ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2023, № 2, с. 123–139

УПРАВЛЕНИЕ В СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ И В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

УДК 62-501.2

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ПАРОГЕНЕРАТОРОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ФАЗОВЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И УПРАВЛЕНИЯ

С. И. Гулюкина[a],*, В. А. Уткин[a],**

[a] *ИПУ РАН, Россия, Москва*

**e-mail:gulyukina.s.i@mail.ru*

***e-mail: vicutkin@ipu.ru*

Поступила в редакцию 08.09.2022 г.
После доработки 17.09.2022 г.
Принята к публикации 05.12.2022 г.

Рассматривается задача управления парогенератором с учетом ограничений на фазовые переменные и управление при воздействии внешних неконтролируемых возмущений. Для синтеза закона управления применяется блочный подход с формированием линейных локальных связей с насыщением, что позволяет учесть ограничения на фазовые переменные и управление при выборе параметров обратной связи. В условиях неполной информации о векторе состояния и при воздействии внешних возмущений синтезирован наблюдатель состояний и возмущений, позволяющий получить оценки неизвестных сигналов с заданной точностью. Эффективность предложенных алгоритмов подтверждена результатами численного моделирования.

DOI: 10.31857/S0002338823020105, **EDN:** JEBMEQ

Введение. На крупных современных теплоэнергетических объектах распространена схема выработки электроэнергии и тепла, основанная на генерации водяного пара при сжигании угля или природного газа и последующей его подачи на паротурбинные установки. В данной схеме достигаются лучшие по сравнению с другими установками технологические характеристики, в том числе энергоэффективность, особенно для энергетических объектов большой мощности. Математические модели, описывающие теплоэнергетические объекты, являются многомерными и многосвязными, с большим количеством физических параметров, не подлежащих прямым измерениям [1–3]. Необходимость учета в подобных моделях нелинейностей обусловливается тепловыми, механическими и электрическими ограничениями при наличии общего ограничения на суммарную мощность протекающих процессов. Учет данных ограничений становится обязательным в связи с всеобщим требованием минимизации потерь энергетических ресурсов при одновременной интенсификации технологических процессов энергетических объектов.

Известные алгоритмы управления энергетическими объектами часто основаны на методах линеаризации исходной нелинейной системы [4, 5]. Следует отметить, что применительно к линеаризованным моделям удается обеспечить работоспособность системы управления только в окрестности рабочей точки. В отличие от линеаризованных моделей, методы линеаризации нелинейных моделей по обратной связи, разработанные в рамках блочного подхода [6, 7] и алгоритмов обратного обхода интеграторов (back-stepping control) [8, 9], обеспечивают глобальную сходимость замкнутой системы. Часто в задачах управления применяются также методы робастного управления [10–12], в частности, робастность и инвариантность к внешним возмущениям обеспечиваются при использовании методов теории скользящих режимов [13–16]. Для получения оценок, недоступных для измерения компонент вектора состояния, а также модельных неопределенностей и внешних возмущений, весьма эффективными являются наблюдатели состояний с разрывными управлениями и глубокими обратными связями [17–19].

В настоящее время вопросы, связанные с учетом ограничений на фазовые переменные и управления, недостаточно изучены в теории управления. В последнее время появился ряд исследований по учету ограничений на фазовые переменные и управления [20–22], в которых с использованием блочного подхода синтезируются локальные обратные связи и собственно

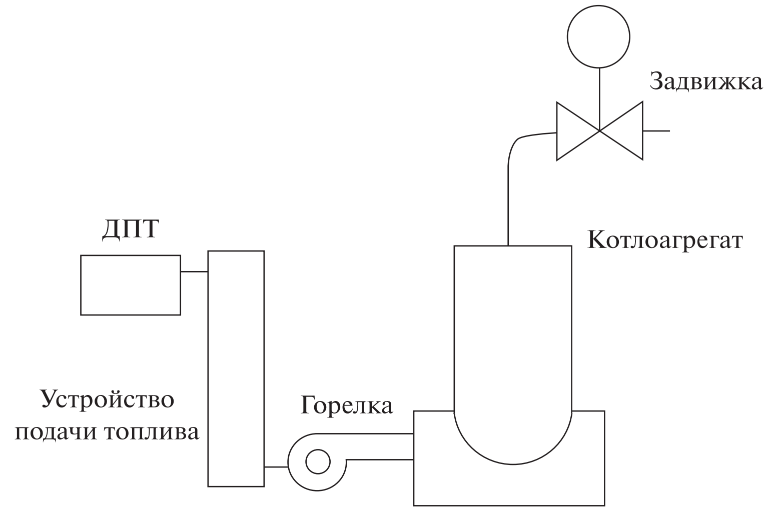

Рис. 1. Схема котла-парогенератора

управления в виде функций с насыщением, что позволяет уже на стадии синтеза обратной связи учитывать указанные ограничения.

В работе ставится задача синтеза робастной системы управления парогенератором при действии на объект управления внешних несогласованных ограниченных по модулю возмущений. Цель управления в форме обратной связи состоит в поддержании давления перед задвижкой, регулирующей подачу пара в турбину, на заданном уровне с учетом ограничений на фазовые переменные и управление. Для решения поставленной задачи предлагается применить блочный подход с использованием в качестве локальных обратных связей линейных функций с насыщением (sat-функций).

Работа организована следующим образом. В разд. 1 приводится математическая модель объекта управления и формализуется постановка задачи. Раздел 2 посвящен синтезу обратной связи с учетом ограничений на фазовые переменные и управление в предположении, что вектор состояния модели объекта управления и внешние возмущения доступны для измерения. Для информационного обеспечения предложенных алгоритмов управления при неполном комплекте датчиков в разд. 3 разрабатывается наблюдатель состояний и возмущений. В разд. 4 приводятся результаты численного моделирования в среде MATLAB–Simulink, демонстрирующие работоспособность предложенных алгоритмов.

1. Математическая модель объекта управления. Постановка задачи. Рассматриваемая система представлена котлом-парогенератором, использующимся в паровых турбинах. Данный вид парогенератора широко применяется в технологических операциях различных производств. Принципиальная схема котла приведена на рис. 1.

Промышленный парогенератор состоит из металлического бойлера с водой. Посредством теплового потока $D_Q(t)$ нагревательный прибор внутри устройства доводит воду до кипения, которая затем переходит в состояние пара. Перегретый пар поднимается к задвижке, находящейся в положении $q(t)$, перед которой создается высокое давление $P_T(t)$. Управляющим воздействием в системе является подача топлива в топку печи, пропорциональная расходу топлива $u_1(t)$.

Модель процессов в котле описывается системой из трех дифференциальных уравнений [1–3]:

$$\begin{gathered}
C_n\dot{P}_T(t) = k_s\sqrt{P_D(t) - P_T(t)} - k_\mu P_T(t)q(t),\\
C_b\dot{P}_D(t) = k_m D_Q(t) - k_s\sqrt{P_D(t) - P_T(t)},\\
T_b\dot{D}_Q(t) = -D_Q(t) + u_1(t),
\end{gathered} \tag{1.1}$$

где $P_T(t)$ – давление пара перед задвижкой, регулирующей подачу пара непосредственно в турбину, C_n – термическая постоянная для трубопроводов высокого давления, $P_D(t)$ – давление пара на выходе из котла – парогенератора, k_s – коэффициент пропорциональности падения давления между котлом и задвижкой, k_μ – коэффициент пропорциональности положения задвижки, D_Q –

тепловой поток печи, C_b — термическая постоянная котла, k_m — коэффициент пропорциональности, T_b — постоянная времени, $u_1(t)$ — расход топлива в топке печи.

Предполагается, что подача топлива в печь обеспечивается устройством подачи топлива с двигателем постоянного тока (ДПТ). Поведение ДПТ описывается системой уравнений второго порядка [23]:

$$\begin{gathered}\dot{\omega}(t) = a_{21}(a_{22}I_я(t) - m_L(t)),\\ \dot{I}_я(t) = a_{32}(u_2(t) - a_{22}\omega(t) - a_{31}I_я(t)),\end{gathered}\tag{1.2}$$

где $\omega(t)\in R$ — частота вращения вала двигателя, $I_я(t)\in R$ — ток якоря, $u_2(t)\in R$ — напряжение якоря, $m_L(t)$ — момент нагрузки, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32} — положительные константы.

Полагая, что скорость подачи топлива в печь пропорциональна частоте вращения ДПТ $u_1(t) = m\omega(t)$, $m = \text{const} > 0$, запишем системы (1.1) и (1.2) следующим образом:

$$\begin{gathered}\dot{e}_1(t) = -a_1q(t)e_1(t) + a_2x_2(t) - \eta_1(t),\\ \dot{x}_2(t) = \frac{1}{2x_2(t)}[a_1q(t)e_1(t) + a_3x_3(t) + \eta_1] - \eta_2,\\ \dot{x}_3(t) = -bx_3(t) + bmx_4(t),\end{gathered}\tag{1.3}$$

$$\begin{gathered}\dot{x}_4(t) = a_{21}[a_{22}x_5(t) - m_L],\\ \dot{x}_5(t) = a_{32}[u_2(t) - a_{22}x_4(t) - a_{31}x_5(t)].\end{gathered}\tag{1.4}$$

Здесь $e_1(t) = P_T(t) - P_{Td}(t)$, $P_{Td}(t)$ — желаемое давление перед задвижкой, $x_2(t) = \sqrt{P_D(t) - P_T(t)}$, $x_3 = D_Q(t)$, $x_4 = \omega(t)$, $x_5 = I_я(t)$, $\eta_1(t) = a_1q(t)P_{Td}$, $\eta_2(t) = k_s(C_b + C_n)/(2C_bC_n) = \text{const}$, $a_1 = k_\mu/C_n$, $a_2 = k_s/C_n$, $a_3 = k_m/C_b$, $b = 1/T_b$ и $a_{ij} = \text{const} > 0$ — параметры ДПТ.

