

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

УДК 519.7

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЕФЕКТОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ СКОЛЬЗЯЩИХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ¹

© 2021 г. А. Н. Жирабок^{a,b,*}, А. В. Зуев^{b,c}, А. Е. Шумский^a

^a Дальневосточный федеральный ун-т, Владивосток, Россия

^b Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток, Россия

^c ун-т Иннополис, Иннополис, Республика Татарстан, Россия

*e-mail: zhirabok@mail.ru

Поступила в редакцию 18.07.2019 г.

После доработки 20.07.2020 г.

Принята к публикации 28.09.2020 г.

Рассматривается задача функционального диагностирования технических систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, в присутствии возмущений. Для решения задачи идентификации дефектов используются скользящие наблюдатели. Предлагаемый подход базируется на идее построения редуцированной (имеющей меньшую размерность) модели исходной системы, обладающей избирательной чувствительностью по отношению к дефектам и возмущению, на основе которой строится скользящий наблюдатель. Кроме уменьшения размерности средств диагностирования предлагаемый подход позволяет ослабить ограничения, накладываемые на исходную систему, для возможности построения скользящих наблюдателей.

DOI: 10.31857/S0002338821010145

Введение. Настоящая публикация является логическим продолжением статьи [1], посвященной разработке методов построения так называемых скользящих наблюдателей, работающих в скользящем режиме и использующих особенности этого режима [2], и предназначенных для решения задачи идентификации дефектов. Указанные наблюдатели описываются дифференциальным уравнением с разрывной правой частью и обеспечивают возникновение в системе скользящего режима при соблюдении определенных условий. Системы, в которых возникает скользящий режим, в русскоязычной литературе называются системами с переменной структурой, поэтому такие наблюдатели также можно назвать наблюдателями с переменной структурой.

Последние 20 лет скользящие наблюдатели активно применяются для решения задачи идентификации дефектов в различных системах – линейных [3, 4], нелинейных [5–7], сингулярных [8], а также ряде практических приложений [9–12]. Во всех этих публикациях на исходную систему накладывается ряд ограничений, обсуждаемых ниже.

В этой статье метод на основе скользящих наблюдателей используется для решения задач идентификации дефектов в нелинейных системах при действии на них возмущений. Как и в [1], в основе предлагаемого подхода лежит идея применения редуцированной (имеющей меньшую размерность) модели исходной системы, что дает возможность уменьшить размерность скользящих наблюдателей по сравнению с известными работами [3–8], где строятся наблюдатели полного порядка. За счет этого удается ослабить ограничения, накладываемые на системы, по сравнению с теми, которые накладываются известными методами [3, 4, 7], и расширить класс систем, для которых можно построить скользящие наблюдатели. Последнее объясняется тем, что исходная система может обладать свойствами, которые не совместимы с требованиями, накладываемыми в работах [3, 4, 7]. В то же время модель минимальной размерности такими свойствами не будет обладать.

¹ Работа поддержана Российским научным фондом (проект 16-19-00046-П – разработан метод построения скользящих наблюдателей) и Российским фондом фундаментальных исследований, проект 20-38-70161 (выполнен синтез наблюдателей для диагностирования электропривода).

1. Скользящие наблюдатели, основные соотношения. Рассмотрим класс технических систем, описываемых нелинейной моделью

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) + C\Psi(x(t), u(t)) + Dd(t) + L\rho(t), \quad y(t) = Hx(t). \quad (1.1)$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^l$ – векторы состояния, управления и выхода; $F \in R^{n \times n}$, $G \in R^{n \times m}$, $D \in R^{n \times q}$, $L \in R^{n \times p}$ и $H \in R^{l \times n}$ – известные постоянные матрицы; $d(t) \in R^q$ – вектор-функция, описывающая дефекты: при их отсутствии $d(t) = 0$, при появлении дефекта $d(t)$ становится неизвестной функцией времени; $\rho(t) \in R^p$ – неизвестная функция времени, описывающая действующие на систему возмущения, $\Psi(x, u)$ – нелинейная составляющая:

$$\Psi(x, u) = \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1 x, u) \\ \dots \\ \varphi_s(A_s x, u) \end{pmatrix},$$

A_1, \dots, A_s – матрицы-строки; $\varphi_1, \dots, \varphi_s$ – нелинейные (возможно, недифференцируемые) функции, удовлетворяющие условию Липшица по аргументу x , откуда следует, что функция $\Psi(x, u)$ также удовлетворяет условию Липшица, т.е.

$$\|\Psi(x, u) - \Psi(x', u)\| \leq N \|x - x'\|, \quad (1.2)$$

$N \geq 0$ – некоторая константа. Предполагается, что известны и ограничены нормы $\|d(t)\|$ и $\|\rho(t)\|$ векторов $d(t)$ и $\rho(t)$.

Для ряда практических значимых функций условие (1.2) не выполняется, однако выполняется обобщенное условие Липшица:

$$\|\Psi(x, u) - \Psi(x', u)\| \leq N \|x - x'\| + M, \quad (1.3)$$

где $M \geq 0$ – некоторая константа. В дальнейшем, говоря об условии (1.3), мы будем рассматривать только упомянутые функции.

Отметим, что появление функции $d(t) \neq 0$ обусловлено изменением параметров системы из-за каких-либо происходящих в ней неблагоприятных процессов. Если, например, изменение входящих в матрицу F параметров вызвало ее вариацию $\Delta F(t)$, то $Dd(t) = \Delta F(t)x(t)$ (см. соотношение (6.3) в примере). Такое представление дефектов нередко используется как в отечественной, так и зарубежной литературе по технической диагностике [13, 14].

