
**СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ**

УДК 629.735.33.016

**МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ЭТАПА НАБОРА
ВЫСОТЫ В ЗАДАЧЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ САМОЛЕТОВ
ГРАЖДАНСКОЙ И ВОЕННО-ТРАНСПОРТНОЙ АВИАЦИИ¹**

© 2021 г. А. А. Голубева^{a,*}, С. С. Кананадзе^{a,**}, Н. В. Куланов^{a,***}

^a ФНЦ ФГУП “ГосНИИ АС”, НИУ МАИ, Москва, Россия

*e-mail: aagolubeva@2100.gosniias.ru

**e-mail: kananadze@ya.ru

***e-mail: nvkulanov@2100.gosniias.ru

Поступила в редакцию 16.05.2019 г.

После доработки 24.12.2020 г.

Принята к публикации 29.03.2021 г.

Решение задачи формирования высотно-скоростного профиля полета самолетов гражданской и военно-транспортной авиации на этапе набора высоты и оптимизации по экономическому критерию проводится с использованием динамической модели движения центра масс в вертикальной плоскости. В модели учитывается изменение массы самолета и систематическая составляющая скорости ветра. Аэродинамические характеристики самолета и его вес, а также высотно-скоростные характеристики и дроссельные характеристики двигателей приближены к современному типовому среднемагистральному самолету. Для заданного сценария набора высоты найдены оптимальные и квазиоптимальные законы управления на этапе разгона. Проведена оценка влияния параметров сценария на значения основных критериев оптимизации. Получены зависимости оптимальных значений скорости набора высоты от индекса стоимости и найден диапазон его вариабельности.

DOI: 10.31857/S0002338821040065

Введение. Одним из главных направлений развития бортового оборудования современных самолетов гражданской и военно-транспортной авиации является создание автоматизированных систем самолетовождения (ССВ). Эти системы должны обеспечивать безопасность полета путем снижения нагрузки на экипаж и повышение экономических показателей за счет использования в их алгоритмическом обеспечении аэродинамических характеристик конкретного воздушного судна (ВС) и его двигателей, а также более полного учета состояния атмосферы и других эксплуатационных факторов.

Помимо технического совершенства элементов ССВ и прогрессивных способов ее архитектурных решений, возможности ССВ определяются совершенством ее программно-алгоритмического обеспечения (ПМО), которое является “мозгом” любой системы. Поэтому разработка методов решения основных функциональных задач ССВ и реализация их в бортовом ПМО – одно из важных направлений создания современных комплексов бортового оборудования ВС всех типов.

К числу основных функциональных задач ССВ относятся так называемые задачи горизонтальной и вертикальной навигации. Первая из них известна и решается практически с момента возникновения авиации и к настоящему времени реализуется во всех современных ВС. Вторая же является логическим развитием так называемой топливно-временной задачи, которую приходилось решать штурману ВС при подготовке к очередному полету и в процессе его выполнения. При исключении штурмана и других членов из состава экипажа ВС их функции были возложены на ССВ, что в значительной степени определило задачи вертикальной навигации и, соб-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-08-00079).

ственно, породило термин “вертикальная навигация”. В понятие вертикальной навигации входит решение следующих задач:

- построение (оптимального или близкого к нему) высотно-скоростного профиля полета ВС по *экономическому критерию* с учетом ограничений со стороны системы управления воздушным движением;
- формирование в бортовую систему управления (БСУ) воздействий, обеспечивающих движение ВС в вертикальной плоскости по построенному высотно-скоростному профилю;
- определение прогнозных значений отдельных параметров полета ВС от текущего положения до других заданных точек маршрута.

Решение всех задач должно проводиться непрерывно вдоль принятого плана полета при заданных аэродинамических характеристиках ВС, характеристиках его двигателя, а также заданном состоянии атмосферы. Кроме того, при решении задач вертикальной навигации необходимо учитывать требования и ограничения, сформулированные в различных руководящих документах (например, в Руководстве по летной эксплуатации (РЛЭ) конкретного ВС), а также определяемые авиакомпанией и системой управления воздушным движением.

Центральное место среди указанных задач занимает первая задача, так как ее решение служит основой для решения двух других. Критерием качества для самолетов гражданской авиации обычно служит определяемый авиакомпанией (АК) экономический критерий в виде стоимости конкретного полета. Он является линейной комбинацией стоимости затраченного топлива и времени полета, связанных так называемым “индексом стоимости”. Для военно-транспортной авиации в качестве критериев могут выступать время или затраченное топливо как частные случаи критерия стоимости. Важнейшим условием решения этой задачи служит требование *выполнения заданного в РЛЭ сценария* этапа набора высоты.

Различные подходы к построению оптимального управления ВС на этапе набора высоты рассматривались в ряде организаций и опубликованы, например, в работах [1–6]. В общей массе публикаций наибольшее внимание, как правило, уделялось вопросу скороподъемности для самолетов с высокой тяговооруженностью, наиболее полное решение которого получено в работах центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ). Вопросам же оптимизации полета ВС с типовыми характеристиками гражданской и военно-транспортной авиации в отечественной литературе уделялось меньше внимания. К ним относятся, например, работы [1, 4, 6].

Один из них базируется на концепции о наискорейшем наборе удельной механической энергии в рамках энергетического подхода, вероятно, впервые предложенного в [7]. Методы решения задачи предполагают построение профиля наилучшей энергетической скороподъемности и формирование траекторий выхода на этот профиль и схода с него. Такой подход продемонстрирован в работе [5]. Формально он может использоваться, как утверждает автор, и для оптимизации по другим критериям, в частности по критерию стоимости.

Однако здесь дело не в формальной стороне получения решения. Проблема состоит в возможности практической реализации в ССВ-методах, основанных на “отслеживании” тех или других опорных траекторий. Дело в том, что управление современными ВС осуществляется с помощью БСУ, которые разрабатываются для строго определенного набора режимов работы, для которых обеспечиваются необходимые условия устойчивости и безопасности полета. Попытки использования БСУ для “отслеживания” некоторого другого режима могут привести к непредсказуемым последствиям. В любом случае этот вопрос подлежит дополнительному исследованию, результатом которого должен быть вывод о возможности реализации такого режима. Поэтому решения, предполагающие построение некоторого опорного профиля и его отслеживание без согласования с режимами работы БСУ, нельзя считать приемлемыми для бортовой реализации на гражданских ВС. Они могут применяться для оценки потенциальных возможностей того или другого ВС и, после дополнительных исследований должны найти отражение в РЛЭ конкретных ВС. После чего можно говорить о возможности их реализации.

В настоящее время более приемлемым подходом к оптимизации этапа набора высоты для гражданских ВС является *оптимизация в рамках задаваемого РЛЭ сценария набора высоты*. Сценарий определяет возможные режимы полета ВС на этапе набора высоты, которые согласованы с возможностями БСУ и не могут привести к неожиданным результатам. Такой подход используется в работе [8], где сделана попытка построения алгоритмов для всего множества предусмотренных в сценариях возможных режимов полета гражданских ВС. Однако материалы этой публикации не позволяют получить для конкретного ВС какой либо высотно-скоростной профиль.

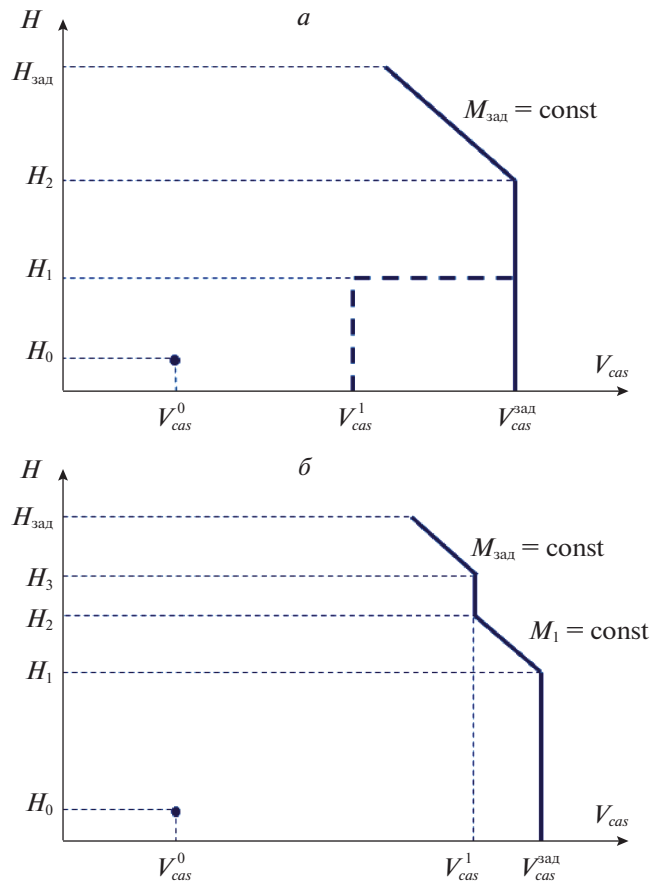


Рис. 1

Суть дела в том, что там априори принимается линейная форма зависимости искомых параметров высотно-скоростного профиля от независимых факторов. При этом коэффициенты весов отдельных слагаемых зависят от конкретного ВС, получение которых является самостоятельной проблемой с неизвестными путями решения.

Целью данной работы является разработка методической основы решения задачи оптимизации этапа набора высоты в проблеме вертикальной навигации ВС гражданской и военно-транспортной авиации. Предлагаемый подход к решению задачи основывается на использовании заданного в РЛЭ сценария выполнения этапа набора высоты. При этом под сценарием понимается совокупность взаимосвязанных режимов полета, обеспечивающих выход ВС в заданные конечные условия. В качестве режимов полета в рассмотрение принимаются только те, которые предусмотрены в РЛЭ и реализуются БСУ. В этих предположениях оптимизация этапа набора высоты сводится к выбору оптимальных значений параметров полета, характеризующих каждый режим. Все конкретные расчеты проведены для типичного средне-магистрального ВС с характеристиками, близкими к SSJ-100.

