ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2023, № 6, с. 50–59

ТЕОРИЯ СИСТЕМ И ОБЩАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62-501.2

СИНТЕЗ РАЗРЫВНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПОНИЖАЮЩЕГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ

С. А. Кочетков[a],*, О. С. Ткачева[a],, А. В. Уткин[a],*****

[a] *ИПУ РАН, Россия, Москва*

**e-mail: kos@ipu.ru*

***e-mail: tkolga17@gmail.com*

****e-mail: utkin-av@rambler.ru*

Поступила в редакцию 18.01.2023 г.
После доработки 21.06.2023 г.
Принята к публикации 31.07.2023 г.

Разработан нелинейный разрывный закон управления, позволяющий стабилизировать выходное напряжение понижающего преобразователя напряжения в условиях, когда входное напряжение и ток нагрузки неизвестны. Основная идея базируется на использовании так называемых вихревых алгоритмов, обеспечивающих инвариантность по отношению к внешним несогласованным возмущениям. Эффективность разработанных алгоритмов показана с помощью численного моделирования.

DOI: 10.31857/S0002338823060070, **EDN:** GRRYVZ

Введение. Преобразователи напряжения широко применяются в технике в качестве источников питания и стабилизаторов напряжения [1–5]. С развитием современных технологий производства электроэнергии на основе ветрогенераторов, солнечных батарей, приливных электростанций их эволюция получила новый виток. Конструкция преобразователя напряжения состоит из накопителя реактивной энергии (индуктивные и емкостные элементы) и коммутационного устройства. С развитием полупроводниковой техники можно исключить механические коммутационные устройства и использовать полупроводниковые диоды, транзисторы и тиристоры с частотой коммутации до нескольких сотен килогерц [1, 6].

Основной проблемой, связанной с управлением полупроводниковыми преобразователями напряжения, является стабилизация выходного напряжения в зависимости от входного напряжения и переменной потребляемой мощности нагрузки [1].

В статье приводится проблема управления выходным напряжением понижающего преобразователя в указанных условиях. Следует отметить, что управляющий вход преобразователя может принимать только два дискретных значения, что соответствует включенному/выключенному состоянию переключающего элемента. Кроме того движения токов в разных контурах в подобных устройствах имеют разнотемповый характер. По этим причинам при синтезе алгоритмов управления можно использовать теорию разрывного управления и принципы разделения движений [7, 8].

Рассматривается синтез нелинейного разрывного закона управления. Разработанный алгоритм управления обеспечивает стабилизацию выходного напряжения при воздействии неизвестных входного напряжения и выходного тока нагрузки. Главная идея основана на так называемом вихревом алгоритме, обеспечивающем свойство инвариантности по отношению к внешним несогласованным возмущениям. Теоретические результаты могут быть реализованы с использованием современных преобразователей широтно-импульсной модуляции. Результаты моделирования показывают эффективность представленных алгоритмов.

Статья организована следующим образом. В разд. 1 приводится математическая модель объекта управления и формализуется постановка задачи. Раздел 2 посвящен синтезу нелинейного закона управления, позволяющий стабилизировать выходное напряжение в условиях неизвестных входного напряжения и выходного тока нагрузки. В разд. 3 описываются результаты численного моделирования в среде MATLAB/Simulink, демонстрирующие работоспособность предложенных алгоритмов.

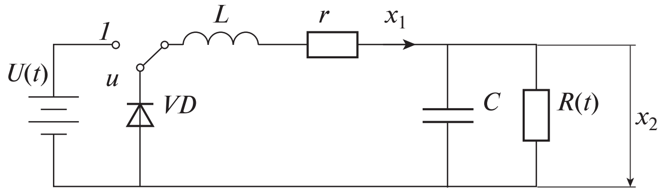

Рис. 1. Упрощенная схема понижающего преобразователя

1. Математическая модель объекта управления. Постановка задачи. Основные конструктивные элементы понижающего преобразователя показаны на рис. 1, где L – индуктивность преобразователя, C – конденсатор, r – электрическое сопротивление обмотки индуктивности, $U(t)$ – входное напряжение (в общем случае функция времени), x_1 – ток в обмотке индуктивности, x_2 – выходное напряжение, $R(t)$ – неизвестная переменная величина электрического сопротивления нагрузки, VD – "защелкивающийся диод", с помощью которого предотвращается разряд конденсатора через катушку индуктивности и обеспечивается ток только в направлении, указанном на рис. 1.

Математическая модель преобразователя описывается следующей системой дифференциальных уравнений [9]:

$$\dot{x}_1 = -\frac{r}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{U(t)}{L}u, \quad \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{R(t)C}x_2, \tag{1.1}$$

где управление $u(t)$ может принимать значения из дискретного множества $\{0, 1\}$.

В статье для объекта управления сделаны нижеперичисленные допущения.

