ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2020, № 2, с. 128–142

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ И ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.32

ОТКАЗОУСТОЙЧИВАЯ ИНТЕГРИРОВАННАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО АППАРАТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ¹

© 2020 г. Д. А. Антонов^{а,*}, К. К. Веремеенко^а, М. В. Жарков^а, Р. Ю. Зимин^а, И. М. Кузнецов^а, А. Н. Пронькин^а

^а МАИ (национальный исследовательский ун-т), Москва, Россия

**e-mail: nio3@mai.ru* Поступила в редакцию 09.07.2019 г. После доработки 14.11.2019 г. Принята к публикации 25.11.2019 г.

Представлены структура и математическое обеспечение комплексной навигационной системы для беспилотных аппаратов. В нее входят: бесплатформенная инерциальная навигационная система, приемники спутниковой навигационной системы и система технического зрения. Предложен подход к построению алгоритма исключения отказов. Даны результаты моделирования.

DOI: 10.31857/S0002338820020043

Введение. По мере роста числа задач, решаемых беспилотными аппаратами (БА), и в связи с необходимостью их интеграции в общее пространство с управляемыми человеком воздушными, водными и наземными транспортными средствами все острее становится задача повышения точности определения параметров движения БА и гарантирование требуемого уровня надежности навигационного обеспечения [1–5]. Решение этих задач путем использования более точных измерителей ведет к существенному повышению стоимости БА и снижению их конкурентоспособности, а иногда и просто невозможно из-за ограничений по массе, габаритам и энергопотреблению. Таким образом, перед разработчиками БА стоит задача построения навигационных комплексов (НК) повышенной точности и надежности навигационного обеспечения при условии сохранения требуемых массогабаритных, энергетических и стоимостных показателей.

Решение этой задачи возможно путем формирования универсального ядра HK, применимого для многих воздушных, водных и наземных беспилотных аппаратов (БА), которое будет строиться на минимальном наборе таких датчиков и систем, получивших широкое распространение в коммерческих приложениях и более доступных по стоимости и ограничениям на поставки. При этом должна быть разработана такая структура ядра и такой состав программно-алгоритмического обеспечения HK, которые гарантировали бы не только комплексную обработку информации (КОИ), позволяющую оценить погрешности подсистем, но и вести контроль первичной измерительной информации на предмет обнаружения и исключения возможных сбоев. Важной составляющей при этом является информация от системы технического зрения (СТЗ), обеспечивающей HK каналом оптических данных в дополнение к инерциальным и спутниковым измерениям [6–8].

Цель настоящей статьи — представление итогов работ по созданию структуры, математического обеспечения и результатов имитационного моделирования интегрированной навигационной системы для малогабаритных БА, обеспечивающей как комплексную обработку навигационных данных от различных источников, включая СТЗ, и в различных режимах работы, так и построение алгоритмов обнаружения и исключения сбоев в показаниях систем и датчиков.

1. Состав и структура системы. В качестве основы НК БА предлагается использовать инерциальную навигационную систему бесплатформенного типа (БИНС), а с целью ее коррекции –

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Задание № 8.2118.2017/4.6 на выполнение НИР в рамках проектной части госзадания в сфере научной деятельности).



Рис. 1

глобальную навигационную спутниковую систему (ГНСС), работающую по созвездиям ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система) и GPS (Global positioning system). Такая схема является уже устоявшейся и часто применяется в различных приложениях. Однако серьезный недостаток ГНСС – их низкая помехозащищенность, что сказывается на надежности работы комплекса в целом. Предлагается повысить точность и надежность комплекса с помощью измерений оптических систем, организованных в СТЗ. В этой системе формируется навигационное поле реперных точек (РТ) на основе обнаружения, распознавания и привязки к некоторой системе координат хорошо опознаваемых точеных объектов с последующим отслеживанием движения БА относительно них.

На рис. 1 представлена структура НК, представляющая состав измерительных средств и иллюстрирующая взаимосвязи между блоками основных алгоритмов. В состав измерительных средств входят:

инерциальный измерительный блок (ИИБ), объединяющий три датчика угловой скорости (ДУС) и три акселерометра (АКС);

два приемника ГНСС;

ЛИДАР (Light Identification Detection and Ranging, LIDAR);

магнитный компас (МК).

Информационные связи (ИС) 18–20 содержат измерения, пропорциональные проекциям кажущегося ускорения на соответствующие оси, а также текущее значение температуры акселерометров. ИС 15–17 содержат измерения, пропорциональные проекциям абсолютной угловой скорости на соответствующие оси, и текущее значение температуры гироскопов. Измерения ИИБ поступают на вход линейных цифровых фильтров (блоки "НЧ-фильтр").

ИС 21–26 предназначены для передачи показаний ИИБ в блоки "Пересчет и компенсация". Функции, реализуемые этими блоками: приведение измерений абсолютной угловой скорости, кажущегося ускорения и показания температурных датчиков к формату соответствующих вычислительных блоков; пересчет измерений инерциальных датчиков из приборной системы координат, образованной осями чувствительности ИИБ, в связанную с БА систему координат; компенсация погрешностей инерциальных датчиков с использованием коэффициентов математических моделей погрешностей, полученных на этапе калибровки ИИБ.

Таким образом, ИС 1 содержит проекции абсолютной угловой скорости, а ИС 2 — проекции кажущегося ускорения на оси связанной системы координат с учетом компенсации погрешностей инерциальных датчиков в блоке "Пересчет и компенсация".

На вход блока "Алгоритмы ориентации и навигации БИНС" поступает следующая информация:

проекции кажущегося ускорения на оси связанной системы координат (ИС 2);

проекций абсолютной угловой скорости на оси связанной системы координат (ИС 1);

начальные значения географических широты, долготы и высоты, проекций путевой скорости, углов ориентации, дрейфов нулей ДУС, полученные на этапе начальной выставки в блоке "Алгоритм калибровки и начальной выставки БИНС" (ИС 12);

оценки погрешностей координат, скоростей, оценки погрешностей определения углов ориентации, сдвигов нулей и ошибок масштабных коэффициентов ДУС, постоянных ошибок и масштабных коэффициентов акселерометров, а также гиромагнитный курс, получаемые в блоке "Алгоритмы КОИ" (ИС 7).