1. Сценарии этапа набора высоты. Этап набора высоты предполагает вывод ВС из начального положения, определяемого значениями начальной высоты $H = H_0$ и приборной скорости (этим термином будем называть индикаторную земную скорость V_{cas}) $V_{cas} = V_{cas}^0$, в заданное конечное, определяемое высотой $H = H_{зад}$ и числом Маха $M = M_{зад}$.

Обычно сценарий этапа набора высоты задается в виде профиля полета, т.е. функции высоты от дальности, либо зависимостями приборной скорости и числа Маха от высоты. Типичные примеры таких зависимостей для второго случая показаны на рис. 1. Каждому ВС соответствует один из этих видов.

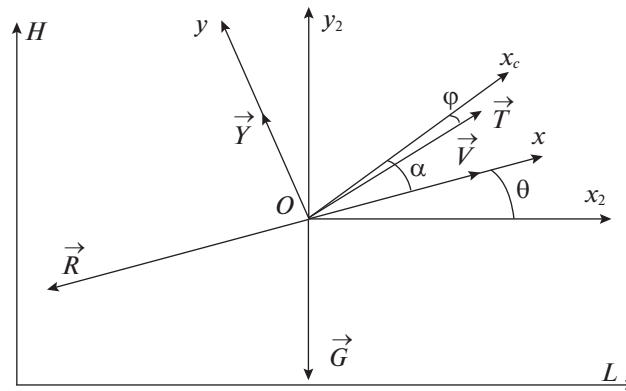


Рис. 2

На этих рисунках точка H_0 , V_{cas}^0 определяется окончанием этапа взлет и соответствует началу этапа набора высоты. Рисунки 1, а и б отражают два различных варианта зависимостей: $V_{cas} = V_{cas}(H)$ и $M = M(H)$. На первом из них набор высоты осуществляется с одной парой значений $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$, $M = M_{зад}$, а на втором – две пары значений: $V_{cas} = V_{cas}^1$, $M = M_3$ и $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$ и $M = M_1$. Помимо скоростей V_{cas}^1 , $V_{cas}^{зад}$ и чисел Маха M_1 и $M_{зад}$ в сценарии отражаются возможные ограничения на приборную скорость, показанные на рис. 1, а штрихпунктиром.

В соответствие со сценарием (рис. 1, а) набор высоты происходит следующим образом:

1. После завершения этапа взлет на высоте H_0 и скорости V_{cas}^0 , ВС разгоняется до заданного значения $V_{cas}^{зад}$. В процессе этого разгона должно выполняться ограничение $V_{cas} < V_{cas}^1$ на высотах $H < H_1$. Это ограничение связано с желанием уменьшить отрицательное воздействие на окружающую среду. По этой причине оно не всегда является обязательным и может отсутствовать, в частности, при выполнении полетов военно-транспортной авиации при решении специальных задач. Этот участок полета называется участком разгона.

2. Далее со скоростью $V_{cas}^{зад}$ проходит набор высоты до некоторого значения H_2 , при котором значение числа M становится равным заданному $M_{зад}$.

3. С этим значением числа M полет продолжается до выхода ВС на заданную высоту $H_{зад}$, где заканчивается этап набора высоты.

Аналогично описывается сценарий для рис. 1, б.

В обоих из них присутствует один или два участка разгона. В руководствах по эксплуатации ВС обычно не определяется режим полета ВС на участке разгона. Это может быть разгон на постоянной высоте или разгон с набором высоты. В последнем случае возникает вопрос: а как набирать высоту: с постоянным углом тангажа, с постоянной вертикальной скоростью или выдерживанием какого-то другого параметра полета? Длительность этого участка и влияние его на принятые критерии оценки этапа набора высоты могут быть различны в зависимости от используемого на нем закона управления ВС. Поэтому формирование оптимального закона управления на участке разгона является составной частью общей задачи оптимизации этапа набора высоты. Заметим, что в соответствии со сценарием процесс набора высоты проводится при фиксированном положении органов управления двигателями. Обычно это один из возможных номинальных режимов работы двигателя.

2. Модель движения ВС. Ввиду незначительной (200–250 км) протяженности этапа набора высоты, в качестве модели движения ВС при решении задачи формирования высотно-скоростного профиля полета ВС будем использовать модель движения его центра масс в плоско-параллельном гравитационном поле с учетом изменения массы и горизонтальной составляющей скорости ветра. Заметим, что именно эти два фактора часто не принимаются во внимание при решении задачи.

Схема систем координат и сил, действующих на центр масс ВС, показана на рис. 2. В данном случае в качестве основной принята скоростная система координат с осями Ox , Oy . Неподвижная система координат, связанная с Землей, определена осями L , H .

На этом рисунке приняты следующие обозначения: \vec{V} – вектор воздушной скорости центра масс ВС; \vec{R} – вектор аэродинамической силы лобового сопротивления; \vec{Y} – вектор аэродинамической подъемной силы; \vec{G} – вектор силы тяжести; \vec{T} – вектор силы тяги двигателей; Ox_c – вектор продольной оси ВС; Ox_2, Oy_2 – связанные с центром масс оси, параллельные осям L, H ; α, θ, φ – угол атаки, наклона траектории и установки двигателя относительно связанной оси соответственно.

Уравнения модели движения центра масс ВС, получающиеся из представленной на рис. 2 схемы, (с учетом горизонтальной составляющей скорости ветра и изменения массы ВС), имеют вид

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= T \cos \alpha_T - R - mg \sin \theta + q_c (V + U_B \cos \theta), \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= T \sin \alpha_T + Y - mg \cos \theta - q_c U_B \sin \theta, \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta, \\ \frac{dL}{dt} &= V \cos \theta + U_B, \\ \frac{dm}{dt} &= -q_c, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\alpha_T = \alpha - \varphi$; m – текущее значение массы ВС; g – ускорение силы тяжести; q_c – секундный расход топлива; U_B – горизонтальная составляющая вектора скорости ветра; H, L – геометрическая высота и дальность в системе координат H, L .

Входящие в систему уравнений (2.1) силы определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} R &= C_X S \frac{\rho V^2}{2} = 0.7 C_X S M^2 p, \\ Y &= C_Y S \frac{\rho V^2}{2} = 0.7 C_Y S M^2 p, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где C_X, C_Y – коэффициенты соответствующих аэродинамических сил; S – характерная площадь крыла ВС; ρ – плотности воздуха; p – давление воздуха.

Аэродинамические коэффициенты C_X, C_Y в общем случае являются функциями большого числа переменных, однако в траекторных задачах принято использовать балансировочные значения этих коэффициентов в виде функций $C_X = C_X(\alpha, M, Fl)$, $C_Y = C_Y(\alpha, M, Fl)$, где Fl – параметр, определяющий конфигурацию крыла.

Входящие в уравнения (2.1) сила тяги T и секундный расход топлива q_c обычно задаются таблицами или графиками:

$$\begin{aligned} T &= T(\delta, H_6, M, \Delta T^0), \\ q_c &= q_c(\delta, H_6, M, \Delta T^0), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где M – число Маха; δ – эквивалент тяги, в качестве которого могут использоваться обороты турбины или компрессора высокого или низкого давления, положение рычагов управления двигателем и др.; ΔT^0 – отклонение температуры наружного воздуха от стандартного значения; H_6 – барометрическая высота.

Из анализа соотношений (2.1)–(2.3) видно, что при известных (таблицы, графики, аналитические выражения и т.д.) зависимостях $C_X = C_X(\alpha, M, Fl)$, $C_Y = C_Y(\alpha, M, Fl)$, $T = T(\delta, H_6, M, \Delta T^0)$, $q_c = q_c(\delta, H_6, M, \Delta T^0)$ система уравнений (2.1) однозначно определяет динамику изменения фазовых переменных H, L, V, θ, m при заданных $\alpha(\xi), \delta(\xi)$, где ξ – какой-либо скалярный параметр, например время t или дальность L . Функции

$$\alpha = \alpha(\xi), \quad \delta = \delta(\xi) \quad (2.4)$$

являются в данном случае функциями управления или управляющими функциями, на которые наложены ограничения:

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &\leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \\ \delta_{\min} &\leq \delta \leq \delta_{\max}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

С целью приближенного учета динамики изменения угла атаки α , можно дополнить систему (2.1) динамическим оператором (2.6) в виде колебательного звена с параметрами T_2, ξ , которые определяются либо при обработке результатов летных экспериментов, либо по результатам моделирования с использованием подробных моделей движения ВС вокруг центра масс:

$$(T_2^2 p^2 + 2T_2 \xi p + 1) = \alpha_{\text{зад}}, \quad (2.6)$$

где $\alpha, \alpha_{\text{зад}}$ – текущее и заданное значения угла атаки.

Такое расширение модели позволяет провести оценку влияния динамических запаздываний формирования угла атаки α на результаты моделирования. При этом управляющим параметром вместо α становится $\alpha_{\text{зад}}$.

Заметим, что отличительной особенностью рассматриваемой модели является ее ориентация на существующие в настоящее время формы получения исходной информации по аэродинамическим характеристикам ВС и двигателей. Эта исходная информация при реализации модели приводится к виду аналитических соотношений, позволяющему получать производные по основным переменным, что необходимо при использовании различных методов оптимизации. В частности, как показали исследования, зависимости для C_X и C_Y с высокой степенью точности на достаточно больших интервалах изменения угла атаки и числа M могут быть представлены в виде полинома:

$$C_{x/y} = A_0(M) + A_1(M)\alpha + A_2(M)\alpha^2 + A_3(M)\alpha^3,$$

где

$$A_I(M) = \sum_{j=0}^2 B(I, J) M^j, \quad I = 0, 1, 2, 3,$$

здесь $B(I, J)$ – матрица постоянных коэффициентов для рассматриваемого диапазона переменных.