Ставится задача слежения за заданным значением давления перед задвижкой $P_{Td} = \text{const}$ с заданной точностью

$$|e_1(t)| = |P_T(t) - P_{Td}| \le \Delta_1 = \text{const}\tag{1.5}$$

в следующих предположениях относительно систем (1.3) и (1.4):

1) для измерения доступны давление перед задвижкой $P_T(t)$ и, следовательно, $e_1(t) = P_T(t) - P_{Td}$, давление в парогенераторе $P_D(t)$ и, следовательно, $x_2(t) = \sqrt{P_D(t) - P_T(t)}$, а также ток якоря ДПТ $x_5(t)$;

2) возмущения $\eta_1(t), \eta_2$ и положение задвижки $\mathbf{q}(t)$ полагаются неизвестными и удовлетворяют следующим ограничениям:

$$\begin{gathered}q(t)\in[q_{\min},1],\quad |q^{(i)}(t)| \le Q_i,\quad i = \overline{1,4} \Rightarrow \eta_1(t)\in[N_{11},N_{12}],\quad \eta_2 \le N_2;\\ Q_i, q_{\min}, N_{11}, N_{12}, \bar{N}_1, N_2 = \text{const} > 0.\end{gathered}\tag{1.6}$$

Тот факт, что положение выпускной задвижки полагается неизвестным и рассматривается в качестве внешнего возмущения, означает автономный режим работы парогенератора. Такая ситуация часто встречается при групповом использовании парогенераторов, работающих на общий паропровод;

3) на переменные системы наложены физические ограничения

$$\begin{gathered}|e_1|\in E_1,\quad x_2(t)\in(X_{21},X_{22}],\quad x_i(t)\in[0,X_i],\quad i=\overline{3,4};\\ |x_5(t)|\le X_5,\quad u_1(t)\in[0,U_1],\quad |u_2(t)|\le U_2;\\ E_1, X_{21}, X_{22}, X_i, X_5, U_1, U_2 = \text{const} > 0.\end{gathered}\tag{1.7}$$

В разд. 2 решается задача синтеза обратной связи в задаче регулирования относительно выходной переменной (1.5) в условиях полной параметрической и сигнальной определенности с учетом ограничений (1.6)–(1.7).

2. Синтез обратной связи. Представим решение в общем виде в рамках блочного подхода в условиях полной информации о компонентах вектора состояния и возмущениях. Далее используется следующее определение.

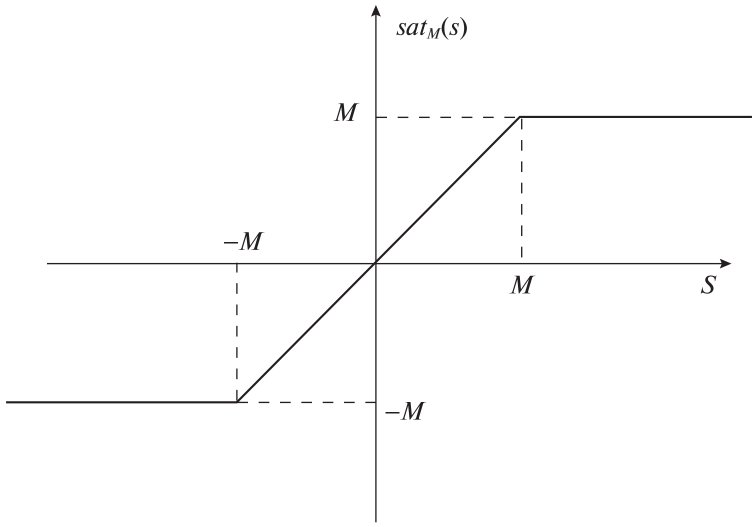

Рис. 2. График линейной функции с насыщением $sat_M(s)$

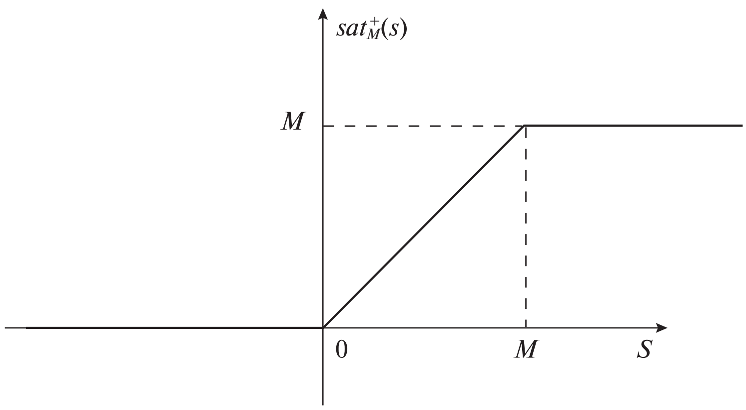

Рис. 3. График линейной односторонней функции с насыщением $sat_M^+(s)$

Определение. Для $M = \mathrm{const} > 0$ и аргумента функции s имеем

$$sat_M(s) = \min(|s|, M)\mathrm{sign}(s), \qquad sat_M^+(s) = 0.5 sat_M(s)[1 + \mathrm{sign}(s)],$$

которые для наглядности изображены на рис. 2, 3.

Ниже приведена поэтапная процедура синтеза обратной связи в решении задачи регулирования (1.5) в предположениях (1.6)–(1.7).

Этап 1.

1. В первом уравнении системы (1.3) в качестве фиктивного управляющего воздействия рассматривается разность давлений на выходе из котла и перед задвижкой x_2.

2. Введем невырожденную замену переменных, учитывающую ограничения (1.7):

$$e_2(t) = a_2 x_2(t) - sat_{M_2}^+(s_2(t)), \tag{2.1}$$

где $s_2(t) = -k_1 e_1(t) + \eta_1(t)$. Как видим, решение задачи стабилизации переменной $e_2(t) \to 0$ при выборе амплитуды $0 < M_2 \le a_2 X_2$ обеспечивает заданные ограничения $x_2 \in [0, X_2]$ (1.7). После подстановки (2.1) первое уравнение системы (1.3) преобразуется к виду

$$\dot{e}_1(t) = -a_1 q(t) e_1(t) + e_2(t) + sat_{M_2}^+(s_2(t)) - \eta_1(t). \tag{2.2}$$

3. При попадании переменной $s_2(t)$ в линейную зону $0 < s_2(t) < M_2$ первая система (1.3) описывается уравнением

$$\dot{e}_1(t) = -[a_1 q(t) + k_1]e_1(t) + e_2(t), \tag{2.3}$$

где выбор параметра $k_1 = \text{const} \geq 0$ определяет сходимость состояния данной подсистемы в некоторую окрестность нуля, определяемую выражением $|e_1(t)| \leq \Delta_2/(a_1 q_{\min} + k_1)$ в предположении, что выполнено неравенство $|e_2(t)| \leq \Delta_2 = \text{const}$, обеспечиваемое на втором этапе процедуры.

4. Условия попадания в линейную зону определяются выбором амплитуды M_2 и коэффициента усиления k_1, исходя из обеспечения соотношения $s_2(t)\dot{s}_2(t) < 0$ в нелинейной зоне $s_2(t) \in (-\infty, 0) \cup (M_2, \infty)$.

Запишем дифференциальное уравнение относительно переменной $s_2(t)$:

$$\dot{s}_2(t) = f_1(t) - k_1[sat^{+}_{M_2}(s_2(t)) + \varphi_1(t)], \tag{2.4}$$

где $f_1(t) = \dot{\eta}_1$, $\varphi_1(t) = -a_1 q_1(t) e_1 + e_2(t) - \eta_1(t)$.

5. Ставится задача выбора коэффициента k_1 и амплитуды M_2 функции с насыщением $sat^{+}_{M_2}(s_2)$.

Положим далее $|f_1(t)| \leq F_1 = \bar{N}_1$, $-\varphi_1(t) \in [\Phi_{11}, \Phi_{12}]$, $F_1, \Phi_{11}, \Phi_{12} = \text{const} > 0$.

При $s_2(t) \in (M_2, \infty)$ и, следовательно, $sat^{+}_{M_2}(s_2(t)) = M_2$ должно выполняться неравенство $\dot{s}_2(t) = f_1(t) - k_1[M_2 + \varphi_1(t)] < 0$, откуда следует неравенство на выбор амплитуды $M_2 > \Phi_{12} + F_1/k_1$.

При $s_2(t) \in (-\infty, 0)$ и, следовательно, $sat^{+}_{M_2}(s_2(t)) = 0$ должно выполняться неравенство $\dot{s}_2(t) = f_1(t) - k_1\varphi_1(t) > 0$. В силу $\varphi_1(t) < 0$ найдется такой коэффициент $k_1 > 0$, что условие $\dot{s}_2(t) < 0$ справедливо: $k_1 > F_1/\Phi_{11}$.

Э т а п 2.

1. Обеспечим попадание переменной $e_2(t)$ из (2.1) в заданную окрестность нуля $|e_2(t)| \leq \Delta_2$. Другими словами, решим задачу стабилизации с заданной точностью системы вида

$$\dot{e}_2(t) = \frac{a_2}{2x_2(t)}[a_1 q(t) e_1(t) + a_3 x_3(t) + \eta_1(t)] - a_2\eta_2 - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^{+}_{M_2}(s_2(t))], \tag{2.5}$$

где

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^{+}_{M_2}(s_2(t))] = \begin{cases} 0, & s_2(t) \in (-\infty, 0) \cup (M_2, \infty), \\ \dot{s}_2(t), & s_2(t) \in (0, M_2). \end{cases}$$

2. Рассматривая переменную $x_3(t)$ в системе (2.5) в качестве фиктивного управления, введем замену переменной:

$$e_3(t) = a_3 x_3(t) - sat^{+}_{M_3}(s_3(t)), \tag{2.6}$$

где

$$s_3(t) = -a_1 q(t) e_1(t) - \eta_1(t) - k_2 e_2(t) + \frac{2x_2}{a_2}\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^{+}_{M_2}(s_2(t))] + a_2\eta_2\right\}.$$

Выбор амплитуды из соотношения $0 < M_3 \leq a_3 X_3$ в результате решения задачи стабилизации переменной $e_3(t)$ обеспечивает ограничение $x_3(t) \in [0, X_3]$.

