигателях на единицу пути, определяемый выражением

$$A = \alpha\int_0^\tau (F^2 + P^2)\mathrm{d}t + \beta\int_0^\tau T^2\mathrm{d}t, \tag{1.2}$$

где τ – время переноса стопы; α, β – известные характеристики двигателей горизонтального и вертикального перемещений соответственно.

Ставится задача определения таких законов движения стопы по горизонтали $x(t)$ и вертикали $y(t)$, которые обеспечат как преодоление препятствий и безударное взаимодействие переносимой стопы с опорной поверхностью, так и минимум тепловых потерь A.

2. Метод решения. Метод решения поставленной задачи основан на “разбиении движения” на два этапа с введением управляющих параметров (U – горизонтальная скорость стопы при прохождении над препятствием и τ_1 – время прохождения стопы над препятствием):

первый этап соответствует подъему стопы на участке до препятствия:

$$\begin{gathered} 0 < t < \tau_1, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0, \\ x(\tau_1) = S, \quad \dot{x}(\tau_1) = U, \quad y(\tau_1) = \chi, \quad \dot{y}(\tau_1) = \eta, \end{gathered} \tag{2.1}$$

второй этап соответствует опусканию стопы на участке после препятствия:

$$\begin{gathered} 0 < t < \tau - \tau_1, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = U, \quad y(0) = \chi, \quad \dot{y}(0) = \eta, \\ x(\tau - \tau_1) = L - S, \quad \dot{x}(\tau - \tau_1) = 0, \quad y(\tau - \tau_1) = h, \quad \dot{y}(\tau - \tau_1) = 0, \end{gathered} \tag{2.2}$$

где $\chi = H + \rho + \psi$ – величина подъема стопы, складывающаяся из высоты препятствия H, величины нормальной деформации грунта ρ и величины гарантированного запаса ψ; η – вертикальная составляющая скорости стопы при прохождении над препятствием. Полное время шага τ в (2.1), (2.2) определяется его длиной L по следовой дорожке и скоростью робота V и для шагающих роботов с движителями на основе сдвоенных механизмов шагания [15]:

$$\tau = \frac{L}{2V}. \tag{2.3}$$

На каждом из этапов составляются уравнения Эйлера-Пуассона [18] для двух вариационных задач:

$$\delta I_1 = \delta\int_0^\tau \Phi_1\mathrm{d}t = 0; \quad \delta I_2 = \delta\int_0^{\tau-\tau_1} \Phi_2\mathrm{d}t = 0, \tag{2.4}$$

где δ – символ изохронной вариации, Φ_j – функция, зависящая от $\ddot{x}_j$ и $\ddot{y}_j$:

$$\Phi_j = \alpha[(m\ddot{x}_j + Q)^2 + (m\ddot{x}_j)^2] + \beta(m\ddot{y}_j + mg)^2, \quad j = 1, 2. \tag{2.5}$$

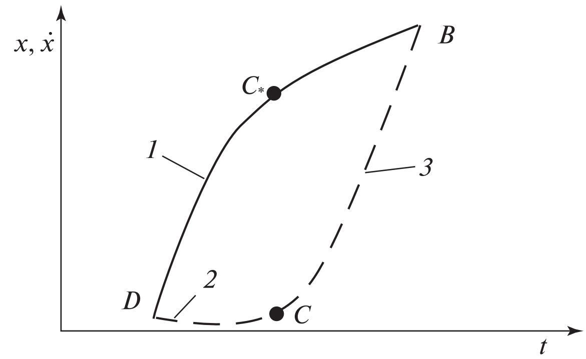

Рис. 4. Разбиение режима движения на два этапа; D, B – начальная и конечная точки фазовых координат; *1* – оптимальный режим на DB; *2*, *3* – оптимальные режимы на DC_* и C_*B соответственно

В общем случае, после решения двух оптимизационных задач (2.4) и вычисления критерия качества по (1.2), его необходимо минимизировать по параметрам τ_1, U, ψ и η. В решаемой задаче ψ и η принимаются равными нулю: $\psi = \eta = 0$.

Разбиение изучаемого движения на два этапа и определение оптимального режима на каждом из них не гарантирует оптимальности в целом на двух этапах. Однако выбором управляющих воздействий τ_1 и U этого можно добиться. Действительно, если существует в соответствии с введенным критерием оптимальности режим движения $x_*(t), \dot{x}_*(t)$, который условно представлен в фазовых координатах x, $\dot{x}$ на рис. 4 кривой DB, то, выбрав произвольно управляющие параметры (точку C), можно обеспечить лишь оптимальность на кривых DC и CB.