Аналогичные выражения используются для тяги T и часового расхода q_c . Как показали исследования, такой способ аппроксимации исходных данных позволяет получить достаточную степень гладкости правых частей системы (2.1), что необходимо для реализации предлагаемой методики и при разработке модели для бортового вычислителя.

3. Критерии оптимизации. В настоящее время в качестве основного критерия при формировании вертикального профиля полета ВС принимаются прямые эксплуатационные расходы C , которые складываются из стоимости затраченного топлива и стоимости времени полета. АК заинтересована в минимизации C и поэтому требует, чтобы вычислительная система ВС обеспечила в каждом конкретном полете реализацию траектории с минимизацией по данному критерию. При этом в стоимости времени учитывается множество факторов, к которым относятся стоимость погрузо-разгрузочных работ, аэронавигационного сопровождения полета ВС, аренды и амортизации ВС, различных регламентных работ, зарплата и страховка экипажа и др. В соответствии со сказанным имеем

$$C = \int_0^{t_k} (q_T C_T + C_t) dt, \quad (3.1)$$

где q_T – расход топлива в единицу времени, C_T, C_t – стоимость единицы топлива и времени соответственно, t_k – длительность участка набора высоты. АК для каждого маршрута полета известны значения C_T и C_t , которые могут значительно отличаться для разных маршрутов. Так как в каждом конкретном полете $C_T = \text{const}$, то в качестве критерия вместо (3.1) можно принять значение $I_C = C/C_T$, тогда

$$I_C = I_T + CII_t, \quad (3.2)$$

где I_T – расход топлива на набор высоты; I_t – время набора высоты; $CI = C_I/C_T$ – индекс стоимости (CostIndex). В некоторых случаях интерес может представлять дальность этапа набора высоты, которую обозначим через I_L . Возможна постановка задачи оптимизации критерия стоимости при заданной дальности I_L набора высоты. Эти постановки в данной работе не рассматриваются. Здесь значения I_L служат только для приближенной оценки дальности исследуемого этапа.

4. Формальная постановка задачи. Для объекта управления, описываемого уравнениями (2.1)–(2.3), при заданном векторе параметров $\bar{P}_c(m_0, CI, U_B, \Delta P_0, \Delta T_0)$ (где m_0 – масса ВС в начале этапа набора высоты; CI – индекс стоимости, U_B – продольная составляющая скорости ветра; ΔP_0 – отклонение давления от стандартного значения; ΔT_0 – отклонение температуры от стандартного значения), заданном ограничении (2.5) на управления и ограничении (4.1) на фазовые координаты

$$\dot{H}(t) \geq 0, \quad V_{cas} \leq \hat{V}_{cas}(H) \quad (4.1)$$

найти управление (2.4), доставляющее минимальное значение функционалу (3.2) и переводящее объект управления из начальных условий $H = H_0, V_{cas} = V_{cas}^0$ в конечное $H = H_{зад}, M = M_{зад}$ с выполнением сценария полета.

При такой постановке задача относится к классу задач, решение которых формально можно получить с использованием принципа максимума Понтрягина. Однако известные сложности ее решения, связанные с необходимостью решения краевой задачи, в сочетании с ограничениями на фазовые координаты (4.1) делают проведение такого решения достаточно проблематичным.

Конструктивный способ решения этой задачи можно получить путем сведения ее к параметрической оптимизации. Это оказывается возможным, так как в описании сценария режимы полета задаются постоянными значениями соответствующих параметров. Единственным участком, на котором в сценарии не определен режим полета, является участок разгона. Поэтому если удастся на этом участке получить оптимальное управление в виде значения некоторого параметра, то задача сведется к задаче параметрической оптимизации.

5. Построение управления на участке разгона. 5.1. Оптимальное управление. На этом участке полета ВС должно перейти из начального положения с координатами H_0 и V_{cas}^0 (рис. 1, а) на линию $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$ с выполнением (для гражданских ВС) или без выполнения (для военно-транспортных ВС) заданного ограничения на скорость. В соответствии со сценарием положение органа управления двигателем на всем этапе набор высоты сохраняется постоянным, т.е. $\delta = \delta_0 = \text{const}$, и подлежит выбору, а управление углом атаки $\alpha = \alpha(t)$ ограничено сверху и снизу значениями $\alpha_{\max}, \alpha_{\min}$. Для поиска оптимального управления на этом участке можно использовать формализм принципа максимума. Однако ввиду достаточной кратковременности этого участка, а поэтому малого влияния на значения функционала (3.2), выберем прямой метод оптимизации, основанный на разложении решения по некоторому ортонормированному базису. Для преодоления специфических проблем, связанных с применением полиномиального базиса при заданном ограничении на управление $\alpha = \alpha(t)$, целесообразно использовать ортонормированный базис, построенный на конечных элементах (финитных функциях). Простейшим классом финитных функций по терминологии работы [9] является блочно-импульсная функция (БИФ) в виде полиномиального импульсного сплайна Лежандра 0-й степени:

$$\phi_i(t) = \begin{cases} 1, & t \in \Delta_i = [t_{i-1}, t_i), \\ 0, & t \notin \Delta_i, \end{cases}$$

построенная на сетке временных отсчетов:

$$t_i = t_0 + i\Delta t = \frac{(t_k - t_0)}{k}, \quad i = \overline{1, k}.$$

Как отмечено в [6], БИФ позволяет получить высокое качество приближения функций для задач с ограничениями на управляющие воздействия в классе кусочно-непрерывных функций, что имеет место в рассматриваемом случае.

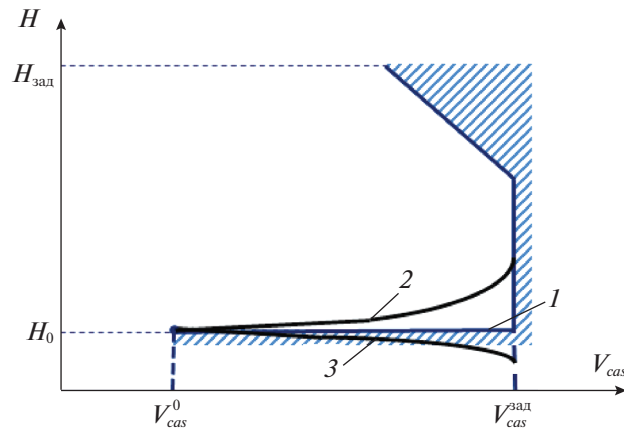


Рис. 3. Траектории для управления: 1 – $\alpha_1(t)$, 2 – $\alpha_2(t)$, 3 – $\alpha_3(t)$

Используя БИФ, представим управляющую функцию $\alpha(t)$ в виде

$$\alpha(t) = \alpha_0(t) + \Delta\alpha(t), \quad \Delta\alpha(t) = \sum_{i=1}^k \Delta\alpha_i \phi_i(t), \quad (5.1)$$

где $\Delta\alpha_i$, $i = \overline{1, k}$, – некоторые числа, $\alpha_0(t)$ – заданная функция (в частном случае может отсутствовать).

Таким образом, получили кусочно-непрерывную аппроксимацию функции $\alpha(t)$ определяемую значениями $\Delta\alpha_i$ и функцией $\alpha_0(t)$. При заданной из каких-либо соображений функции $\alpha_0(t)$ задача поиска оптимального управления $\alpha(t) = \alpha^*(t)$ сводится к задаче математического программирования, связанного с оптимизацией критерия (3.2) по множеству значений $\Delta\alpha_i$. В этом случае при заданной функции $\alpha_0(t)$ критерий (3.2) становится не функционалом от функции $\alpha(t)$, а функцией от k переменных $\Delta\alpha_i$.

При такой постановке функция $\alpha_0(t)$ может рассматриваться как первое приближение при поиске оптимального управления $\alpha^*(t)$ при $\Delta\alpha_i = 0$. Единственным условием, которое следует наложить на функцию $\alpha_0(t)$, является то, что соответствующая ей фазовая траектория должна удовлетворять начальным и конечным условиям задачи и всем фазовым ограничениям.

В данном случае функцию $\alpha_0(t)$ выберем из следующих соображений. Известно, что в задаче на достижение максимального значения динамического потолка разгон ВС на начальном этапе должен проходить не на постоянной высоте, а с некоторым уменьшением ее. Но в нашей задаче, в силу первого ограничения (4.1), снижение высоты не допускается. Эти два обстоятельства позволяют предположить, что в рассматриваемой задаче оптимальная траектория лежит на границе $H(t) = H_0$. Этой траектории, обозначенной на рис. 3 символом 1, соответствует управление $\alpha(t) = \alpha_1(t)$. Именно это управление, обеспечивающее полет на постоянной высоте $H = H_0$, примем в качестве $\alpha_0(t)$. Заметим, что при моделировании траекторий, обеспечивающих движения ВС с заданными значениями высоты, приборной скорости, числа Маха и других параметров, мы используем результаты работы [10].