Коротко напомним основные результаты из [7], используемые в настоящей работе. Предполагается, что дефект $d(t)$ скалярный, $q = 1$ и $\text{rank}(HL) = \text{rank}(L)$, что позволяет представить систему (1.1) в виде

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= F_{11}z_1(t) + F_{12}z_2(t) + G_1u(t) + f_1(x, u) + D_1d(t), & w_1(t) &= H_{11}z_1(t), \\ \dot{z}_2(t) &= F_{21}z_1(t) + F_{22}z_2(t) + G_2u(t) + f_2(x, u) + D_2d(t) + L_2\rho(t), & w_2(t) &= H_{22}z_2(t), \end{aligned}$$

где $z_1(t)$, $z_2(t)$, $w_1(t)$, $w_2(t)$ – векторы состояния и выходов соответствующих подсистем, $z_1(t) \in R^{n-q}$, $z_2(t) \in R^q$, $z(t) = (z_1^T(t) \ z_2^T(t))^T = Tx(t)$, $(w_1^T(t) \ w_2^T(t))^T = Sy(t)$ для некоторых невырожденных матриц T и S , $(f_1^T(x, u) \ f_2^T(x, u))^T = TC\Psi(x(t), u(t))$. Дополнительно предполагается, что пары (F_{11}, H_{11}) и (F_{22}, H_{22}) наблюдаемы, а функции $f_1(x, u)$ и $f_2(x, u)$ удовлетворяют условию Липшица по аргументу x :

$$\|f_1(x, u) - f_1(\hat{x}, u)\| \leq \gamma_1 \|x - \hat{x}\|, \quad \|f_2(x, u) - f_2(\hat{x}, u)\| \leq \gamma_2 \|x - \hat{x}\|$$

для некоторых $\gamma_1, \gamma_2 > 0$. Далее для каждой из подсистем строятся скользящие наблюдатели полного порядка:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1(t) &= F_{11}\hat{z}_1(t) + F_{12}\hat{z}_2(t) + G_1u(t) + f_1(T^{-1}\hat{z}, u) + D_1v_1(t) + W_1(w_1(t) - \hat{w}_1(t)), & \hat{w}_1(t) &= H_{11}\hat{z}_1(t), \\ \dot{\hat{z}}_2(t) &= F_{21}\hat{z}_1(t) + F_{22}\hat{z}_2(t) + G_2u(t) + f_2(T^{-1}\hat{z}, u) + D_2v_2(t) + W_2(w_2(t) - \hat{w}_2(t)), & \hat{w}_2(t) &= H_{22}\hat{z}_2(t), \end{aligned}$$

где $\hat{z}_1(t), \hat{z}_2(t), \hat{w}_1(t), \hat{w}_2(t)$ – векторы состояния и выходов подсистем наблюдателя,

$$v_1(t) = \begin{cases} -g_1 \frac{Q_1 e_{w_1}(t)}{\|Q_1 e_{w_1}(t)\|}, & \text{если } e_{w_1}(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad v_2(t) = \begin{cases} -g_2 \frac{Q_2 e_{w_2}(t)}{\|Q_2 e_{w_2}(t)\|}, & \text{если } e_{w_2}(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$e_{w_1}(t) = \hat{w}_1(t) - w_1(t), e_{w_2}(t) = \hat{w}_2(t) - w_2(t)$ – ошибки наблюдения выходов, матрицы усиления W_1 и W_2 выбираются так, чтобы сделать матрицы $F_{11} - W_1 H_{11}$ и $F_{22} - W_2 H_{22}$ устойчивыми (это возможно из-за наблюдаемости пар (F_{11}, H_{11}) и (F_{22}, H_{22})), Q_1 и Q_2 выбираются так, что для некоторых симметрических положительно-определенных матриц P_1 и P_2 выполняются равенства

$$P_1 D_1 = H_{11}^T Q_1^T, \quad P_2 D_2 = H_{22}^T Q_2^T. \tag{1.4}$$

Константы g_1 и g_2 выбираются из условий $g_1 > \gamma_2, g_2 > \gamma_1 + \gamma_2$.

В [7] доказывается, что при определенных дополнительных предположениях оценка функции $d(t)$ может быть представлена в виде

$$\hat{d}(t) = -g_1 \frac{Q_1 e_{w_1}(t)}{\|Q_1 e_{w_1}(t)\| + \delta},$$

где δ – малый положительный скаляр.

В настоящей работе по аналогии с [7] задача идентификации дефекта решается при наличии возмущений, однако предположение $\text{rank}(HL) = \text{rank}(L)$ не делается и функция $d(t)$ может быть векторной. Кроме того, строится только один скользящий наблюдатель, причем пониженной размерности, позволяющий оценить векторную функцию $d(t)$. Рассмотрим вначале эту задачу для случая скалярной функции $d(t)$.

2. Построение редуцированной модели в случае скалярного дефекта $d(t)$. Решение поставленной задачи опирается на редуцированную модель системы (1.1), которая в общем случае описывается уравнением

$$\dot{x}_*(t) = F_* x_*(t) + G_* u(t) + J_* y(t) + C_* \Psi(x_*(t), y(t), u(t)) + D_* d(t) + L_* \rho(t), \tag{2.1}$$

$$y_*(t) = H_* x_*(t),$$

где $x_* \in R^k$ – вектор состояния меньшей размерности $k < n$, F_*, G_*, J_*, H_*, D_* и L_* – матрицы, подлежащие определению, функция $C_* \Psi(x_*, y, u)$ имеет вид

$$C_* \Psi(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} \Phi_{i_1} (A_{*1i_1} x_* + A_{*2i_1} y, u) \\ \dots \\ \Phi_{i_p} (A_{*1i_p} x_* + A_{*2i_p} y, u) \end{pmatrix},$$

$A_{*1i_1}, A_{*2i_1}, \dots, A_{*1i_p}, A_{*2i_p}$ – матрицы, подлежащие определению, i_1, \dots, i_p – номера нелинейностей, входящих в модель (2.1). Как обычно [15], предполагается, что при отсутствии дефектов и возмущений выполняются равенства $x_*(t) = \Phi x(t)$ и $y_*(t) = R_* y(t)$ для некоторых матриц Φ и R_* . Известно [15, 16], что эти матрицы удовлетворяют условиям

$$\Phi F = F_* \Phi + J_* H, \quad R_* H = H_* \Phi, \quad G_* = \Phi G, \quad D_* = \Phi D, \quad L_* = \Phi L,$$

$$A_{*i} = (A_{*1i} \ A_{*2i}) \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \quad i = \overline{1, p}, \quad C_* = \Phi C. \tag{2.2}$$

Рассмотрим метод построения модели (2.1) минимальной размерности, не чувствительной к возмущениям, на основе которой может быть построен скользящий наблюдатель. Для анализа возможности построения такой модели введем матрицу L_0 максимального ранга, такую, что $L_0 L = 0$. Известно [15], что условие нечувствительности к возмущениям имеет вид $\Phi L = 0$; тогда из мак-