В случае если точку C выбрать на кривой DB (точка C_*), то оптимальность режимов DC_* и C_*B приведет к оптимальности (в решаемой задаче – минимуму функционала A) на всем режиме DB. Поэтому после определения оптимальных режимов DC и CB следует определить такую точку C_* (управляющие параметры τ_1 и U), для которой исследуемый функционал будет минимальным.

Система уравнений Эйлера-Пуассона на каждом из этапов движения имеет форму

$$\begin{gathered}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\ddot{x}}\right) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{x}}\right) + \frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\\ \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\ddot{y}}\right) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{y}}\right) + \frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0\end{gathered} \tag{2.6}$$

и сводится к виду

$$\ddddot{x} = 0; \quad \ddddot{y} = 0. \tag{2.7}$$

Решение на каждом из j этапов ($j = 1, 2$) можно представить в виде

$$\begin{gathered}x_j = x_{j0} + \dot{x}_{j0}t + C_jt^2 + D_jt^3,\\ y_j = y_{j0} + \dot{y}_{j0}t + E_jt^2 + G_jt^3,\end{gathered} \tag{2.8}$$

где постоянные x_{j0}, $\dot{x}_{j0}$, C_j, D_j, y_{j0}, $\dot{y}_{j0}$, E_j, G_j определяются из начальных условий (2.1), (2.2):

$$\begin{gathered}x_{10} = 0; \quad \dot{x}_{10} = 0; \quad C_1 = \frac{3S}{\tau_1^2} - \frac{U}{\tau_1}; \quad D_1 = \frac{U}{\tau_1^2} - \frac{2S}{\tau_1^3};\\ y_{10} = 0; \quad \dot{y}_{10} = 0; \quad E_1 = \frac{3\chi}{\tau_1^2}; \quad G_1 = -\frac{2\chi}{\tau_1^3};\\ x_{20} = 0; \quad \dot{x}_{20} = U; \quad C_2 = \frac{3(L - S)}{(\tau - \tau_1)^2} - \frac{2U}{\tau - \tau_1}; \quad D_2 = \frac{U}{(\tau - \tau_1)^2} - \frac{2(L - S)}{(\tau - \tau_1)^3};\\ y_{20} = H; \quad \dot{y}_{20} = 0; \quad E_2 = \frac{3(h - \chi)}{(\tau - \tau_1)^2}; \quad G_2 = -\frac{2(h - \chi)}{(\tau - \tau_1)^3}.\end{gathered} \tag{2.9}$$

Характерной особенностью полученных уравнений (2.7) и их решений является независимость от массово-геометрических параметров роботов с шагающими движителями, за исключением длины шага L.

При подстановке (2.9) в (2.8) определяется показатель качества (1.2):

$$\begin{gathered} A = \int\limits_0^{\tau_1} \{\alpha[(m\ddot{x}_1 + Q)^2 + (m\ddot{x}_1)^2] + \beta(m\ddot{y}_1 + mg)^2\}\mathrm{d}t + \\ + \int\limits_0^{\tau-\tau_1} \{\alpha[(m\ddot{x}_2 + Q)^2 + (m\ddot{x}_2)^2] + \beta(m\ddot{y}_2 + mg)^2\}\mathrm{d}t. \end{gathered} \tag{2.10}$$

Предложенный метод и разработанная математическая модель позволяют проводить достаточно большой комплекс исследований, определять влияние внешних геометрических характеристик опорной поверхности и параметров, характеризующих движение робота на выбранный показатель качества – тепловые потери в приводных двигателях на единицу пути. Действительно, задание или определение информационно-измерительной системой величины подъема стопы χ, связанной с высотой преодолеваемого препятствия H, физико-механическими свойствами грунта и величиной гарантированного запаса ψ, положения препятствия относительно первоначального положения стопы S, уровня h опускания переносимой стопы на длине шага L, характеризует профиль опорной поверхности, который оказывает влияние на показатель качества (2.10). Задание этих параметров происходит со стороны информационно-измерительной системы робота в виде

$$\chi = \theta L, \quad S = \mu L, \quad h = \sigma L, \tag{2.11}$$

где θ, μ, σ – безразмерные параметры, определяемые на основе данных сканирования местности.