То обстоятельство, что траектория, порождаемая управлением $\alpha_0(t)$, лежит на нижней границе фазовой области, приводит к ограничениям на область определения значений $\Delta\alpha_i$. Как можно видеть из системы уравнений (2.1), уменьшение угла атаки α приводит к уменьшению угла наклона траектории и, если траектория лежит на границе, нарушению первого ограничения (4.1). Поэтому для $\Delta\alpha_i$ получаем условие

$$0 \leq \Delta\alpha_i \leq \alpha_{\max} - \alpha_0(t_i), \quad i = \overline{1, k}, \quad (5.2)$$

которое говорит о том, что при данном выборе управления $\alpha_0(t)$ все значения $\Delta\alpha_i$ должны быть больше или равны нулю. Таким образом, все условия для поиска оптимальных значений $\Delta\alpha_i$

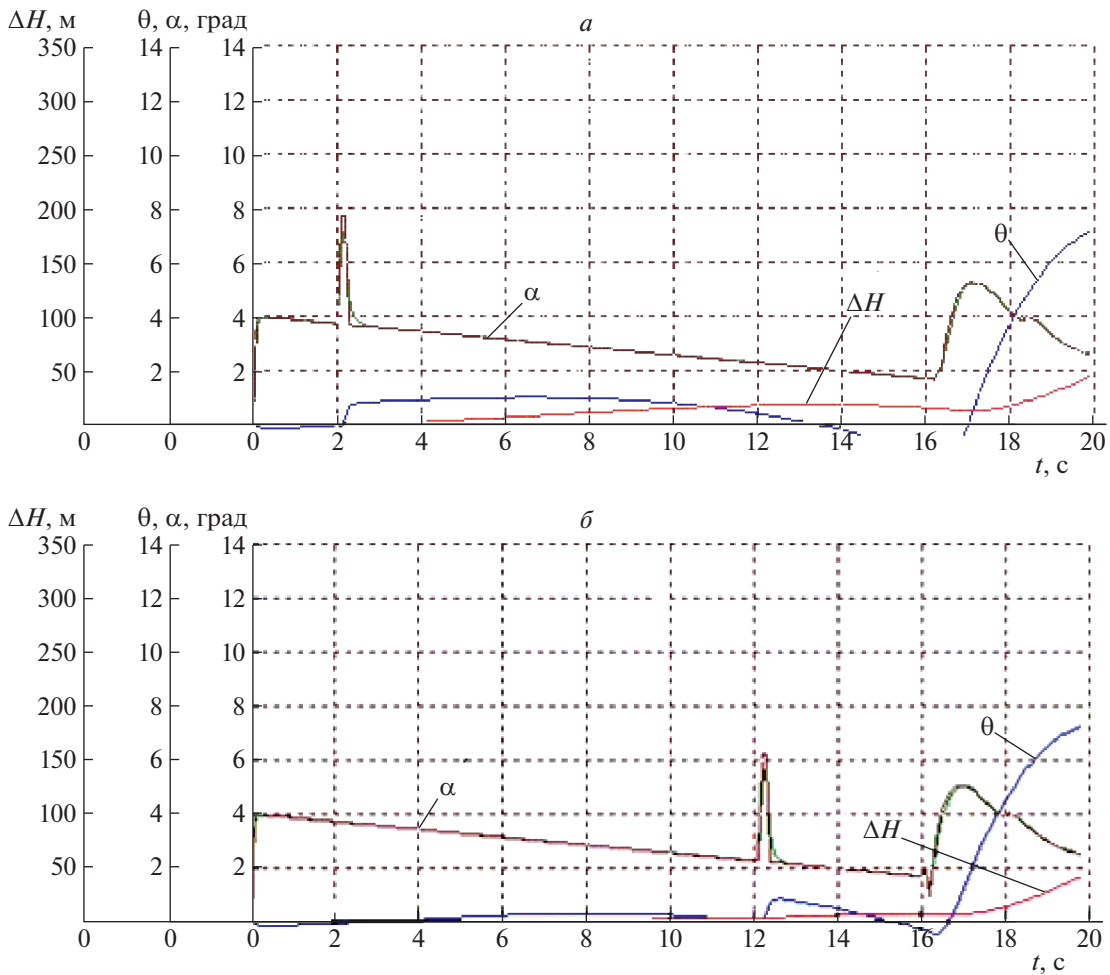


Рис. 4

определены и задача свелась к использованию известных методов поиска значений $\Delta\alpha_i^*$, доставляющих минимальное значение критерию (3.2), как функции k переменных.

Однако прежде чем формально использовать эти методы, заметим следующее. Все численные методы математического программирования в задачах оптимизации функции k переменных базируются на вычислении приращений функции вдоль каждой из координат. Для получения таких приращений необходимо задаться значениями $\Delta\alpha_i$ и проинтегрировать системы уравнений (2.1)–(2.3) при управлении $\alpha(t) = \alpha_0(t) + \Delta\alpha_i\phi_i(t)$ и $\alpha(t) = \alpha_0(t)$. Здесь слагаемое $\Delta\alpha_i\phi_i(t)$ можно рассматривать как некоторый импульс управления в момент t_i длительностью Δt . Типичный вид этих импульсов и поведения управления, а так же фазовых координат для двух моментов приложения импульсов $t_i = 2$ с, $t_i = 12$ с и $\Delta\alpha_i = 4^\circ$ показан на рис. 4. Конкретная величина приращения ($\Delta\alpha_i = 4^\circ$) здесь не имеет значения. Должно выполняться только условие (5.2) и должны проявиться заметные изменения значений критерия (3.2) и других критериев.

Как можно видеть, реакция системы на импульс управления в обоих случаях одинакова и проявляется прежде всего в появлении угла наклона траектории θ и последующему сходу траектории с ограничения. В рассматриваемом примере весь процесс разгона происходит на интервале времени порядка 16 с, после чего начинается режим отработки заданного значения $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$.

Выполнение таких расчетов для всех моментов времени

$$t_i = t_0 + i\Delta t, \quad \Delta t = \frac{t_k - t_0}{k}, \quad i = \overline{1, k},$$

Таблица 1

t	0	2	4	6	8	10	12
ΔI_C	0.038	0.033	0.031	0.020	0.019	0.023	0.006
ΔI_T	0.047	0.040	0.035	0.023	0.018	0.018	0.004
ΔI_t	0.007	0.007	0.008	0.005	0.007	0.011	0.003
ΔI_L	-12.181	-10.855	-8.867	-7.078	-4.623	-2.049	-1.288

Таблица 2

t	0	2	4	6	8	10	12
ΔI_C	0.073	0.071	0.077	0.051	0.040	0.030	0.005
ΔI_T	0.075	0.071	0.072	0.049	0.037	0.025	0.019
ΔI_t	0.023	0.023	0.029	0.018	0.016	0.013	0.012
ΔI_L	-11.657	-10.569	-8.235	-7.265	-5.149	-3.090	-1.061

Таблица 3

t	0	2	4	6	8	10	12
ΔI_C	-0.028	-0.034	-0.042	-0.040	-0.024	-0.019	-0.011
ΔI_T	-0.007	-0.015	-0.023	-0.025	-0.017	-0.013	-0.008
ΔI_t	-0.023	-0.024	-0.026	-0.023	-0.013	-0.010	-0.005
ΔI_L	-12.736	-11.099	-9.641	-7.315	-4.445	-2.627	-1.117

при $\Delta t = 0.2$ с не вызывает каких-либо трудностей, и результаты их для значений времени $t = 0, 2, \dots, 12$ показаны в табл. 1. Здесь в каждой строке, соответствующей одному из критериев I_C, I_T, I_t, I_L , для указанных моментов времени приведены приращения $\Delta I_C, \Delta I_T, \Delta I_t, \Delta I_L$ критериев как разностей между рассчитанными значениями критериев при $\Delta \alpha_i = 4^\circ$ и $\Delta \alpha_i = 0$. Причем значения критериев при $\Delta \alpha_i = 0$ соответствуют движению ВС на постоянной высоте $H = H_0$.

Как видно из представленных материалов, для критериев I_C, I_T, I_t имеют место положительные приращения для всех t_i . Это говорит о том, что *положительные значения импульсов управления* в любой момент времени, *приводящие к сходу траектории с ограничения*, увеличивают значения критериев I_C, I_T, I_t . При этом, как показывают исследования, зависимость значений приращений от величины импульса монотонна. Поэтому при любом методе численного поиска оптимальных значений $\Delta \alpha_i^*$ для критериев I_C, I_T, I_t окажется, что $\Delta \alpha_i^* = 0$ и использовать какие-либо вычислительные методы поиска $\Delta \alpha_i^*$ здесь не имеет смысла.

В последней строке табл. 1 показаны приращения критерия I_L (длина участка набора высоты) при положительном значении импульса управления. Как видно, все они отрицательные, поэтому сход траектории с ограничения здесь приводит к уменьшению длины участка разгона. Оптимальное управление для этого критерия следует искать с использованием какого-либо метода поиска. Так как в задаче вертикальной навигации данный критерий не является основным, дальнейшее рассмотрение этого случая не входит в рамки данной работы.

Интересно посмотреть, какие результаты получатся, если в качестве функции $\alpha_0(t)$ принять отличные от $\alpha_1(t)$ функции, например $\alpha_2(t)$ (траектория 2 на рис. 3 проходит выше ограничения) или $\alpha_3(t)$ (траектория 3 лежит ниже ограничения). Приращения функционалов для траекторий 2 и 3 показаны в табл. 2, 3.

Как можно видеть из таблиц, при положительном импульсе управления приращения функционалов I_C, I_T, I_t положительны на траектории 2 и отрицательны на траектории 3. Это говорит о том, что для уменьшения значений функционалов I_C, I_T, I_t необходимо уменьшить значения угла

Таблица 4

Критерий	Оптимальный	Один участок	Три участка
I_C	1806.4	1806.8	1892.5
I_T	979.7	980.3	1010.2
I_t	1153.3	1153.3	1218.4
I_L	238.62	238.3	239.28

атаки $\alpha(t)$ на траекториях 2, а значит, опустить эту траекторию в сторону ограничения, а траекторию 3 поднять к ограничению. Отсюда следует вывод, что для критериев стоимости, затрат топлива и времени набора высоты оптимальным на участках разгона будет движение на постоянной высоте.

Разгон на постоянной высоте, являясь оптимальным, может приводить к чрезмерному воздействию шума двигателей на окружающую среду, что будет иметь место на участке разгона от V_{cas}^0 до V_{cas}^1 для гражданских ВС и на участке от V_{cas}^0 до $V_{cas}^{зад}$ для военно-транспортных ВС. Поэтому для этих участков может появиться необходимость в нахождении некоторых других управлений, близких к оптимальному по значениям критериев I_C , I_T , I_t , но уменьшающие это воздействие. Будем считать, что управление, при котором значение критерия на участке разгона превышает оптимальное не более чем 0.5%, является квазиоптимальным.

