ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2021, № 3, с. 85–97

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

УДК 51-77

НОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ И ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ РЫНКА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ[1]

© 2021 г. А. А. Васин[a], О. М. Григорьева[a,]*, А. С. Шендяпин[a]

[a] *МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**e-mail: olesyagrigez@gmail.com*

Поступила в редакцию 17.11.2020 г.
После доработки 01.12.2020 г.
Принята к публикации 25.01.2021 г.

Формулируются и исследуются задачи, связанные с оптимальным регулированием оптовых рынков электроэнергии в современных условиях. В моделях учитываются возможности, связанные с новыми техническими и экономическими инструментами: возобновляемыми источниками и накопителями энергии и регулированием потребления с помощью многоставочных тарифов. Анализ оптимизационных задач с помощью теоремы Лагранжа позволяет определить оптимальные стратегии регулирования как при наличии полной информации о случайных факторах, так и при наличии вероятностной неопределенности. Обсуждаются экономические механизмы и условия, позволяющие реализовать оптимальное функционирование рынка с точки зрения общественного благосостояния.

DOI: 10.31857/S0002338821030161

Введение. Электроэнергетическая отрасль представляет собой сложную систему, включающую разные типы генераторов и потребителей, связывающую их сеть и экономические механизмы их взаимодействия. Управление в таких системах осложняется существенным влиянием случайных факторов на функционирование отрасли. Соответствующие задачи оптимизации представляют интерес с точки зрения развития теории и приложений системного анализа и исследования операций.

Развитие электроэнергетики является важной задачей с точки зрения ускорения темпов роста российской экономики. Ее решение связано с использованием новых экономических и технических инструментов для оптимизации производства и потребления электроэнергии. Среди таких инструментов отметим: возобновляемые источники энергии и накопители электрической мощности; тарифное регулирование потребления, направленное на его сдвиг с пиковой зоны графика на другое время суток. Возобновляемые источники энергии могут применяться для замещения более дорогих генераторов. Но поставляемый ими объем мощности является случайной величиной, зависящей от погодных условий. В ситуации, когда необходимо гарантировать поставку энергии всем потребителям по заключенным договорам, при неблагоприятных условиях он должен замещаться резервными мощностями с обычными технологиями. Полезную роль в энергосистемах могут сыграть накопители электроэнергии, в частности литий-ионные батареи. Со стороны производителей хранение энергии позволяет уменьшить затраты на ее производство, сокращая время использования наиболее дорогих генераторов. Со стороны потребителей системы хранения помогают решить проблему сглаживания нагрузок, создавая возможность переноса части потребления с пиковых интервалов времени на другое время суток. Решению этой же проблемы способствуют дифференцированные по времени тарифы для потребителей. Выравнивание кривых суточной нагрузки потребителей снижает спрос на дорогие генерирующие мощности, затраты на передачу и распределение. Это изменение, однако, может снизить полезность потребления.

Базовые модели рынка электроэнергии получили развитие в ряде научных работ с учетом упомянутых новых факторов [1]. В [2] рассматривается задача формирования оптимального графика генерации с использованием различных цен на электроэнергию для потребителей на рынке

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-01-00533 А).

на сутки вперед, а также системы хранения энергии. Целью является достижение оптимальных объемов производства и потребления с точки зрения минимизации затрат и выбросов. Отмечается также, что наличие большого количества доступных блоков с низкой генерирующей мощностью предпочтительнее, чем наличие одного блока с большой выходной мощностью. Хотя минимизация стоимости и минимизация выбросов являются противоречивыми целями, предлагается ответ, который оптимизирует векторный критерий. В [3] описывается аналогичная проблема минимизации затрат и выбросов в рамках стохастической модели и используется вероятностная концепция доверительного интервала для оценки неопределенности прогнозирования. В [4] рассматривается неэластичный спрос со стороны потребителей, который включает почасовые компоненты необходимого объема, а также сдвигаемую нагрузку, которую можно перераспределять в течение суток. При этом учитываются также затраты на перенос с наиболее выгодного времени на менее удобное. С помощью теории контрактов исследуется задача оптимизации работы энергосистемы за счет введения тарифов, побуждающих потребителей переносить сдвигаемую нагрузку на непиковое время. Отдельные задачи оптимизации энергетических систем различных масштабов с учетом данных инструментов рассматривались также в работах [5–8].

В настоящей статье разрабатывается математическая модель оптимального функционирования оптового рынка электроэнергии с точки зрения роста общественного благосостояния и рассматриваются соответствующие задачи оптимизации для различных частных случаев этой модели. Эта статья является развитием нашего исследования, представленного на конференции OPTIMA 2020 [9]. В ней приводятся и обобщаются результаты, а также излагаются новые утверждения относительно регулирования рынка с накопителем энергии.

В разд. 1 описывается модель со сдвигаемыми нагрузками, тарифами и случайными факторами, влияющими на производство и потребление. В разд. 2 исследуется задача оптимизации благосостояния при наличии полной информации о значениях случайных факторов. В разд. 3 обсуждаются экономические механизмы, которые могут обеспечить оптимальное функционирование рынка, и решается задача об оптимальных тарифах с учетом вероятностной неопределенности. В разд. 4 результаты для детерминированной модели обобщаются для энергосистемы с накопителем электроэнергии. В разд. 5 решается задача об оптимальном управлении накопителем и расчете оптимальных тарифов с учетом случайных факторов. В заключение обсуждаются основные результаты и некоторые задачи на будущее.

1. Модель рынка и постановка задачи оптимизации. Поскольку потребности в электроэнергии существенно меняются в течение суток, рассматривается функционирование системы в зависимости от времени $t = \overline{1,T}$, где t – период времени с примерно постоянными потребностями. В частности, в качестве t может выступать час суток. В рамках подобной модели можно учесть также зависимость потребления от сезона. В этом случае T отражает и время суток, и время года.

Опишем основные группы агентов (производителей и потребителей), действующих на рынке. Обозначим через A_1 множество производителей электроэнергии с традиционными технологическими возможностями. Каждый из них характеризуется функцией затрат $c_a(v)$ на обеспечение поставляемой мощности v. Функция предложения

$$S_a(p) = Arg\max_{v\geq 0}(vp - c_a(v))$$

определяет оптимальный объем производства для данного периода в зависимости от цены p. При рассмотрении большого интервала планирования цена на сырье (газ, мазут и т.д.) может зависеть от t, в этом случае будет меняться соответственно и функция предложения S_a^t.

Обозначим через A_2 множество производителей, использующих возобновляемые источники энергии. Для каждого из них поставляемый им объем мощности является случайной величиной, зависящей от погодных условий и времени. Он задается функцией $v_a^t(\psi^t)$, где ψ^t – случайный фактор. В ситуации, когда необходимо гарантировать поставку энергии всем потребителям по заключенным договорам, мощности этих производителей могут применяться для замещения более дорогих источников энергии, но при неблагоприятных условиях должны замещаться резервными мощностями с обычными технологиями. Переменные затраты для солнечных батарей и ветряных двигателей близки к нулю и не учитываются далее.