Сила сопротивления движению Q задается из (1.2) также в безразмерном виде с коэффициентом пропорциональности силе тяжести ξ:

$$Q = \xi G, \tag{2.12}$$

где G – вес робота.

На показатель качества имеет влияние и характер движения переносимой стопы, что оценивается временем τ_1 и горизонтальной скоростью стопы U в момент ее нахождения над препятствием. Эти параметры являются управляющими воздействиями (2.1), (2.2), которые удобно представлять в безразмерной форме

$$\tau_1 = \varepsilon\tau, \quad U = \gamma V, \tag{2.13}$$

где ε, γ – безразмерные параметры системы управления робота.

Учитываются и параметры приводных двигателей α, β, влияющие на тепловые потери. Для двигателей постоянного тока с последовательным возбуждением эти параметры пропорциональны активному сопротивлению обмоток [19]. Для других видов двигателей имеют место зависимости, отличные от (2.2) [20].

В совокупности безразмерные параметры совместно с реальными физическими параметрами (скоростью U, длиной шага L и массой движителя m) позволяют на практике определять энергетическую эффективность процесса переноса движителей – тепловые потери в приводных двигателях на единицу пути:

$$A = A(V, L, m, \alpha, \beta, \theta, \mu, \sigma, \xi, \varepsilon, \gamma). \tag{2.14}$$

Выявление вида функции (2.14) составляет самостоятельную задачу и имеет важный практический смысл. Определяя эту функцию для конкретного робота, перемещающегося в конкретных эксплуатационных условиях, в результате решения задачи на минимум можно реализовать оптимальный режим движения.

3. Модельная задача энергоэффективного управления роботом “Ортоног”. Рассматривается поступательное перемещение шагающего робота “Ортоног” с прямолинейным движением его центра масс вдоль горизонтальной оси с постоянной скоростью. Длина шага $L = 0.91$ м, а масса переносимого механизма шагания $m = 70$ кг. Робот перемещается по горизонтальной деформируемой поверхности ($h = 0$), характеризуемой безразмерным параметром ξ, который задает раз-

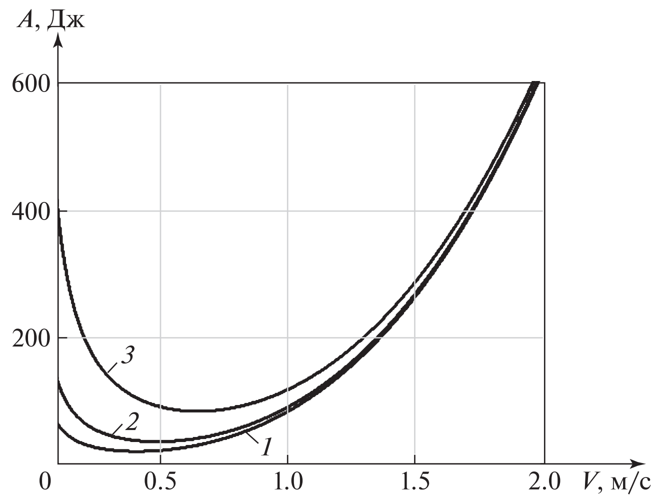

Рис. 5. Графики зависимости тепловых потерь A на единицу пути от скорости V при различных силах Q: *1* – $Q = 500$ Н; *2* – $Q = \pm 1000$ Н; *3* – $Q = 2000$ Н