При этом выходной информацией блока являются:

значения долготы, широты, северной и восточной проекций путевой скорости и углы ориентации, поступающие в блок "Алгоритмы КОИ" (ИС 7);

значения широты и долготы, а также горизонтальных проекций путевой скорости, необходимые для начальной привязки РТ СТЗ в блоке "Алгоритм первичной привязки РТ" (ИС 8).

В блоке "Алгоритмы калибровки и начальной выставки БИНС" реализованы алгоритмы:

ручного ввода начальных условий или использования показаний приемника ГНСС по координатам и скоростям (ИС 4);

начальной выставки (определение углов ориентации связанной системы координат);

оценка дрейфов нулей ДУС;

расчет магнитного склонения на основе вводимой вручную информации о координатах точки старта и текущей даты на этапе начальной выставки или на основе информации, поступающей с приемника ГНСС (ИС 4).

Наличие двух приемников при условии установки на БА двух разнесенных антенн ГНСС позволяет на основе спутниковых кодовых и фазовых измерений получать информацию о координатах, путевой скорости и двух углах ориентации БА (курс и тангаж или крен в зависимости от расположения антенн) [9]. По ИС 3 передаются в блок "Алгоритмы КОИ" измеренные приемниками ГНСС псевдодальности, псевдоскорости и углы ориентации БА.

С целью повышения надежности навигационного обеспечения предусматривается использование СТЗ. Основным измерительным средством СТЗ, согласно предлагаемой концепции, является ЛИДАР. Однако концепция системы позволяет применять различные измерения для построения системы технического зрения. В этой системе формируется навигационное поле на основе распознавания и привязки к некоторой системе координат реперных точек с последующим отслеживанием движения БА относительно них (блок "Алгоритм СТЗ"). Учитывая это, измерительной основой СТЗ может быть, например, комплекс из фото/видеокамеры и лазерного дальномера, аналогичный тому, который установлен, например, на шагающем роботе LS3, разработанном компанией Boston Dynamics (США) [10]. Другими вариантами измерителей СТЗ являются: две фото/видеокамеры, позволяющие оценивать дальности до реперных точек на основе стереоэффекта; акустический гидролокатор, устанавливаемый на подводных БА [11] и др. Основная функция блока "Алгоритм первичной привязки РТ" — выбор и получение начальных данных о РТ, определенных СТЗ в локальной или общеземной системах координат, с последующим использованием этой информации в алгоритмах КОИ.

Входной информацией блока "Алгоритмы КОИ" является:

время (внутренняя шкала HK, синхронизированная со шкалой всемирного координированного времени UTC (Universal time coordinated));

значения широты, долготы, проекций путевой скорости и углов ориентации от приемников ГНСС (ИС 4);

широта, долгота, горизонтальные проекции путевой скорости и углы ориентации, определяемые БИНС (ИС 7);

оценки погрешностей привязки РТ, определяемые алгоритмами КОИ (ИС 11).

Выходная информация алгоритма содержит данные о широте, долготе и высоте РТ (ИС 11).

Для повышения информационной избыточности и наблюдаемости в курсовом канале в состав комплекса включен магнитный компас. Выработка гиромагнитного курса осуществляется в блоке "Алгоритмы КОИ".

Использование нескольких измерителей различной физической природы – ИИБ, ГНСС, СТЗ, МК – при глубокой интеграции в едином алгоритме КОИ создает предпосылки не только для повышения точности работы комплекса и уменьшения времени оценки параметров, но и для оценивания уровня возмущений и контроля как отдельных измерений подсистем, так и отказа подсистем в целом. При разработке алгоритмов обнаружения и исключения отказов был использован адаптивный подход к построению оценивателя.

2. Алгоритм комплексной обработки навигационной информации. Для построения алгоритма комплексной обработки была применена жесткосвязанная схема комплексирования, функциональная схема алгоритма приведена на рис. 2. В соответствии с предложенным составом и структурой комплекса выходные векторы его подсистем содержат следующие компоненты:

$$\begin{split} \overline{Y}_{\text{БИНС}} &= [\lambda^{\text{БИНС}} \ \phi^{\text{БИНС}} \ V_{e}^{\text{БИНС}} \ V_{n}^{\text{БИНС}} \ \psi^{\text{БИНС}} \ \vartheta^{\text{БИНС}} \ \gamma^{\text{БИНC}}]^{\text{T}}, \\ \overline{Y}_{\text{ГНСС}_{i}} &= [\rho_{1}^{\text{ГНСС}} \ \rho_{2}^{\text{ГНСС}} \ \dots \ \rho_{m}^{\text{ГНСС}} \ \dot{\rho}_{1}^{\text{ГНСС}} \ \dot{\rho}_{2}^{\text{ГНСС}} \ \dots \ \dot{\rho}_{m}^{\text{ГНСС}}]^{\text{T}}, \\ \overline{Y}_{\text{ГНСС}_{2}} &= [\lambda^{\text{ГНСС}} \ \phi^{\text{ГНСС}} \ \dots \ h^{\text{ГНСС}} \ V_{e}^{\text{ГНСС}} \ V_{n}^{\text{ГНСС}} \ V_{h}^{\text{ГНСС}} \ \psi^{\text{ГНСС}} \ \vartheta^{\text{ГНСС}} \ \vartheta^{\text{ГНСС}}]^{\text{T}}, \\ \overline{Y}_{\text{СТ3}} &= [\rho_{1}^{\text{СТ3}} \ \rho_{2}^{\text{СТ3}} \ \dots \ \rho_{k}^{\text{СТ3}}]^{\text{T}}, \\ \overline{Y}_{\text{MK}} &= \psi^{\text{MK}}, \end{split}$$