3. После подстановки (2.6) в (2.5) имеем

$$\dot{e}_2(t) = \frac{a_2}{2x_2(t)}[a_1 q(t) e_1(t) + e_3(t) + sat^{+}_{M_3}(s_3(t)) + \eta_1(t)] - a_2\eta_2 - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^{+}_{M_2}(s_2(t))]. \tag{2.7}$$

4. При попадании в линейную зону система (2.7) описывается уравнением вида

$$\dot{e}_2(t) = \frac{a_2}{2x_2(t)}(-k_2 e_2(t) + e_3(t)). \tag{2.8}$$

Таким образом, решена задача стабилизации переменной $e_2(t)$ в окрестности нуля $|e_2(t)| \le \Delta_2 = \Delta_3/k_2$ в предположении, что на следующем этапе будет обеспечено соотношение $|e_3(t)| \le \Delta_3$.

5. Выбор амплитуды и коэффициента усиления функции $sat^+_{M_3}(s_3(t))$ с целью обеспечения попадания переменной $s_3(t)$ в линейную зону определяется аналогично первому этапу.

Запишем уравнение, описывающее поведение переменной $s_3(t)$:

$$\dot{s}_3(t) = f_2(t) - \frac{k_2 a_2}{2x_2(t)}[sat^+_{M_3}(s_3(t)) + \varphi_2(t)], \tag{2.9}$$

где

$$f_2(t) = -a_1(\dot{q}e_1(t) + q\dot{e}_1(t)) - \dot{\eta}_1(t) + \frac{2\dot{x}_2(t)}{a_2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^+_{M_2}(s_2(t)) + a_2\eta_2] + \frac{2x_2(t)}{a_2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{dt}^2}[sat^+_{M_2}(s_2(t))],$$

$$\varphi_2(t) = a_1 q e_1(t) + e_3(t) + \eta_1(t) - \frac{2x_2(t)}{a_2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^+_{M_2}(s_2(t)) + a_2\eta_2].$$

Положим далее $|f_2(t)| \le F_2$, $-\varphi_2(t) \in [\Phi_{21}, \Phi_{22}]$, $F_2, \Phi_{21}, \Phi_{22} = \mathrm{const} > 0$.

По аналогии с первым этапом выбор $M_3 > \Phi_{22} + 2X_{22}F_2/(k_2 a_2)$ и $k_2 > 2X_{22}F_2/(a_2\Phi_{21})$ гарантирует попадание переменной $s_3(t)$ в линейную зону $s_3(t) \in [0, M_3]$.

Э т а п 3.

1. Обеспечим попадание переменной $e_3(t)$ из (2.6) в заданную окрестность нуля $|e_3(t)| \le \Delta_3$, т.е. решим задачу стабилизации с заданной точностью системы вида

$$\dot{e}_3(t) = a_3 b(-x_3(t) + m x_4(t)) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^+_{M_3}(s_3(t))]. \tag{2.10}$$

2. Рассматриваем переменную $x_4(t)$ в системе (2.10) в качестве фиктивного управления, введем замену переменной

$$e_4(t) = m x_4(t) - sat^+_{M_4}(s_4(t)), \tag{2.11}$$

где

$$s_4(t) = x_3(t) - k_3 e_3(t) + \frac{1}{a_3 b}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^+_{M_3}(s_3(t))].$$

Выбор амплитуды из соотношения $0 < M_4 \le mX_4$ в результате решения задачи стабилизации переменной $e_4(t)$ обеспечивает ограничение $x_4(t) \in [0, X_4]$.

3. После подстановки (2.11) в (2.10) имеем

$$\dot{e}_3(t) = a_3 b[-x_3(t) + e_4(t) + sat^+_{M_4}(s_4(t))] - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^+_{M_3}(s_3(t))]. \tag{2.12}$$

4. При функционировании в линейной зоне система (2.12) стабилизируется с заданной точностью

$$\dot{e}_3(t) = a_3 b(-k_3 e_3(t) + e_4(t)). \tag{2.13}$$

Действительно, $|e_3(t)| \le \Delta_3 = \Delta_4/k_3$ в предположении, что $|e_4(t)| \le \Delta_4 = \mathrm{const}$ будет обеспечено на следующем этапе.

5. Выбор амплитуды и коэффициента усиления функции $sat^+_{M_4}(s_4(t))$ с целью попадания переменной $s_4(t)$ в линейную зону определяется аналогично первому этапу.

Запишем уравнение, описывающее поведение переменной $s_4(t)$

$$\dot{s}_4(t) = f_3(t) - k_3 a_3 b sat^+_{M_4}(s_4(t)) + \varphi_3(t)), \tag{2.14}$$

где

$$f_3(t) = \dot{x}_3(t) + \frac{1}{a_3 b}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{dt}^2}[sat^+_{M_2}(s_2(t))], \quad \varphi_3(t) = -x_3(t) + e_4(t) - \frac{1}{a_3 b}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[sat^+_{M_3}(s_3(t))].$$

Положим далее $|f_3(t)| \le F_3$, $-\varphi_3(t) \in [\Phi_{31}, \Phi_{32}]$, $F_3, \Phi_{31}, \Phi_{32} = \mathrm{const} > 0$.

Выбор $M_4 > \Phi_{32} + F_3/(k_3 a_3 b)$ и $k_3 > F_3/(a_3 b \Phi_{31})$ по аналогии с первым этапом гарантирует попадание переменной $s_4(t)$ в линейную зону $s_4(t) \in [0, M_4]$.

Этап 4.

1. Рассматривается динамическое уравнение относительно переменной системы $e_4(t)$ из (2.11) вида

$$\dot{e}_4(t) = ma_{21}(a_{22}x_5(t) - m_L) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} sat^+_{M_4}(s_4(t)). \tag{2.15}$$

2. В выражении (2.15) в качестве фиктивного управления выступает ток якоря $x_5(t)$, положим его равным

$$e_5(t) = a_{22}x_5(t) - sat_{M_5}(s_5(t)), \tag{2.16}$$

где

$$s_5(t) = m_L - k_4 e_4(t) + \frac{1}{ma_{21}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} sat^+_{M_4}(s_4(t)).$$

Выбор амплитуды из соотношения $|M_5| \le a_{22}X_5$ в результате решения задачи стабилизации переменной $e_5(t)$ обеспечивает ограничение $|x_5| \le X_5$.

3. После подстановки (2.16) в (2.15) имеем

$$\dot{e}_4(t) = ma_{21}[e_5(t) + sat_{M_5}(s_5(t)) - m_L] - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} sat^+_{M_4}(s_4(t)). \tag{2.17}$$

4. При функционировании в линейной зоне система (2.17) стабилизируется с заданной точностью

$$\dot{e}_4(t) = ma_{21}(-k_4 e_4(t) + e_5(t)), \tag{2.18}$$

где выбор параметра $k_4 > 0$ определяет сходимость переменной данной подсистемы в заданную окрестность нуля, определяемую выражением $|e_4(t)| \le \Delta_5/k_4$ в предположении, что выполняется условие $|e_5(t)| \le \Delta_5 = \mathrm{const}$, обеспечивающееся на последнем этапе процедуры.

5. Выбор амплитуды $M_5 > 0$ из (2.16), обеспечивающей попадание переменной e_4 в окрестность нуля, определяется на основе второго метода Ляпунова: $V = 0.5 s_5^2(t)$.

Запишем производную функции $s_5(t)$ в виде

$$\dot{s}_5(t) = f_4(t) - k_4 ma_{21}(sat_{M_5}(s_5(t)) + \varphi_4(t)), \tag{2.19}$$

где

$$f_4(t) = \dot{m}_L + \frac{1}{ma_{21}}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{dt}^2} sat^+_{M_4}(s_4(t)), \quad \varphi_4(t) = e_5(t) - m_L - \frac{1}{ma_{21}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} sat^+_{M_4}(s_4(t)).$$

Требование $\dot{V} = s_5(t)[f_4(t) - k_4 ma_{21} sat_{M_5}(s_5(t)) + \varphi_4(t))] < 0$ вне линейной зоны $|s_5(t)| \ge M_5$ дает производную функции Ляпунова вида $\dot{V} = s_5(t)[f_4(t) - k_4 ma_{21}\mathrm{sign}_{M_5}(s_5(t)) + \varphi_4(t))] < 0$, откуда следует выражение для выбора амплитуды $M_5 > \Phi_4 + F_4/(k_4 ma_{21})$, где $|f_4(t)| \le F_4 = \mathrm{const}$, $|\varphi_4(t)| \le \Phi_4 = \mathrm{const}$.

Этап 5.

Решается задача стабилизации переменой (2.16), описываемой уравнением

$$\dot{e}_5(t) = a_{22}a_{32}[u_2(t) - a_{22}x_4(t) - a_{31}x_5(t)] - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} sat_{M_5}(s_5(t))$$

или с учетом (2.11) и (2.16)

$$\dot{e}_5(t) = a_{22}a_{32}\left\{u_2(t) - \frac{a_{22}}{m}[e_4(t) + sat^{+}_{M_4}(s_4(t)] - \frac{a_{31}}{a_{22}}[e_5(t) + sat_{M_5}(s_5(t)]\right\} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}sat_{M_5}(s_5(t)). \quad (2.20)$$

Выберем управление в виде разрывной функции ввиду физических соображений:

$$u_2 = -M_6 sign(s_6(t)), \quad s_6(t) = e_5(t). \quad (2.21)$$

При условии выполнения условия существования скользящего режима

$$M_6 > -a_{22}x_4(t) - a_{31}x_5(t) - \frac{1}{a_{22}a_{32}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}sat_{M_5}(s_5(t))$$

в системе (2.20) за конечное время возникает скользящий режим по плоскости $e_5(t) = 0$.