Перейдем к описанию потребления электроэнергии. Обозначим через B_1 множество потребителей, представляющих население, B_2 – множество промышленных потребителей. У каждого потребителя $b \in B_1$ есть потребности, связанные с конкретным временем t (например, обогрев помещения и освещение), а также несколько видов потребностей $l = \overline{1, L}$, реализация которых может осуществляться в различное время (приготовление пищи, стирка и т.д.). В общем случае можно описать функции полезности потребителей следующим образом. Потребление для данного индивидуума $b \in B_1$ характеризуется вектором $\vec{v}_b = (v_{bl}^t, t = \overline{1, T}, l = \overline{0, L})$, где объем v_{b0}^t – это потребление, связанное с потребностями для данного часа. Функции $u_{b0}^t(v_{b0}^t, \psi_b^t)$, $t = \overline{1, T}$, показывают полезность такого потребления в зависимости от случайного фактора ψ_b^t, характеризующего погодные условия и другие случайные события, которые влияют на потребность в электроэнергии. Случайность в объемах потребления связана также с тем, что некоторые потребители имеют собственные источники генерации (например, солнечные батареи), а объемы выработки на них являются случайными. Объем $v_{bl}^t \geq 0$ определяет расход энергии, связанный с целью l в период t. Для каждого вида l полезность потребления зависит от суммарного объема V_{bl}, выделяемого на соответствующую цель l, с учетом затрат e_{bl}^t на перенос на менее удобное время. Таким образом, суммарная полезность потребителя принимает вид

$$U_b(\vec{v}_b, \vec{\psi}_b) = \sum_{t=1}^{T} u_{b0}^t(v_{b0}^t, \psi_b^t) + \sum_{l=1}^{L} \left(u_{bl}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t \right) - \sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t e_{bl}^t \right).$$

Всюду далее предполагается, что функции затрат и полезности соответствуют стандартным предположениям для микроэкономических моделей [10]: они монотонно возрастают, функции затрат выпуклые, функции полезности вогнутые.

Функция спроса $\vec{D}_b(\vec{p}, \vec{\psi}_b)$, где $\vec{D}_b = (D_{bl}^t, t = \overline{1, T}, l = \overline{0, L})$, показывает, какой объем потребитель b выбирает в каждый период времени t в зависимости от вектора цен $\vec{p} = (p^t, t = \overline{1, T})$ и значения случайного фактора. Вектор $\vec{D}_b$ является решением следующей оптимизационной задачи:

$$\vec{D}_b(\vec{p}, \vec{\psi}_b) = Arg \max_{\vec{v}_b} [U_b(\vec{v}_b, \vec{\psi}_b) - \sum_{t=1}^{T} p^t \sum_{l=0}^{L} v_{bl}^t]. \tag{1.1}$$

Для гладких функций полезности условия первого порядка для задачи (1.1) принимают вид

$$\frac{\partial u_{b0}^t}{\partial v_{b0}^t}(v_{b0}^t, \psi_b^t) = p^t, \quad v_{bl}^{\bar{t}} > 0 \Rightarrow \bar{t} \to \min_t (p^t + e_{bl}^t) = u'_{bl}(V_{bl}), \quad l = \overline{1, L}.$$

Рассмотрим поведение промышленных потребителей $b \in B_2$. Предприятие b выпускает товар с ценой p_b и характеризуется постоянными затратами электроэнергии D_{b0}^t (связанными с охраной, отоплением и т.д.) и производственной функцией $F_b^t(v_b^t, w_b^t)$, которая показывает, каков объем выпуска в данный часовой интервал в зависимости от объема потребляемой энергии v_b^t и труда w_b^t. В качестве примера рассмотрим предприятие с заданным набором производственных мощностей M_b. Каждая мощность $m \in M_b$ характеризуется максимальным объемом выпуска v_b^m товара и удельными затратами энергии ν_b^m и труда ω_b^m на единицу выпускаемой продукции. (Для промышленных потребителей параметры обычно не зависят от t, а для сельскохозяйственного производства зависимость от t существенна.) Оптимальная загрузка производственных мощностей в период t в этом случае легко определяется по следующему алгоритму. Имеющиеся мощности упорядочиваются и подключаются в порядке возрастания суммарных удельных затрат $\nu_b^m p_e^t + \omega_b^m p_\omega^t$, где p_e^t, p_ω^t – цены на электроэнергию и на трудовые ресурсы в час t (цены существенно меняются в течение суток), пока цена на выпускаемый товар превышает удельные затраты: $p_b \geq \nu_b^m p_e^t + \omega_b^m p_\omega^t$. Таким образом, функция спроса для предприятия b в период t имеет вид

$$D_b^t(p_e^t, p_\omega^t) = \sum_{m: \nu_b^m p_e^t + \omega_b^m p_\omega^t \leq p_b} v_b^m \nu_b^m + D_{b0}^t. \tag{1.2}$$

Задача максимизации общего благосостояния для описанного рынка может быть сформулирована как оптимальный сбалансированный выбор объемов генерации и потребления мощности в течение интервала планирования $t = \overline{1,T}$. Оптимизируемый критерий — суммарная полезность потребителей мощности за вычетом затрат на генерацию. Множество допустимых стратегий характеризуется вектором объемов вырабатываемой мощности $\{v_a^t(\psi^t), a \in A_1 \cup A_2, t = \overline{1,T}\}$ и векторами объемов потребления для населения $\{v_b^t(\psi_b^t), b \in B_1, t = \overline{1,T}\}$ и для промышленных потребителей $\{v_b^t, b \in B_2, t = \overline{1,T}\}$, удовлетворяющих условиям баланса:

$$\forall t, \psi_t \in \Psi_t, (\psi_b^t \in \Psi_b^t; b \in B_1), \qquad \sum_{a \in A_1 \cup A_2} v_a^t(\psi^t) = \sum_{b \subset B_1} \left(v_{b0}^t(\psi_b^t) + \sum_{l=1}^{L} v_{bl}^t \right) + \sum_{b \subset B_2} v_b^t.$$

Оптимизируемая функция общественного благосостояния имеет вид

$$\sum_{b \in B_1} \left(\sum_{t=1}^{T} u_{b0}^t(v_{b0}^t, \psi_b^t) + \sum_{l=1}^{L} \left(u_{bl} \left(\sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t \right) - \sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t e_{bl}^t \right) \right) + \\ + \sum_{b \in B_2} \sum_{t=1}^{T} (F_b^t(v_b^t, w_b^t) p_b^t - p_w^t w_b^t) - \sum_{a \in A_1} \sum_{t=1}^{T} c_a(v_a^t(\psi^t)). \tag{1.3}$$

Переменные затраты для возобновляемых источников энергии не учитываются, так как они близки к нулю.

При постановке оптимизационной задачи необходимо учесть следующее. Во-первых, поставки потребителям обычно планируются заранее, до того, как станет известно значение случайного фактора $\psi(t)$. Аналогичным образом планируются объемы производства на генераторах из множества $a \in A_1 \backslash A_0$, кроме резервных генераторов $a \in A_0$. На практике эти величины определяются на рынке на сутки вперед. Для резервных генераторов объемы нагрузки задаются на балансирующем рынке.