симальности ранга матрицы L_0 следует $\Phi = TL_0$ для некоторой матрицы T . Заменим матрицу Φ в выражении $R_*H = H_*\Phi$ на TL_0 : $R_*H = H_*TL_0$ и перепишем его в виде

$$(R_* \ -H_*T) \begin{pmatrix} H \\ L_0 \end{pmatrix} = 0.$$

Это уравнение имеет нетривиальное решение, когда между строками матриц H и L_0 существует линейная зависимость, откуда следует, что критерием его нетривиального решения является условие

$$\text{rank} \begin{pmatrix} H \\ L_0 \end{pmatrix} < \text{rank}(H) + \text{rank}(L_0). \quad (2.3)$$

Аналогично уравнение $\Phi F = F_*\Phi + J_*H$ после указанной подстановки приводится к виду

$$(T \ -FT \ -J_*) \begin{pmatrix} L_0F \\ L_0 \\ H \end{pmatrix} = 0,$$

а условием его нетривиального решения есть неравенство

$$\text{rank} \begin{pmatrix} L_0F \\ L_0 \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(L_0F) + \text{rank} \begin{pmatrix} L_0 \\ H \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Условия (2.3) и (2.4) являются необходимыми, т.е. их выполнение не гарантирует возможности построения модели, не чувствительной к возмущениям, поскольку в уравнения, на основе которых они получены, входит неизвестная матрица T . Если хотя бы одно из условий (2.3), (2.4) не выполняется, модели, не чувствительной к возмущениям, не существует. Ниже предполагается, что эти условия верны, т.е. явные препятствия для построения модели с указанным свойством отсутствуют.

Отметим также, что простые достаточные условия возможности построения модели, не чувствительной к возмущениям, имеют вид $HL = 0$ и $FL = 0$, что следует из уравнений (2.6), приведенных ниже, но эти условия достаточно редко выполняются на практике.

Для упрощения процедуры построения модели матрицы F_* и H_* ищутся в канонической форме следующего вида:

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

$$H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0);$$

предполагается вначале, что выход y_* — скаляр.

Для определения остальных матриц воспользуемся логико-динамическим подходом [16], согласно которому вначале находятся матрицы Φ , R_* и J_* , описывающие линейную часть системы, затем проверяется возможность построения нелинейной составляющей $\Psi(x_*, y, u)$ и при положительном исходе проверки строятся матрицы C_* и A_{*i} , $i = \overline{1, s}$.

Используя (2.5), получим из (2.2) уравнения для строк матриц Φ и J :

$$\Phi_1 = R_*H, \quad \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i}H, \quad i = \overline{2, k-1}, \quad \Phi_k F = J_{*k}H. \quad (2.6)$$

Известно [1, 15], что строка $(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})$ удовлетворяет уравнению

$$(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})(V^{(k)} \ B^{(k)}) = 0, \quad (2.7)$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \vdots \\ H \end{pmatrix}, \quad B^{(k)} = \begin{pmatrix} HL & HFL & HF^2L & \dots & HF^{k-1}L \\ 0 & HL & HFL & \dots & HF^{k-2}L \\ 0 & 0 & HL & \dots & HF^{k-3}L \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V^{(k)} \ B^{(k)}) < l(k + 1). \tag{2.8}$$

Число k не превышает $n - 1$; это связано с тем, что модель должна быть не чувствительной к возмущениям, а при $k = n$ она будет заведомо чувствительна к ним.

Отметим, что модель, не чувствительная к возмущениям, может не существовать; в этом случае методом, предложенным в [1], может быть построена модель с минимальной чувствительностью к возмущениям.

Из последнего условия определяется минимальная размерность k , при которой уравнение (2.7) имеет решение, находит решение этого уравнения, из (2.6) определяются строки матрицы Φ и проверяется условие

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A_i \end{pmatrix}, \quad i = \overline{i_1, i_p}. \tag{2.9}$$

Если оно выполняется, принимается $G_* = \Phi G$, $D_* = \Phi D$ и $C_* = \Phi C$; матрицы A_{*i_1} и A_{*i_p} , $i = \overline{i_1, i_p}$, входящие в функцию $\Psi(x_*, y, u)$, определяются из (2.2). При невыполнении условия (2.9) ищется другое решение уравнения (2.7) при прежней или увеличенной размерности k . Предполагается, что $D_* \neq 0$.

В результате модель (2.1) принимает вид

$$\dot{x}_*(t) = F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + C_*\Psi(x_*(t), y(t), u(t)) + D_*d(t), \tag{2.10}$$

$$y_*(t) = H_*x_*(t) = R_*y(t).$$

3. Построение скользящего наблюдателя для скалярного случая. По аналогии с [1, 7] скользящий наблюдатель ищется в виде

$$\dot{\hat{x}}_*(t) = F_*\hat{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + C_*\Psi(\hat{x}_*(t), y(t), u(t)) + D_*v(t) - Ke_y(t), \tag{3.1}$$

$$\hat{y}_*(t) = H_*\hat{x}_*(t),$$

матрица K выбирается так, чтобы $F_{**} = F_* - KH_*$ стала устойчивой матрицей, где разрывная функция $v(t)$ ищется в виде

$$v(t) = \begin{cases} -g \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \tag{3.2}$$

$e_y(t) = \hat{y}_*(t) - y_*(t) = \hat{y}_*(t) - R_*y(t)$ – ошибка по выходу; правила выбора матрицы Q и положительного скаляра g обсуждаются ниже. Отметим, что поскольку матрицы F_* и H_* ищутся в каноническом виде (2.5), матрица K всегда существует. Выбор элементов матрицы K и скаляра g влияет на скорость сходимости наблюдателя.

Отметим, что использование разрывной функции $v(t)$ приводит к многократным переключениям в наблюдателе (3.1).