Для наглядности выпишем уравнения движения замкнутой системы (1.3), (1.4) в новых переменных $e_i(t) = 0,\ i = \overline{1,5}$, задаваемых уравнениями (1.5), (2.1), (2.6), (2.11), (2.16) при попадании компонент вектора в новых переменных в линейные зоны соответствующих sat-функций и возникновении скользящего режима по плоскости $e_5(t) = 0$, согласно уравнениям (2.3), (2.8), (2.13), (2.18):

$$\begin{gathered}\dot{e}_1(t) = -(a_1q(t) + k_1)e_1(t) + e_2(t), \quad \dot{e}_2(t) = \frac{a_2}{2x_2(t)}(-k_2e_2(t) + e_3(t)),\\ \dot{e}_3(t) = a_3b(-k_3e_3(t) + e_4(t)), \quad \dot{e}_4(t) = ma_{21}(-k_4e_4(t) + e_5(t)), \quad e_5(t) = 0.\end{gathered} \quad (2.22)$$

В системе (2.22) осуществляется декомпозиция снизу вверх общего движения на последовательно сходящиеся в ноль подсистемы первого порядка: $e_5(t) = 0 \Rightarrow e_4(t) \to 0 \Rightarrow e_3(t) \to 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow e_2(t) \to 0 \Rightarrow e_1(t) \to 0$, что и решает поставленную задачу регулирования выходной переменной.

В следующем разделе решается задача оценивания компонент вектора состояния и возмущений в системе (1.3), (1.4) с использованием каскадного метода синтеза наблюдателя в рамках методов систем с глубокими обратными связями и скользящими режимами.

3. Наблюдатель вектора состояния и внешних возмущений. 3.1. Наблюдатель вектора состояния и возмущений. Относительно модели объекта управления (1.3), (1.4) предполагается, что для измерения доступны переменные $e_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_5(t)$, построим наблюдатель вида

$$\begin{gathered}\dot{z}_1(t) = a_2z_2(t) + \varepsilon_1(t)l_1,\\ \dot{z}_2(t) = \frac{1}{2x_2(t)}a_3z_3(t) + \varepsilon_2(t)l_2,\\ \dot{z}_3(t) = -bz_3(t) + bmz_4(t) + \upsilon_3(\mathrm{t}),\\ \dot{z}_4(t) = a_{21}a_{22}x_5(t) + \upsilon_4(t),\\ \dot{z}_5(t) = a_{32}(u_2(t) - a_{22}z_4(t) - a_{31}x_5(t)) + \upsilon_5(t),\end{gathered} \quad (3.1)$$

где $\varepsilon_1(t) = x_1(t) - z_1(t)$, $\varepsilon_2(t) = x_2(t) - z_2(t)$, параметры $l_1, l_2 = \mathrm{const} > 0$ и корректирующие воздействия υ_3, υ_4, υ_5 определяются далее.

Запишем систему в невязках $\varepsilon_i(t) = x_i(t) - z_i(t),\ i = \overline{1,5}$, с учетом (1.3)–(1.4) и (3.1):

$$\begin{gathered}\dot{\varepsilon}_1(t) = a_2\varepsilon_2(t) - \eta_1^*(t) - l_1\varepsilon_1(t),\\ \dot{\varepsilon}_2(t) = \frac{1}{2x_2(t)}[a_3\varepsilon_3(t) + \eta_1^*(t)] - \eta_2(t) - l_2\varepsilon_2(t),\\ \dot{\varepsilon}_3(t) = -b\varepsilon_3(t) + bm\varepsilon_4(t) - \upsilon_3(t),\\ \dot{\varepsilon}_4(t) = -a_{21}m_L - \upsilon_4(t),\\ \dot{\varepsilon}_5(t) = -a_{32}a_{22}\varepsilon_4(t) - \upsilon_5(t),\end{gathered} \quad (3.2)$$

где $\eta_1^*(t) = a_1q(t)[e_1(t) + P_{Td}] = a_1q(t)x_1(t)$.

Дальнейший анализ и синтез наблюдателя вектора состояния и возмущений (3.1) основывается на следующем результате.

Лемма [21]. Пусть дана система $\dot{\varepsilon}(t) = -l\varepsilon(t) + \eta(t)$, $l, N, \bar{N} = \text{const} > 0$, $|\eta(t)| \le N$, $|\dot{\eta}(t)| \le \bar{N}$. Тогда через конечный промежуток времени $t_1 \ge 0$ справедливы оценки:

$$|\varepsilon(t)| \le \Delta = \frac{N}{l}, \quad |\dot{\varepsilon}(t)| \le \bar{\Delta} = \frac{\bar{N}}{l}, \quad \Delta, \bar{\Delta} = \text{const}, \quad -l\varepsilon(t) + \eta(t) = \bar{\delta}(t) \le \bar{\Delta}.$$

Ниже представлена поэтапная процедура каскадного синтеза наблюдателя состояния и возмущений применительно к системе (1.3) и (1.4) на основе теории скользящих режимов и глубоких обратных связей.

1. Выбором корректирующего воздействия в последней подсистеме (3.2) в виде $\upsilon_5(t) = M\text{sign}(\varepsilon_5(t))$ $(M = \text{const} > |a_{32}a_{22}\varepsilon_4(t)|)$ обеспечивается скользящий режим по прямой $\varepsilon_5(t) = 0$. При этом среднее значение разрывного сигнала равно $\upsilon_{5eq}(t) = -a_{32}a_{22}\varepsilon_4(t)$.

2. Из последнего выражения имеем $\varepsilon_4(t) = -\upsilon_{5eq}(t)/(a_{32}a_{22})$, с учетом которой построим корректирующее воздействие для четвертой подсистемы (3.2) в виде $\upsilon_4 = l_4(-\upsilon_{5eq}(t)/(a_{32}a_{22})) = l_4\varepsilon_4$, $l_4 = \text{const} > 0$. После подстановки корректирующего воздействия четвертая подсистема примет вид $\dot{\varepsilon}_4(t) = -l_4\varepsilon_4(t) - a_{21}m_L$. В предположении $|m_L| \le M_L$, $|\dot{m}_L| \le \bar{M}_L$, $M_L, \bar{M}_L = \text{const}$, согласно лемме, обеспечивается стабилизация переменной ε_4 с заданной точностью $|\varepsilon_4(t)| \le a_{21}M_L/l_4 = \Delta_4$, $\lim\Delta_4 = 0$ при $l_4 \to \infty$, т.е. получаем оценку переменной $x_4(t)$: $\varepsilon_4(t) \to 0 \Rightarrow z_4(t) \approx x_4(t)$. Кроме того, из соотношения леммы $|-l_4\varepsilon_4(t) - a_{21}m_L| \le a_{21}\bar{M}_L/l_4 = \bar{\Delta}_4$, $\lim\bar{\Delta}_4 = 0$ при $l_4 \to \infty$ получаем оценку момента сопротивления с заданной точностью:

$$l_4\varepsilon_4(t) = -a_{21}m_L + \bar{\delta}_4(t), \quad \bar{\delta}_4(t) \le \bar{\Delta}_4 \Rightarrow m_L \approx -\frac{\upsilon_4}{a_{21}}.$$

Отметим что, согласно лемме, при $m_L = \text{const}$, $\dot{m}_L = 0 \Rightarrow \bar{\Delta}_4 \to 0$ оценка момента нагрузки сходится к истинному значению асимптотически:

$$\lim_{t\to\infty} l_4\varepsilon_4(t) = -a_{21}m_L.$$

3. Используя исходную модель объекта управления (1.1), синтезируем вспомогательный автономный наблюдатель первого порядка состояния:

$$C_b\dot{\bar{z}}_2(t) = k_m z_3(t) - k_s\sqrt{P_D(t) - P_T(t)} + \bar{\upsilon}_2$$

и запишем уравнение относительно невязки $\bar{\varepsilon}_2 = P_D - \bar{z}_2$ с учетом обозначения $x_3 = D_Q$ из (1.3): $C_b\dot{\bar{\varepsilon}}_2 = k_m\varepsilon_3 - \bar{\upsilon}_2$. Выбор корректирующего воздействия $\bar{\upsilon}_2 = \bar{M}_2\,\text{sign}\,(\bar{\varepsilon}_2(t))$, $\bar{M}_2 = \text{const} > |k_m\bar{\varepsilon}_2(t)|$ обеспечивает скользящий режим по плоскости скольжения $\bar{\varepsilon}_2 = 0$, а среднее значения разрывного управления в скользящем режиме равно $\bar{\upsilon}_{2eq} = k_m\varepsilon_3$. Формируя корректирующее воздействие в третьей подсистеме (3.2) в виде $\upsilon_3 = l_3\bar{\upsilon}_{2eq} = l_3k_m\bar{\varepsilon}_3$, имеем подсистему вида $\dot{\varepsilon}_3(t) = -b[\varepsilon_3(t) + m\varepsilon_4] - l_3k_m\varepsilon_3$. С учетом $|\varepsilon_4(t)| \le \Delta_4$ выбором коэффициента $l_3 > 0$ можно обеспечить заданную точность стабилизации переменной $\varepsilon_3(t)$:

$$|\varepsilon_3(t)| \le \frac{bm\Delta_4}{b + l_3k_m} = \Delta_3.$$

4. Рассмотрим вторую подсистему (3.2), которая при $\varepsilon_3(t) = 0$ примет вид

$$\dot{\varepsilon}_2(t) = \frac{1}{2x_2(t)}\eta_1^*(t) - \eta_2(t) - l_2\varepsilon_2(t). \tag{3.3}$$

Система (3.3) в обозначениях леммы записывается как

$$\dot{\varepsilon}_2(t) = \eta^* - l_2\varepsilon_2(t), \quad \eta^* = \frac{1}{2x_2(t)}\eta_1^*(t) - \eta_2(t).$$

В предположении $|\eta^*(t)| \le N^*$, $|\dot{\eta}^*(t)| \le \bar{N}^*$; $N^*, \bar{N}^{\cdot} = \text{const} > 0$ справедливы соотношения из леммы: существует такой коэффициент $l_2 > 0$, что $|\varepsilon_2(t)| \le \Delta_2 = N^*/l_2$, $|\dot{\varepsilon}(t)| \le \bar{\Delta}_2 = \bar{N}^*/l_2$, Δ_2, $\bar{\Delta}_2$ –

наперед заданные числа, $-l_2\varepsilon_2(t)+\eta^*(t)=\bar{\delta}_2(\text{t})\le\bar{\Delta}_2$ и, следовательно, переменная $l_2\varepsilon_2(t)=$ $=\eta^*(t)+\bar{\delta}_2(t)$ служит оценкой возмущения с наперед заданной точностью.