Как оптимальным образом распределить генераторы между балансирующим рынком и рынком на сутки вперед? Для минимизации ожидаемых затрат на рынок на сутки вперед отбираются генераторы с минимальными издержками, а на балансирующий рынок оставляют генераторы с высокими издержками и используют их с учетом реализации случайного фактора. Технические характеристики реальных генераторов обычно позволяют осуществить такое распределение.

Далее рассмотрим несколько частных постановок задачи оптимизации благосостояния с тем, чтобы подробнее исследовать отдельные вопросы расчета оптимальных стратегий.

Из определения функций предложения $S_a, a \in A$, в случае, когда они однозначны, вытекает следующий результат.

Лемма 1. Пусть общий объем потребления V_B надо распределить между потребителями $b \in B$ с функциями полезности $u_b(v_b)$ так, чтобы максимизировать суммарную полезность. Тогда оптимальное распределение

$$\vec{v}_B^* \to \max_{\vec{v}} \sum_{b \in B} u_b(v_b)$$

при условии

$$\sum_{b \in B} v_b = V_B$$

вычисляется как $v_b^* = D_b(p(V_B))$, $b \in B$, где значение $p(V_B)$ определяется из условия

$$\sum_{b \in B} D_b(p(V_B)) = V_B$$

и функции спроса связаны с функциями полезности соотношениями

$$u_b(v_b) = \int_0^{v_b} D_b^{-1}(v) dv.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию Лагранжа для задачи максимизации суммарной полезности потребления:

$$L = \sum_{b\in B} u_b(v_b) + p\left(\sum_{b\in B} v_b - V_B\right).$$

Здесь p – множитель Лагранжа для ограничения. Выписывая необходимое условие первого порядка, получаем с учетом определения функции спроса, что для любого b выполнено: $v_b^* = D_b(p(V_B))$. Наконец, найдем $p(V_B)$ из ограничения для суммарного потребления.

Определим, исходя из леммы 1, агрегированные функции полезности текущего потребления населения:

$$u_{B_1}^t(v,\vec{\psi}^t) = \sum_{b\in B_1} u_{b_0}^t(D_b^t(\vec{p}^t(v,\vec{\psi}^t),\psi_b^t),\psi_b^t),$$

где

$$\forall t, b\int_0^{\bar{v}} (D_b^t)^{-1}(v,\psi_b^t)dv = u_{b_0}^t(v,\psi_b^t),$$

и промышленного потребления

$$u_{B_2}^t(v) = \sum_{b\in B_2} F_b^t(D_b^t(p^t(v),p_\omega^t)),$$

где функции спроса $D_b^t, b\in B$, заданы соотношением (1.2). Далее опустим зависимость от p_ω^t, считая эти цены заданными.

Лемма 2. Пусть задан требуемый общий объем генерации V_A для $a\in A$ в данный период. Тогда его оптимальное распределение

$$\vec{v}_A^* \to \min_{\vec{v}} \sum_{a\in A} c_a(v_a)$$

при условии

$$\sum_{a\in A} v_a = V_A$$

вычисляется как $v_a^* = S_a(p(V_A))$, $a\in A$, где значение $p(V_A)$ определяется из условия

$$\sum_{a\in A} S_a(p(V_A)) = V_A.$$

Доказательство леммы 2 аналогично доказательству леммы 1.

Определим, исходя из леммы 2, функцию затрат для множества предприятий A_1:

$$c(v) = \sum_{a\in A_1} c_a(S_a(p(v))).$$

Аналогично установим связь между агрегированной функцией полезности потребления и функциями спроса.

Наконец, найдем общую функцию полезности текущего потребления

$$u_0^t(v,\vec{\psi}^t) = u_{B_1}^t(D_{B_1}^t(p^t(v,\vec{\psi}^t),\vec{\psi}^t) + u_{B_2}^t(D_{B_2}^t(p^t(v,\vec{\psi}^t)),$$

где цена $p^t(v,\vec{\psi}^t)$ определяется из условия баланса:

$$D_{B_1}^t(p^t(v,\vec{\psi}^t),\vec{\psi}^t) + D_{B_2}^t(p^t(v,\vec{\psi}^t)) = v.$$

Здесь

$$D_{B_1}^t(p^t(v,\vec{\psi}^t),\vec{\psi}^t) = \sum_{b\in B_1} D_b^t(p^t,\psi_b^t), D_{B_2}^t(p^t(v,\vec{\psi}^t)) = \sum_{b\in B_2} D_b^t(p^t).$$

2. Задача оптимизации при наличии полной информации. Начнем с наиболее простой постановки, когда предложение и спрос детерминированы. Заданы значения выпуска $v_{A_2}^t$, $t = \overline{1,T}$. Каждую пару $\bar{b} = (b,l)$ будем рассматривать как отдельного потребителя с функцией полезности

$$\bar{u}_{\bar{b}}(\vec{v}_{\bar{b}}) = u_{\bar{b}}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{\bar{b}}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} e_{\bar{b}}^t v_{\bar{b}}^t, \quad \bar{b} \in BL.$$

Задачу оптимизации функции благосостояния (1.3) перепишем как

$$\sum_{t=1}^{T} u_0^t(v_0^t) + \sum_{\bar{b}\in BL}\left[u_{\bar{b}}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{\bar{b}}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} e_{\bar{b}}^t v_{\bar{b}}^t\right] - \sum_{t=1}^{T} c\left(\sum_{\bar{b}\in BL\cup\{0\}} v_{\bar{b}}^t - v_{A_2}^t\right) \to \max_{\vec{v}=(\vec{v}_0,\vec{v}_{\bar{b}},\bar{b}\in BL)\geq 0}. \tag{2.1}$$

Данной оптимизационной задаче можно сопоставить конкурентный рынок с множеством товаров $\Theta = \overline{1,T}$, где товар t соответствует энергии, потребляемой в период t. Каждый товар производится независимо от других, функция затрат имеет вид $c^t(v^t) = c(v^t - v_{A_2}^t)$, где $c()$ – указанная выше функция минимальных затрат для множества предприятий A_1. Множество потребителей $\overline{B} = BO \cup BL$, где

$$BO = \bigcup_{t=1}^{T} BO_t,$$

множество BO_t характеризуется функцией спроса $D_0^t(p^t) = D_{B_1}^t(p^t) + D_{B_2}^t(p^t)$, соответствующей функции полезности u_0^t. Для этих потребителей полезность представляет только товар t. Для каждого потребителя $\bar{b} \in BL$ с функцией спроса $D_{\bar{b}}(\vec{p})$, удовлетворяющей следующим соотношениям:

$$(v_{\bar{b}}^t > 0) \Rightarrow p^t + e_{\bar{b}}^t = \underset{\tau\in\Theta}{\operatorname{argmin}}(p^\tau + e_{\bar{b}}^\tau) = u'_{\bar{b}}\left(\sum_{\tau\in\Theta} v_{\bar{b}}^\tau\right) \quad \forall t \in \Theta, \quad \bar{b} \in BL, \quad \vec{v}_{\bar{b}} \in D_{\bar{b}}(\vec{p}), \tag{2.2}$$

т.е. каждый потребитель $\bar{b}$ выбирает вектор потребления, максимизирующий его полезность с учетом затрат на покупку энергии.