Введем ошибку по состоянию $e(t) = \hat{x}_*(t) - x_*(t)$; нетрудно видеть, что $e_y(t) = H_*e(t)$. Используя (2.10) и (3.1), запишем уравнение динамики ошибки $e(t)$:

$$\dot{e}(t) = F_*e(t) + D_*(v(t) - d(t)) + \Delta\Psi(t) - Ke_y(t) = F_{**}e(t) + D_*(v(t) - d(t)) + \Delta\Psi(t), \quad (3.3)$$

где символом $\Delta\Psi(t)$ обозначена разность $C_*(\Psi(\hat{x}_*(t), y(t), u(t)) - \Psi(x_*(t), y(t), u(t)))$.

Нетрудно видеть, что если функция $\Psi(x, u)$ удовлетворяет обобщенному условию Липшица (1.3) по аргументу x , то и функция $C_*\Psi(\hat{x}_*, y, u)$ удовлетворяет этому условию по аргументу x_* для некоторых неотрицательных N_* и M_* :

$$\|\Delta\Psi(t)\| = \|C_*(\Psi(\hat{x}_*(t), y(t), u(t)) - \Psi(x_*(t), y(t), u(t)))\| \leq N_*\|e(t)\| + M_*. \quad (3.4)$$

Отметим, что M_* может принимать два значения: ненулевое, обусловленное видом функции $\Psi(x, u)$, которое используется для выявления условий существования и реализации скользящего режима, и нулевое при наступлении этого режима, поскольку известно [4], что в скользящем режиме $e(t) = 0$, т.е. $\hat{x}_*(t) = x_*(t)$, и, согласно (3.4), можно принять $M_* = 0$.

Так как матрица F_{**} устойчива, то для произвольной симметрической положительно-определенной матрицы W существует положительно-определенная матрица P , удовлетворяющая уравнению $F_{**}^T P + P F_{**} = -W$. По аналогии с (1.3) предположим, что для некоторой матрицы Q выполняется равенство

$$PD_* = H_*^T Q^T. \quad (3.5)$$

Теорема 1. Если $\lambda_{\min}(W) > 2N_*\|P\|$ и скаляр g удовлетворяет условию

$$g > \|d(t)\| + M_* \frac{\|P\|}{\|QH_*\|}, \quad (3.6)$$

то скользящее движение системы (3.3) асимптотически устойчиво.

Доказательство. Рассмотрим функцию Ляпунова

$$V(t) = e^T(t)Pe(t)$$

и, используя (3.5), найдем ее производную по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= (F_{**}e(t) + D_*(v(t) - d(t)) + \Delta\Psi(t))^T Pe(t) + \\ &+ e^T(t)(F_{**}e(t) + D_*(v(t) - d(t)) + \Delta\Psi(t)) = \\ &= e^T(t)(F_{**}^T P + P F_{**})e(t) + (D_*(v(t) - d(t)))^T Pe(t) + \\ &+ e^T(t)PD_*(v(t) - d(t)) + 2(Pe(t))^T \Delta\Psi(t). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Из сказанного выше следует, что первое слагаемое в (3.7) принимает вид $-e^T(t)We(t)$ для положительно-определенной матрицы W .

Преобразуем выражение $(D_*(v(t) - d(t)))^T Pe(t) + e^T(t)PD_*(v(t) - d(t))$ с учетом (3.2) и (3.5):

$$\begin{aligned} &(D_*(v(t) - d(t)))^T Pe(t) + e^T(t)PD_*(v(t) - d(t)) = \\ &= 2e^T(t)PD_*(v(t) - d(t)) = 2e^T(t)H_*^T Q^T v(t) - 2e^T(t)H_*^T Q^T d(t) = \\ &= -2ge^T(t)H_*^T Q^T \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\|} - 2(QH_*e(t))^T d(t) = \\ &= -2g(QH_*e(t))^* \frac{QH_*e(t)}{\|QH_*e(t)\|} - 2(QH_*e(t))^T d(t) = \\ &= -2g\|QH_*e(t)\| - 2(QH_*e(t))^T d(t). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Добавим к полученному выражению слагаемые $-e^T(t)We(t)$ и $2(Pe(t))^T \Delta\Psi(t)$ и преобразуем полученный результат:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -e^T(t)We(t) - 2g \|QH^*e(t)\| - 2(QH^*e(t))^T d(t) + 2(Pe(t))^T \Delta\Psi(t) \leq \\ &\leq -\lambda_{\min}(W) \|e(t)\|^2 - 2g \|QH^*e(t)\| + 2 \|QH^*e(t)\| \|d(t)\| + 2 \|P\| \|e(t)\| \|\Delta\Psi(t)\| \leq \\ &\leq -\lambda_{\min}(W) \|e(t)\|^2 - 2 \|QH^*\| \|e(t)\| (g - \|d(t)\|) + 2 \|P\| \|e(t)\| (N_* \|e(t)\| + M_*) = \\ &= -(\lambda_{\min}(W) - 2 \|P\| N_*) \|e(t)\|^2 - 2 \|QH^*\| \|e(t)\| \left(g - \|d(t)\| - M_* \frac{\|P\|}{\|QH^*\|} \right) < 0. \end{aligned}$$

В последнем неравенстве учтены (3.4), условия теоремы и тот факт, что положительная определенность матрицы W эквивалентна условию $\lambda_{\min}(W) > 0$. Таким образом, $\dot{V}(t) < 0$, что доказывает теорему.

Поскольку в скользящем режиме $\dot{e}(t) = 0$ и $e(t) = 0$, из уравнения (3.3) следует $D_*(v(t) - d(t)) + \Delta\Psi(t) = 0$, а так как с учетом замечания после (3.4) можно принять $\|\Delta\Psi(t)\| \leq N_* \|e(t)\|$, то функция $d(t)$ может быть оценена в виде

$$d(t) = -g \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\| + \delta},$$

где δ – малая положительная константа. Следует отметить, что полученное выражение зависит только от ошибки по выходу $e_y(t) = \hat{y}_*(t) - R_*y(t)$.

Если условие $\lambda_{\min}(W) > 2N_* \|P\|$ не выполняется, то сходимость наблюдателя может быть обеспечена при более жестких условиях на скаляр g . Для простоты рассмотрим случай, когда $M_* = 0$.