5.2. Квазиоптимальные управления на участке разгона. Эти управления будем искать среди типичных для БСУ законов управления. К ним относится: выдерживание заданного угла тангажа $\vartheta(t) = \text{const}$, вертикальной скорости $V_y(t) = \text{const}$, угла наклона траектории $\theta(t) = \text{const}$ и постоянных значений проекций перегрузки на различные оси координат. Выбор постоянных значений параметров управления обусловлен тем, что такие законы наиболее просто и с большей точностью реализуются в БСУ, а участок разгона достаточно мал по сравнению длительностью всего этапа набора высоты (более 20 мин).

Исследование законов отработки постоянных значений угла тангажа, угла наклона траектории и вертикальной скорости показало, что при каждом из них характер поведения траекторий имеет вид, показанный на рис. 5.

При проведении этих расчетов принималось, что заданное значение $V_{cas}^{зад} = 280kt$, где скорость измеряется в узлах (kt).

На рис. 5, а показаны фазовые траектории для трех значений угла тангажа: $\vartheta(t) = \text{const} = 7, 7.5$ и 8° . Как можно видеть, такой закон управления обеспечивает выход траектории на заданное значение $V_{cas} = V_{cas}^{зад} = 180kt$ только при $\vartheta(t) \leq 7.5^\circ$. При этом к концу этапа разгона высота траектории увеличивается не более чем на 1 км. При $\vartheta(t) > 7.5^\circ$ траектория не достигает заданного значения $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$ и приборная скорость начинает уменьшаться, что не допускается сценарием. Такая ситуация характеризуется как срыв траектории набора высоты. Аналогичная картина имеет место и при законе управления $\theta(t) = \text{const}$. По этим причинам такие законы управления могут использоваться только в тех случаях, когда не требуется значительного повышения высоты траектории на участке разгона и гарантируется монотонное изменение приборной скорости.

На рис. 5, б показаны фазовые траектории при управлении на участке разгона по закону $V_y(t) = \text{const}$ для значений вертикальной скорости 12.0, 12.65, 13.0, 13.5 и 14 м/с. Как можно видеть, здесь траектории проходят существенно выше, чем в предыдущем случае. Но и здесь тоже существует предельное значение $V_y = 12.65$ м/с, при превышении которого происходит срыв траектории. Однако этот закон управления может использоваться для гражданских ВС на первом участке разгона от V_{cas}^0 до V_{cas}^1 . Получающаяся при этом фазовая траектория имеет вид, показанный на рис. 6, а.

Здесь начальный участок разгона проходит с законом управления $V_y = \text{const} = 13.5$ м/с, а при достижении высоты ограничения $H_1 = 3000$ м продолжается разгон на постоянной высоте $H = H_1$ до выхода на заданную скорость $V_{cas} = V_{cas}^{зад} = 280kt$.

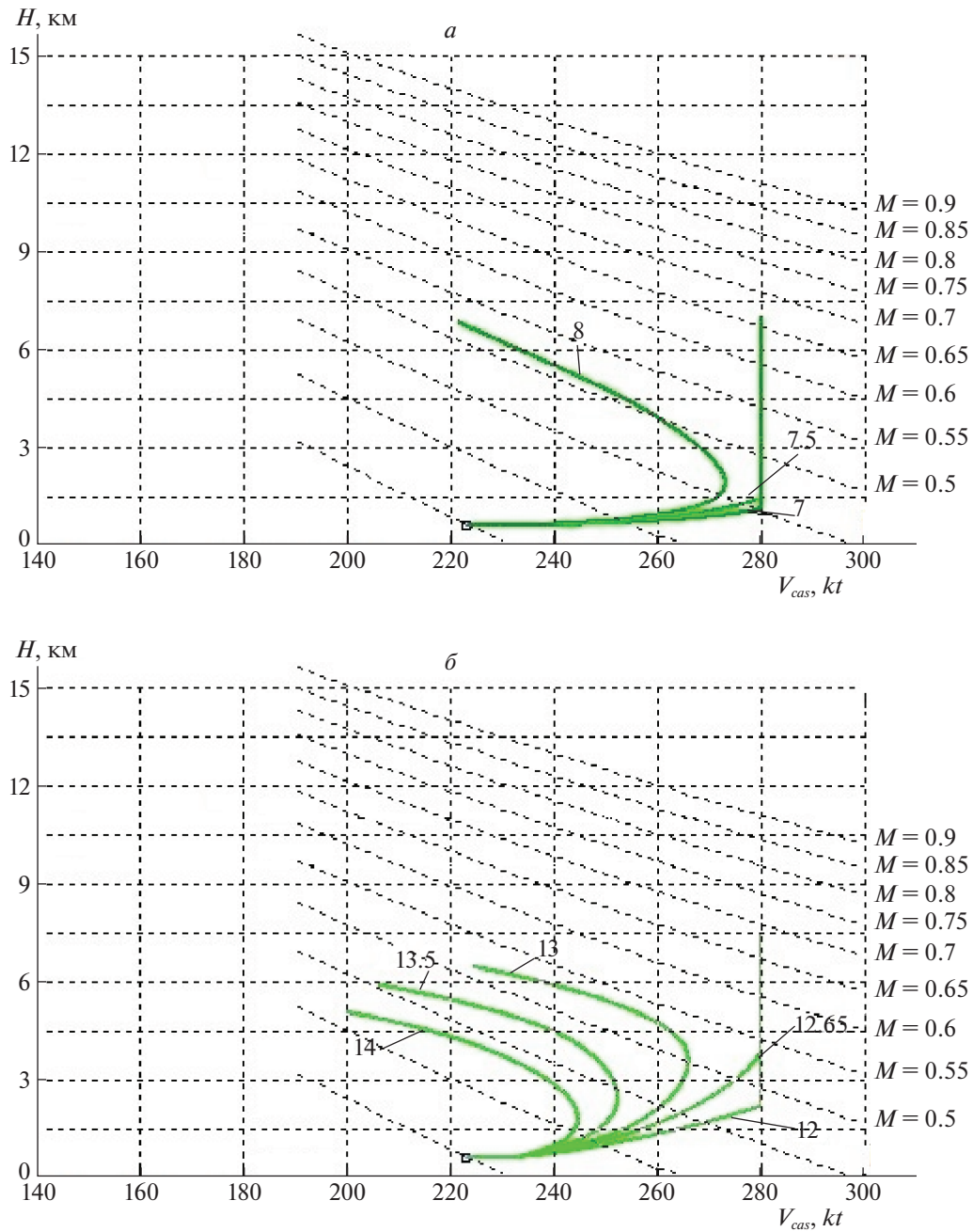


Рис. 5

Используя законы управления $\vartheta(t) = \text{const}$, $\theta(t) = \text{const}$ и $V_y(t) = \text{const}$, можно построить участок разгона, состоящий из нескольких следующих друг за другом участков набора высоты и горизонтального полета. Пример получающейся при этом траектории с тремя участками набора высоты показан на рис. 6, б. Однако, как показывают расчеты (табл. 4), такие ступенчатые наборы высоты увеличивают значения критериев.

Естественно возникает вопрос, а как все эти законы управления соотносятся с оптимальным по критериям качества? Как следует из сказанного в разд. 5.1 оптимальная траектория набора высоты при учете ограничений имеет вид, показанный на рис. 7. Она состоит из следующих участков:

- разгон на постоянной высоте $H = H_0$ от скорости $V_{cas} = V_{cas}^0$ до $V_{cas} = V_{cas}^1$;