1. Для неизвестной функции сопротивления нагрузки и ее первых двух производных справедливы следующие ограничения:

$$R(t) \geq R_0, \quad |\dot{R}(t)| \leq R_1, \quad |\ddot{R}(t)| \leq R_2, \tag{1.2}$$

где здесь и далее $|\cdot|$ означает абсолютное значение числа, R_1, R_2 – известные положительные константы.

2. Для входного и желаемого выходного напряжений выполняются неравенства:

$$U_0 \leq U \leq U_1, \quad |\dot{U}(t)| \leq \bar{U}, \quad x_{2d} < \frac{U_0}{1 + (r/R_0)}, \tag{1.3}$$

где $U_0, U_1, \bar{U}$ – известные положительные константы.

3. Помимо защиты от обратного тока имеется схема защиты, принудительно ограничивающая значение тока в катушке преобразователя, и для переменной $x_1(t)$ можно записать неравенство:

$$0 \leq x_1 \leq x_{1\max}, \quad x_{1\max} > \frac{x_{2d}}{R_0}. \tag{1.4}$$

В предположении, что переменная $x_2(t)$ доступна для измерения, в статье ставится задача стабилизации невязки (рассогласования) по выходному напряжению:

$$\lim_{t\to\infty} |\bar{x}_2(t)| = 0, \quad \bar{x}_2(t) = x_2(t) - x_{2d}, \tag{1.5}$$

где $\bar{x}_2(t)$ – невязка по напряжению, $x_{2d} = \text{const} > 0$ – желаемое значение выходного напряжения.

2. Синтез алгоритма управления. Параметры полупроводникового преобразователя выбираются таким образом, чтобы в системе (1.1) происходило разделение движений по скоростям сходимости. Так, ток в дросселе можно достаточно быстро изменить до нужных значений в отличие от величины выходного напряжения конденсатора, который является достаточно инертным элементом, предназначенным для фильтрации пульсаций выходного напряжения. В силу этих особенностей поставленная задача может быть решена соответствующим изменением тока в обмотке индуктивности. Необходимо отметить, что такой подход используется в связи с проблемой несогласованных возмущений [10].

Согласно (1.1), (1.5), можно записать уравнения системы относительно ошибок:

$$\dot{\bar{x}}_2 = -\frac{\bar{x}_2}{R(t)C} + \frac{1}{C}x_1 - \frac{x_{2d}}{R(t)C}, \quad \dot{x}_1 = -\frac{r}{L}x_1 - \frac{1}{L}\bar{x}_2 - \frac{1}{L}x_{2d} + \frac{U}{L}u.$$

Для дальнейшего синтеза закона управления рассмотрим новые координаты, в которых удобно исследовать процесс при максимальной нагрузке. Введем новую переменную $\bar{x}_1 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{x_{2d}}{R(t)C}$.

Подставив ее в последнюю систему, получим следующие уравнения:

$$\begin{gathered} \dot{\bar{x}}_2 = -\frac{\bar{x}_2}{R(t)C} + \bar{x}_1, \\ \dot{\bar{x}}_1 = -\frac{r}{L}\bar{x}_1 - \frac{\bar{x}_2}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC} + \frac{U}{LC}u + \xi(t), \end{gathered} \tag{2.1}$$

где

$$\xi(t) = \left(L\frac{\dot{R}}{R^2(t)} + \frac{r}{R_0} - \frac{r}{R(t)}\right)\frac{x_{2d}}{LC}.$$

Для реализации одного из вариантов “вихревого алгоритма” [11, 12] выбираем управляющий вход в виде разрывной функции:

$$u = \frac{1}{2}[1 - \operatorname{sign} \bar{x}_2]. \tag{2.2}$$

Уравнения замкнутой системы, согласно (2.1), (2.2), имеют вид

$$\begin{gathered} \dot{\bar{x}}_2 = -\frac{\bar{x}_2}{R(t)C} + \bar{x}_1, \\ \dot{\bar{x}}_1 = -\frac{r}{L}\bar{x}_1 - \frac{\bar{x}_2}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC} + \frac{U}{2LC}[1 - \operatorname{sign} \bar{x}_2] + \xi(t). \end{gathered} \tag{2.3}$$

Т е о р е м а. Пусть параметры преобразователя, нагрузки, входного и выходного напряжения выбраны так, что выполняются неравенства:

$$\begin{gathered} M^- - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} > 0, \\ M^+ - \frac{\bar{U}}{\alpha LC} - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} > 0, \\ \alpha > \frac{1}{2\gamma R_0 C}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \gamma\right), \quad \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2} > 0. \end{gathered} \tag{2.4}$$

Здесь

$$\begin{gathered} M^- = \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}, \quad M^+ = \frac{U_0}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}, \quad \Sigma = \left(L\frac{R_1}{R_0^2} + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}, \\ \bar{\Sigma} = \left(L\frac{R_2 + 2R_1^2}{R_0^3} + \frac{R_1 r}{R_0^2}\right)\frac{x_{2d}}{LC}, \quad \alpha = \frac{r}{2L}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}. \end{gathered}$$