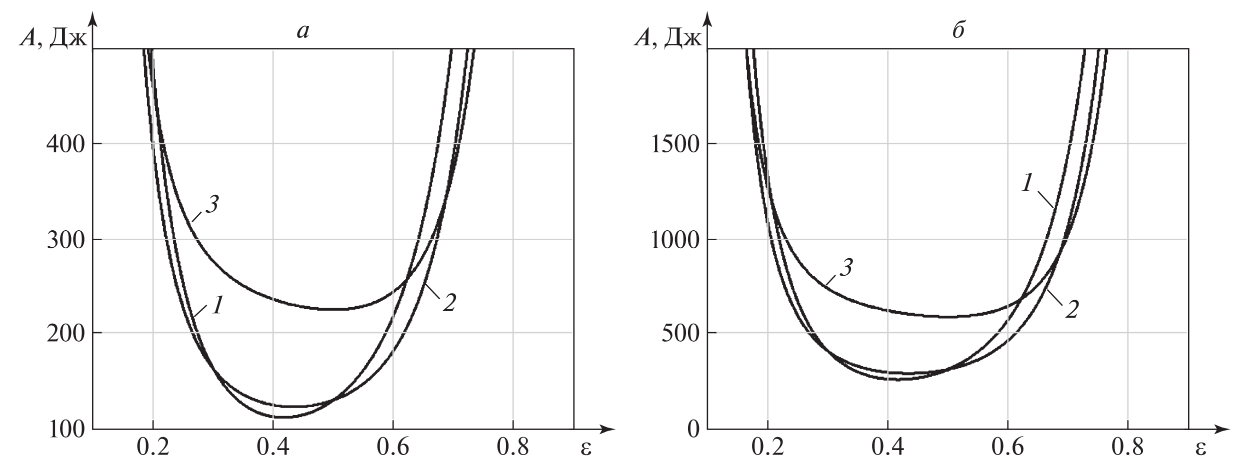

Рис. 6. График зависимости тепловых потерь A на единицу пути от значения безразмерного параметра ε ($\tau_1 = \varepsilon \cdot \tau$) при различных значениях безразмерного параметра γ ($U = \gamma \cdot V$): *а* – $V = 0.7$ м/с; *б* – $V = 1$ м/с; *1* – $\gamma = 2$; *2* – $\gamma = 4$; *3* – $\gamma = 6$

личные силы сопротивления. Профиль опорной поверхности (рис. 3) описывается безразмерными параметрами $\theta = 0.3$, $\mu = 0.2$, $\sigma = 0$. В реальных условиях это нерегулируемые параметры.

Таким образом, целью решения модельной задачи является апробация метода определения безразмерных параметров управляющих воздействий ε и γ, обеспечивающих оптимальность движения робота по критерию минимума энергозатрат. На графиках (рис. 5–7) представлены соответствующие зависимости тепловых потерь на единицу пути A при $\alpha = \beta = 0.0001$ (это возможно при использовании одинаковых двигателей в приводах подъема и курсового перемещения, но в итоге если они одинаковые, то эти параметры не влияют на конечный результат) от скорости движения V, силы сопротивления движению ξ, управляющих воздействий ε и γ.

Характерная особенность всех полученных зависимостей состоит в наличии режимов, обеспечивающих минимум тепловых потерь.

Так, на графиках (рис. 5) устанавливается зависимость тепловых потерь на единицу пути A от скорости движения центра масс корпуса робота при $\varepsilon = 0.3$ и $\gamma = 4$. Известно, что неуравновешенность шагающего движителя является причиной роста тепловых потерь в двигателях, пропорциональных квадрату скорости [10, 12]. Однако наличие постоянной силы сопротивления