Конкурентным равновесием данного рынка называется совокупность $(\tilde{\vec{p}}, \tilde{\vec{v}}_0, \tilde{\vec{v}}_{\bar{b}}, \bar{b} \in BL)$, включающая вектор равновесных цен $\tilde{\vec{p}} = (\tilde{p}^t, t = \overline{1,T})$, векторы объемов потребления $\tilde{\vec{v}}_0 = (\tilde{b}_0^t, t = \overline{1,T})$ для потребителей из BO и $\tilde{\vec{v}}_{\bar{b}} = (\tilde{v}_{\bar{b}}^t, t = \overline{1,T})$ для каждого $\bar{b} \in BL$.

Помимо соотношения (2.2), эти векторы должны удовлетворять также следующим условиям:

$$\forall t \in \Theta \tilde{v}_0^t = D_0^t(p^t), \quad \text{или} \quad u_0^t{}'(\tilde{v}_0^t) = p^t. \tag{2.3}$$

Другими словами, объем текущего потребления в период t определяется из равенства предельной полезности потребления и цены на энергию;

$$\forall t \in \Theta c'\left(\sum_{b\in B} \tilde{v}_{\bar{b}}^t - v_{A_2}^t\right) = \tilde{p}^t, \tag{2.4}$$

т.е. в каждый период предельные затраты на производство равны цене энергии.

В [9] доказано следующее утверждение.

Т е о р е м а 1. Задача (2.1) оптимизации общественного благосостояния является задачей выпуклого программирования. Множество ее решений соответствует множеству конкурентных равновесий указанного выше рынка, заданному соотношениями (2.2)–(2.4).

3. О выборе оптимальных тарифов. Как в условиях реальной экономики обеспечить реализацию оптимального или близкого к оптимальному состояния рынка? Согласно теореме 1, в условиях совершенной конкуренции рационально действующие производители и потребители приведут рынок в состояние конкурентного равновесия, соответствующего максимуму общественного благосостояния. Возникает два вопроса: как обеспечить условия совершенной конкуренции и как побудить производителей к максимизации прибыли, а потребителей – к максимизации сюрпласа с учетом рыночных цен? Относительно первого вопроса существует обширная литература как общая, так и специально посвященная рынку электроэнергии (см. [11]). Наряду с общими мерами антимонопольного регулирования можно использовать общедоступную информацию о предельных затратах на крупных генераторах, исходя из нормы расхода топлива и других ресурсов. Каждый случай вывода из эксплуатации крупного генератора, повлекший существенный скачок цены, должен быть предметом специального расследования антимонопольной службы. Подобные меры регулирования должны применяться также и к крупным потребителям. Все потребители со сдвигаемыми нагрузками должны покупать электроэнергию по ценам, эквивалентным рыночным. Таким образом, нужно вводить трех- или четырехставочные тарифы для населения, соответствующие равновесным ценам, и побуждать его устанавливать соответствующие счетчики. Эти меры обеспечили бы эффективность аукциона с единой ценой на каждый период t, определяемой как цена, балансирующая спрос и предложение на двустороннем аукционе поставщиков и потребителей. Однако этот вывод справедлив лишь в рамках рассматриваемой в этом пункте упрощенной детерминированной модели. Наличие случайных факторов существенно осложняет ситуацию. Перейдем к анализу их влияния. Вернемся к общей постановке (1.3). Случайные факторы действуют как на стороне предложения, так и на стороне спроса. Выбор объема производства на многих генераторах и у некоторых потребителей происходит заранее. Если, однако, предельные затраты таких генераторов заведомо ниже равновесной цены, а предельные полезности у потребителей заведомо выше, то их можно включить в оптимальные объемы генерации и потребления на первом этапе, соответствующем рынку на сутки вперед. Объемы производства и потребления для остальных агентов определяются после реализации случайных факторов, исходя из баланса спроса и предложения. Таким образом, в теории можно реализовать максимальное общественное благосостояние в зависимости от значений случайных факторов.

В реальности главное противоречие с этой идеальной картиной состоит в поведении массовых потребителей (населения). Они не могут ежедневно планировать графики потребления, исходя из текущих цен и случайных факторов, а определяют их на основе тарифов, устанавливаемых на длительное время (порядка года), с учетом средних значений случайных факторов, влияющих на их потребление. Сформулируем соответствующую оптимизационную задачу:

$$\vec{v}_b^* \to \max\left[\sum_{t=1}^{T} u_{b0}^t(v_{b0}^t) + \sum_{l=1}^{L}\left(u_{bl}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t e_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} \overline{p}_b^t\left(v_{b0}^t + \sum_{l=1}^{L} v_{bl}^t - \mathbb{E}\psi_b^t\right)\right]. \tag{3.1}$$

Ограничимся случаем, когда во все периоды объем закупок каждого потребителя остается положительным, т.е. случайный фактор не обнуляет его спрос. Тогда оптимальные полные объемы потребления с учетом средних значений случайных факторов определяются в зависимости от тарифов $\vec{\overline{p}}_b$ так же, как в детерминированной задаче, согласно функциям спроса $D_b(\vec{\overline{p}}_b)$, удовлетворяющим соотношениям, аналогичным детерминированному случаю (2.2), (2.3).

Рассмотрим задачу оптимизации общего благосостояния без промышленных потребителей. Соответствующие объемы производства являются случайными и определяются как

$$\sum_{b\in B_1}(\vec{D}_b(\vec{\overline{p}}_b) - \vec{\psi}_b).$$

Общественное благосостояние является случайной величиной следующего вида:

$$W(\vec{\overline{p}},\vec{\psi}_b) = \sum_{b\in\overline{B}} u_{\overline{b}}(D_{\overline{b}}(\vec{\overline{p}})) - \sum_{t=1}^{T} c\left(\sum_{b\in\overline{B}} D_{\overline{b}}^t(\vec{\overline{p}}) - \sum_{b}\psi_b^t\right).$$

Рассмотрим задачу выбора тарифов, оптимизирующих математическое ожидание общественного благосостояния:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{t=1}^{T} u_0^t(D_{B_0}^t(\vec{\overline{p}})) + \sum_{bl\in BL} u_{bl}\left(\sum_{t=1}^{T} D_{bl}^t(\vec{\overline{p}}) - \sum_{t=1}^{T} D_{bl}^t(\vec{\overline{p}})e_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} c\left(D_{B_0}^t(\vec{\overline{p}}) + \sum_{bl\in BL} D_{bl}^t(\vec{\overline{p}}) - \psi^t\right)\right\} \to \max_{\vec{\overline{p}}}. \tag{3.2}$$

Сопоставим ей задачу оптимизации математического ожидания общественного благосостояния по объемам потребления:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{t=1}^{T} u_0^t(v_{B_0}^t) + \sum_{bl\in BL} u_{bl}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t - \sum_{t=1}^{T} v_{bl\in BL}^t e_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} c\left(v_{B_0}^t + \sum_{bl\in BL} v_{bl}^t - \psi^t\right)\right\} \to \max_{\vec{v}}. \tag{3.3}$$

Т е о р е м а 2. Пусть $\vec{v}^*$ – решение задачи (3.2), тогда оптимальные тарифы для задачи (3.2) имеют вид $\vec{\overline{p}}^* = \mathbb{E}\vec{c}'(\vec{v}^* - \vec{\psi})$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Решение задачи (3.3) определяется из условий первого порядка, которые запишем как

$$u_0^{t\,\prime}(v_0^t) = \mathbb{E}c'(v^t - \psi^t),$$

$$u_{bl}^{t\,\prime}(v_{bl}) - e_{bl}^t = \mathbb{E}c'(v^t - \psi^t).$$

Оптимальное значение задачи (3.2) не превосходит оптимального значения задачи (3.3), так как вектор объемов, соответствующий вектору тарифов, – это частный случай произвольного выбора вектора объемов.