Тогда переменные замкнутой системы (2.3) асимптотически стремятся к нулю, что гарантирует решение поставленной задачи (1.5).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Введем замену переменных

$$y_1 = \gamma\bar{x}_2, \quad y_2 = \alpha\bar{x}_2 + \bar{x}_1, \tag{2.5}$$

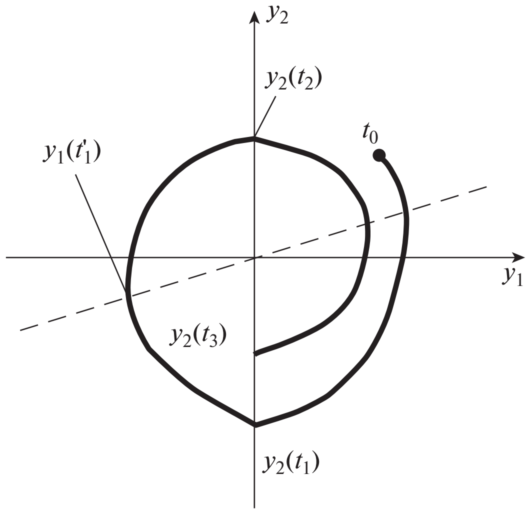

Рис. 2. Фазовый портрет замкнутой системы

с помощью которой систему (2.3) можно представить как

$$\begin{gathered}\dot{y}_1 = -\left(\frac{1}{R(t)C} + \alpha\right)y_1 + \gamma y_2,\\ \dot{y}_2 = -\left(\gamma + \frac{\alpha}{R(t)C\gamma}\right)y_1 - \alpha y_2 - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC} + \frac{U}{2LC}[1 - \operatorname{sign}(y_1)] + \xi(t).\end{gathered} \tag{2.6}$$

Используя выражения (1.2), (2.1), запишем ограничения для возмущения $\xi(t)$ и его производную:

$$|\xi(t)| \le \Sigma, \quad |\dot{\xi}(t)| \le \bar{\Sigma}.$$

Согласно условиям теоремы, $M^+ > \Sigma,\ M^- > \Sigma$. Рассматривая уравнения замкнутой системы (2.6), получим фазовый портрет, изображенный на рис. 2. Каждой полуплоскости графика (справа и слева от вертикальной оси) соответствует разный знак переменной y_1. Необходимо отметить, что траектории системы не могут принадлежать многообразию $y_1(t) = 0$, так как на этой поверхности не выполняются условия существования скользящего режима [13, 14]. Обозначив t_0 в качестве начального момента времени, без ограничения общности в доказательстве приведем случай, когда $y_1(t_0) > 0$. Учитывая, что точки разрыва правой части дифференциальных уравнений (2.6) принадлежат множеству нулевой меры, то его решение понимается в смысле Каратеодори [15].

Для анализа сходимости переменных замкнутой системы используется метод на основе функций Ляпунова совместно с анализом фазового портрета системы (2.6). Введем в рассмотрение моменты времени t_i, $i = \overline{1,\infty}$, такие, что $y_1(t_i) = 0$, а интервал между ними обозначим как $\Delta_i = t_{i+1} - t_i$.

Рассмотрим сначала движение в первом и четвертом квадранте фазового портрета (см. рис. 2). Зададим положительную полуопределенную функцию

$$V_1 = M^- \frac{|y_1|}{\gamma} - \frac{\xi}{\gamma}y_1 + \frac{y_1^2}{2} + \frac{y_2^2}{2}, \quad y_1 > 0. \tag{2.7}$$

Для ее производной можем записать следующие неравенства:

$$\begin{gathered}\dot{V}_1 = -\frac{M^-}{\gamma}\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)|y_1| - \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)\frac{\xi}{\gamma}y_1 - \frac{\dot{\xi}}{\gamma}y_1 - \left[\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)y_1^2 + \frac{\alpha}{R(t)C\gamma}y_1y_2\right] - \alpha y_2^2 \le\\ -\frac{\alpha M^-}{\gamma}|y_1| + \left(\alpha + \frac{1}{R_0C}\right)\frac{\Sigma}{\gamma}|y_1| + \frac{\bar{\Sigma}}{\gamma}|y_1| - y^{\mathrm{T}}Q(t)y \le -\bar{\alpha}_1\,|\,y_1| - \frac{1}{M^-}\lambda_{\min Q(t)}[y_1^2 + y_2^2],\end{gathered} \tag{2.8}$$

где

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\alpha}{\gamma}\left(M^- - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha}\right), \quad y^{\mathrm{T}} = (y_1, y_2), \quad Q(t) = \begin{pmatrix} \alpha + \frac{1}{R(t)C} & \frac{\alpha}{2R(t)C\gamma} \\ \frac{\alpha}{2R(t)C\gamma} & \alpha \end{pmatrix},$$

а $\lambda_{\min Q(t)}$ – минимальное собственное значение матрицы $Q(t)$.