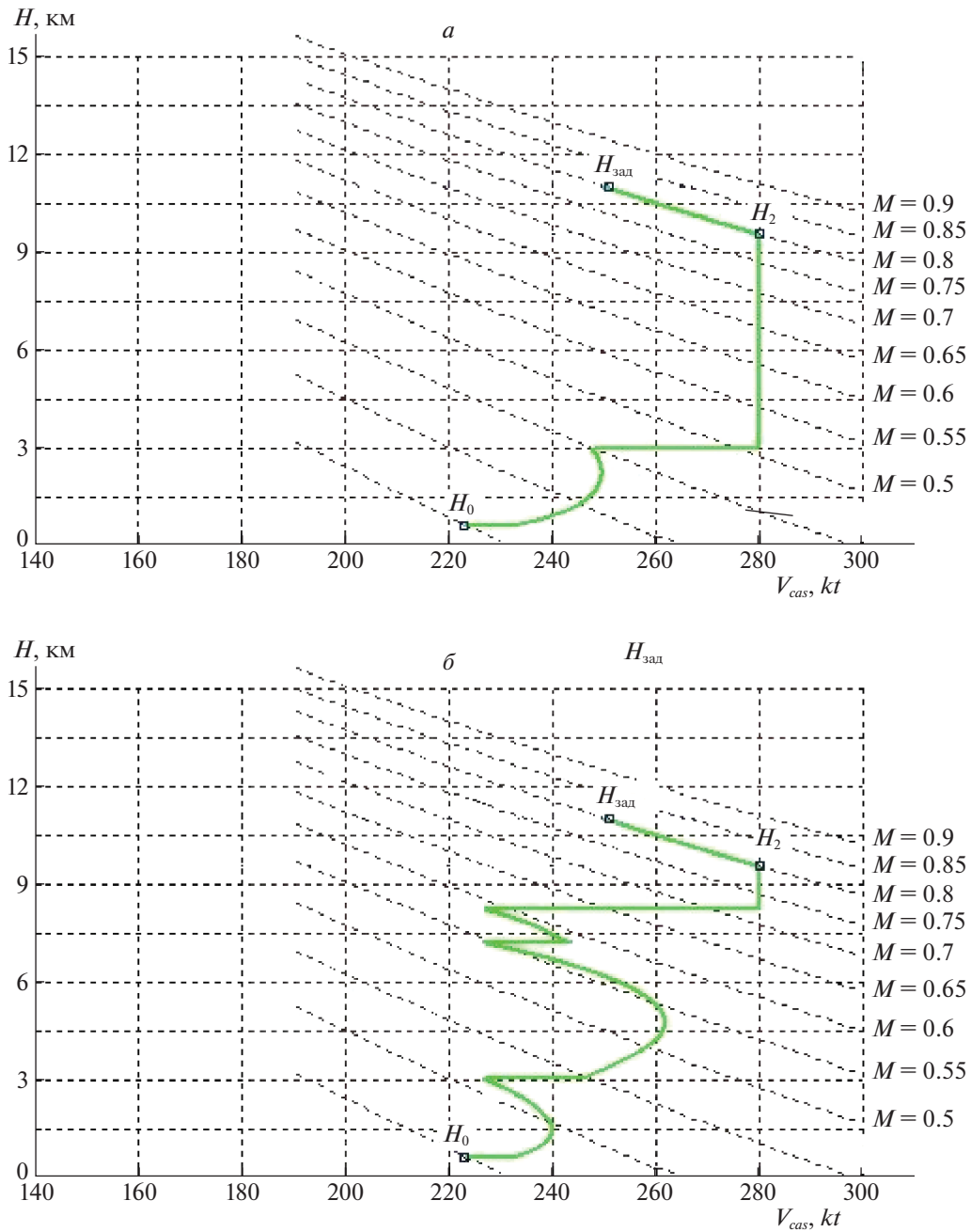


Рис. 6

- набор высоты $H = H_1$ с постоянной скоростью $V_{cas} = V_{cas}^1$;
- разгон на высоте $H = H_1$ до скорости $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$;
- набор высоты $H = H_2$ с постоянной скоростью $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$;
- набор заданной высоты $H = H_{зад}$ с постоянным значением числа M .

Результаты сравнения этой оптимальной траектории с траекториями, использующими один (рис. 6, а) и три (рис. 6, б) участка разгона скорости с законом управления $V_y(t) = \text{const}$, показан в табл. 4.

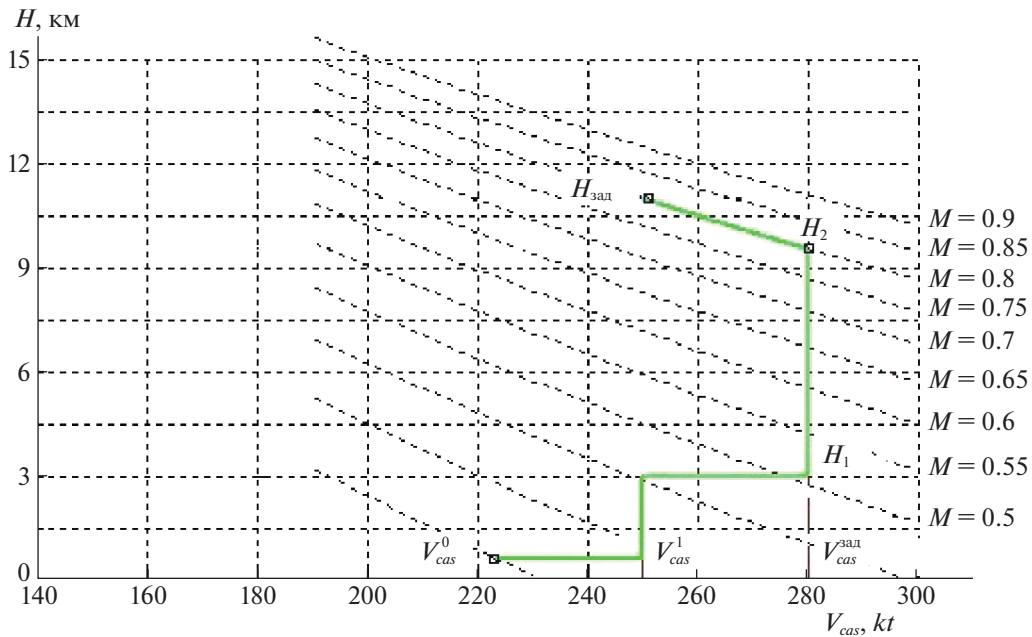


Рис. 7

Как видно из этих материалов, такое управление для принятых в расчете условий для всех критериев практически (с точностью менее 0.05%) не отличается от оптимального управления, поэтому является квазиоптимальным. Кроме того, ступенчатый набор высоты с применением режима $V_y(t) = \text{const}$ дает значительный проигрыш по всем критериям по сравнению с одноступенчатым. Аналогичные результаты получаются и при использовании законов управления $\vartheta(t) = \text{const}$ и $\theta(t) = \text{const}$.

Проведенное рассмотрение позволяет сделать следующий вывод. Первый участок разгона от V_{cas}^0 до V_{cas}^1 может выполняться с помощью закона управления $V_y(t) = V_y^*$ с одним участком набора высоты $H = H_1$. При этом конкретные значения V_y^* должны определяться из условия, что траектория в конце участка $V_{cas}^0 \leq V_{cas} \leq V_{cas}^1$ проходит через точку (V_{cas}^1, H_1) . Заметим, что такие траектории обладают по сравнению с оптимальными тем преимуществом, что они состоят из одного участка, в то время как оптимальная траектория состоит из двух участков: стабилизация высоты $H = H_0$ и набор высоты $H = H_1$ на скорости $V_{cas} = V_{cas}^1$.

Этот закон управления может использоваться на гражданских ВС, когда на этапе разгона задано ограничение на воздушную скорость. При отсутствии такого ограничения, что, как правило, имеет место в военно-транспортной авиации, этот закон, так же, как и другие рассмотренные, не обеспечивает необходимого увеличения высоты в процессе разгона (рис. 6), поэтому такие законы управления не являются квазиоптимальными.

Как показывают исследования, существует класс управлений, при котором обеспечивается любое заданное повышение траектории разгона на всем участке приборных скоростей от начальной $V_{cas} = V_{cas}^0$ до конечной $V_{cas} = V_{cas}^{\text{зад}}$. Такими являются управления с постоянным значением производной от приборной скорости V_{cas} , т.е. с постоянным темпом изменения приборной скорости. Учитывая связь между воздушной и приборной скоростями, получаем, что производная по V_{cas} имеет вид $\dot{V}_{cas} = \dot{V}K + V\dot{K}$, где

$$K = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}},$$

$$\dot{K} = K/2 \left(1 - \frac{g}{Ra_0} \right) \frac{a_0}{T} V \sin \theta,$$

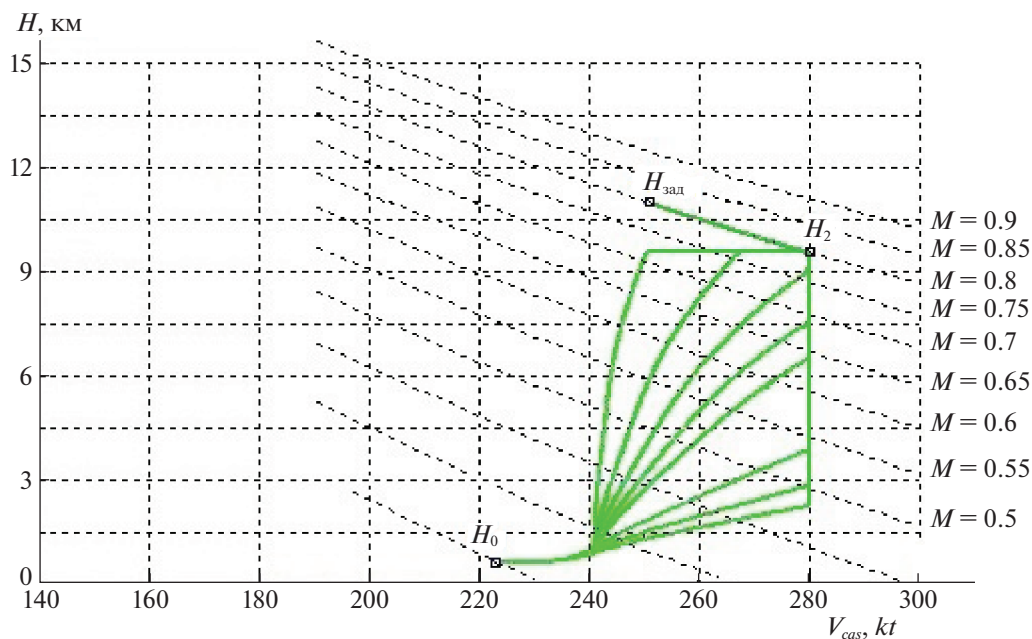


Рис. 8

a_0 – температурный градиент атмосферы; R – универсальная газовая постоянная; T – температура воздуха, К; ρ , ρ_0 – плотность воздуха на высоте и на уровне моря.

Виды траекторий, получающихся при использовании закона $\dot{V}_{cas} = dd = \text{const}$ для значений dd в диапазоне 0.2–0.01, показаны на рис. 8.

Здесь увеличение dd происходит по часовой стрелке, так что самая правая траектория соответствует $dd = 0.2$, а на самой левой $dd = 0.01$. Такой характер поведения траекторий при данном законе управления имеет очевидное физическое объяснение. Для этого достаточно вспомнить закон сохранения энергии. В данном случае энергия сгораемого в двигателе топлива расходуется на:

- преодоление силы сопротивления воздуха;
- увеличение кинетической энергии, зависящей от воздушной скорости;
- увеличение потенциальной энергии, определяемой увеличением высоты.

Задавая в качестве управления значение $dd = \text{const}$, мы фактически ограничиваем темп нарастания кинетической энергии. Чем меньше мы выбираем значение dd , тем меньше энергии тратится на увеличение кинетической энергии, а значит, тем больше энергии идет на увеличение потенциальной энергии, т.е. увеличение высоты, и наоборот.

Значения критериев I_C , кг, I_T , кг, I_I , с и I_L , км для различных значений dd приведены в табл. 5.