где λ , ϕ , h – долгота, широта, высота; $V_e^{\Gamma HCC}$ $V_n^{\Gamma HCC}$ $V_h^{\Gamma HCC}$ – проекции путевой скорости (восточная, северная и вертикальная); ψ , υ , γ – курс, тангаж и крен, полученные от соответствующих систем (БИНС, ГНСС и МК); $\rho_1^{\Gamma HCC}$, $\rho_2^{\Gamma HCC}$,..., $\rho_m^{\Gamma HCC}$ – псевдодальности, $\dot{\rho}_1^{\Gamma HCC}$, $\dot{\rho}_2^{\Gamma HCC}$,..., $\dot{\rho}_m^{\Gamma HCC}$ – псевдодальности, $\dot{\rho}_1^{\Gamma HCC}$, $\dot{\rho}_2^{\Gamma HCC}$, ..., $\dot{\rho}_m^{\Gamma HCC}$ – псевдодальности, $\dot{\rho}_1^{\Gamma HCC}$, $\dot{\rho}_2^{\Gamma CC}$, ..., $\dot{\rho}_m^{\Gamma HCC}$ – псевдодальности (восточника), $\dot{\rho}_1^{\Gamma HCC}$, $\dot{\rho}_2^{\Gamma T3}$, ..., ρ_k^{CT3} – дальности до РТ, полученные от СТЗ после привязки к требуемой системе координат (k – количество рабочих РТ).

В системе строятся и жесткосвязанное (tightly-coupled), и слабосвязанное решения. Второе, как видно из функциональной схемы алгоритма комплексной обработки, приведенной на рис. 2, используется для расчета дальностей до $PT - \rho_{CT3j}^{\Gamma HCC}$ (где *j* – номер PT). При неполном созвездии система находится в автономном инерциальном режиме и углы ориентации вычисляются в БИНС либо система работает в режиме коррекции от CT3, если имеется информация от достаточного количества PT. При полном созвездии в системе функционируют как слабосвязанная, так и жесткосвязанная структура.

Учитывая использование жесткосвязанной схемы, вектор измерений \overline{Z} (рис. 2) представляется разностью компонент выходных векторов подсистем комплекса:

$$\overline{Z} = \begin{bmatrix} \overline{Z}_{1} \\ \overline{Z}_{2} \\ \overline{Z}_{3} \\ \overline{Z}_{4} \\ \overline{Z}_{5} \\ \overline{Z}_{6} \\ \overline{Z}_{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\rho_{\Gamma H CC_{1}}^{E M H C} - \rho_{1}^{\Gamma H C C} & \rho_{\Gamma H CC_{2}}^{E M H C} - \rho_{2}^{\Gamma H C C} & \dots & \rho_{\Gamma H CC_{m}}^{E M H C} - \rho_{m}^{\Gamma H C C}]^{T} \\ [\dot{\rho}_{\Gamma H CC_{1}}^{E M H C} - \dot{\rho}_{1}^{\Gamma H C C} & \dot{\rho}_{\Gamma H CC_{2}}^{E M H C} - \dot{\rho}_{2}^{\Gamma H C C} & \dots & \dot{\rho}_{\Gamma H C C m}^{E M H C} - \dot{\rho}_{m}^{\Gamma H C C}]^{T} \\ \begin{bmatrix} \psi_{\overline{b} M H C} - \psi_{\overline{\Gamma} H C C} & \upsilon_{\overline{b} M H C} - \upsilon_{\overline{\Gamma} H C C} \end{bmatrix}^{T} \\ \begin{bmatrix} \psi_{\overline{b} M H C} - \psi_{\Gamma H C C} & \upsilon_{\overline{b} M H C} - \upsilon_{\Gamma H C C} \end{bmatrix}^{T} \\ \begin{bmatrix} \psi_{\overline{b} M H C} - \psi_{\Gamma H C C} & \upsilon_{\overline{b} M H C} - \upsilon_{\Gamma H C C} \end{bmatrix}^{T} \\ \begin{bmatrix} \psi_{\overline{b} M H C} - \psi_{\overline{h} H C} & -\psi_{\overline{h} H C} \end{bmatrix}^{T} \\ \begin{bmatrix} \rho_{\overline{C} T 3_{1}}^{E M H C} - \rho_{1}^{C T 3} & \rho_{\overline{b} T 3_{2}}^{E M H C} - \rho_{C T 3_{2}}^{C T 3} & \dots & \rho_{\overline{c} T 3_{k}}^{E M H C} - \rho_{k}^{C T 3} \end{bmatrix}^{T} \\ \begin{bmatrix} \rho_{\overline{c} T 3}^{T 3} - \rho_{\overline{c} T 3_{1}}^{\Gamma H C C} & \rho_{2}^{C T 3} - \rho_{\overline{c} T 3_{2}}^{C T 3} & \dots & \rho_{m1}^{C T 3} - \rho_{\overline{c} T 3_{m}}^{\Gamma H C C} \end{bmatrix}^{T} \end{bmatrix}$$

Формируемые измерения могут быть представлены линейными моделями связи с вектором состояния комплексной системы (связи с ошибками подсистем), при этом на данном этапе

АНТОНОВ и др.





исследований шумы измерений, обусловленные ошибками подсистем корректоров, принимались белыми с соответствующими интенсивностями.

Для формирования векторов измерений \overline{Z}_1 и \overline{Z}_2 с использованием координат и скорости БА от БИНС, а также координат и скорости навигационных космических аппаратов (НКА) вычисляются прогнозируемые дальности $\rho_{\Gamma H CC_i}^{\text{БИНС}}$ и скорости $\dot{\rho}_{\Gamma H CC_i}^{\text{БИНС}}$ относительно всех НКА рабочего созвездия (где *i* – номер спутника):

 $\overline{Y}_{\Gamma H C C}^{\text{БИНС}} = \left[\rho_{\Gamma H C C_{1}}^{\text{БИНС}} \ \rho_{\Gamma H C C_{2}}^{\text{БИНС}} \ \dots \ \rho_{\Gamma H C C_{m}}^{\text{БИНС}} \ \dot{\rho}_{\Gamma H C C_{1}}^{\text{БИНС}} \ \dot{\rho}_{\Gamma H C C_{2}}^{\text{БИНС}} \ \dots \ \dot{\rho}_{\Gamma H C C_{m}}^{\text{БИНС}}\right]^{\text{T}},$