5. С учетом $\varepsilon_2(t)\to 0$ первое уравнение системы (3.2) примет вид $\dot{\varepsilon}_1(t)=-\eta_1^*(t)-l_1\varepsilon_1(t)$, где в предположении $|\eta_1^*(t)|\le N_1^*$, $|\dot{\eta}_1^*(t)|\le\bar{N}_1^*$; $N_1^*,\bar{N}_1^*=\text{const}>0$ выбором коэффициента $l_1>0$ обеспечивается стабилизация $|\varepsilon_1(t)|\le N_1^*/l_1=\Delta_1$, при $l_1\to\infty\Rightarrow\Delta_1\to 0\Rightarrow z_1(t)\to e_1(t)$. Согласно лемме, с учетом $|\dot{\varepsilon}_1(t)|\le\bar{N}_1^*/l_1=\bar{\Delta}_1$ также может быть получена оценка внешнего возмущения с заданной точностью $l_1\varepsilon_1(t)=-\eta_1^*(t)+\bar{\delta}_1(t)$, $\bar{\delta}_1(t)\le\bar{\Delta}_1$.

В результате синтеза наблюдателя вектора состояния и возмущений (3.1) имеются оценки с заданной точностью переменных вектора состояния системы (1.3), (1.4) $z_i(t)\to x_i(t)$, $i=\overline{1,5}$, причем вместо оценок переменных $z_1(t)\approx e_1(t)$ и $z_2(t)\approx x_2(t)$ можно использовать доступные для измерения переменные $e_1(t)$ и $x_2(t)$.

Кроме того, имеем оценки внешних возмущений с заданной точностью:

момента сопротивления на валу ДПТ на втором этапе: $m_L\approx-\upsilon_4/a_{21}$;

на четвертом этапе процедуры получена оценка возмущения: $\eta^*(t)$: $l_2\varepsilon_2(t)=-\eta^*(t)+\bar{\delta}_2(t)$, $l_2\varepsilon_2(t)\approx\eta^*(t)$;

на пятом этапе процедуры найдена оценка возмущения $\eta_1^*(t)$: $l_1\varepsilon_1(t)=-\eta_1^*(t)+\bar{\delta}_1(t)$, $l_1\varepsilon_1(t)\approx-\eta_1^*(t)$;

из выражения $\eta^*=\eta_1^*(t)/(2x_2(t))-\eta_2(t)$ четвертого этапа находится возмущение

$$\eta_2(\text{t})=\frac{1}{2x_2(t)}\eta_1^*(t)-\eta^*(t)=\frac{1}{2x_2(t)}[-l_1\varepsilon_1(t)+\bar{\delta}_2(t)]-l_2\varepsilon_2-\bar{\delta}_2\eta^*(t),$$
$$\eta_2(t)\approx-l_2\varepsilon_2(t)-\frac{1}{2x_2(t)}l_1\varepsilon_1(t);$$

из выражения $\eta_1^*(t)=a_1q(t)[e_1(t)+P_{Td}]=a_1q(t)x_1(t)$ из (3.2) определяется оценка положения задвижки: $q(t)\approx\eta_1^*(t)/a_1x_1(t)$.

3.2. Синтез наблюдателя-дифференциатора. Как следует из разд. 2, для формирования управления (2.21) требуется информация о положении задвижки $q(t)$ и ее четырех первых производных. Оценка положения задвижки найдена выше. Для получения оценок ее первых четырех производных построим дополнительный наблюдатель-дифференциатор.

Изложим кратко процедуру синтеза наблюдателя-дифференциатора.

1. Построим фильтр с устойчивой собственной динамикой:

$$\dot{\xi}_i(t)=\xi_{i+1}(t)+q(t),\quad i=\overline{1,4},\quad\dot{\xi}_5(t)=c^T\xi(t)+q(t),\tag{3.4}$$

где $\xi^T(t)=(\xi_1(t),\ldots,\xi_5(t))\in R^5$, $c\in R^5$ – вектор коэффициентов гурвицевого полинома.

2. Представим систему (3.4) в каноническом виде

$$\dot{\bar{\xi}}_i(t)=\bar{\xi}_{i+1}(t),\quad i=\overline{1,4},\quad\dot{\bar{\xi}}_5(t)=c^T\xi(t)+\bar{\xi}_6(\text{t}),\tag{3.5}$$

где

$$\begin{gathered}\bar{\xi}_1(t)=\xi_1(t),\\ \bar{\xi}_2(t)=\xi_2(t)+q(t),\\ \bar{\xi}_3(t)=\xi_3(t)+q(t)+\dot{q}(t),\\ \bar{\xi}_4(t)=\xi_4(t)+q(t)+\dot{q}(t)+\ddot{q}(t),\\ \bar{\xi}_5(t)=\xi_5(t)+q(t)+\dot{q}(t)+\ddot{q}(t)+\dddot{q}(t),\\ \bar{\xi}_6(t)=c^T\xi+q(t)+\dot{q}(t)+\ddot{q}(t)+\dddot{q}(t)+q^{(4)}(t).\end{gathered}\tag{3.6}$$

3. Построим наблюдатель вектора состояния $\bar{\xi}^T(t) = (\bar{\xi}_1(t),\ldots,\bar{\xi}_5(t))$ и сигнала $\bar{\xi}_6(t)$ применительно к системе (3.5):

$$\dot{\hat{\xi}}_i(t) = \hat{\xi}_{i+1}(t) + v_i, \quad i = \overline{1,4}, \quad \dot{\hat{\xi}}_5(t) = c^T\hat{\xi}(t) + v_5, \quad \hat{\xi}^T(t) = (\hat{\xi}_1(t),\ldots,\hat{\xi}_5(t)). \tag{3.7}$$

4. Запишем уравнения (3.6) и (3.7) в невязках $\bar{\varepsilon}_i(t) = \bar{\xi}_i(t) - \hat{\xi}_i(t)$:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_i(t) = \bar{\varepsilon}_{i+1}(t) - v_i, \quad i = \overline{1,4}, \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_5(t) = c^T\bar{\varepsilon}(t) + \bar{\xi}_6(t) - v_5, \quad \bar{\varepsilon}^T(t) = (\bar{\varepsilon}_1(t),\ldots,\bar{\varepsilon}_5(t)). \tag{3.8}$$

5. В работах [24, 25] показано, что выбор корректирующих воздействий в наблюдателе (3.7) в классе линейных функций с насыщением по иерархическому принципу

$$v_1 = L_1 sat(l_1\bar{\varepsilon}_1(t)), \quad v_i = L_i sat(l_i v_{i-1}), \quad i = \overline{2,5}, \quad L_1, L_i, l_i = \text{const}$$

позволяет решить задачу стабилизации системы (3.8) с заданной точностью.

Действительно, в предположениях $|\bar{\varepsilon}_i(t)| \le E_i, |\dot{\bar{\varepsilon}}_i(t)| \le E_i, \bar{E}_i = \text{const}$ и $|\bar{\xi}(t)| \le E_6 = \text{const}$ опишем схематично процедуру стабилизации системы (3.8).

1. В первой подсистеме $\dot{\bar{\varepsilon}}_1(\mathrm{t}) = \bar{\varepsilon}_2(t) - L_1 sat(l_1\bar{\varepsilon}_1(t))$ при выборе амплитуды $L_1 > |\bar{\varepsilon}_2(t)|$ переменная $\bar{\varepsilon}_1(t)$ за конечное время оказывается в линейной зоне и имеет место: $\dot{\bar{\varepsilon}}_1(\mathrm{t}) = \bar{\varepsilon}_2(t) - l_1\bar{\varepsilon}_1(t)$. Согласно лемме, выполняются соотношения $|\bar{\varepsilon}_1(t)| \le E_2/l_1$, $|\bar{\varepsilon}_2(t) - l_1\bar{\varepsilon}_1(t)| \le \bar{E}_2/l_1$ и с ростом коэффициента усиления стабилизируется с заданной точностью переменная $\bar{\varepsilon}_1(t) \approx 0$. В итоге имеем оценку с заданной точностью переменной $\bar{\varepsilon}_2(t) \approx l_1\bar{\varepsilon}_1(t)$.

Опишем первый пункт логической схемой:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_1(t) = \bar{\varepsilon}_2(t) - L_1\mathrm{sat}(l_1\bar{\varepsilon}_1(t)), \quad L_1 > |\bar{\varepsilon}_2(t)| \Rightarrow \dot{\bar{\varepsilon}}_1(\mathrm{t}) = \bar{\varepsilon}_2(t) - l_1\bar{\varepsilon}_1(t) \Rightarrow |\bar{\varepsilon}_1(t)| \le \frac{E_2}{l_1},$$

$$|\bar{\varepsilon}_2(t) - l_1\bar{\varepsilon}_1(t)| \le \frac{\bar{E}_2}{l_1} \Rightarrow l_1 \to \infty : \bar{\varepsilon}_i(t) \approx 0, \quad \bar{\varepsilon}_{i+1}(t) \approx l_i\bar{\varepsilon}_i(t).$$

2. В дальнейшем на последующих этапах $i = \overline{2,4}$ синтезируем корректирующие воздействия по следующей логической схеме:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_i(t) = \bar{\varepsilon}_{i+1}(t) - L_i\mathrm{sat}(l_i\bar{\varepsilon}_i(t)), \quad L_\mathrm{i} > |\bar{\varepsilon}_{i+1}(t)| \Rightarrow \dot{\bar{\varepsilon}}_\mathrm{i}(\mathrm{t}) = \bar{\varepsilon}_{i+1}(t) - l_i\bar{\varepsilon}_i(t) \Rightarrow |\bar{\varepsilon}_i(t)| \le \frac{E_{i+1}}{l_i},$$

$$|\bar{\varepsilon}_{i+1}(t) - l_i\bar{\varepsilon}_i(t)| \le \frac{\bar{E}_{i+1}}{l_i} \Rightarrow l_i \to \infty : \bar{\varepsilon}_i(t) \approx 0, \quad \bar{\varepsilon}_{i+1}(t) \approx l_i\bar{\varepsilon}_i(t).$$

3. Рассматривается система $\dot{\bar{\varepsilon}}_5(t) = c^T\bar{\varepsilon}(t) + \bar{\xi}_6(t) - L_5\mathrm{sat}(l_5\bar{\varepsilon}_5(t)$ и с учетом $\bar{\varepsilon}_i(t) \approx 0$ выбором $L_6 > |\bar{\xi}_6(t)|$ обеспечивается соотношение $\bar{\xi}_6(t) \approx l_5\bar{\varepsilon}_5(t)$.