Рассмотрим оптимальную стратегию задачи (3.3) и выберем вектор тарифов, который указан в условии теоремы 2. Тогда из условий первого порядка (2.2), (2.3) получается, что значения функций спроса дают нам вектор $\vec{v}^*$. Рассмотрим значение функционала для задачи (3.2) при таком выборе тарифов. Значение функционала для задачи (3.2) при этом совпадет с оптимальным значением функционала для задачи (3.3). Таким образом, указанный вектор тарифов будет решением задачи (3.2).

Если функция предельных затрат c' линейная, то оптимальные тарифы принимают вид $\vec{\vec{p}}^* = \vec{c}\,'(\vec{v}^*) - \vec{c}\,'(\mathbb{E}\vec{\psi})$. Как организовать рынок, реализующий оптимальное состояние? Регулятор не знает $\vec{v}^*$, но может наблюдать при данных тарифах $\vec{\vec{p}}$ объемы $\vec{v}(\vec{p})$ и средние предельные затраты $\mathbb{E}\vec{c}'(\vec{v}(\vec{p}) - \vec{\psi})$. Для повышения благосостояния вектор $\vec{p}$ надо сдвигать в направлении $\mathbb{E}\vec{c}\,'(\vec{v}(\vec{p}) - \vec{\psi})$. Исследование конкретных вариантов итеративной оптимизации тарифов $\vec{p}$ является актуальной задачей на будущее.

4. Модель рынка с накопителем энергии. В модели учитывается возможность использования крупного накопителя энергии для оптимизации функционирования системы. Характеристиками работы накопителя являются емкость, скорости и коэффициенты эффективности зарядки и разрядки. Следуя работам [2, 3], опишем их следующим образом. Обозначим через E^{mi} и E^{ma} соответственно минимальный и максимальный допустимый уровень заряда накопителя, V_{ch}^{ma} и V_{dis}^{ma} – максимальные скорости его зарядки и разрядки, η_{ch} и η_{dis} –коэффициенты эффективности зарядки и разрядки соответственно. Объем энергии, на который заряжается или разряжается батарея в период t, обозначим через v_{Bat}^t, положительная величина соответствует зарядке, v_{Bat}^0 отображает начальный заряд батареи. Стратегия управления накопителем в течение периода задается вектором $\vec{v}_{Bat} = (v_{Bat}^t, t = \overline{1,T})$. Допустимые управления удовлетворяют следующим ограничениям:

$$0 \le -v_{Bat}^t/\eta_{dis} \le V_{dis}^{ma} \quad \text{для разрядки;} \tag{4.1}$$

$$0 \le \eta_{ch} v_{Bat}^t \le V_{ch}^{ma} \quad \text{для зарядки;} \tag{4.2}$$

$$E^{mi} \le \sum_{k=0}^{t} v_{Bat}^k \le E^{ma} \quad \forall t = \overline{0,T}. \tag{4.3}$$

Исследуем сперва детерминированную модель максимизации общего благосостояния (см. разд. 2). В этом случае допустимые векторы $\vec{v}_{Bat}$ должны удовлетворять также условию баланса заряда накопителя за период:

$$\sum_{t=1}^{T} v_{Bat}^t = 0. \tag{4.4}$$

Постановка задачи меняется в следующих отношениях: к стратегии добавляется вектор $\vec{v}_{bat}$, удовлетворяющий ограничениям (4.1)–(4.4), а при расчете необходимого объема производства в каждый час учитывается объем энергии, поставляемый или потребляемый накопителем.

Введем вектор $\vec{\eta} = (\eta^t(v_{Bat}^t), t(v_{Bat}^t) = \overline{1,T})$, где

$$\eta^t(v_{Bat}^t) = \begin{cases} \eta_{ch}, & \text{если } v_{Bat}^t > 0 \text{ (батарея заряжается);} \\ \frac{1}{\eta_{dis}}, & \text{если } v_{Bat}^t < 0 \text{ (батарея разряжается);} \\ 0, & \text{если } v_{Bat}^t = 0 \text{ (обмен энергией с батареей не происходит).} \end{cases}$$

В результате функция благосостояния принимает следующий вид:

$$\sum_{t=1}^{T} u_0^t(v_0^t) + \sum_{\bar b\in BL}\left[u_{\bar b}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{\bar b}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} e_{\bar b}^t v_{\bar b}^t\right] - \sum_{t=1}^{T} c\left(\sum_{\bar b\in BL\cup\{0\}} v_{\bar b}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right) \to \max_{\vec v=(\vec v_0,\vec v_{\bar b},\vec v_{Bat},\bar b\in BL)\ge 0}. \quad (4.5)$$

Т е о р е м а 3. Задача (4.5) оптимизации общего благосостояния является задачей выпуклого программирования.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 1.

Введем ряд обозначений:

$$W(\vec v_0,\vec v_{BL},\vec v_{Bat}) = \sum_{t=1}^{T} u_0^t(v_0^t) + \sum_{\bar b\in BL}\left[u_{\bar b}\left(\sum_{t=1}^{T} (v_{\bar b}^t)\right) - \sum_{t=1}^{T} e_{\bar b}^t v_{\bar b}^t\right] - \sum_{t=1}^{T} c\left(\sum_{\bar b\in BL\cup\{0\}} v_{\bar b}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right);$$

$$g_1^t(v_{Bat}^t) = \frac{v_{Bat}^t}{\eta_{dis}} + V_{dis}^{ma}, \quad \forall t=\overline{1,T}; \quad g_2^t(v_{Bat}^t) = V_{ch}^{ma} - \eta_{ch}v_{Bat}^t, \quad \forall t=\overline{1,T};$$

$$g_3^t(\vec v_{Bat}) = \sum_{k=0}^{t} v_{Bat}^k - E^{mi}, \quad \forall t=\overline{1,T}; \quad g_4^t(\vec v_{Bat}) = E^{ma} - \sum_{k=0}^{t} v_{Bat}^k, \quad \forall t=\overline{1,T}; \quad g_5(\vec v_{Bat}) = \sum_{t=1}^{T} v_{Bat}^t.$$

Неравенства $g_k^t(\ldots) \ge 0$, $t=\overline{1,T}$, $k=\overline{1,4}$, задают ограничения (4.1)–(4.3), накладываемые на батарею, а равенство $g_5(\vec v_{Bat}) = 0$ – ограничение (4.4).