Выражение для минимального собственного значения матрицы $Q(t)$ равно

$$\lambda_{\min Q(t)} = \alpha + \frac{1}{2\gamma R(t)C}(\gamma - \sqrt{\gamma^2 + \alpha^2}) = \alpha + \frac{1}{2\gamma R(t)C}\left(\gamma - \frac{1}{\sqrt{LC}}\right),$$

а нижняя граница минимального собственного значения –

$$\lambda_{\min Q(t)} \geq \alpha - \frac{1}{2\gamma R_0 C}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \gamma\right) = \lambda_0. \tag{2.9}$$

Согласно последнему из условий (2.4) теоремы и (2.9), гарантируется выполнение неравенства

$$\lambda_{\min Q(t)} = \lambda_0 > 0$$

при движении системы (2.6) в первом и четвертом квадрантах фазового портрета (см. рис. 2).

Согласно (2.7), выпишем следующее неравенство:

$$V_1 \leq |y_1|\frac{M^- + \Sigma}{\gamma} + \frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2) \leq c_{01}(|y_1| + y_1^2 + y_2^2), \tag{2.10}$$

где

$$c_{01} = \max\left\{\frac{M^- + \Sigma}{\gamma}, \frac{1}{2}\right\}.$$

Используя соотношения (2.9), (2.10), можно переписать (2.8) в виде:

$$\dot{V}_1 \leq -\bar{\alpha}_1|y_1| - \lambda_0[y_1^2 + y_2^2] \leq -c_{11}(|y_1| + y_1^2 + y_2^2) \leq -\nu_1 V_1, \tag{2.11}$$

где $\nu_1 = \dfrac{c_{11}}{c_{01}}$, $c_{11} = \min\{\bar{\alpha}_1, \lambda_0\}$.

Для анализа движения во втором и третьем квадранте (см. рис. 2) рассмотрим положительную полуопределенную функцию

$$V_2 = \bar{M}\frac{|y_1|}{\gamma} - \frac{\xi}{\gamma}y_1 + \frac{y_1^2}{2} + \frac{y_2^2}{2}, \quad y_1 < 0, \tag{2.12}$$

где

$$\bar{M} = \frac{U}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}.$$

По аналогии, приводя случай $y_1 < 0$, получим производную функции V_2 в силу системы с учетом (1.3), (2.9):

$$\begin{gathered} \dot{V}_2 = -\frac{\bar{M}}{\gamma}\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)|y_1| - \bar{M}y_2 + \frac{\dot{U}}{LC\gamma}|y_1| - \left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)\frac{\xi}{\gamma}y_1 - y_2\xi - \frac{\dot{\xi}}{\gamma}y_1 + \\ + y_1\left(-\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)y_1 + \gamma y_2\right) + y_2\left(-\left(\gamma + \frac{\alpha}{R(t)C\gamma}\right)y_1 - \alpha y_2 + \bar{M} + \xi\right) \leq -\frac{M^+}{\gamma}\left(\alpha + \frac{1}{R(t)C}\right)|y_1| + \\ + \frac{\bar{U}}{LC\gamma}|y_1| + \left(\alpha + \frac{1}{R_0 C}\right)\frac{\Sigma}{\gamma}|y_1| + \frac{\bar{\Sigma}}{\gamma}|y_1| - y^{\mathrm{T}}Q(t)y \leq -\bar{\alpha}_2|y_1| - \lambda_0[y_1^2 + y_2^2], \end{gathered} \tag{2.13}$$

где

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{\alpha}{\gamma}\left(M^+ - \frac{\bar{U}}{\alpha LC} - \left(1 + \frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha}\right).$$

Согласно (1.3), (2.12), для V_2 можем записать:

$$V_2 \le \frac{|y_1|}{\gamma}(M_{\max} + \Sigma) + \frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2) \le c_{02}(|y_1| + y_1^2 + y_2^2), \tag{2.14}$$

где

$$M_{\max} = \frac{U_1}{LC} - \left(1 + \frac{r}{R_0}\right)\frac{x_{2d}}{LC}, \quad c_{02} = \max\left\{\frac{M_{\max} + \Sigma}{\gamma}, \frac{1}{2}\right\}.$$

Используя выражения (2.15), соотношение (2.14) можно записать в виде

$$\dot{V}_2 \le -\bar{\alpha}_2|y_1| - \lambda_0[y_1^2 + y_2^2] \le -c_{12}(|y_1| + y_1^2 + y_2^2) \le -\nu_2 V_2, \tag{2.15}$$