С использованием полученных оценок вектора состояния $\bar{\xi}(t)$ и сигнала $\bar{\xi}_6(t)$ находим первые четыре производные сигнала $q(t)$, решая последовательно сверху вниз систему уравнений (3.6).

Таблица 1. Параметры модели объекта управления и обратной связи

Модель парогенератора: $k_s = 2.41, k_\mu = 0.25, C_n = 2.78, C_b = 27.767, k_m = 0.2, T_b = 150,\ m = 3,\ q = 0.6$
Модель ДПТ: $a_{21} = 0.5,\ a_{22} = 1.8,\ a_{31} = 0.02,\ a_{32} = 20, m_L = 10$
Начальные условия ОУ: $P_T(0) = 18, P_D(0) = 19.27, D_Q(0) = 13.5, \omega(0) = 450, I_я = 0.05$
Сценарий моделирования: $P_{Td}(t) = 18$ при $t \in [0,\mathrm{t}_1) \cup [\mathrm{t}_2,\infty]$, $P_{Td}(t) = 14$ при $t \in [t_1, \mathrm{t}_2), t_1 = 2000, t_2 = 4000$
Параметры наблюдателя: $z_i(0) = 0,\ i = \overline{1,4},\ l_1 = 100, l_2 = 10, l_3 = 0.1, l_4 = 1,\ M = 1000$
Параметры контроллера: $k_1 = 0.1, k_2 = 1, k_3 = 50,\ k_4 = 1000,\ M_2 = 10,\ M_3 = 30,\ M_4 = 1000,\ M_5 = 30,\ M_6 = 220$
Физические ограничения на фазовые переменные: $P_D \in [0,30], D_Q \in [0,150], \omega \in [0,9000],\ |I_я| < 20,\ |u_2| \le 220$

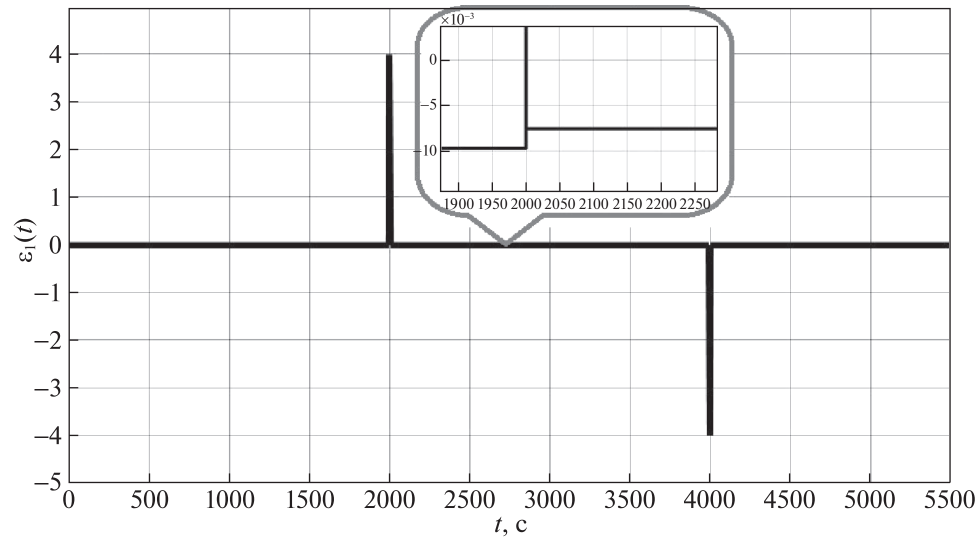

Рис. 4. Ошибка наблюдения $\varepsilon_1(t)$

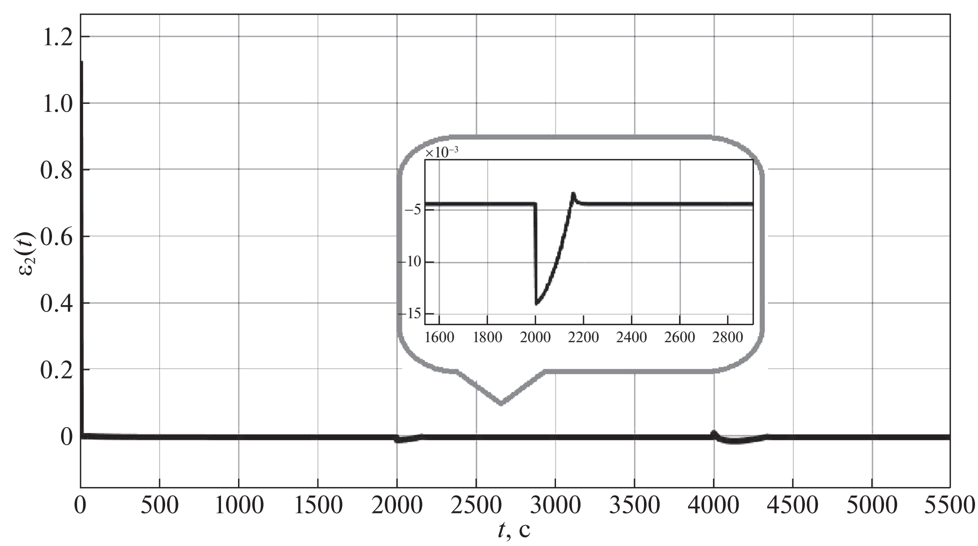

Рис. 5. Ошибка наблюдения $\varepsilon_2(t)$

Таким образом, для формирования управления (2.21) вместо недоступных для измерения компонент вектора состояния и возмущений в системе (1.3), (1.4) следует использовать полученные в данном разделе оценки.

4. Численное моделирование. Результаты численного моделирования проводились в системе MATLAB–Simulink. При моделировании системы (1.4)–(1.5), наблюдателя (3.1) и управления (2.21) были выбраны параметры из табл. 1.

Предполагается, что в объекте для измерения доступны давление пара перед задвижкой $P_T(t)$, давление пара на выходе из котла – парогенератора P_D и ток якоря $I_я$. Для получения полной информации о фазовых переменных объекта управления и о действующих на него внешних возмущениях был построен наблюдатель состояния (3.1), дающий оценки неизвестных сигналов с заданной точностью.