Т е о р е м а 2. Если скаляр g удовлетворяет условию

$$g > \|d(t)\| + \frac{\|P\Delta\Psi(t)\|}{\|PD_*\|}, \quad (3.9)$$

то скользящее движение системы (3.3) асимптотически устойчиво.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Добавим к выражению (3.8) слагаемое $2(Pe(t))^T \Delta\Psi(t)$ и преобразуем полученный результат:

$$\begin{aligned} &-2g \|QH^*e(t)\| - 2(QH^*e(t))^T d(t) + 2(Pe(t))^T \Delta\Psi(t) \leq \\ &\leq -2g \|QH^*e(t)\| + 2 \|QH^*e(t)\| \|d(t)\| + 2 \|P\Delta\Psi(t)\| \|e(t)\| \leq \\ &\leq -2(g \|QH^*\| \|e(t)\| - \|QH^*\| \|e(t)\| \|d(t)\| - \|P\Delta\Psi(t)\| \|e(t)\|) = \\ &= -2 \|QH^*\| \left(g - \|d(t)\| - \frac{\|P\Delta\Psi(t)\|}{\|PD_*\|} \right) \|e(t)\| < 0; \end{aligned} \quad (3.10)$$

в последнем неравенстве учтено условие (3.9) теоремы. Так как слагаемые $-e^T(t)We(t)$ и элемент $-2g \|QH^*e(t)\| - 2(QH^*e(t))^T d(t) + 2(Pe(t))^T \Delta\Psi(t)$ в (3.10) в сумме составляют функцию $\dot{V}(t)$, а матрица W положительно определена, то $\dot{V}(t) < 0$, что доказывает теорему.

Усилим условие (3.9) теоремы, записав его с учетом (3.4) в виде

$$g > \|d(t)\| + N_{**} \|e(t)\| \quad (3.11)$$

для некоторого скаляра $N_{**} > 0$. Так как ошибка $e(t)$ неизвестна, то для вычисления скаляра g предлагается два варианта действий.

1. Задать максимальное значение переменной $\|e(t)\|$ в (3.11) исходя из реального значения ошибки $e(t)$ при $t = 0$, учитывая, что в скользящем режиме $e(t) = 0$. Недостаток варианта состоит в том, что величина скаляра g получается завышенной, что может негативно сказаться на реализации скользящего режима.

2. Вычислять величину $\|e(t)\|$ в процессе реализации скользящего режима на основе измеряемой ошибки $e_y(t)$. Это в предположении, что нелинейный член входит только в уравнение для переменных $x_{*1}(t)$ и $\hat{x}_{*1}(t)$ моделей (2.10) и (3.1) соответственно, можно сделать следующим образом. Поскольку матрицы F_* и H_* реализованы в канонической форме (2.5), то $e_y(t) = H_*e(t) = e_1(t)$. Уравнения для остальных переменных модели (3.1) имеют следующий вид (рассмотрим для простоты $k = 3$):

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{*2}(t) &= \Psi_2(u(t), y(t)) + \hat{x}_{*3}(t) - k_2 e_y(t), \\ \dot{\hat{x}}_{*3}(t) &= \Psi_3(u(t), y(t)) - k_3 e_y(t),\end{aligned}$$

где $\Psi_2(u(t), y(t))$ и $\Psi_3(u(t), y(t))$ – произвольные функции, k_2 и k_3 – элементы матрицы K . Тогда уравнения для ошибок $e_2(t)$ и $e_3(t)$ принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}\dot{e}_2(t) &= e_3(t) - k_2 e_y(t), \\ \dot{e}_3(t) &= -k_3 e_y(t),\end{aligned}$$

откуда

$$e_3(t) = -k_3 \int_0^t e_y(\tau) d\tau, \quad e_2(t) = -k_3 \int_0^t \int_0^{t'} e_y(\tau) d\tau dt' + k_2 \int_0^t e_y(\tau) d\tau.$$

Полученные компоненты вектора $e(t)$ используются в (3.11), обеспечивая таким образом режим адаптации скользящего наблюдателя к величине ошибки $e(t)$.

Отметим также, что предложенный подход может быть использован также для оценки величины возмущения $\rho(t)$ на основе редуцированной модели (2.1), не чувствительной к дефекту. Для построения такой модели используется подход, описанный в разд. 2, с заменой L в матрице $B^{(k)}$ на D . Оцененное таким образом возмущение $\rho(t)$ предлагается использовать в дополнительном диагностическом наблюдателе, чувствительном как к дефекту, так и к возмущениям. Такой наблюдатель может быть построен известными методами [1, 15].

4. Случай векторного дефекта $d(t)$. В случае, когда $d(t)$ – векторная функция, редуцированная модель (2.1) также должна иметь векторный выход $y_*(t)$, что в общем случае предполагает ее максимально возможную размерность. Для построения такой модели описанную выше процедуру предлагается модифицировать следующим образом. Матрица F_* модели также ищется в канонической форме (2.5), но первое уравнение в (2.6) не используется; из-за этого уравнение (2.7) изменяется:

$$(\Phi_1 \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})(V_*^{(k)} \ B_*^{(k)}) = 0, \quad (4.1)$$

где

$$V_*^{(k)} = \begin{pmatrix} F^k \\ HF^{k-1} \\ \vdots \\ H \end{pmatrix}, \quad B_*^{(k)} = \begin{pmatrix} L & FL & F^2L & \dots & F^{k-1}L \\ 0 & HL & HFL & \dots & HF^{k-2}L \\ 0 & 0 & HL & \dots & HF^{k-3}L \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Оно имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V_*^{(k)} \ B_*^{(k)}) < lk + n. \quad (4.2)$$

В отличие от скалярного случая, ищется не минимальное, а максимальное значение k , при котором выполняется условие (4.2); из (4.1) находятся матрицы $\Phi_1, J_{*1}, \dots, J_{*k}$, после чего из соотношений (2.6) определяются строки Φ_2, \dots, Φ_k матрицы Φ и проверяется условие (2.9). Если оно выполняется, принимается $G_* = \Phi G$, $D_* = \Phi D$ и $C_* = \Phi C$; матрицы A_{*1i} и A_{*2i} , $i = 1, s$, входящие

в функцию $\Psi(x_*, y, u)$, определяются из (2.2). При невыполнении условия (2.9) ищется другое решение уравнения (4.1) при прежней или уменьшенной размерности k .