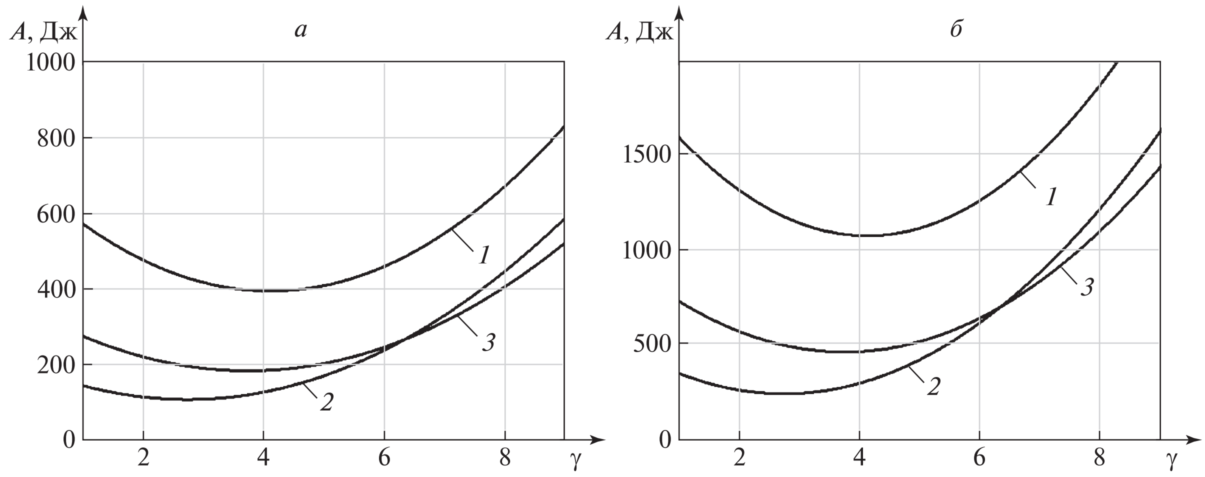

Рис. 7. График зависимости тепловых потерь A на единицу пути от безразмерного параметра γ ($U = \gamma \cdot V$) при различных значениях безразмерного параметра ε ($\tau_1 = \varepsilon \cdot \tau$): *а* – $V = 0.7$ м/с; *б* – $V = 1$ м/с; *1* – $\varepsilon = 0.2$; *2* – $\varepsilon = 0.4$; *3* – $\varepsilon = 0.6$

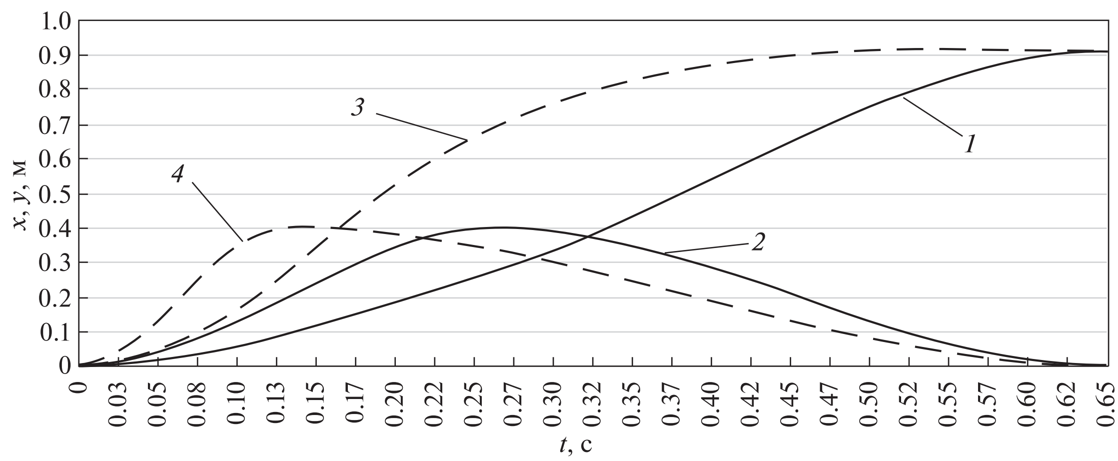

Рис. 8. Графики зависимости перемещения стопы переносимого механизма шагания при различных законах управления и скорости робота $V = 0.7$ м/с: *1* – координата x при $\varepsilon = 0.4$ и $\gamma = 2$ (оптимальный закон движения); *2* – координата y при $\varepsilon = 0.4$ и $\gamma = 2$ (оптимальный закон движения); *3* – координата x при $\varepsilon = 0.2$ и $\gamma = 6$ (неоптимальный закон движения); *4* – координата y при $\varepsilon = 0.2$ и $\gamma = 6$ (неоптимальный закон движения)

вызывает качественное изменение такой закономерности. При малых скоростях тепловые потери на единицу пути имеют тенденцию к снижению и лишь с ростом скорости они возрастают. В связи с этим каждой силе сопротивления соответствует своя оптимальная скорость, причем возрастающая с ростом силы сопротивления. Также интересным фактом является зависимость значений тепловых потерь только от модуля силы сопротивления и независимость от знака этой силы.

На тепловые потери в приводных двигателях на единицу пути влияет также и управление переносом, характеризуемое безразмерными параметрами ε и γ.

Из графиков (рис. 6 и 7) следует, что управляющие воздействия влияют на тепловые потери на единицу пути и при их нерациональном выборе последние могут возрастать в несколько раз. Однако их оптимальные значения взаимосвязаны. На графиках (рис. 8) представлены зависимости движения стопы в соответствии с рис. 6, *а* при оптимальном ($\varepsilon = 0.4$, $\gamma = 2$) и неоптимальном ($\varepsilon = 0.2$, $\gamma = 6$) управлениях для робота, движущегося со скоростью $V = 0.7$ м/с, $\theta = 0.44$, $\mu = 0.2$, $\sigma = 0$.