Рассмотрим функцию Лагранжа

$$L(\vec v_0,\vec v_{BL},\vec v_{Bat},\vec\lambda) = W(\vec v_0,\vec v_{BL},\vec v_{Bat}) + \sum_{t=1}^{T}(\lambda_1^t g_1^t(v_{Bat}^t) + \lambda_2^t g_2^t(v_{Bat}^t) + \lambda_3^t g_3(\vec v_{Bat}) + \lambda_4^t g_4(\vec v_{Bat})) + \lambda_5 g_5(\vec v_{Bat}).$$

Пусть функции полезности $u_{b0}^t(v)$, $u_{bl}(v)$, $b\in B_1$, $l=\overline{1,L}$, и функция издержек $c(v)$ непрерывно дифференцируемы. Тогда в силу того, что функции $g_k^t(\ldots)$ непрерывно дифференцируемы и их частные производные не равны одновременно нулю, существуют такие числа $\lambda_k^t \ge 0$ и $\lambda_5 \in \mathbb{R}$, что в точке $M^* = (\vec v_{b0}^*, \vec v_{BL}^*, \vec v_{Bat}^*)$, принадлежащей области ограничений, выполнены следующие условия:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial v_0^t}(M^*) = 0 \quad \forall t=\overline{1,T}; \\ \dfrac{\partial L}{\partial v_{\bar b}^t}(M^*) = 0 \quad \forall \bar b\in BL, \quad \forall t=\overline{1,T}; \\ \dfrac{\partial L}{\partial v_{Bat}^t}(M^*) = 0 \quad \forall t=\overline{0,T}. \end{cases}$$

Запишем указанные частные производные функции Лагранжа:

$$\begin{cases} u_0^{t\prime}(v_0^t) - c'\left.\left(\sum_{\bar b\in BL\cup\{0\}} v_{\bar b}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right)\right|_{(M^*)} = 0 \quad \forall t=\overline{1,T}; \\ u_{\bar b}'\left(\sum_{t=1}^{T} v_{\bar b}^t\right) - e_{\bar b}^t - c'\left.\left(\sum_{\bar b\in BL\cup\{0\}} v_{\bar b}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right)\right|_{(M^*)} = 0 \quad \forall \bar b\in BL, \quad \forall t=\overline{1,T}; \\ \eta^t(v_{Bat}^t)c'\left(\sum_{\bar b\in BL\cup\{0\}} v_{\bar b}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right) + (-\lambda_1^t + \lambda_2^t)\eta^t(v_{Bat}^t) - \\ -\sum_{k=t}^{T}\lambda_3^k + \sum_{k=t}^{T}\lambda_4^k - \lambda_5\big|_{(M^*)} = 0 \quad \forall t=\overline{1,T}. \end{cases}$$

Из последней системы следует, что

$$\eta^t(v_{Bat}^t)p^t = (\lambda_1^t - \lambda_2^t)\eta^t(v_{Bat}^t) + \left(\sum_{k=t}^{T}\lambda_3^k - \sum_{k=t}^{T}\lambda_4^k + \lambda_5\right) \quad \forall t = \overline{1,T}. \tag{4.6}$$

Запишем условия дополняющей нежесткости к задаче (4.1)–(4.5):

$$\begin{cases} \lambda_1^t\left(V_{dis}^{ma} + \dfrac{v_{Bat}^t}{\eta_{dis}}\right) = 0 \quad \forall t = \overline{1,T}; \\ \lambda_2^t(V_{ch}^{ma} - \eta_{ch}v_{Bat}^t) = 0 \quad \forall t = \overline{1,T}. \end{cases}$$

Рассмотрим теперь задачу (4.5) при условии, что емкость накопителя является достаточно большой, т.е. не будем учитывать ограничения (4.3). Тогда производные функции Лагранжа принимают вид

$$\begin{cases} u_0^{t}{}'(v_0^t) - c'\left(\displaystyle\sum_{\bar{b}\in BL\cup\{0\}} v_{\bar{b}}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right)\Bigg|_{(M_0)} = 0 \quad \forall t = \overline{1,T}; \\ u_{\bar{b}}'\left(\displaystyle\sum_{t=1}^{T} v_{\bar{b}}^t\right) - e_{\bar{b}}^t - c'\left(\displaystyle\sum_{\bar{b}\in BL\cup\{0\}} v_{\bar{b}}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right)\Bigg|_{(M_0)} = 0 \quad \forall \bar{b} \in BL, \quad \forall t = \overline{1,T}; \\ \eta^t(v_{Bat}^t)c'\left(\displaystyle\sum_{\bar{b}\in BL\cup\{0\}} v_{\bar{b}}^t + \eta^t(v_{Bat}^t)v_{Bat}^t - v_{A_2}^t\right) + (-\lambda_1^t + \lambda_2^t)\eta^t(v_{Bat}^t) - \lambda_5\big|_{(M_0)} = 0 \quad \forall t = \overline{1,T}. \end{cases} \tag{4.7}$$

Из данных соотношений следует, что если батарея не разряжается на максимум в период t ($v_{Bat}^t/\eta_{dis} > -V_{dis}^{ma}$), то $\lambda_1^t = 0$, поскольку выражение в скобках при этом становится строго положительным. Аналогично если батарея не заряжается на максимум в период t, то $\lambda_2^t = 0$. Другими словами, в зависимости от того, заряжается или разряжается батарея, уравнение (4.6) принимает вид $p^t = -\lambda_2^t + \lambda_5/\eta_{ch}$ в периоды максимальной зарядки, $p^t = \lambda_1^t + \lambda_5\eta_{dis}$ в периоды максимальной разрядки. В общем случае из этих соотношений вытекает следующий результат.

Т е о р е м а 4. Оптимальная стратегия v^* для задачи (4.5) удовлетворяет следующим условиям: найдется такая цена $p^* = \lambda_5$, что:

1) если цена p^t в период t удовлетворяет соотношению $p^t > p^*\eta_{dis}$, то батарея разряжается на максимальный объем энергии: $v_{Bat}^t = -V_{dis}^{ma}\eta_{dis}$;

2) если $p^t = p^*\eta_{dis}$, то батарея разряжается и объем разряда удовлетворяет соотношениям (4.1);

3) если $p^*/\eta_{ch} < p^t < p^*\eta_{dis}$, то батарея не заряжается и не разряжается: $v_{Bat}^t = 0$;

4) если $p^t = p^*/\eta_{ch}$, то батарея заряжается и объем заряда удовлетворяет соотношениям (4.2);

5) если $p^t < p^*/\eta_{ch}$, то батарея заряжается на максимальный объем энергии: $v_{Bat}^t = V_{ch}^{ma}/\eta_{ch}$.

Что касается оптимального регулирования оптового рынка, то последний результат означает следующее. Если цены на энергию в каждый период соответствуют предельным затратам производителей, то оптимальное управление накопителем энергии соответствует стратегии максимизации его прибыли от перепродажи энергии. Пороговое значение p^* выбирается так, чтобы выполнялся баланс покупок и продаж в плановом интервале.