где

$$\nu_2 = \frac{c_{12}}{c_{02}}, \quad c_{12} = \min\{\bar{\alpha}_2, \lambda_0\}.$$

Рассматривая фазовый портрет (см. рис. 2), с помощью (2.10)–(2.11), (2.14)–(2.15) получим следующие оценки:

$$V_1(t_1) = \frac{y_2^2(t_1)}{2} \le V_1(t_0)e^{-\nu_1\Delta_0} \le c_0[|y_1(t_0)| + y_1^2(t_0) + y_2^2(t_0)]e^{-\nu_1\Delta_0} \Rightarrow y_2^2(t_1) \le Y_0 e^{-\nu\Delta_0},$$

где $c_0 = \max\{c_{01}, c_{02}\} = c_{02}$, $\nu = \min\{\nu_1, \nu_2\}$, $\Delta_0 = t_1 - t_0$, $Y_0 = 2c_0\,|y_1(t_0)| + y_1^2(t_0) + y_2^2(t_0)$.

После исследования фазового портрета во втором квадранте с помощью функции $V_2(t)$ из (2.12), (2.15) запишем мажоранту:

$$V_2(t_2) = \frac{y_2^2(t_2)}{2} \le V_2(t_1)e^{-\nu_2\Delta_1} \le \frac{y_2^2(t_1)}{2}e^{-\nu\Delta_1} \Rightarrow y_2^2(t_2) \le y_2^2(t_1)e^{-\nu\Delta_1} \le Y_0 e^{-\nu(\Delta_0 + \Delta_1)}.$$

Зададим неравенство по аналогии в некоторый момент времени t_i:

$$y_2^2(t_i) \le Y_0 e^{-\nu\sum_{k=0}^{i-1}\Delta_k}.$$

Учитывая колебательный характер переходного процесса и последнее соотношение, можно сделать вывод, что переменная $y_2(t)$ ограничена мажорантой

$$|y_2(t)| \le \sqrt{Y_0}e^{-\frac{\nu}{2}(t - t_0)}, \quad t \ge t_0. \tag{2.16}$$

Очевидно, что колебания переменной $|y_1(t)|$ достигают максимума при условии $\dot{y}_1(t) = 0$ в моменты времени t, для которых

$$y_1(t) = \gamma\left(\frac{1}{R(t)C} + \alpha\right)^{-1} y_2(t).$$

Пусть это равенство выполняется в моменты времени t_i' ($t_i < t_1' < t_{i+1}$) (см. рис. 2). Тогда для значения $y_1(t_i')$ с учетом (1.2) справедливы оценки:

$$|y_1(t_i')| \le \frac{\gamma}{\alpha}|y_2(t_i)|.$$

Таким образом, с учетом выражения (2.16) амплитуда колебаний (максимумы) переменной $|y_1(t)|$ затухают экспоненциально, а переменные системы (2.6) стремятся к нулю со временем, стремящимся к бесконечности:

$$\lim_{t\to\infty}|y_2(t)| = 0, \quad \lim_{t\to\infty}|y_1(t)| = 0.$$

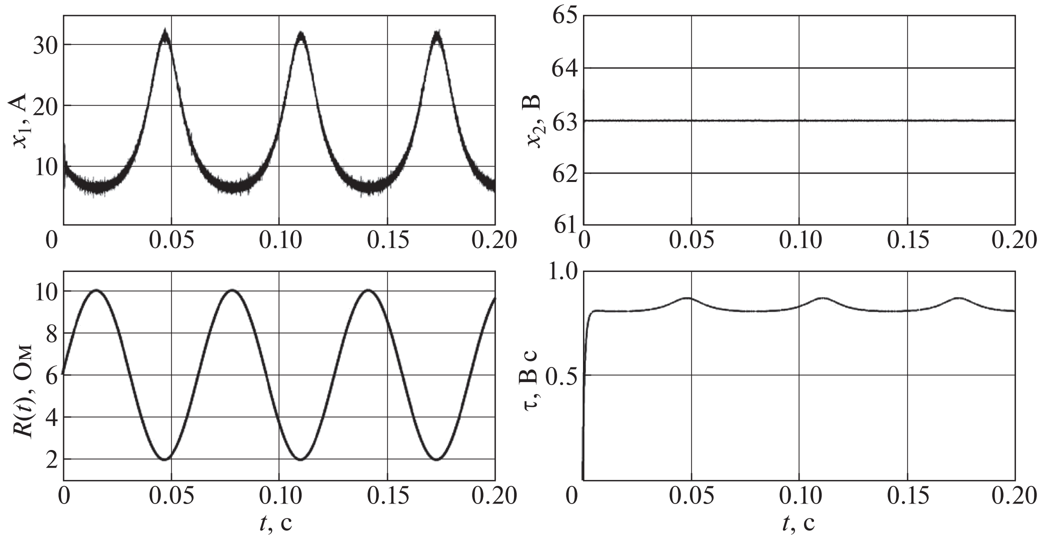

Рис. 3. Результаты моделирования первого эксперимента

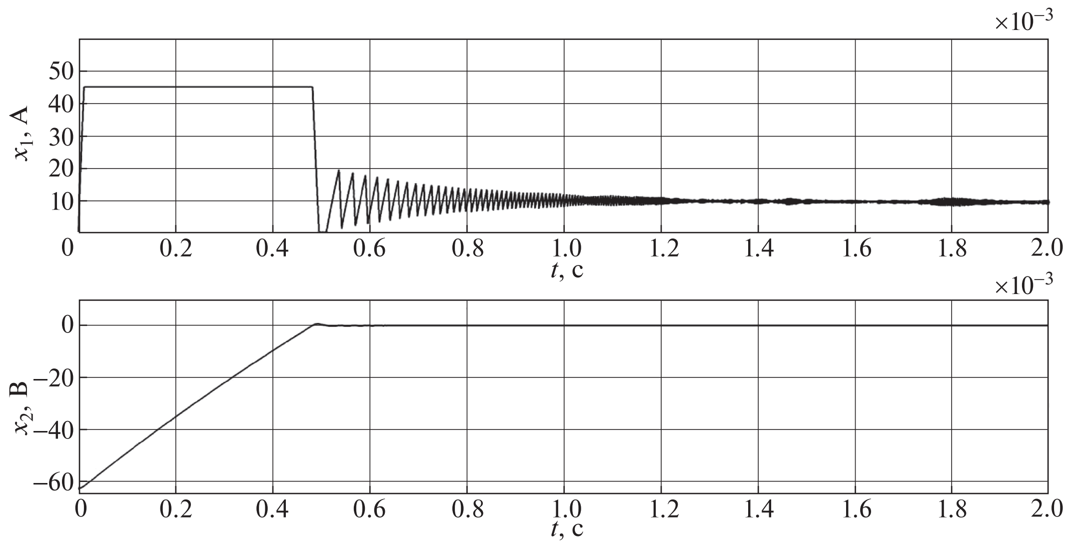

Рис. 4. Переходная характеристика системы

Из последних соотношений и выражений (2.5) следует

$$\lim_{t\to\infty}|\overline{x}_2(t)| = 0.$$

Теорема доказана.

Отметим, что переходный процесс для замкнутой системы (2.3) может происходить, в общем случае, при отрицательных значениях тока x_1 через индуктор. Модель системы не учитывает физические ограничения, которые были предусмотрены в предположении (1.4). В соответствии с этими ограничениями в переходном процессе ток будет ограничен определенным диапазоном, который задается при проектировании. Однако даже если траектории системы дойдут до указанных ограничений, через некоторый промежуток времени они попадут в область, где справедливо приведенное выше доказательство. Кривая переходного процесса в реальном устройстве в этом случае будет другой, и фазовый портрет, показанный на рис. 2, будет “обрезан” по величинам, входящим в неравенство (1.4).