Для определения матриц R_* и H_* уравнение $R_*H_* = H\Phi$ записывается в виде

$$(R_* - H_*) \begin{pmatrix} H \\ \Phi \end{pmatrix} = 0,$$

откуда и находятся искомые матрицы. Критерием его решения является условие

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(H) + \text{rank}(\Phi).$$

Предполагается, что пара (F_*, H_*) наблюдаема, в этом случае существует такая матрица K , что $F_{**} = F_* - KH_*$ – устойчивая матрица [7]. В остальном процедура построения скользящего наблюдателя и оценки функции $d(t)$ совпадает с рассмотренной в разд. 3.

5. Частный случай. Рассмотрим частный случай, когда нелинейная составляющая $C_*\Psi(x_*(t), y(t), u(t))$ в (2.10) не зависит от переменной $x_*(t)$. Нетрудно видеть тогда, что поскольку $\Delta\Psi = 0$, уравнение ошибки (3.3) становится линейным, и решение задачи упрощается. Действительно, будем искать скользящий наблюдатель в виде

$$\dot{\hat{x}}_*(t) = F_*\hat{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + C_*\Psi_*(y(t), u(t)) + D_*v(t) - Ke_y(t), \quad (5.1)$$

$$\hat{y}_*(t) = H_*\hat{x}_*(t),$$

где матрица K выбирается так, чтобы $F_{**} = F_* - KH_*$ стала устойчивой матрицей, разрывная функция $v(t)$ ищется в виде (3.2), функция $\Psi_*(y(t), u(t))$ по предположению зависит только от переменных y и u , матриц Q и скаляр g выбираются, как и выше. Отметим, что если $C_* = 0$, то наблюдатель (5.1) не содержит нелинейной составляющей.

Тогда уравнение динамики ошибки $e(t)$ принимает вид

$$\dot{e}(t) = F_*e(t) + D_*(v(t) - d(t)) - Ke_y(t) = F_{**}e(t) + D_*(v(t) - d(t)).$$

По аналогии с теоремой можно показать, что при указанном выборе матрицы Q и скаляра g $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ скользящее движение системы, описывающей динамику ошибки $e(t)$, асимптотически устойчиво. Доказательство этого утверждения аналогично первой части теоремы, где рассматриваются линейные составляющие.

Приведем два достаточных критерия независимости нелинейной составляющей $C_*\Psi(x_*(t), y(t), u(t))$ от переменной $x_*(t)$, следующие из вида этой составляющей и (2.2):

1) каждая строка A_i линейно выражается через строки матрицы H , что эквивалентно равенству

$$\text{rank}(H) = \text{rank} \begin{pmatrix} H \\ A_i \end{pmatrix}, \quad i = \overline{i_1, i_p};$$

2) если некоторая строка A_i не выражается через строки матрицы H , то i -я строка матрицы C_* нулевая.

6. Пример. Для проверки работоспособности предлагаемого в статье метода было проведено моделирование работы синтезированных наблюдателей для идентификации типовых дефектов в электроприводах многозвенных манипуляторов. Полная модель рассмотренного электроприво-

да с учетом люфта и упругости механической передачи, сухого и вязкого трений, а также нелинейных составляющих взаимовлияний между степенями подвижности многозвенника имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{C_r i_r^2}{H_M} x_1(t) - \frac{K_r + h_M}{H_M} x_2(t) + \frac{C_r i_r}{H_M} x_3(t) + \frac{-M_E - M_1 \text{sign } x_2(t) + C_r i_r f(\beta)}{H_M} + \rho(t), \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t), \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{C_r i_r}{J_d} x_1(t) - \frac{C_r}{J_d} x_3(t) - \frac{K_d}{J_d} x_4(t) - \frac{K_M}{J_d} x_5(t) + \frac{-M_2 \text{sign } x_4(t) + C_r i_r f(\beta)}{J_d}, \\ \dot{x}_5(t) &= -\frac{K_\omega}{L_d} x_4(t) - \frac{R_d}{L_d} x_5(t) + \frac{K_U}{L_d} u(t) + d(t), \end{aligned} \quad (6.1)$$

где $x_1(t) = \alpha_r(t)$ и $x_2(t) = \dot{\alpha}_r(t)$ – угол поворота вала редуктора и его скорость соответственно, $x_3(t) = \alpha_d(t)$ и $x_4(t) = \dot{\alpha}_d(t)$ – угол поворота оси двигателя и его скорость соответственно, $x_5(t) = I_a(t)$ – ток якоря; C – жесткость механической передачи; i_r – передаточное отношение редуктора, M_1 и M_2 – величины сухого трения движения в редукторе и двигателе соответственно, K_r и K_d – коэффициенты вязкого трения редуктора и двигателя соответственно, J_d – момент инерции ротора двигателя и вращающихся частей редуктора, приведенный к ротору, K_M – моментный коэффициент электродвигателя, K_ω – коэффициент противо-э.д.с., R_d – активное сопротивление цепи якоря, L_d – индуктивность цепи якоря, K_U – коэффициент усиления усилителя мощности, $u(t)$ – напряжение на входе усилителя мощности; H_M , h_M и M_E – приведенные к валу редуктора переменные составляющие всех моментных воздействий на электропривод; $f(\beta)$ – функция, описывающая люфт в механической передаче:

$$f(\beta) = \begin{cases} \beta + \sigma, & \beta < -\sigma, \\ 0, & -\sigma \leq \beta \leq \sigma, \\ \beta - \sigma, & \beta > \sigma, \end{cases}$$

$\beta = x_3 - i_r x_1$, σ – величина люфта.

Нетрудно проверить, что функция $\text{sign } x$ не удовлетворяет условию Липшица (2.1), однако удовлетворяет его обобщению в виде

$$|\text{sign } x - \text{sign } x'| \leq 2 \quad (6.2)$$

для всех x, x' , т.е. $N_* = 0$, $M_* = 2$.

Дефект моделируется следующим образом:

$$d(t) = -\tilde{R}_d(t)x_5(t)/L_d, \quad (6.3)$$

что соответствует изменению активного сопротивления цепи якоря электродвигателя на величину $\tilde{R}_d(t)$ (например, при его значительном нагреве). Возмущение $\rho(t) = -\tilde{M}(t)/H_M$ обусловлено наличием внешнего нагрузочного момента $\tilde{M}(t)$ на валу редуктора. Отметим, что при отсутствии изменения сопротивления $\tilde{R}_d(t) = 0$ и, следовательно, $d(t) = 0$, в случае, когда $\tilde{R}_d(t) \neq 0$, $d(t)$ становится неизвестной функцией времени.