Значение p^* однозначно определяет решение системы уравнений (4.7). Оптимальное решение $\vec{v}^*$, найденное из этой системы, должно также удовлетворять условию (4.4). Следующая теорема устанавливает связь между значением p^* и суммарным объемом энергии $\sum_{t=1}^{T} v_{Bat}^t$, обмениваемым с батареей, и открывает возможности для поиска численного решения оптимизационной задачи путем варьирования p^*.

Т е о р е м а 5. Суммарный объем энергии $\sum_{t=1}^{T} v_{Bat}^t$, определяемый из системы (4.7), монотонно зависит от p^*.

Д о к а з а т е л ь с т в о. При заданных тарифах $\bar{p}$ оптимальные объемы потребления задаются функциями спроса $D^b(\bar{p}, t)$. Оптимальные стратегии $\vec{v}_{Bat}^*(\vec{\psi}, p^*)$ определяются, согласно теореме 4 следующим образом. Пусть

$$v^t := \sum_{\bar{b}} (v_{\bar{b}}^t - \psi^t).$$

Если $p^*/\eta_{ch} \le c'(v^t) \le p^*\eta_{dis}$, то $v_{Bat}^{*t} = 0$. Если $c'(v^t) \le p^*/\eta_{ch}$, то определим v_{Bat}^{*t} из условия $c'(v^t + \eta_{ch} v_{Bat}^t) = p^*/\eta_{ch}$, если $v_{Bat}^{*t} \le V_{ch}^{ma}$, иначе $v_{Bat}^{*t} := V_{ch}^{ma}$.

Аналогичные соотношения можно получить и при разрядке батареи. Таким образом, в силу вогнутости функции издержек, видно, что при увеличении значения p^* объем энергии v_{Bat}^{*t} как минимум не убывает, а иногда – строго возрастает.

Полученное соотношение справедливо для любого момента времени t. А это означает, что суммарный объем энергии, закачиваемый в батарею, монотонно растет вместе с p^* и стандартные методы могут быть использованы для поиска решения, удовлетворяющего (4.4).

5. Оптимальное управление батареей с учетом случайных факторов. Рассмотрим задачу оптимизации математического ожидания функции полезности потребителя b при заданных тарифах $\bar{p}_b^*$, $t = \overline{1,T}$:

$$\vec{v}_b^* \to \max\left[\sum_{t=1}^{T} u_{b0}^t(v_{b0}^t) + \sum_{l=1}^{L}\left(u_{bl}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t e_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} \bar{p}_b^t\left(v_{b0}^t + \sum_{l=1}^{L} v_{bl}^t - \mathbb{E}\psi_b^t\right)\right]. \tag{5.1}$$

Ограничимся случаем, когда во все периоды объем закупок каждого потребителя остается положительным, т.е. случайный фактор не обнуляет его спрос. Тогда оптимальные полные объемы потребления с учетом средних значений случайных факторов определяются в зависимости от тарифов $\vec{\bar{p}}_b$ так же, как в детерминированной задаче, согласно функциям спроса $D_b(\vec{\bar{p}}_b)$.

В принятых условиях функция общественного благосостояния принимает вид

$$W(\vec{\bar{p}}, \psi_b^t) = \sum_{\bar{b} \in BL \cup \{0\}} u_{\bar{b}}(D_{\bar{b}}(\vec{\bar{p}})) - \sum_{t=1}^{T} c\left(\sum_{\bar{b}} D_{\bar{b}}^t(\vec{\bar{p}}) + \eta^t(\vec{\psi}) v_{Bat}^t(\vec{\psi}) - \psi^t\right), \tag{5.2}$$

где $\psi^t = \sum_b \psi_b^t$, $\eta^t(\vec{\psi}) = \eta^t(v_{Bat}^t(\vec{\psi}))$.

Функция издержек $c()$ была определена ранее, согласно лемме 1. Рассмотрим две задачи оптимизации математического ожидания общественного благосостояния. Первая – оптимизация с помощью регулирования тарифов на электроэнергию и стратегии управления батареей:

$$\begin{aligned}\max_{\vec{\bar{p}}, \vec{v}_{Bat}(\vec{\psi})} \mathbb{E}\Bigg\{&\sum_{t=1}^{T} u_0^t(D_{B_0}^t(\vec{\bar{p}})) + \sum_{bl}\left(u_{bl}^t\left(\sum_{t=1}^{T} D_{bl}^t(\vec{\bar{p}})\right) - \sum_{t=1}^{T} D_{bl}^t(\vec{\bar{p}}) e_{bl}^t\right) - \\ &- \sum_{t=1}^{T} c(D_{B_0}^t(\vec{\bar{p}}) + \sum_{bl} D_{bl}^t(\vec{\bar{p}}) + \eta^t(\vec{\psi}) v_{Bat}^t(\vec{\psi}) - \psi^t)\Bigg\}.\end{aligned} \tag{5.3}$$

Вторая – оптимизация по объемам потребления и стратегии управления батареей:

$$\max_{\vec{v}, \vec{v}_{Bat}(\vec{\psi})} \mathbb{E}\left\{\sum_{t=1}^{T} u_0^t(v_{B_0}^t) + \sum_{bl}\left(u_{bl}^t\left(\sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} v_{bl}^t e_{bl}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} c\left(v_{B_0}^t + \sum_{bl} v_{bl}^t + \eta^t(\vec{\psi}) v_{Bat}^t(\vec{\psi}) - \psi^t\right)\right\}. \tag{5.4}$$

Для задач (5.3), (5.4) справедлив аналог теоремы 2.

Т е о р е м а 6. Пусть $\vec{v}^*$, $\vec{v}_{Bat}^*(\vec{\psi})$ – решение задачи (5.4), тогда оптимальные тарифы для задачи (5.3) имеют вид $\vec{\bar{p}}^* = \mathbb{E}\vec{c}\,'(\vec{v}^* + \vec{\eta}(\vec{\psi})\vec{v}_{Bat}^*(\vec{\psi}) - \vec{\psi})$.

Доказательство этой теоремы аналогично доказательству теоремы 2.

Рассмотрим теперь стратегию оптимального управления батареей. Предположим сначала, что нам известны будущие значения случайного фактора. Данная постановка задачи аналогична детерминированной — так же, как и в детерминированном случае, в такой постановке можно определить пороговое значение $p^*(\vec{\psi})$, относительно которого на основании текущих цен определяется оптимальное управление батареей:

1) если цена p^t в период t удовлетворяет соотношению $p^t > p^*(\vec{\psi})\eta_{dis}$, то батарея разряжается на максимальный объем энергии: $v^t_{Bat} = -V^{ma}_{dis}\eta_{dis}$;

2) если $p^t = p^*(\vec{\psi})\eta_{dis}$, то батарея разряжается и объем разряда удовлетворяет соотношениям (4.1);

3) если $p^*(\vec{\psi})/\eta_{ch} < p^t < p^*(\vec{\psi})\eta_{dis}$, то батарея не заряжается и не разряжается: $v^t_{Bat} = 0$;

4) если $p^t = p^*(\vec{\psi})/\eta_{ch}$, то батарея заряжается и объем заряда удовлетворяет соотношениям (4.2);

5) если $p^t < p^*(\vec{\psi})/\eta_{ch}$, то батарея заряжается на максимальный объем энергии: $v^t_{Bat} = V^{ma}_{dis}/\eta_{ch}$.