где $\rho_{\Gamma H CC_i}^{E U H C} = \sqrt{(X_i^{\Gamma H C C} - X^{E U H C})^2 + (Y_i^{\Gamma H C C} - Y^{E U H C})^2 + (Z_i^{\Gamma H C C} - Z^{E U H C})^2}, X^{E U H C}, Y^{E U H C}, Z^{E U H C} - ко$ $ординаты БА, вычисленные БИНС; <math>X_i^{\Gamma H C C}, Y_i^{\Gamma H C C}, Z_i^{\Gamma H C C} - координаты$ *i*-го НКА, вычисленные на основе эфемерид;

$$\dot{\rho}_{\Gamma HCC_{i}}^{\text{БИНС}} = \frac{1}{\rho_{\Gamma HCC_{i}}^{\text{БИНС}}} [(X_{i}^{\Gamma HCC} - X^{\text{БИНC}})(V_{ix}^{\Gamma HCC} - V_{x}^{\text{БИНC}}) + (Y_{i}^{\Gamma HCC} - Y^{\text{БИНC}})(V_{iy}^{\Gamma HCC} - V_{y}^{\text{БИНC}}) + (Z_{i}^{\Gamma HCC} - Z^{\text{БИНC}})(V_{iz}^{\Gamma HCC} - V_{z}^{\text{БИНC}})],$$

где $V_{x,y,z}^{\text{БИНС}}$ – проекции скорости БА на оси *x*, *y*, *z*, вычисленные БИНС; $V_{ix,y,z}^{\text{ГНСС}}$ – проекции скорости *i*-го НКА на оси *x*, *y*, *z*, рассчитанные на основе эфемерид; *x*, *y*, *z* – оси прямоугольной земной системы координат.

Для формирования векторов измерений \overline{Z}_6 и \overline{Z}_7 на основе показаний БИНС и ГНСС по аналогии с дальностями до НКА вычисляются прогнозируемые дальности до РТ $\rho_{\text{CT3}_i}^{\text{БИНС}}$ и $\rho_{\text{CT3}_i}^{\text{ГНСC}}$, где *i* – номер РТ:

$$\overline{Y}_{\text{CT3}}^{\text{БИНС}} = [\rho_{\text{CT3}_1}^{\text{БИНС}} \quad \rho_{\text{CT3}_2}^{\text{БИНС}} \quad \dots \quad \rho_{\text{CT3}_k}^{\text{БИНC}}]^{\text{T}},$$

$$\overline{Y}_{\text{CT3}}^{\text{ГНСС}} = [\rho_{\text{CT3}_1}^{\text{ГНСС}} \quad \rho_{\text{CT3}_2}^{\text{ГНСС}} \quad \dots \quad \rho_{\text{CT3}_k}^{\text{ГНCC}}]^{\text{T}}.$$

Размерность вектора измерений определяется соотношением dim $\overline{Z} = 2m + 2k + 4$.

Для организации процедуры оценивания получаемые измерения необходимо связать с вектором состояния системы, в качестве которого принимается вектор ошибок системы, представляемый в виде

$$\overline{\Delta X} = \left[\overline{\Delta X}_{\text{БИНС}}^{\text{T}} \ \overline{\Delta X}_{\text{ГНСС}}^{\text{T}} \ \overline{\Delta X}_{\text{CT3}}^{\text{T}}\right]^{\text{T}},$$

где

$$\overline{\Delta X}_{\text{БИНС}} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \ \Delta x_2 \ \Delta x_3 \ \Delta x_4 \ \alpha \ \beta \ \gamma \ \Delta \Omega_x \ \Delta \Omega_y \ \Delta \Omega_z \ \Delta K_{\Omega x} \ \Delta K_{\Omega y} \ \Delta K_{\Omega z} \\ \Delta n_x \ \Delta n_y \ \Delta n_z \ \Delta K_{nx} \ \Delta K_{ny} \ \Delta K_{nz} \end{bmatrix}^{\text{T}},$$
$$\overline{\Delta X}_{\text{ГНСС}} = \begin{bmatrix} \delta \rho_{\Delta \tau}^{\text{ГНСС}} \ \delta \dot{\rho}_{\Delta \tau}^{\text{ГНСC}} \end{bmatrix}^{\text{T}},$$
$$\overline{\Delta X}_{\text{CT3}_i} = \begin{bmatrix} \delta \lambda_{\text{CT3}_i} \\ \delta \phi_{\text{CT3}_i} \\ \delta h_{\text{CT3}_i} \end{bmatrix},$$

в которых Δx_1 , Δx_2 – ошибки определения координат БИНС, Δx_3 , Δx_4 – ошибки определения производных от ошибок координат БИНС (содержат ошибки проекций скорости), α , β , γ – угловые погрешности построения базового трехгранника БИНС, $\Delta \Omega_x$, $\Delta \Omega_y$, $\Delta \Omega_z$ – постоянные составляющие дрейфов гироскопов, $\Delta K_{\Omega x}$, $\Delta K_{\Omega y}$, $\Delta K_{\Omega z}$ – погрешности масштабных коэффициентов гироскопов, Δn_x , Δn_y , Δn_z – постоянные составляющие погрешностей акселерометров, ΔK_{nx} , ΔK_{ny} , ΔK_{nz} – погрешности масштабных коэффициентов акселерометров; $\delta \rho_{\Delta \tau}^{\Gamma HCC}$ – погрешность определения дальности, вызванная сдвигом временной шкалы приемника относительно общесистемной шкалы и описываемая математической моделью; $\delta \rho_{\Delta \tau}^{\Gamma HCC}$ – константа; $\delta \dot{\rho}_{\Delta \tau}^{\Gamma HCC}$ – погрешности определения радиальной скорости, вызванная сдвигом частоты опорного генератора и описываемая математической моделью; $\delta \dot{\rho}_{\Delta \tau}^{\Gamma HCC}$ – константа; δh_{CT3i} , δh_{CT3i} – погрешности определения долготы, широты и высоты *i*-й PT, соответственно. Все перечисленные погрешности определяются как разности между истинным значением параметра и его значением, вычисленным в системе или введенным в нее по априорной информации.