Полагаем, что измеряемыми являются переменные $x_1(t)$, $x_3(t)$ и $x_5(t)$, рассматриваемую систему опишем следующими матрицами, согласно модели (1.1):

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{C_r i_r^2}{H_M} & -\frac{K_r + h_M}{H_M} & \frac{C_r i_r}{H_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{C_r i_r}{J_d} & 0 & -\frac{C_r}{J_d} & -\frac{K_d}{J_d} & \frac{K_M}{J_d} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_\omega}{L_d} & -\frac{R_d}{L_d} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_U}{L_d} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi(x, u) = \begin{pmatrix} \frac{-M_E - M_1 \text{sign } x_2(t) + C_r i_r f(Ax)}{H_M} \\ \frac{-M_2 \text{sign } x_4(t) + C_r i_r f(Ax)}{J_d} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A = (-i_r, 0 \ 1 \ 0 \ 0).$$

Построим линейную модель, инвариантную к возмущению. Можно показать, что $k = 2$; решение, формально получаемое на основе (2.7), в данном случае необходимо корректировать для выполнения условий скользящего режима, в частности, чтобы матрица W была положительно-определенной; в результате получаем

$$R_* = (0 \ 0 \ 1), \quad J_* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{R_d}{L_d} \\ \frac{C_r i_r}{J_d} & -\frac{C_r}{J_d} & \frac{K_M}{J_d} \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку аргумент функции $f(\beta)$ выражается через вектор $y(t)$, условие (2.9) выполняется автоматически, $C_* = \Phi C = (0 \ 1)^T$, что в итоге приводит к модели следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{*1}(t) &= -\frac{K_\omega}{L_d} x_{*2}(t) - \frac{R_d}{L_d} y_3(t) + \frac{K_U}{L_d} u(t) + d(t), \\ \dot{x}_{*2}(t) &= \frac{C_r i_r}{J_d} y_1(t) - \frac{C_r}{J_d} y_2(t) + \frac{K_M}{J_d} y_3(t) - \frac{K_d}{J_d} x_{*2}(t) + \\ &+ \frac{-M_2 \text{sign } x_{*2}(t) + C_r i_r f(y_2(t) - i_r y_1(t))}{J_d}, \\ y_*(t) &= x_{*1}(t), \end{aligned} \tag{6.4}$$

где $x_{*1}(t) = x_5(t)$, $x_{*2}(t) = x_4(t)$. Так как $D_* = \Phi D = (1 \ 0)^T \neq 0$, построенная модель чувствительна к дефекту.

Сравнивая (2.10) и (6.4), получаем матрицы, описывающие линейную часть системы:

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & -K_\omega/L_d \\ 0 & -K_d/J_d \end{pmatrix}, \quad H_* = (1 \ 0).$$

Полагаем $K = (0.3 - 0.002)^T$. Из (3.5) следует, что можно принять $P := Q := 1$; в результате скользящий наблюдатель описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{*1}(t) &= -\frac{K_\omega}{L_d} \hat{x}_{*2}(t) - \frac{R_d}{L_d} y_3(t) + \frac{K_U}{L_d} u(t) + v(t) - 0.3e_y(t), \\ \dot{\hat{x}}_{*2}(t) &= \frac{C_r i_r}{J_d} y_1(t) - \frac{C_r}{J_d} y_2(t) + \frac{K_M}{J_d} y_3(t) - \frac{K_d}{J_d} \hat{x}_{*2}(t) + \\ &+ \frac{-M_2 \text{sign } \hat{x}_{*2}(t) + C_r i_r f(y_2(t) - i_r y_1(t))}{J_d} + 0.002e_y(t), \\ \hat{y}_*(t) &= \hat{x}_{*1}(t), \end{aligned} \tag{6.5}$$

где $e_y(t) = \hat{y}_*(t) - y_3(t)$,

$$v(t) = \begin{cases} -g \frac{e_y(t)}{\|e_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

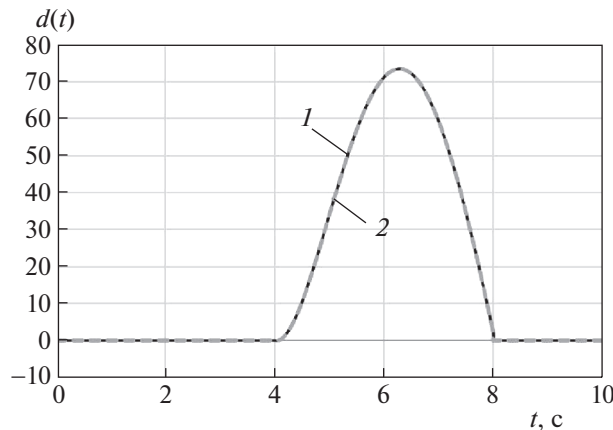


Рис. 1. Функция $d(t)$ (кривая 1) и результат ее идентификации $\hat{d}(t)$ (кривая 2) при $\rho(t) \neq 0$

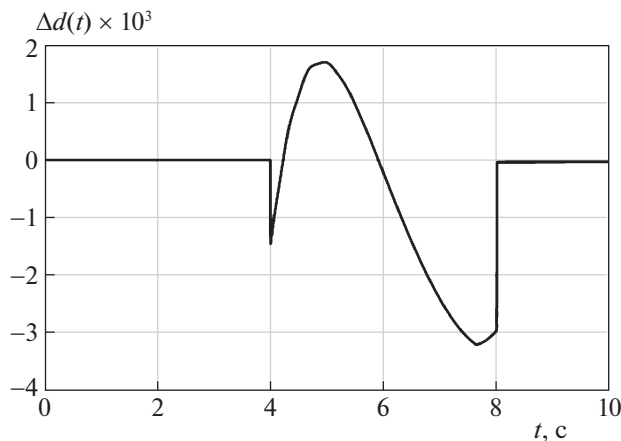


Рис. 2. Ошибка идентификации функции $\Delta d(t)$

Поскольку $P = 1$ и $\|D_*\| = 1$, то условие (3.6) теоремы принимает вид

$$g > \|d(t)\| + M_* \frac{\|P\|}{\|QH_*\|} = \|d(t)\| + 2.$$

Поскольку $N_* = 0$, а матрица W по построению является положительно-определенной, то условие $\lambda_{\min}(W) > 2N_* \|P\|$ выполняется автоматически. Оценка функции $d(t)$ дается выражением