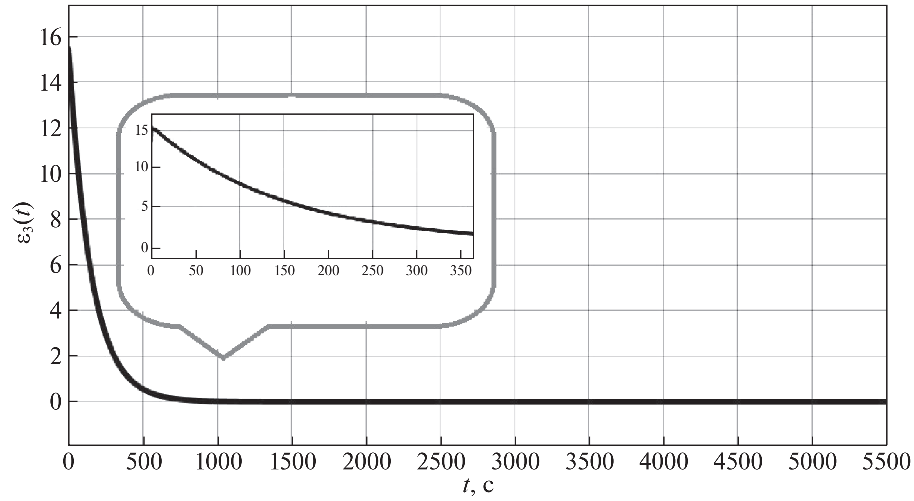

Рис. 6. Ошибка наблюдения $\varepsilon_3(t)$

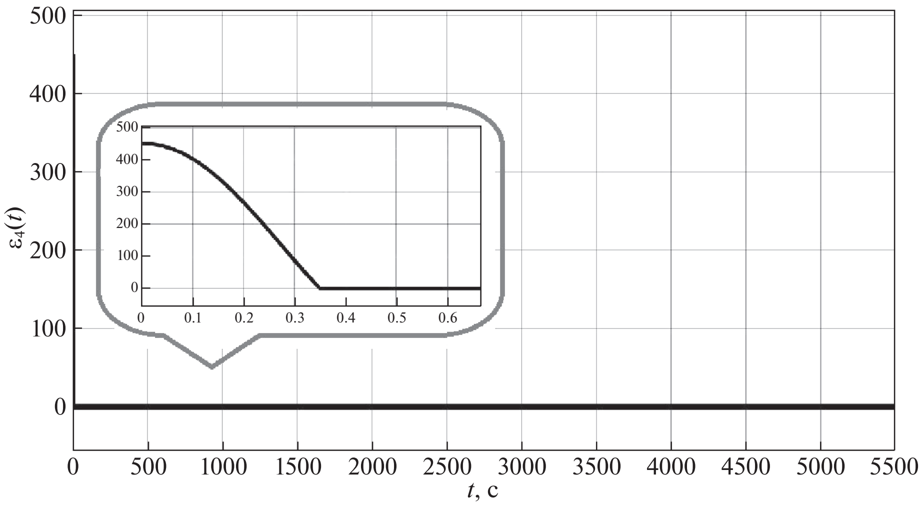

Рис. 7. Ошибка наблюдения $\varepsilon_4(t)$

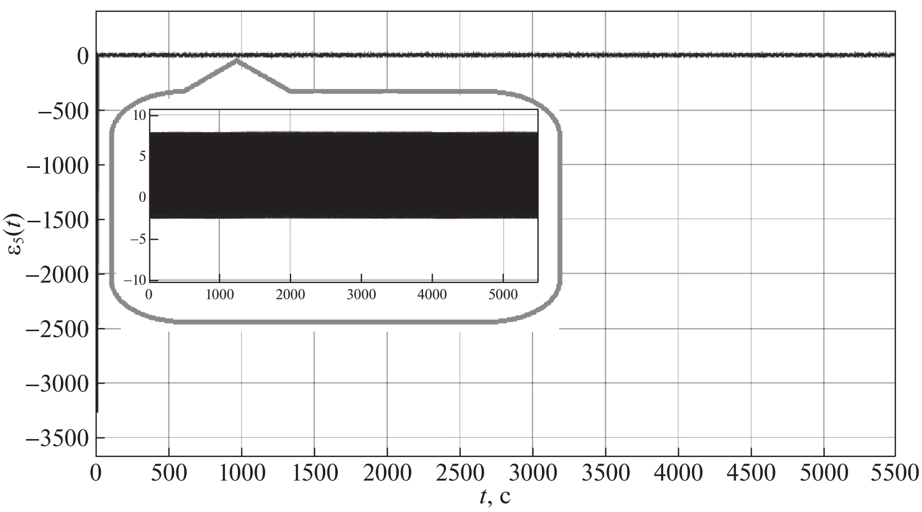

Рис. 8. Ошибка наблюдения $\varepsilon_5(t)$

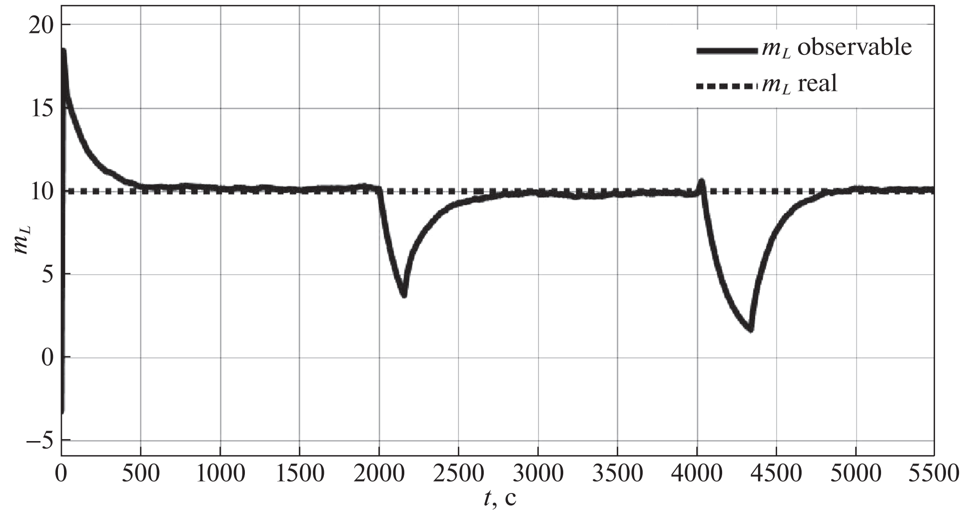

Рис. 9. Момент нагрузки $m_L(t)$

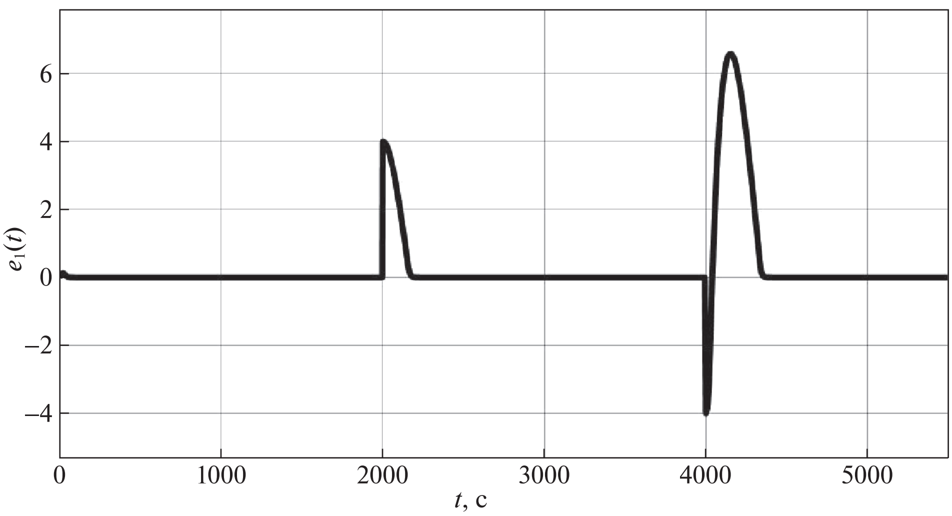

Рис. 10. Отклонение реального давления перед задвижкой от желаемого $e_1(t)$

На рис. 4–8 представлены ошибки наблюдения $\varepsilon_i = x_i - z_i$, $i = \overline{1,5}$. На рис. 9 приведен график зависимости момента нагрузки $m_L(t)$ на валу ДПТ от времени, пунктирной линией обозначено истинное значение момента нагрузки из таблицы, непрерывной линией – значение, полученное с помощью наблюдателя (3.1).

На рис. 10 изображен график отклонения давления пара перед задвижкой от желаемого значения, а на рис. 11 – график давления пара на выходе из котла – парогенератора в зависимости от времени.

На рис. 12–15 представлены графики теплового потока печи $D_Q(t)$, угловой частоты вращения вала двигателя $\omega(t)$, тока якоря $I_я(t)$ и напряжения якоря $u_2(t)$ в зависимости от времени соответственно.

Заключение. Предложены алгоритмы синтеза обратной связи применительно к решению поддержанию заданного давления перед выпускной задвижкой в парогенераторе в условиях действия внешних возмущений и неполной информации о векторе состояния модели объекта управления. Существенным отличием данной работы от известных результатов решения