Для вектора состояния предложенного вида получены линейные уравнения динамики на основе линейных уравнений ошибок рассматриваемых систем, а также линейные уравнения связи между вектором измерений \overline{Z} и вектором состояния $\overline{\Delta X}$, которые, например, можно найти в работах [12, 13]. При этом шумы измерений, обусловленные ошибками ГНСС, СТЗ и МК, а также шумы системы, обусловленные прежде всего случайными погрешностями гироскопов и акселерометров, принимаются белыми с нормальным распределением, интенсивности которых определяются их техническими характеристиками [14].

На основе сформированных измерений и принятой линейной модели состояния при условии неподвижности РТ строится оптимальный фильтр Калмана, производящий оценку вектора состояния $\overline{\Delta X}$. Размерность такого фильтра определяется размерностью векторов $\overline{\Delta X}_{\text{БИНС}}$, $\overline{\Delta X}_{\text{ГНСС}}$, $\overline{\Delta X}_{\text{СТ3}}$, приведенных выше. Для рассматриваемого в статье случая она равна (21 + 3k), где k – число РТ, используемых в СТЗ. Оценка вектора состояния производится на основе следующих уравнений оптимального фильтра Калмана–Бьюси [14, 15]:

$$\Delta \dot{X}(t) = \mathbf{F}(t)\Delta \hat{X}(t) + \mathbf{B}(t)\overline{U}(t) + \mathbf{K}(t)(\overline{Z}(t) - \mathbf{H}(t)\Delta \hat{X}(t)),$$
$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{H}(t)^{\mathrm{T}}\mathbf{R}(t)^{-1},$$
$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{F}(t)^{\mathrm{T}} + \mathbf{G}(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{G}(t)^{\mathrm{T}} - \mathbf{P}(t)\mathbf{H}(t)^{\mathrm{T}}\mathbf{R}(t)^{-1}\mathbf{H}(t)\mathbf{P}(t),$$

где $\mathbf{F}(t)$ — матрица динамики системы; $\mathbf{B}(t)$ — матрица управления; $\overline{U}(t)$ — вектор управляющих сигналов; $\mathbf{G}(t)$ — матрица шумов системы; $\overline{W}(t)$ — вектор шумов системы; $\overline{Z}(t)$ — вектор измерений; $\mathbf{H}(t)$ — матрица связи вектора состояния и вектора измерений; $\overline{V}(t)$ — вектор шумов измерений.



При переходе к дискретному виду на *k*-м шаге работы линейный оптимальный фильтр представляется в виде [14, 15]

$$\Delta \hat{X}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \Delta \hat{X}_{k-1} + \mathbf{B}_{k/k-1} \overline{U}_{k-1} + \mathbf{K}_{k} (\overline{Z}_{k} - \mathbf{H}_{k} \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \Delta \hat{X}_{k-1}),$$

$$\mathbf{S}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k/k-1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{\Gamma}_{k/k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{\Gamma}_{k/k-1}^{\mathrm{T}},$$

$$\mathbf{K}_{k} = \mathbf{S}_{k} \mathbf{H}_{k}^{\mathrm{T}} (\mathbf{H}_{k} \mathbf{S}_{k} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k})^{-1},$$

$$\mathbf{P}_{k} = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_{k} \mathbf{H}_{k}) \mathbf{S}_{k}.$$

Переход к дискретному виду осуществляется при использовании следующих соотношений для основных матриц фильтра [15]

$$\mathbf{R}_{k} = \frac{\mathbf{R}(t_{k})}{T}, \quad \mathbf{Q}_{k} = \frac{\mathbf{Q}(t_{k})}{T},$$
$$\mathbf{\Phi}_{k/k-1} = e^{\mathbf{F}(t_{k})\mathbf{T}} = \mathbf{E} + \mathbf{F}(t_{k})T + \frac{(\mathbf{F}(t_{k})T)^{2}}{2} + \dots,$$
$$\mathbf{\Gamma}_{k/k-1} = \mathbf{F}(t_{k})^{-1} (\mathbf{\Phi}_{k/k-1} - \mathbf{E})\mathbf{G}_{k/k-1},$$

где Т – шаг дискретизации алгоритма.

Фильтр Калмана реализует функции оценивания, экстраполяции (прогноза) и управления с одинаковой частотой в одни и те же моменты времени. Для повышения устойчивости алгоритмов оптимального фильтра Калмана (ОФК) в случае использования на динамичном объекте необходимо увеличение частоты решения задачи экстраполяции поведения оценки вектора состояния. Также следует учитывать то, что частота решения задачи управления по выработанным оценкам может не совпадать с частотой решения задачи оценивания. Временная диаграмма дискретного алгоритма ОФК в общем виде приведена на рис. 3.

Реализация ОФК в таком виде обеспечивает гибкость построения и вычислительную устойчивость. При этом на каждом такте работы вне зависимости от выполняемой функции необходимо переопределять шаг дискретизации *T*. На рис. 3 приведены шаги дискретизации $T_0...T_9$. Шаги дискретизации обычно привязываются к шагу дискретизации навигационного алгоритма, который определяется на этапе разработки навигационной системы.

Для задачи экстраполяции [15, 16]

$$\Delta \hat{X}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \Delta \hat{X}_{k-1} + \mathbf{B}_{k/k-1}^{\text{EXTR}} \overline{U}_{k-1}^{\text{EXTR}},$$
$$\mathbf{P}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k/k-1}^{\text{T}} + \mathbf{\Gamma}_{k/k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{\Gamma}_{k/k-1}^{\text{T}},$$

где **В**^{EXTR} — матрица управления для задачи экстраполяции; \vec{U}^{EXTR} — вектор управления для задачи экстраполяции.

Для задачи оценивания [15, 16]

$$\Delta \hat{X}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \Delta \hat{X}_{k-1} + \mathbf{B}_{k/k-1}^{\text{EST}} \Delta \overline{U}_{k-1}^{\text{EST}} + \mathbf{K}_{k} (\overline{Z}_{k} - \mathbf{H}_{k} \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \Delta \hat{X}_{k-1}),$$
$$\mathbf{K}_{k} = \mathbf{S}_{k} \mathbf{H}_{k}^{\text{T}} (\mathbf{H}_{k} \mathbf{S}_{k} \mathbf{H}_{k}^{\text{T}} + \mathbf{R}_{k})^{-1},$$
$$\mathbf{S}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k/k-1}^{\text{T}} + \Gamma_{k/k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k/k-1}^{\text{T}},$$
$$\mathbf{P}_{k} = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_{k} \mathbf{H}_{k}) \mathbf{S}_{k},$$

где \mathbf{B}^{EST} — матрица управления для задачи оценивания; $\overline{U}^{\text{EST}}$ — вектор управления для задачи оценивания; \mathbf{E} — единичная матрица.