Анализ полученных зависимостей показывает, что отличие в координатах стопы может достигать 50–60%, а потери энергии для оптимального режима составляют 27% от неоптимального режима. Для произвольного режима эти отличия могут быть существенно больше.

Заключение. Сформулирован интегральный показатель, характеризующий качество законов переноса стопы с точки зрения минимума непроизводительных тепловых потерь в приводных двигателях на единицу пути. Введены управляющие воздействия, обеспечивающие реализацию оптимального программного движения переноса движителя. Предложен метод определения закона переноса стопы ортогонального движителя, учитывающий геометрические свойства опорной поверхности и состоящий в разбиении режима движения на этапы с последующим определением управляющих воздействий. Учтены силы сопротивления движению и профиль грунта при формировании оптимального режима переноса движителя.

Установлены закономерности энергоэффективного переноса стопы шагающего движителя в новое положение для шагающего робота, совершающего поступательное движение. Выявлено влияние скорости движения робота на показатель качества, позволяющее для каждой опорной поверхности, характеризуемой ее геометрическими параметрами, и задаваемых сил сопротивления движению определять оптимальную по критерию минимума тепловых потерь в приводных двигателях на единицу пути скорость движения.

Практическая ценность результатов состоит в постановке задачи точного или приближенного определения функции тепловых потерь на единицу пути, что упрощает реализацию оптимального режима движения для конкретного робота в конкретных ситуациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Артоболевский И.И., Умнов Н.В.* Некоторые проблемы создания шагающих машин // Вестн. АН СССР. 1969 № 2. С. 44.
2. *Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф.* Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука. Физматлит, 1984. 312 с.
3. *Брискин Е.С., Чернышев В.В., Малолетов А.В. и др.* Сравнительный анализ колесных, гусеничных и шагающих машин // Робототехника и техническая кибернетика. 2013. Т. 1. № 1. С. 6–14.
4. *Павловский В.Е.* О разработках шагающих машин // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. 2013. № 101. С. 1–32.
5. *Гончаров С.И., Умнов Н.В.* О предельных скоростях движения шагающих машин // Теория механизмов и машин. 1988. № 44. С. 82.
6. *Жога В.В.* Система показателей качества шагающих транспортных машин // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 1997. № 5. С. 52–54.
7. *Малолетов А.В., Брискин Е.С.* Оптимизация структуры, параметров и режимов движения шагающих машин со сдвоенными движителями: монография. Волгоград: ВолгГТУ, 2015. 174 с.
8. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями: учеб. пособие для вузов. М.: Дрофа, 2006.
9. *Брискин Е.С.* Об управлении походкой шагающей машины “Восьминог” // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 6–10.
10. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Лапшин В.В.* Энергетика движения шестиногого шагающего аппарата // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1976. № 5. С. 42.
11. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Лапшин В.В.* Об одном способе рекуперации энергии при движении шагающего аппарата // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 5. С. 67.
12. *Брискин Е.С., Калинин Я.В.* Об энергетически эффективных алгоритмах движения шагающих машин с цикловыми движителями // Изв. РАН. ТиСУ. 2011. № 2. С. 170–176.
13. *Белецкий В.В.* Динамика двуногой ходьбы // Изв. АН СССР. МТТ. 1975. № 3. С. 3–13.
14. *Брискин Е.С., Калинин Я.В., Малолетов А.В. и др.* Об управлении адаптацией ортогональных шагающих движителей к опорной поверхности // Изв. РАН. ТиСУ. 2017. № 3. С. 184–190.
15. *Брискин Е.С., Вершинина И.П., Малолетов А.В., Шаронов Н.Г.* Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 3. С. 168.
16. *Гуськов В.В.* Тракторы. Теория. М.: Машиностроение, 1988. 376 с.
17. *Брискин Е.С., Соболев В.М.* Тяговая динамика шагающих машин с ортогональными движениями // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 3. С. 28–34.
18. *Эльсгольц Л.Э.* Вариационное исчисление. М.: URSS, 2019. 208 с.
19. *Костенко М.П., Пиотровский Л.М.* Электрические машины. В 2-х ч. Ч. 1. Машины постоянного тока. Л.: Энергия, 1972. 543 с.
20. *Брискин Е.С., Калинин Я.В., Малолетов А.В., Чернышев В.В.* Об энергетической эффективности цикловых механизмов. Изв. РАН. МТТ. 2014. № 1. С. 18–25.