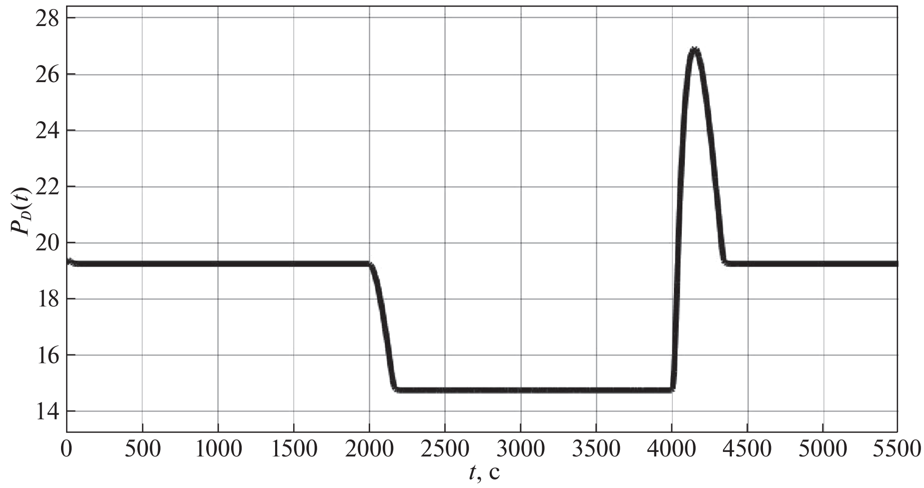

Рис. 11. Давление пара на выходе котла $P_D(t)$

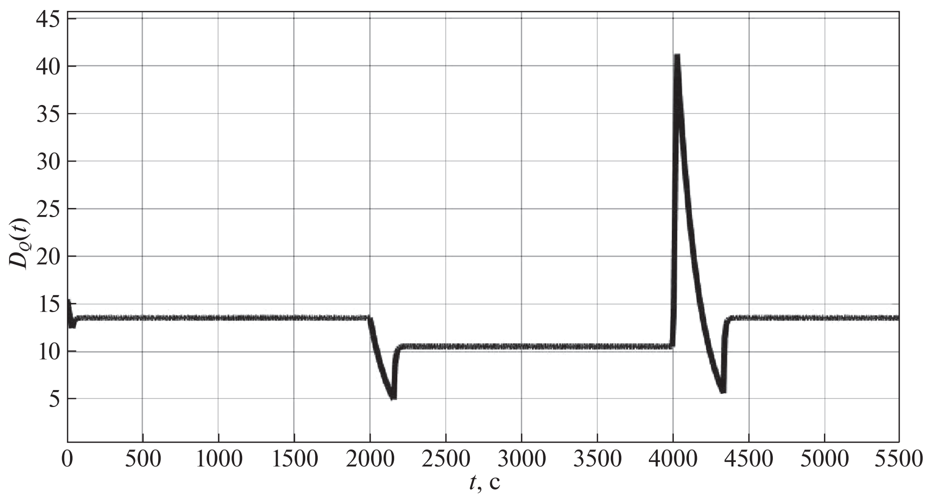

Рис. 12. Тепловой поток печи $D_Q(t)$

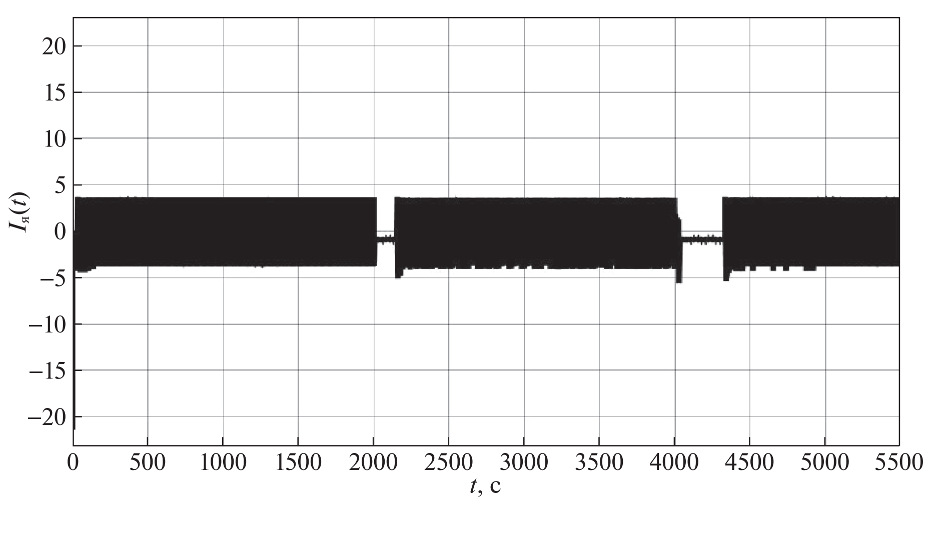

Рис. 13. Ток якоря $I_я(t)$

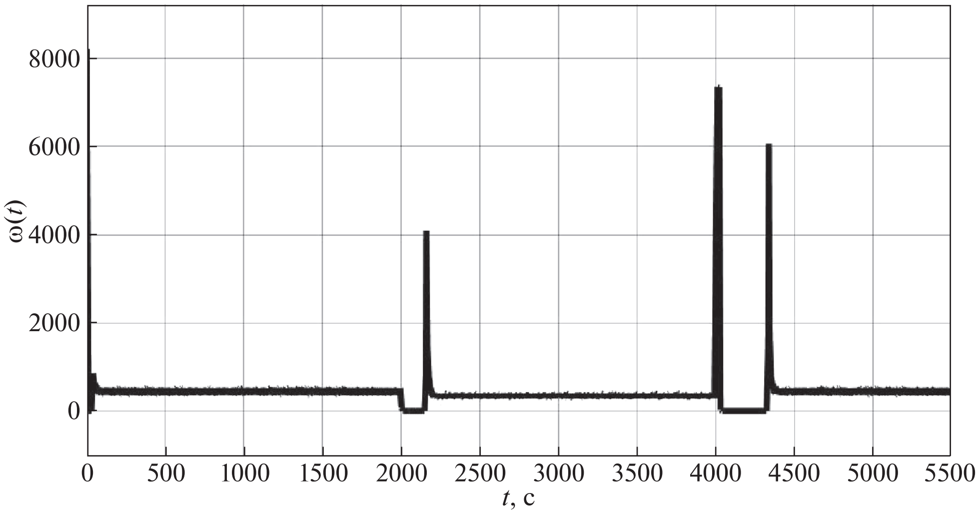

Рис. 14. Угловая частота вращения вала двигателя $\omega(t)$

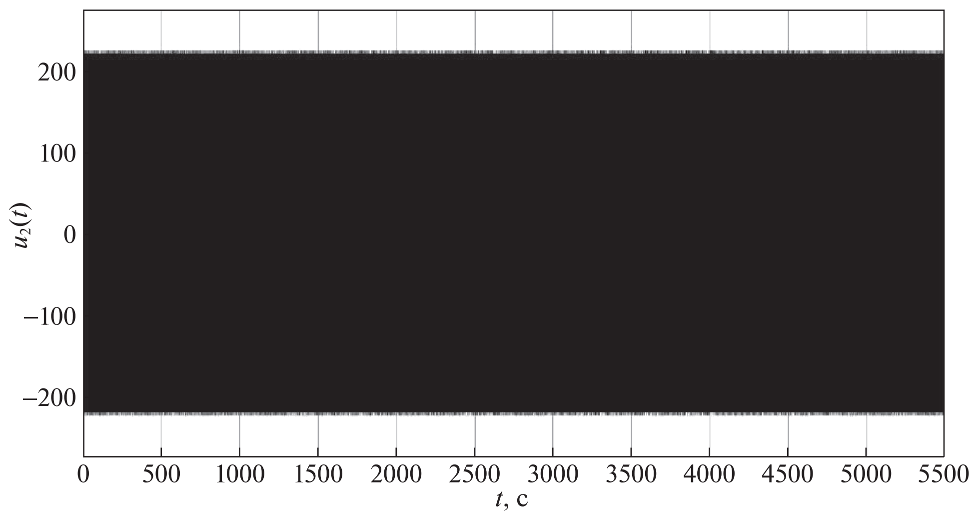

Рис. 15. Напряжение якоря $u_2(t)$

аналогичной задачи [4, 7, 9, 11] является учет технологических ограничений на компоненты вектора состояния и управления на стадии разработки алгоритмов управления.

Использование блочного подхода позволило, с одной стороны, осуществить линеаризацию по обратной связи нелинейной модели парогенератора, а с другой стороны, обеспечить заданные ограничения на фазовые переменные и управление за счет использования в качестве локальных обратных связей линейных функций с насыщением. Для информационного обеспечения предложенных алгоритмов управления разработан комбинированный наблюдатель состояний и возмущений на основе методов систем с глубокими обратными связями и скользящими режимами, позволяющий получить оценки компонент вектора состояний и возмущений с заданной точностью.

Работоспособность предложенного алгоритма подтверждена как аналитически, так и с помощью моделирования в среде MATLAB–Simulink.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *De Mello F.P.* Boiler Models for System Performance Studies // IEEE Transaction on Power Systems. 1991. № 1. V. 6. P. 66–74.

2. *De Mello F.P.* Dynamic Models for Fossil Fueled Steam Units in Power System Studies // IEEE Transaction on Power Systems. 1991. № 2. V. 6. P. 753–761.

3. *Johan Astrom K., D Bell R.* Drum Boiler Dynamics // Automatica. 2000. № 36. P. 363–378.

4. *Labibi B., Marquez H.J., Chen T.* Decentralized Robust PI Controller Design for an Industrial Utility Boiler // Process Control. 2009. V. 19. P. 216–230.

5. *Utkin A.V., Utkin V.A., Krasnov S.A.* Synthesis of a Control System for a Waste Heat Boiler with Forced Circulation under Restrictions on Control Actions. Mathematics. 2022. V. 10. P. 1–24. https://doi.org/10.3390/ math10142397

6. *Уткин В.А.* Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // АиТ. 2001. № 11. С. 73–94.

7. *Utkin A.V.* Synthesis of a Control System for a Steam Turbine // Automation and Remote Control. 2018. V. 79. № 12. P. 2185–2201.

8. *Krstic M., Kokotovic P.V., Kanellakopoulos I.* Nonlinear and Adaptive Control Design, 1st Edition. USA: John Wiley Sons, Inc, 1995.

9. *Bolek W., Sasiadek J., Wisniewski T.* Adaptive Backstepping Control of a Power Plant Station Model // IFAC 15-th Triennial World Congress. Barselona, Spain, 2002. P. 1650–1655.

10. *Краснова С.А., Сиротина Т.Г., Уткин В.А.* Структурный подход к робастному управлению // АиТ. 2011. № 8. С. 65–95.

11. *Zheng K., Bentsman J., Taft C. W.* Full Operating Range Robust Hybrid Control of a Coal-Fired Boiler/Turbine Unit // Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2008. № 4. V. 130. P. 1–14.

12. *Уткин В.А., Уткин А.В.* Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамике // АиТ. 2014. № 9. С. 62–81.

13. *Loukianov A.G., Dominguez J. Rivera, Sastillo-Toledo B.* Robust Sliding Mode Regulation of Nonlinear Systems // Automatica. 2018. V. 89. P. 241–246.

14. *Loukianov A.G.* Robust Block Decomposition Sliding Mode Control Design // Mathematical Problems in Engineering. 2002. V. 74. P. 349–365.

15. *Loukianov A.G., Dominguez J.R., Sastillo-Toledo B.* Robust Sliding Mode Regulation of Nonlinear Systems // Automatica. 2018. V. 89. P. 241–246.

16. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // АиТ. 2017. № 12. С. 26–53.

17. *Уткин В.А.* Метод разделения движений в задачах наблюдения // АиТ. 1990. № 3. С. 27–37.

18. *Khalil H.K., Praly L.* High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control // Int. J. Robust and Nonlinear Control. 2014. V. 24. № 6. P. 993–1015.

19. *Маликов А.И.* Синтез наблюдателей состояния и неизвестных входов для нелинейных липшицевых систем с неопределенными возмущениями // АиТ. 2018. № 3. С. 21–43.

20. *Campo E., Monroy J., Abundis H., Chemori A., Creuze V., Torres J.* A Nonlinear Controller Based on Saturation Functions with Variable Parameters to Stabilize an AUV // Int. J. Nav. 2019. V. 11. P. 211–224.

21. *Гулюкина С.И., Уткин В.А.* Управление реактором с непрерывным перемешиванием в условиях неопределенности и с учетом ограничений на фазовые переменные и управления // Проблемы управления. 2021. № 5. С. 48–59.

22. *Antipov A., Krasnova S, Utkin V.* Methods of Ensuring Invariance with Respect to External Disturbances: Overview and New Advances. Mathematics. 2021. V. 9. P. 1–20. https://doi.org/10.3390/ math9233140

23. *Кочетов С.А., Уткин В.А.* Вихревые алгоритмы в задаче управления двигателем постоянного тока // Проблемы управления. 2014. № 5. С. 20–27.

24. *Краснов Д.В., Уткин А.В.* Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // УБС. 2017. Вып. 69. С. 29–49.

25. *Кокунько Ю.Г., Краснова С.А., Уткин В.А.* Каскадный синтез дифференциаторов с кусочно-линейными корректирующими воздействиями // АиТ. 2021. № 7. С. 37–68.