Первый столбец в этой таблице соответствует оптимальному разгону ВС на постоянной высоте. Сравнивая данные этого столбца с другими, можно видеть, что закон управления

Таблица 5

dd	Оптимальный	0.2	0.15	0.1	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
I_C	1794.7	1798.2	1800.56	1805.33	1820.17	1830.13	1851.54	1902.39	1965.47
I_T	974.7	976.46	977.5	979.45	984.91	988.48	995.98	1014.06	1056.69
I_I	1144.9	1147.22	1148.89	1152.37	1163.56	1171.14	1187.56	1226.35	1274.35
I_L	239.786	238.865	238.647	238.338	237.497	237.408	238	241.654	246.646

с $dd \geq 0.10$ в пределах нескольких килограммов топлива и нескольких секунд времени равноценен оптимальному. Однако его положительное отличие от оптимального заключается в том, что разгон ВС проходит одновременно с набором высоты и выводит ВС в режим полета с $V_{cas} = 280 \text{ kt}$ на $H \geq 3000 \text{ м}$. Поэтому управления с $dd \geq 0.10$ будем считать квазиоптимальными, так как они по значениям критериев близки к оптимальному (с точностью нескольких килограммов топлива и нескольких секунд времени) и обеспечивают существенное повышение высоты полета на этапе разгона.

Заметим, что управление $\dot{V}_{cas} = dd = \text{const}$ можно использовать и на участке разгона до $V_{cas} = V_{cas}^1$. Для этого требуется найти такое значение $dd = dd^*$ при котором траектория проходит через точку $V_{cas} = 250 \text{ kt}$, $H = 3000 \text{ м}$. Как можно определить по рис. 8, такое $dd^* \approx 0.045$. При этом, как показывают расчеты, критерии I_C , I_T , I_I и I_L принимают значения $I_C = 1808$, $I_T = 980.9$, $I_I = 1154$, $I_L = 238.35$.

Сравнивая значения этих критериев с соответствующими значениями второго столбца табл. 4 для закона управления $V_y = \text{const}$ видим, что они практически совпадают и с принятой точностью получения решения (менее 0.5%) эквивалентны оптимальным значениям. Учитывая такую универсальность управления $\dot{V}_{cas} = dd^*$, в дальнейших расчетах будем использовать его на участке разгона.

6. Варьируемые параметры сценария и влияние их на критерии. Проведенное рассмотрение позволило определить управление на участке разгона и, таким образом, завершить параметрическое описание сценария движения ВС на этапе набора высоты. Вектор параметров, однозначно определяющих траекторию (или высотно-скоростной профиль) полета при заданном значении высоты набора $H_{зад}$ и числа $M_{зад}$, включает в себя:

- значение δ положения органа управления двигателями;
- значение dd темпа изменения приборной скорости на этапе разгона;
- значение приборной скорости набора высоты $V_{cas}^{зад}$.

Они образуют в рамках заданного сценария полета вектор варьируемых параметров $\bar{P}_0 = \bar{P}_0(\delta, dd, V_{cas}^{зад})$, однозначно определяющий траекторию набора высоты. Однако, не все компоненты этого вектора являются независимыми. В действительности значение $dd = dd^*$, рассчитанное с учетом или без учета ограничения на скорость в процессе разгона, зависит от тяги двигателей, а следовательно, от δ . Поэтому вектор \bar{P}_0 содержит только две независимые компоненты (δ и $V_{cas}^{зад}$) и задача оптимизации стоимости полета фактически сводится к оптимизации критерия I_C по значениям этих компонент.

Учитывая, что критерий I_C является линейной комбинацией критериев I_T и I_I , рассмотрим зависимость этих частных критериев от значений δ и $V_{cas}^{зад}$.

Результаты расчетов значений критериев I_T и I_I , как функций δ при фиксированном $V_{cas}^{зад} = 280 \text{ kt}$ для взлетных весов воздушного судна $G_1 = 33 \text{ т}$, и $G_3 = 45 \text{ т}$, показаны на рис. 9.

Как видно из этих рисунков, оба критерия монотонно убывают с возрастанием δ . Аналогичная картина имеет место при любом $V_{cas}^{зад}$ в диапазоне $260 \text{ kt} \leq V_{cas}^{зад} \leq 300 \text{ kt}$. Поэтому *оптимальным режимом работы двигателя на этапе набора высоты* является номинальный режим, обычно рекомендованный в РЛЭ.

Результаты расчетов значений критериев I_T и I_I как функций $V_{cas}^{зад}$ при фиксированных $M_j = 0.8$ и $\delta = 0.85$ для взлетных весов ВС $G_1 = 29 \text{ т}$, $G_2 = 37 \text{ т}$ и $G_3 = 45 \text{ т}$ показаны на рис. 10.

Анализ результатов расчетов на рис. 9 позволяет сделать следующие выводы:

1. Оптимальным выбором значения $V_{cas}^{зад}$ можно обеспечить экономию топлива до 4% и времени – до 8%.
2. С увеличением веса ВС оптимальное значение $V_{cas}^{зад}$ возрастает и при некотором значении веса принимает предельно допустимое максимальное значение.
3. Оптимальные значения $V_{cas}^{зад} = V_{cas}^{opt}$ различны для различных критериев.

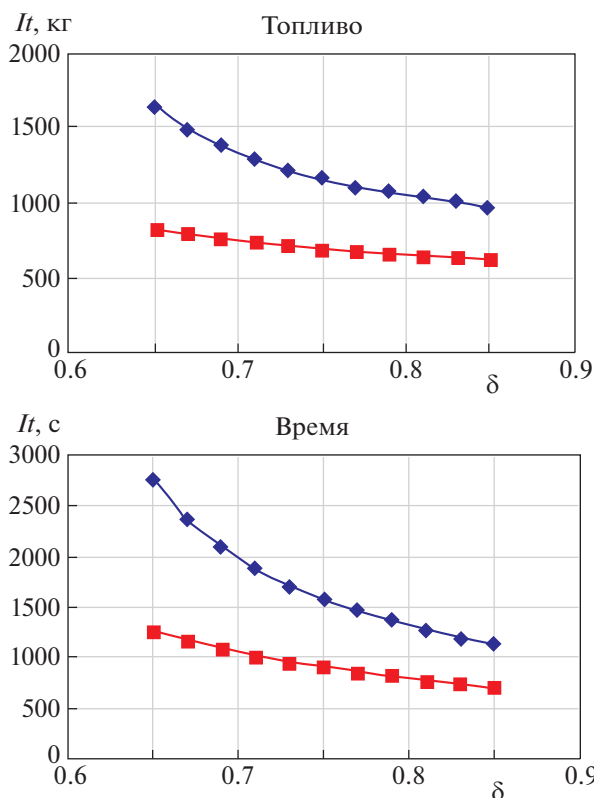


Рис. 9. Критерии I_c и I_t для разных весов: G1 – красная линия, G3 – синяя линия

4. Разница в оптимальных значениях V_{cas}^{opt} для различных критериев возрастает при уменьшении веса ВС.

Тот факт, что оптимальные значения V_{cas}^{opt} для критериев расхода топлива и времени различаются, свидетельствует о том, что оптимальное значение $V_{cas}^{зад}$ для критерия стоимости, как из линейной комбинации, будет зависеть от индекса стоимости.

7. Оптимизация скорости набора высоты для заданного значения CostIndex. Для нахождения оптимальных значений скорости набора высоты по критерию стоимости запишем (3.2) в виде

$$I_C(V_{cas}, CI) = I_T(V_{cas}) + CI I_t(V_{cas}). \tag{7.1}$$

Как видно из рис. 10, зависимости критериев I_T и I_t от V_{cas} достаточно хорошо аппроксимируются параболой второго порядка, т.е.

$$\begin{aligned} I_T(V_{cas}) &\approx a_{2T}V_{cas}^2 + a_{1T}V_{cas} + a_{0T}, \\ I_t(V_{cas}) &\approx a_{2t}V_{cas}^2 + a_{1t}V_{cas} + a_{0t}. \end{aligned}$$

В этом случае критерий стоимости I_C принимает вид

$$I_C(V_{cas}, CI) = a_2V_{cas}^2 + a_1V_{cas} + a_0, \tag{7.2}$$

где

$$a_2 = a_{2T} + CIa_{2t}; \quad a_1 = a_{1T} + CIa_{1t}; \quad a_0 = a_{0T} + CIa_{0t}.$$

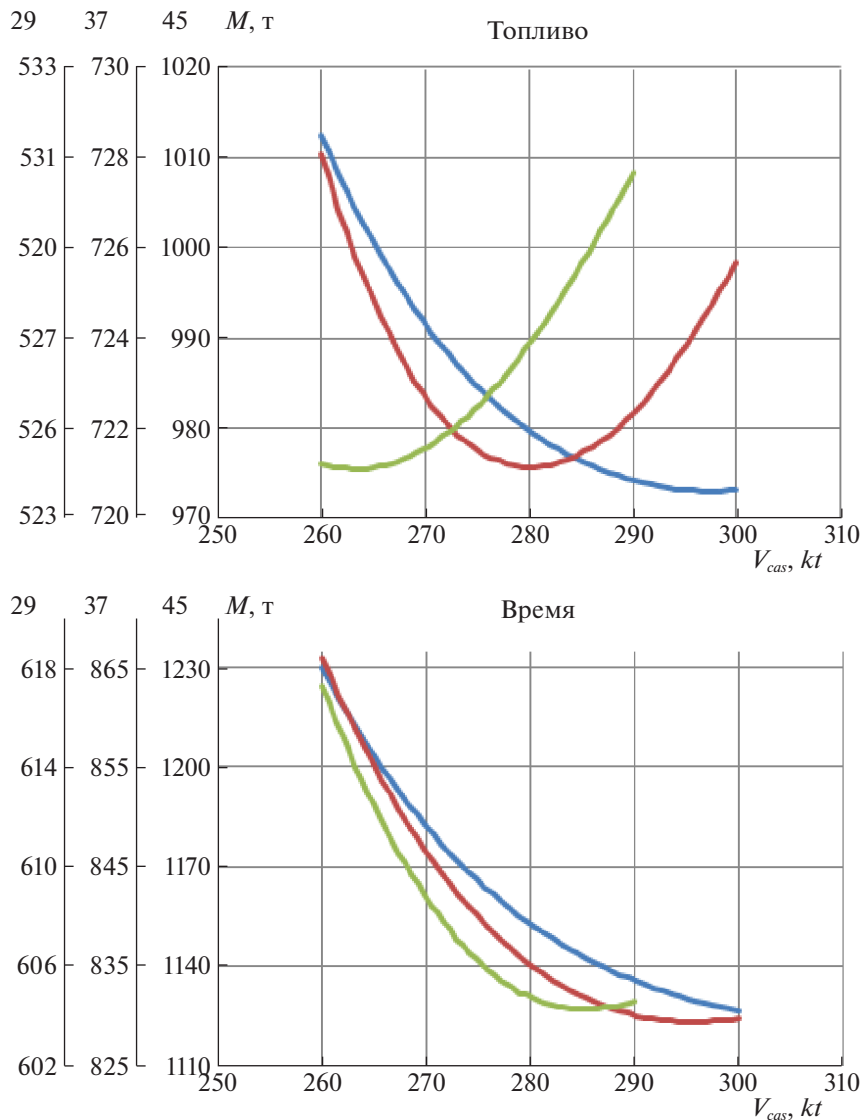


Рис. 10. Критерии I_c и I_t для разных весов: G1 – зеленая линия, G2 – красная линия, G3 – синяя линия