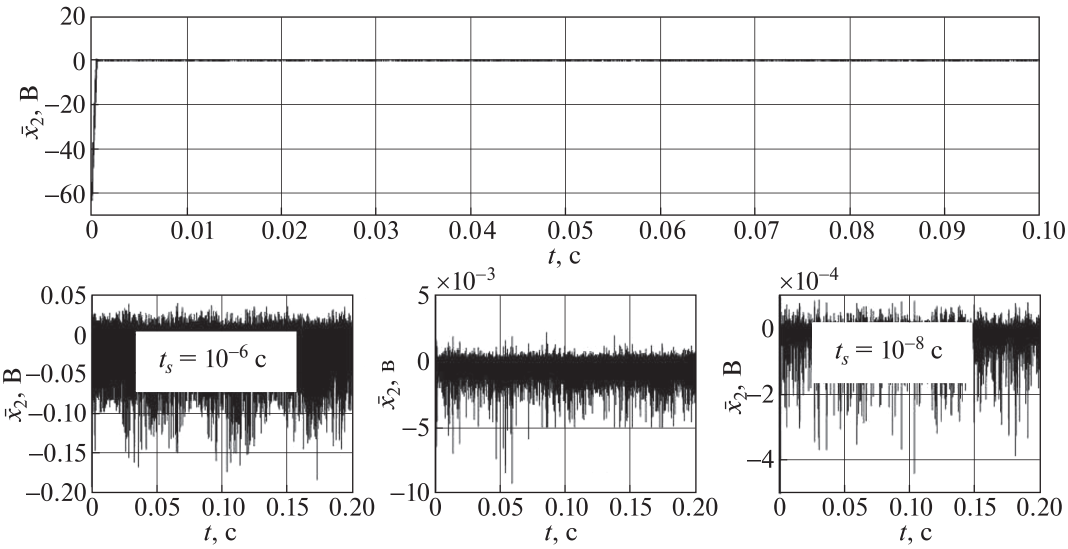

Рис. 5. Установившаяся ошибка на различных шагах интегрирования

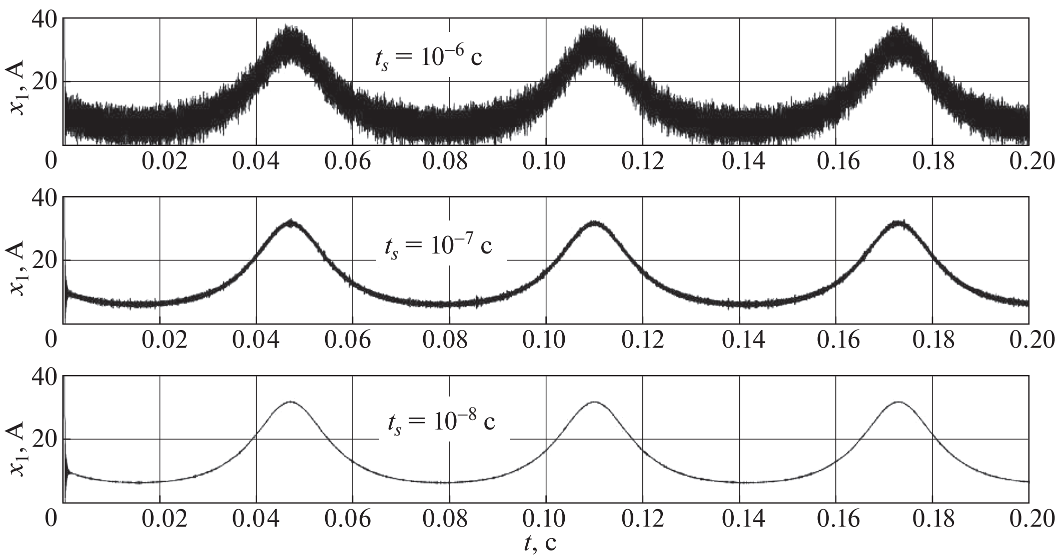

Рис. 6. Графики тока на различных шагах интегрирования

3. Численное моделирование. Рассмотрим результаты моделирования для следующих параметров полупроводникового преобразователя: $L = 2 \times 10^{-5}$, Гн, $C = 3 \times 10^{-4}$, Ф, $r = 0.2$, Ом. Входное напряжение и ограничения для него, согласно (1.3), равны

$$U(t) = 90 + 10\cos(10t), \quad \text{В}, \quad U_0 = 80, \quad \text{В}, \quad U_1 = 100, \quad \text{В}, \quad \bar{U} = 100, \quad \text{В/с}.$$

Значение желаемого выходного напряжения $x_{2d} = 63$, В. Неизвестная нагрузка моделируется периодической функцией

$$R(t) = 6 - 4\sin(100t), \text{ Ом}.$$

Согласно постановке задачи, для этой неизвестной функции известны только ограничения, указанные в (1.2). Проведя несложные вычисления, можно получить

$$R_0 = 2, \text{ Ом}, \quad R_1 = 400, \text{ Ом/с}, \quad R_2 = 4 \times 10^4, \text{ Ом/с}^2. \tag{3.1}$$

Для численного моделирования согласно неравенству (1.4) были выбраны следующие физические ограничения на ток: $0 \le x_1 \le 35$, А. Рассчитывая приведенные в теореме значения в соответствии с параметрами преобразователя и функцией нагрузки (3.1), можно получить следующие константы:

$$M^- = 1.155\times10^{10},\ \text{В}/(\text{Гн}\cdot\Phi),\quad M^+ = 1.783\times10^{9},\ \text{В}/(\text{Гн}\cdot\Phi),\quad \Sigma = 1.071\times10^{9},\ \text{В}/(\text{Гн}\cdot\Phi),$$
$$\bar{\Sigma} = 1.155\times10^{10},\ \text{В}/(\text{Гн}\cdot\Phi\cdot\text{с}),\quad \gamma = 1.19\times10^{4},\ \text{рад/с},\quad \alpha = 5\times10^{3},\ \text{с}^{-1}.$$

Справедливость параметров закона управления согласно условиям теоремы, можно проверить следующими вычислениями:

$$M^- - \left(1+\frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} = 10^{10},\ \text{В}/(\text{Гн}\cdot\Phi),$$
$$M^+ - \frac{\bar{U}}{\alpha LC} - \left(1+\frac{1}{\alpha R_0 C}\right)\Sigma - \frac{\bar{\Sigma}}{\alpha} = 3.077\times10^{8},\ \text{В}/(\text{Гн}\cdot\Phi),$$
$$\alpha > \frac{1}{2\gamma R_0 C}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \gamma\right) = 70.54,\ \text{с}^{-1},\quad \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2} = 1.42\times10^{8}\ \text{рад}^2/\text{с}^2 > 0.$$

Для демонстрации медленной составляющей закона управления (2.2), соответствующей скважности переключающего элемента [1], вводится новая переменная, фактически являющаяся выходом фильтра нижних частот:

$$\mu\dot{\tau} = -\tau + u(t),$$

где μ — постоянная времени фильтра.