$$d(t) = -g \frac{e_y(t)}{\|e_y(t)\| + \delta}.$$

Проведем моделирование системы (6.1) с наблюдателем (6.5). При моделировании задавались следующие значения параметров рассматриваемого следящего электропривода: $J_d = 0.0001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $k_\omega = 0.02 \text{ В} \cdot \text{с}$, $K_U = 100$, $R_d = 0.4 \text{ Ом}$, $L_d = 0.004 \text{ Гн}$, $i_r = 100$, $K_M = 0.02 \text{ Н} \cdot \text{м/А}$, $C_r = 2 \text{ Нм/рад}$, $M_1 = 1 \text{ Нм}$, $M_2 = 0.01 \text{ Нм}$, $K_d = 10^{-5} \text{ Нмс/рад}$, $K_r = 10^{-2} \text{ Нмс/рад}$, $\sigma = 0.01 \text{ рад}$. Для обеспечения заданных показателей качества управления в прямой цепи электропривода использовался типовой ПИД-регулятор (пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор). При этом в качестве входного воздействия на электропривод подавалось следующее желаемое значение угла поворота выходного вала редуктора: $\alpha_r^*(t) = \sin(t)$.

При моделировании возмущение имитировалось функцией $\tilde{M}(t) = 7 \sin(0.8 t)$ Нм на интервале 0–10 с; дефект – функцией $\tilde{R}_d(t) = 0.1(1 - e^{-(t-4)})$ Ом на интервале 4–8 с.

На рис. 1 представлены графики функций $d(t)$ и ее оценки $\hat{d}(t)$ построенным наблюдателем (6.5), на рис. 2 – график ошибки идентификации $\Delta d(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ этой функции. Из этих рисунков можно видеть, что построенный нелинейный скользящий наблюдатель позволяет своевременно определить момент времени появления дефекта $d(t)$, а также обеспечить достаточно точную оценку величины этого дефекта. Кроме того, поскольку на интервалах 0–4 и 8–10 с значение $\hat{d}(t)$ равно нулю, ясно, что построенный наблюдатель не чувствителен к возмущению $\rho(t)$.

Таким образом, результаты моделирования на примере идентификации типовых дефектов, возникающих в следящих электроприводах, показали работоспособность предложенного в статье метода робастного поиска и идентификации дефектов на основе скользящих наблюдателей.

Заключение. С использованием метода на основе скользящих наблюдателей в работе решаются задачи обнаружения, поиска и идентификации дефектов в технических системах, описываемых нелинейными моделями с постоянными коэффициентами, в присутствии возмущений. Построение скользящего наблюдателя осуществляется на основе редуцированной (имеющей меньшую размерность) модели исходной системы, обладающей избирательной чувствительностью по отношению к дефектам и возмущению. Это обеспечивает снижение размерности средств диагностирования и позволяет ослабить ограничения, накладываемые на исходную систему, для возможности построения скользящих наблюдателей.

Результаты моделирования подтвердили работоспособность синтезированных с помощью предложенного в статье метода построения скользящих наблюдателей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жирабок А.Н., Зуев А.В., Шумский А.Е. Методы идентификации и локализации дефектов в линейных системах на основе скользящих наблюдателей // Изв. РАН. ТиСУ. 2019. № 6. С. 73–89.
2. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой. М.: Наука, 1974.
3. Edwards C., Spurgeon S. On the Development of Discontinuous Observers // International J. Control. 1994. V. 59. P. 1211–1229.
4. Edwards C., Spurgeon S., Patton R. Sliding Mode Observers for Fault Detection and Isolation // Automatica. 2000. V. 36. P. 541–553.
5. Yan X., Edwards C. Nonlinear Robust Fault Reconstruction and Estimation Using Sliding Mode Observers // Automatica. 2007. V. 43. P. 1605–1614.
6. Sharma R., Aldeen A. Fault and Disturbance Reconstruction Nonlinear Systems Using a Network of Interconnecting Sliding Mode Observer // IET Control Theory and Applications. 2011. V. 5. № 6. P. 751–763.
7. He J., Zhang C. Fault Reconstruction Based on Sliding Mode Observer for Nonlinear Systems // Mathematical Problems in Engineering. 2012. V. 2012. ID 451843. P. 1–22.
8. Chan J., Tan C., Trinh H. Robust Fault Reconstruction for a Class of Infinitely Unobservable Descriptor Systems // International J. Systems Science. 2017. V. 48. № 8. P. 1646–1655.
9. Filaretov V., Zhirabok A., Protchenko A., Zuev A. Fault Identification in Nonlinear Dynamic Systems // Proc. 5th Intern. Conf. on Systems and Control (ICSC 2016). Marrakech. 2016. P. 273–277.
10. Chandra K., Alwi H., Edwards C. Fault Reconstruction for a Quadrotor Using an LPV Sliding Mode Observer // Proc. 9th IFAC Sympos. Safeprocess. Paris, France, 2015. P. 374–379.
11. Zhang K., Jiang B., Yan X., Mao Z. Sliding Mode Observer Based Incipient Sensor Fault Detection with Application to High-speed Railway Traction Device // ISA Transactions. 2016. V. 63. P. 49–59.
12. Филаретов В.Ф., Зуев А.В., Жирабок А.Н., Проценко А.А., Субудхи В. Метод синтеза систем непрерывной аккомодации к дефектам в навигационно-пилотажных датчиках автономных подводных роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 4. С. 282–288.
13. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.–СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
14. Gao Z., Cecati C., Ding S. A Survey of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Techniques. I. Fault Diagnosis With Model-Based and Signal-Based Approaches // IEEE Trans. on Industrial Electronics. 2015. V. 62. № 6. P. 3757–3767.
15. Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Соляник С.П., Суворов А.Ю. Метод построения нелинейных робастных диагностических наблюдателей // АиТ. 2017. № 9. С. 34–48.
16. Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Павлов С.В. Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // АиТ. 2017. № 7. С. 3–21.