Поэтому оптимальное значение $V_{cas}^{зад} = V_{cas}^{opt}$ для заданного критерия стоимости I_C определяется соотношением $V_{cas}^{opt} = -0.5a_1/a_2$.

Проведенные по этим соотношениям расчеты оптимальных значений V_{cas}^{opt} для различных значений CI и веса BC приведены на рис. 11.

На рис. 11, *a* показана зависимость оптимальной скорости V_{cas}^{opt} набора высоты от CI для нескольких значений веса BC . Из этих зависимостей следует, что влияние индекса стоимости на оптимальное значение V_{cas}^{opt} проявляется в достаточно ограниченном диапазоне значений CI . Варибельные значения CI лежат в диапазоне 0–5(6) кг/с. При этом очевидна тенденция снижения оптимальных скоростей набора высоты с уменьшением веса данного BC .

Рисунок 11, *б* позволяет при заданной массе BC и номинальном режиме работы двигателя для любого значения CI определить оптимальное значение скорости V_{cas}^{opt} , что прежде всего интересует АК при формировании сценария вылета BC .

Таким образом оптимизация этапа набора высоты по значениям параметров сценария завершена.

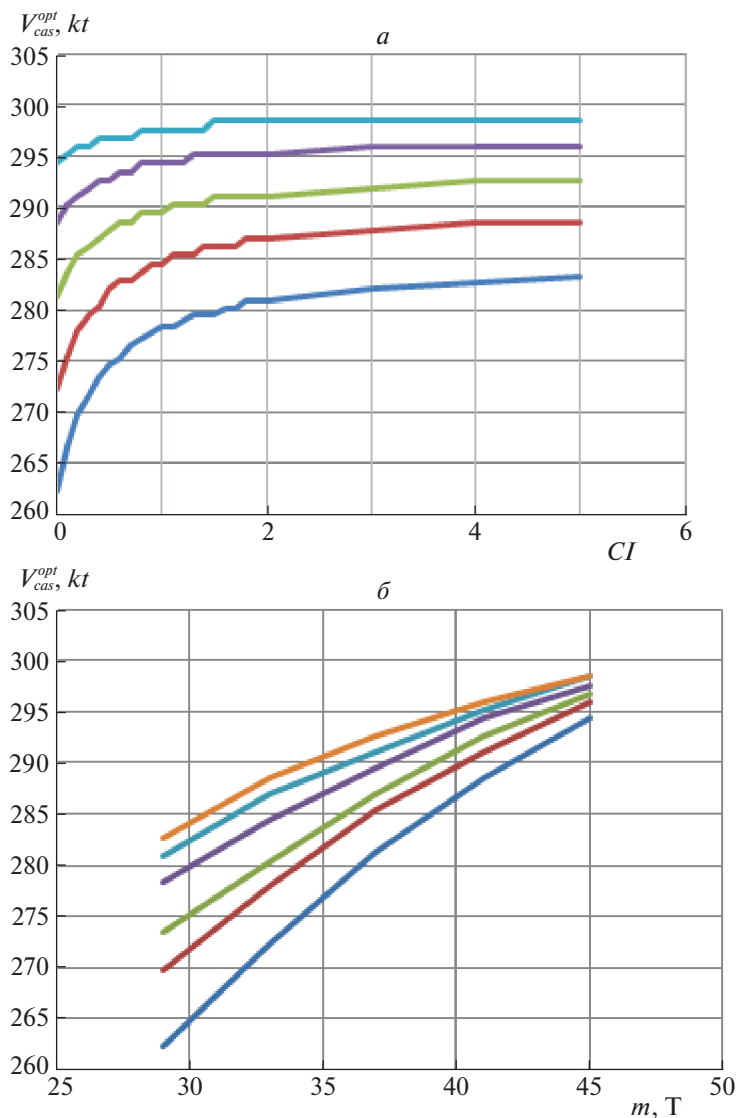


Рис. 11. Оптимальные значения V_{cas}^{opt} : *a* – для разных весов: 29 т – синяя линия, 33 т – красная, 37 т – зеленая, 41 т – фиолетовая, 45 т – голубая; *б* – для разных CI : 0 – синяя линия, 0,2 – красная, 0,4 – зеленая, 1 – фиолетовая, 2 – голубая, 4 – оранжевая

Заключение. Предложенная методика оптимизации этапа набора высоты базируется на использовании уравнений движения центра масс ВС с учетом изменения массы и горизонтальной составляющей скорости ветра. Исходная информация по аэродинамике ВС и характеристикам двигателя, получаемая в табличном виде, приводится к специальному виду полиномов, который обеспечивает непрерывность и дифференцируемость правых частей уравнений необходимое число раз. Вид таких моделей исходных данных универсален и применим к любым ВС гражданской и военно-транспортной авиации.

Методика основана на математическом моделировании процессов набора высоты и обладает следующими отличительными свойствами:

- использует специально разработанный программный комплекс для проведения работ по решению задач вертикальной навигации методами математического моделирования, кратко описанного в работе [11];
- применение предельно полных уравнений движения ВС и реальных аэродинамических характеристик конкретных ВС и характеристик их двигателей;

- использование типового сценария, предусмотренного в РЛЭ конкретного ВС;
- формирование законов управления углом атаки при реализации заданных режимов полета в соответствии с результатами работы [10];
- обеспечивает возможность проведения экспериментов при большом количестве реализаций с последующей оперативной обработкой результатов.

Все расчеты в работе были проведены в условиях стандартной атмосферы при отсутствии ветра. Однако указанные особенности методики в совокупности со свойствами математической модели движения ВС позволяют получить для любого заданного вектора внешних условий $\vec{P}_C(m_0, CI, U_B, \Delta P_0, \Delta T_0)$ обоснованные решения следующих задач:

- оптимизировать законы управления ВС на участке разгона с учетом заданных ограничений на фазовый вектор;
- построить квазиоптимальные управления, согласованные с режимами работы бортовой системы управления и требованиями экологической безопасности;
- определить множество параметров, по которым следует проводить оптимизацию траектории набора высоты;
- провести параметрические исследования и найти диапазон переменных значений индекса стоимости (рис. 11, а);
- получить в табличном или графическом виде номограммы оптимальных значений приборной скорости набора высоты для различных значений индекса стоимости во всем диапазоне весов заданного ВС (рис. 11, б).

Результаты работы формируют методическую основу для разработки бортовых алгоритмов системы самолетовождения и позволяют на этапе предполетной подготовки определить оптимальный режим набора высоты при конкретном векторе внешних условий $\vec{P}_C(m_0, CI, U_B, \Delta P_0, \Delta T_0)$, что составляет их практическую ценность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Скрипниченко С.Ю.* Оптимизация режимов полета самолета по экономическим критериям: М.: Машиностроение, 1988.
2. *Федоров Л.П.* Определение оптимального режима работы двигателя при выборе наиболее выгоднейшей траектории набора высоты самолета // Тр. ЦАГИ. 1969. Вып. 1132.
3. *Прокопец Н.Б., Савельев А.В.* Приближенный синтез управления самолетом для набора высоты с заданной конечной скоростью за минимальное время // Ученые записки ЦАГИ. 1986. Т. XVI. № 4.
4. *Кубланов М.С.* Выбор оптимальных режимов набора высоты и снижения самолета с учетом ограничений: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Киев: КНИГА, 1988.
5. *Грецов Н.М.* Синтез алгоритмов управления траекторией самолета при наборе высоты и снижении за минимальное время // Изв. РАН. ТиСУ. 2008. № 1.
6. *Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю.* Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке разгона-набора высоты // Инженерный журнал: Наука и инновации. 2013. Вып. 12.
7. *Остославский И.В., Лебедев А.А.* О расчете подъема высокоскоростного самолета // Техника воздушного флота. 1946. № 8, 9.
8. *Скрипниченко С.Ю.* Базовые алгоритмы наиболее выгоднейших режимов полета // Научный вестник МГТУ ГА. 2005. № 86 (4).
9. *Пупков К.А., Егунов Н.Д., Лукашенко Ю.Л. и др.* Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров // М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.
10. *Григорьев П.Ю., Куланов Н.В.* Применение концепции обратных задач динамики в задачах вертикальной навигации // Изв. РАН. ТиСУ. 2016. № 3.
11. *Голубева А.А., Куланов Н.В.* Методика выбора значений параметров этапа взлет самолетов гражданской, военно-транспортной авиации и беспилотных летательных аппаратов // Изв. РАН. ТиСУ. 2019. № 6.