Для задачи управления

$$\Delta \hat{X}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \Delta \hat{X}_{k-1} + \mathbf{B}_{k/k-1}^{\text{CONTR}} \overline{U}_{k-1}^{\text{CONTR}},$$
$$\mathbf{P}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k/k-1}^{\text{T}} + \mathbf{\Gamma}_{k/k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{\Gamma}_{k/k-1}^{\text{T}},$$

где $\mathbf{B}^{\text{CONTR}}$ — матрица управления; $\overline{U}^{\text{CONTR}}$ — вектор управления.

В зависимости от наличия или отсутствия обратной связи по элементам оценки вектора состояния \hat{X}_{k-1} , а также от текущего режима работы фильтра (экстраполяция, оценка или управление) будет определяться матрица управления $\mathbf{B}_{k/k-1}^{\text{EXTR}}$, $\mathbf{B}_{k/k-1}^{\text{CONTR}}$ и вектор управления $\overline{U}_{k-1}^{\text{EXTR}}$, $\overline{U}_{k-1}^{\text{EST}}$, $\overline{U}_{k-1}^{\text{CONTR}}$ дискретного ОФК.

3. Исключение отказов. Одной из основных задач при построении комплексов является своевременное обнаружение и исключение первичных датчиков с высоким уровнем возмущений. Предлагается алгоритм, позволяющий в рассматриваемом комплексе выявлять аномальные измерения, исключать их из состава системы и организовывать перестройку структуры алгоритмов КОИ. Одна из особенностей этого алгоритма – использование волнового подхода к описанию возмущений [17] в спутниковых навигационных системах. Исследование реальных записей погрешностей определения местоположения по сигналам ГНСС показало наличие волновой составляющей погрешностей местоположения, в том числе их скачкообразного изменения при смене рабочего созвездия НКА. Применение как волнового подхода при формировании математической модели ошибок ГНСС, так и стохастического дает более достоверное описание погрешностей спутникового навигационного приемника. У возмущений, обладающих волновой структурой (рис. 4), изменения связаны не только со стохастическими процессами, но и с детерминированными функциями, некоторые параметры которых изменяются случайным образом на неопределенных интервалах времени. Возмущения волновой структуры $\omega(t)$ могут быть математически представлены с помощью аналитических выражений:

$$\omega(t) = c_1(t)f_1(t) + c_2(t)f_2(t) + \dots + c_n(t)f_n(t),$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$, ..., $f_n(t)$ – известные базовые функции; $c_1(t)$, $c_2(t)$, ..., $c_n(t)$ – кусочно-постоянные неизвестные весовые коэффициенты, которые могут скачкообразно менять свои значения в не-которые моменты времени и определяются в описываемом в статье алгоритме обнаружения ано-мальных измерений.

Так, например, для волновых процессов, представленных на рис. 4, математическое описание можно представить в виде

$$T_1: \omega_1(t) = e_1; \quad T_2: \omega_2(t) = e_2; \quad T_3: \omega_3(t) = e_3 + e_4t; \quad T_4: \omega_4(t) = e_5 + e_6 e^{pt},$$

где *T*₁, *T*₂, *T*₃, *T*₄ – интервалы действия возмущения соответствующего вида.

Для повышения отказоустойчивости НК предлагается использовать алгоритм КОИ с переменной структурой ОФК, учитывающей возмущения волновой структуры в измерениях [14, 18]. Так, например, волновая составляющая погрешности определения псевдодальности δρ^w и псевдоскорости δρ^w для *i*-го НКА рабочего созвездия ГНСС может быть представлена как

$$\delta \rho_i^w = \Delta \rho_i + a_i t_i + b_i t_i^2,$$

$$\delta \dot{\rho}_i^w = \Delta \dot{\rho}_i + d_i t_i,$$





где $\Delta \rho_i$ — постоянная составляющая погрешности определения псевдодальности; $\Delta \dot{\rho}_i$ — постоянная составляющая погрешности определения псевдоскорости; a_i — коэффициент линейной составляющей погрешности определения псевдодальности; b_i — коэффициент квадратичной составляющей погрешности определения псевдодальности; d_i — коэффициент линейной составляющей погрешности определения псевдоскорости; d_i — коэффициент линейной составляющей погрешности определения псевдоскорости; d_i — коэффициент линейной составляющей погрешности определения псевдоскорости; d_i — коэффициент линейной составляющей погрешности определения в состояния за счет включения параметров волновых функций погрешностей i-го НКА.

Расширенный (перестроенный) вектор состояния в этом случае примет вид

$$\overline{X}_P^{\mathrm{T}} = [\overline{X}^{\mathrm{T}} \ \overline{X}_1^{w^{\mathrm{T}}} \ \dots \ X_i^{w^{\mathrm{T}}}],$$

где $\overline{X}_{i}^{w^{i}} = [\Delta \rho_{i} \ a_{i} \ b_{i} \ \Delta \dot{\rho}_{i} \ c_{i}], i = \overline{1, (m-4)}$ – число НКА, в измерениях псевдодальностей до которых предположительно содержатся погрешности волновой структуры, превышающие заданный порог, *m* – количество НКА рабочего созвездия.

Обобщенная блок-схема алгоритма оценивания с переменной структурой приведена на рис. 5. Под переменностью структуры алгоритма оценивания понимается изменение составов измеряемых псевдодальностей и вектора состояния, что приводит к соответствующему изменению размерности матриц измерений и динамики системы. При этом из измерений исключаются те, которые не прошли допусковый контроль, а в векторе состояния изменяются компоненты волнового представления ошибок измерений. Алгоритм оптимального оценивания остается таким же, как и приведенный выше. В нем изменяется набор псевдодальностей и как следствие — размерность соответствующих матриц. Пример структурной перестройки алгоритма можно найти в монографии [14].