На рис. 3, 4 представлены результаты моделирования разработанного закона управления в среде MATLAB/Simulink. В первом эксперименте для численного интегрирования используется метод Дормана-Принса (ode5) с фиксированным шагом интегрирования $t_s = 10^{-7}$, с.

Во втором эксперименте, результаты которого приведены на рис. 5, 6, используется несколько шагов интегрирования:

$$t_s = 10^{-6}, \text{с},\quad t_s = 10^{-7}, \text{с} \quad \text{и} \quad t_s = 10^{-8}, \text{с}.$$

Следствием доказанного теоретического результата является то, что частота переключения управляющего входа со временем стремится к бесконечности. На практике частота коммутации ограничена, что приводит к установившейся ошибке управления. Из рис. 5, 6 видно, что эта ошибка зависит от частоты коммутации (шага интегрирования): чем выше частота, тем меньше ошибка и наоборот. Такие ограничения необходимо учитывать при реализации описанного подхода на практике, однако этот вопрос требует дальнейшего изучения и в данной статье этот случай не рассматривается.

Заключение. Изучен новый алгоритм управления полупроводниковым понижающим преобразователем. В предположении, что функция нагрузки может быть описана непрерывной ограниченной функцией с двумя ограниченными первыми производными, решалась задача стабилизации заданного выходного напряжения. Для практической реализации разработанного алгоритма в дальнейших исследованиях необходимо изучить адаптацию полученного закона управления для работы с преобразователями с широтно-импульсной модуляцией.

Работоспособность предложенного алгоритма подтверждена как аналитически, так и с помощью моделирования в среде MATLAB–Simulink.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ромаш Э.М., Драбович Ю.И., Юрченко Н.Н., Шевченко П.Н.* Высокочастотные транзисторные преобразователи. М.: Радио и связь, 1988, 288 с.
2. *Shtessel Y.B., Zinober A., Shkolnikov I.* Sliding Mode Control of Boost and Buck-boost Power Converters Using Method of Stable System Center // Automatica. 2003. V. 39. № 6. P. 1061–1067.
3. *Olm J., Ros-Oton X., Shtessel Y.* Stable Inversion of Abel Equations: Application to Tracking Control in DC–DC Non-minimum Phase Boost Converters // Automatica. 2011. V. 47. № 1. P. 221–226.
4. *Stefanutti W., Mattavelli P., Saggini S., Ghioni M.* Autotuning of Digitally Controlled DC-DC Converters Based on Relay Feedback // IEEE Transactions on Power Electronics. 2007. V. 22. № 1. P. 199–207.

5. *Kapat S.* Improved Time Optimal Control of a Buck Converter Based on Capacitor Current, // IEEE Trans. Power Electron. 2012. № 3 (27). P. 1444–1454.
6. *Kim B., Jrvenhaara J.K.* A Rapid Switch Bridge Selection Method for Fully Integrated DC-DC Buck Converters // IEEE Transactions on Power Electronics. 2015. V. 30. № 8. P. 4048–4051.
7. *Giaouris D., Banerjee S., Zahawi B., Pickert P.* Stability Analysis of the Continuous-conduction-mode Buck Converter Cia Filippov's Method // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 2008. V. 55. № 4. P. 1084–1096.
8. *Utkin V.A.* Invariance and Independence in Systems with Separable Motion // Automation and Remote Control. 2001. V. 62. № 11. P. 1825–1843.
9. *Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л.* Теоретические основы электротехники. Т. 1. 4-е изд. СПб.: Питер, 2004. 463 с.
10. *Wonham W.M.* Linear Multivariable Control: A Geometric Approach. N.-Y.: Springer Verlag, 1974.
11. *Kochetkov S.A., Utkin V.A.* Invariance in Systems with Unmatched Perturbations // Automation and Remote Control. 2013. V. 74. № 7. P. 1097–1127.
12. *Kochetkov S.A., Utkin V.A.* Providing the Invariance Property on the Basis on Oscillation Modes // Doklady Mathematics. 2013. V. 88. № 2. P. 618–623.
13. *Utkin V.I.* Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. London: Tailor and Francis, 2009. 328 p.
14. *Sabanovic A., Sabanovic N., Ohnishi K.* Sliding Mode in Power Converters and Motion Control Systems // Intern. J. Control. 1993. V. 57. № 5. P. 1237–1259.
15. *Filippov A.F.* Differential Equations with Discontinuous Right Hand Sides. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1988.