Для этого случая также справедлив аналог теоремы 5: суммарный объем энергии $\sum_{t=1}^{T} v^t_{Bat}(\vec{\psi})$, обмениваемый с батареей, монотонно зависит от p^*. Тогда пороговое значение p^* может быть определено из условия

$$\sum_{t=1}^{T} v^t_{Bat}(\vec{\psi}) = 0.$$

Однако в реальности мы обычно не знаем будущих значений случайных факторов. Возможные стратегии описываются вектор-функциями $(v^t_{Bat}(\vec{\psi}^t), t = \overline{1,T}) := \tilde{v}_{Bat}(\vec{\psi})$, где $\vec{\psi}^t = (\psi^1,\ldots,\psi^t)$. Указанное выше оптимальное управление батареей не удается реализовать в этом классе, поскольку для расчета $p^*(\vec{\psi})$ необходимо знать заранее вектор $\vec{\psi}^T$.

Предложенный метод расчета оптимальной стратегии удается применить, если ослабить ограничение (4.4) на баланс обмена энергией с батареей, заменив его условием

$$\mathbb{E}\sum_{t=1}^{T} v^t_{Bat}(\vec{\psi}^t) = 0. \tag{5.5}$$

В этом случае пороговое значение p^* не зависит от $\vec{\psi}$, оптимальное управление батареей рассчитывается по p^* и текущим значениям случайного фактора, как описано в доказательстве теоремы 5, а (5.5) монотонно зависит от p^*, поскольку для каждого $\vec{\psi}$ $\sum_{t=1}^{T} v^{*t}_{Bat}$ монотонно зависит от p^*, согласно теореме 5.

В итоге получаем следующую теорему.

Т е о р е м а 7. Решение $(\bar{\vec{p}}^*, \tilde{v}^*_{Bat}(\vec{\psi}))$ задачи оптимизации общего благосостояния (5.3) по стратегии $(\bar{\vec{p}}^*, \tilde{v}_{Bat}(\vec{\psi}))$ при ограничениях (4.1), (4.2), (5.5) обладает следующими свойствами: оптимальные тарифы удовлетворяют уравнению $\bar{\vec{p}}^* = \mathbb{E}\vec{c}\,'(\vec{v}^* + \vec{\eta}\tilde{v}^*_{Bat}(\vec{\psi}) - \vec{\psi})$, где $\vec{v}^*$ — вектор оптимальных объемов потребления, являющийся решением задачи (5.4) при тех же ограничениях, а оптимальная стратегия управления батареей $v^*_{Bat}(v^{*t}, \psi^t, p^*)$ рассчитывается, согласно теореме 5, при этом пороговое значение цены p^* определяется из условия (5.5).

Эта теорема имеет ясную интерпретацию с точки зрения оптимального регулирования рынка: тарифы для потребителей надо приближать к средним значениям предельных затрат на производство в соответствующее время; оптимальное управление батареей осуществляется на основе оптовых цен балансирующего рынка и соответствует максимизации ее ожидаемой прибыли от перепродажи энергии (при совершенной конкуренции, т.е. без использования рыночной власти накопителя). В этих условиях конкурентное равновесие рынка обеспечит максимум общего благосостояния.

Отметим, что указанное ослабление ограничения (4.4) приводит к большим случайным изменениям суммарного заряда батареи. Для реализации указанного управления при любых возможных случайных факторах потребуется бóльшая мощность.

Заключение. В работе описана математическая модель функционирования оптового рынка электроэнергии с учетом особенностей потребления населения и промышленных потребителей и с применением новых экономических и технических инструментов. Исследованы задачи оптимизации общественного благосостояния для локальных рынков, где используются возобновляемые источники энергии, тарифное регулирование и накопители электрической мощности. Доказана выпуклость этих задач и получены условия первого порядка для расчета их решений. Исходя из этих условий, мы также обсудили экономические механизмы, которые могут обеспечить оптимальное функционирование таких рынков.

Представляет интерес исследование задач долгосрочного развития электроэнергетики с учетом указанных новых инструментов. Модели оптимального долгосрочного развития для традиционных рынков рассматривались в [12, 13]. Их обобщение в контексте настоящей работы является важной задачей для будущих исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Давидсон М.Р., Догадушкина Ю.В., Крейнес Е.М. и др.* Математическая модель конкурентного оптового рынка электроэнергии в России // Изв. РАН. ТиСУ. 2004. № 3. С. 72–83.
2. *Nazari A.A., Keypour R.* Participation of Responsive Electrical Consumers in Load Smoothing and Reserve Providing to Optimize the Schedule of a Typical Microgrid // Energy Systems. 2019. V. 11. P. 885–908.
3. *Motevasel M., Seifi A.* Expert Energy Management of a Micro-grid Considering Wind Energy Uncertainty // Energy Convers Manage. 2013. V. 83. P. 58–72.
4. *Aizenberg N., Stashkevich E., Voropai N.* Forming Rate Options for Various Types of Consumers in the Retail Electricity Market by Solving the Adverse Selection Problem // Intern. J. Public Administration. 2019. V. 42. P. 1349–1362.
5. *Gellings C.W.* The Concept of Demand-side Management for Electric Utilities // Proc. IEEE. 1985. V. 73. № 10. P. 1468–1570.
6. *Conejo J., Morales J.M., Baringo L.* Real Time Demand Response Model // IEEE Transactions on Smart Grid. 2010. V. 1. № 3. P. 236–242.
7. *Samadi P., Mohsenian-Rad H., Schober R., Wong V.W.* Advanced Demand Side Management for the Future Smart Grid Using Mechanism Design // IEEE Transactions on Smart Grid. 2012. V. 3. № 3. P. 1170–1180.
8. *Yaagoubi N., Mouftan H.T.* User-aware Game Theoretic Approach for Demand Management // IEEE Transactions on Smart Grid. 2015. V. 6. № 2. P. 716–725.
9. *Vasin A.A., Grigoryeva O.M.* On Optimizing Electricity Markets Performance // Optimization and Applications. 2020. V. 12422. P. 272–286.
10. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
11. *Dolmatova M., Kozlovskiy D., Khrustaleva O., Sultanova T., Vasin A.* Market Parameters Dependent Indices for Competition Evaluation in Electricity Market // Electric Power Systems Research. 2021. V. 190. P. 1–6.
12. *Vasin A.A., Grigoryeva O.M., Tsyganov N.I.* Optimization of an Energy Market Transportation System // Doklady Mathematics. 2017. V. 96. № 1. P. 1–4.
13. *Vasin A.A., Grigoryeva O.M., Tsyganov N.I.* Energy Markets: Optimization of Transmission Networks // Intern. J. Public Administration. 2019. V. 42. P. 1311–1322.