При построении предлагаемого алгоритма используется предположение, что наличие среднего в невязках вызвано наличием смещения в гауссовском законе распределения погрешностей ГНСС в определении псевдодальностей и псевдоскоростей. В блоке 1 осуществляется допусковый контроль шага псевдодальностей и псевдоскоростей. В блоке 2 на основе полученных невязок на текущем шаге измерений и массива предыдущих значений невязок рассчитываются статистические характеристики – скользящие среднее и среднеквадратическое отклонение (СКО).

Скользящее среднее для невязок спутниковых измерений для НКА;

$$M(\overline{P}_{\Gamma H CC_{i}}^{\text{БИНС}} - \overline{P}_{i}^{\Gamma H CC}),$$

СКО для невязок спутниковых измерений:

$$\sigma(\overline{P}_{\Gamma H C C_i}^{\rm EVHC} - \overline{P}_i^{\Gamma H C C}),$$

где M – оператор вычисления математического ожидания, σ – оператор вычисления математического ожидания, $\overline{P}_{\Gamma H CC_i}^{E \mu H C} = [\rho_{\Gamma H CC_i}^{E \mu H C}(t_1) \dots \rho_{\Gamma H CC_i}^{E \mu H C}(t_q)]^T$ – массив, содержащий q последних значений прогнозируемых дальностей до НКА, $\overline{P}_i^{\Gamma H C C} = [\rho_i^{\Gamma H C C}(t_1) \dots \rho_i^{\Gamma H C C}(t_q)]^T$ – массив, содержащий q последних значений псевдодальностей. Скользящие средние и СКО для измерений СТЗ вычисляются аналогичным образом. При этом вопрос выбора интервала осреднения



Рис. 5

определяется шагом интегрирования, характеристиками оцениваемого процесса и должен выбираться на основе отдельного экспериментального исследования.

В блоке 3 осуществляется контроль СКО невязок с целью обнаружения и исключения измерений от НКА и РТ. СКО невязок псевдодальности или псевдоскорости которых превышает заданный порог. В блоке 4 на основе полученных значений статистических характеристик невязок и установленного порога принятия решения формируется набор "проблемных" НКА и РТ, измерения от которых предположительно содержат погрешности волновой структуры, превышающие заданный порог. В случае отсутствия в текущем векторе состояния параметров волновой модели погрешностей "проблемных" НКА и РТ осуществляется включение этих параметров в вектор состояния (перестройка оценивателя). В блоке 5 на основе невязок происходит анализ возможности использования измерений от ранее исключенных НКА и РТ. В блоке 6 реализуется алгоритм КОИ на базе жесткосвязанной схемы комплексирования с использованием уравнений ОФК, приведенных выше, с учетом расширенного вектора состояния. В блоке 7 на базе установленных порогов принимается решение о возможности исключения измерений от НКА и РТ на следующем шаге работы рекуррентного оценивателя. В блоке 8 вычисляются управляющие сигналы для замыкания обратной связи в алгоритмы БИНС и алгоритм привязки РТ. При замыкании обратной связи в алгоритм БИНС, приемника ГНСС и СТЗ по оценкам вектора состояния необходимо расширить вектор управления $\overline{U}(t)$. Вектор управления для дискретного ОФК $\overline{U}(t)$ и матрица управления [B(t)] в зависимости от режима работы принимают следующий вид:



Рис. 6. Количество НК и РТ: ___ количество НКА рабочего созвездия; ___ количество исключенных НКА; ___ количество РТ; ___ количество исключенных РТ



Рис. 7. СКО ошибок оценок определения местоположения по долготе и широте и ошибок оценок для ОФК (полная модель): a – ошибка оценки по широте; δ – СКО ошибки по широте; e – ошибка оценки по долготе; e – ошибка оценки по долготе



Рис. 8. СКО ошибок оценок определения местоположения по долготе и широте и ошибок оценок ОФК (полная модель): a -ошибка оценки по широте; b -СКО ошибки по широте; e -ошибка оценки по долготе c -ошибка оценки по долготе



Рис. 9. СКО ошибок оценок для составляющих путевой скорости и ошибок оценок для ОФК: a – ошибка оценки по Wn; δ – СКО ошибки по Wn; s – СКО ошибки по We; c – ошибка оценки по We



Рис. 10. СКО ошибок оценок по углам Alfa, Betta и ошибки оценок данных углов для ОФК: a – ошибка оценки по Betta; δ – СКО ошибки по Alfa; e – СКО ошибки по Betta; e – ошибка оценки по Alfa

1) для задачи экстраполяции и оценивания:

$$\overline{U}_{k-1}^{\text{EXTR}} \overline{U}_{k-1}^{\text{EST}} = 0,$$
$$[B^{\text{EST}}]_{k/k-1} = [B^{\text{EXTR}}]_{k/k-1} = [0];$$

2) для задачи управления:

$$\overline{U}_{k-1}^{\text{CONTR}} = \Delta \hat{X}_{k-1},$$
$$[B^{\text{EXTR}}]_{k/k-1} = -[E].$$

Предлагаемую схему построения алгоритма с перестраиваемой структурой измерений при соответствующих изменениях можно применять и для контроля показаний (работоспособности) БИНС и МК.

4. Результаты имитационного моделирования. Для подтверждения работоспособности комплексной навигационной системы, построенной с использованием предложенного подхода, а также для оценки ее основных характеристик была разработана методика имитационного моделирования и создан программный комплекс. При проведении численных исследований осуществлялось моделирование движения БА, движения НКА ГНСС, а также измерений датчиков первичной навигационной информации с учетом созданных моделей погрешностей. Принятые характеристики гироскопов, входящих в состав ИИБ, соответствовали волоконно-оптическим гироскопам Оптолинк ОИУС-1000, акселерометров – АК-15. На рис. 6–11 приводятся результаты имитационного моделирования. При этом цифрами обозначены следующие события: 1 – инициализация СТЗ (30 с). 2 – нарастание погрешности определения псевдодальности до НКА 9 GPS со скоростью 2 м/с (с 60-й с), 3 – расширение вектора состояния параметрами волновой структуры для "проблемного" НКА 9 GPS (76 с), 4 – исключение НКА 9 GPS (84 с), 5 – нарастание погрешности определения псевдодальности до НКА 11 ГЛОНАСС со скоростью 1.3 м/с (с 70-й с), 6 – расширение вектора состояния параметрами волновой структуры для "проблемного" НКА 11 ГЛОНАСС (87 с), 7 – исключение НКА 11 ГЛОНАСС (94 с), 8 – движение РТ 15 со скоростью 1.1 м/с (с 200-й с), 9 – расширение вектора состояния параметрами волновой структуры для "проблемной" РТ 15 (216 с), 10 – исключение РТ 15 (219 с).

141



Рис. 11. СКО ошибок оценок сдвига нуля акселерометров для ОФК (полная модель): a - CKO ошибки оценивания измерений акселерометров по оси 1; $\delta - CKO$ ошибки оценивания измерений акселерометров по оси 2; e - CKO ошибки оценивания измерений акселерометров по оси 3; e -ошибка оценивания измерений акселерометров по оси 2; e -ошибка оценивания измерений акселерометров по оси 3

На рис. 6 представлены графики изменения числа НКА в рабочем созвездии (кривая *a*), число РТ (*б*), число исключенных НКА (*в*), число исключенных РТ (*г*), при этом видно, что при принятых скоростях нарастания погрешностей соответствующие сигналы от НКА и РТ исключаются из структуры измерений через 7–9 с после взятия сигнала на сопровождение.

Рис. 7 показывает, как растет ошибка оценивания при наличии возмущений, отличных от случайных, в традиционном фильтре Калмана (a, c – ошибка оценки СКО, δ, e – СКО). Преимущества использования волнового подхода и построенного на его основе фильтра с перестраиваемой структурой показывают графики на рис. 8–11, на которых для того же случая, что и для графиков на рис. 7, отображены ошибки оценок координат, скорости, углов ориентации и сдвига нуля акселерометра (a, c – ошибка оценки СКО, δ, e – СКО).

Сопоставление результатов имитационного моделирования работы линейного дискретного ОФК и разработанного описанного выше оптимального фильтра с переменной структурой измерений и вектора состояния, использующего сигналы СТЗ, показывает преимущества предлагаемого подхода к построению алгоритма оценивания с помощью процедуры обнаружения отказов.

Заключение. Предложенный подход к организации контроля показаний датчиков с использованием СТЗ продемонстрировал свою эффективность, позволяя за короткое время обнаруживать аномальные измерения и исключать их источники из вектора измерений, перестраивая структуру оценивателя. Полученные результаты имитационного моделирования, показавшие эффективность предлагаемого подхода, дают возможность перейти к этапу изготовления экспериментальных образцов и натурных испытаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Витковский А. Беспилотник будущего машина, которая сможет все, 2010. http://www.uav.ru.
- 2. Волков М. Новые возможности беспилотной разведки, 2010. http://www.uav.ru.
- 3. *Агеев М.Д., Киселев Л.В., Матвиенко Ю.В. и др.* Автономные подводные роботы: системы и технологии / Под общ. ред. Агеева М.Д. М.: Наука, 2005. 398 с.

АНТОНОВ и др.

- 4. *Каляев И.А., Лохин В.М., Макаров И.М.* Интеллектуальные роботы: учеб. пособие по направлению 220400.65–"Мехатроника и робототехника". М.: Машиностроение, 2007. 360 с.
- 5. *Грумондз В.Т., Половинкин В.В., Яковлев Г.А.* Теория движения двусредных аппаратов. Математические модели и методы исследования. М.: Вузовская книга, 2012. 643 с.
- 6. Veremeenko K.K., Antonov D.A., Zharkov V.M., Zimin R.Yu., Tchernodoubov A.Yu. Small-sized Integrated Navigation System // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2011. № 26 (3). P. 39–41.
- 7. Амирагов А.С., Антонов Д.А., Веременко К.К., Жарков М.В., Пронькин А.Н., Чехов Е.Л. Отказоустойчивый навигационный комплекс автоматического необитаемого аппарата // Новости навигации. 2017. № 2. С. 24–30.
- 8. Антонов Д.А., Жарков М.В., Кузнецов И.М., Лунёв Е.М., Пронькин А.Н. Определение навигационных параметров беспилотного летательного аппарата на базе фотоизображения и инерциальных измерений // Тр. МАИ. 2016. № 91. http://trudymai.ru/published.php.
- 9. Степанов О.А., Кошаев Д.А. Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 1999. № 2 (25). С. 30–55.
- 10. Интернет сайт компании Boston Dynamics http://www.bostondynamics.com/ robot_ls3.html.
- 11. Веремеенко К.К., Антонов Д.А., Жарков М.В., Амирагов А.С. О концепции построения навигационного комплекса автоматического необитаемого подводного аппарата // Новости навигации. 2014. № 1. С. 28–33.
- 12. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: 2012.
- 13. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: 2010.
- 14. Алёшин Б.С., Афонин А.А., Веремеенко К.К., Кошелев Б.В., Плеханов В.Е., Тихонов В.А., Тювин А.В., Черноморский А.И. Ориентация и навигация подвижных объектов. Современные информационные технологии / Под ред. Алешина Б.С., Веремеенко К.К., Черноморского А.И. М.: Физматлит, 2006. 422 с.
- 15. Ривкин С.С., Ивановский Р.И., Костров А.В. Статистическая оптимизация навигационных систем. Л.: Судостроение, 1976. 280 с.
- Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. Леондеса К.Т. М.: Мир, 1980. 408 с.
- 17. Салычев О.С. Волновое описание возмущений в задачах оценки ошибок инерциальных систем навигации. М.: Машиностроение, 1992. 216 с.
- 18. Алешин Б.С., Антонов Д.А., Веремеенко К.К., Зимин Р.Ю., Жарков М.В., Кузнецов И.М., Пронькин А.Н. Малогабаритный интегрированный навигационно-посадочный комплекс // Тр. МАИ. 2016. № 54. http://trudymai.ru/published.php?ID=29692.