

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН,
СВОЙСТВА РАБОЧИХ ТЕЛ И МАТЕРИАЛОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТОГО ТУРБУЛЕНТНОГО
ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООТДАЧИ В КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ
С ОДНОСТОРОННИМ ВНУТРЕННИМ ОРЕБРЕНИЕМ^{1, 2}

© 2024 г. В. В. Рис^{а, *}, С. А. Галаев^а, А. М. Левченя^а, И. Б. Писаревский^а

^аСанкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Политехническая ул., д. 29, Санкт-Петербург, 195251 Россия

*e-mail: vvris@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.05.2023 г.

После доработки 02.08.2023 г.

Принята к публикации 30.08.2023 г.

Для пространственно-периодической модели односторонне оребренного канала как прототипа проточной части системы конвективного охлаждения лопатки газовой турбины получено численное решение задачи о развитом турбулентном течении и стабилизированном теплообмене при числах Рейнольдса от 5×10^4 до 2×10^5 . Течение и теплообмен рассмотрены при значении числа Прандтля 0.7. Канал имеет прямоугольное сечение с отношением сторон 1.5. Ребра квадратного сечения, расположенные на одной из широких стенок и перегородающие поперечное сечение на 10%, наклонены относительно продольной оси канала на 45° . Для количественной оценки влияния оребрения на течение и теплообмен интегральные параметры: коэффициент гидравлических потерь и число Нуссельта – сеточно сошедшегося решения соотносятся с интегральными параметрами развитого течения и стабилизированного теплообмена в гладком канале, найденными тем же численным методом. Результаты численного моделирования для оребренного канала сопоставлены также с опубликованными данными эксперимента, полученными в отчасти сходных условиях. Расчетные данные для коэффициента гидравлических потерь хорошо согласуются с результатами эксперимента. Расчетные данные для теплоотдачи отличаются от экспериментальных не более чем на 11%, однако тенденции изменения теплоотдачи с ростом числа Рейнольдса в численном и физическом моделировании получились разными. Это различие, вероятно, связано с тем, что в коротком экспериментальном канале не удалось достигнуть стабилизации теплоотдачи. Получены аналитические степенные зависимости от числа Рейнольдса для коэффициента гидравлических потерь и чисел Нуссельта, относящихся ко всем стенкам канала и только к оребренной стенке. Отмечено, что коэффициент гидравлических потерь слабо зависит от числа Рейнольдса, что характерно для местных сопротивлений, а зависимости для чисел Нуссельта с поправкой на специфику задачи близки к зависимостям для пристенных слоев и течений в гладких каналах.

Ключевые слова: охлаждаемая лопатка, канал, внутреннее оребрение, турбулентное течение, турбулентная вязкость, коэффициент гидравлических потерь, интенсификация теплоотдачи, численное моделирование, квазиструктурированные сетки

DOI: 10.56304/S0040363624020085

Проблема интенсификации теплообмена в каналах стала актуальной во второй половине XIX в. и является таковой и в настоящее время. В середине прошлого века эта проблема приобрела еще большую остроту в связи с потребностями авиации и энергетики в создании мощных высокотемпературных газовых турбин и их долговременной эксплуатации.

Температура продуктов сгорания на входе в турбину может достигать 1500°C . Допустимая температура для жаропрочных материалов лопаток первых ступеней турбины не превышает 1000°C [1]. Снижение температуры лопаток по сравнению с температурой газа осуществляется одновременно тремя способами: пленочным охлаждением наружной поверхности лопатки, теплозащитным покрытием этой поверхности и внутренним конвективным охлаждением. Для последнего способа широко применяются петлевые канальные схемы, в проточной части которых имеются прямые каналы с поворотами на

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-29-00094).

² Результаты работы получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.spbstu.ru).

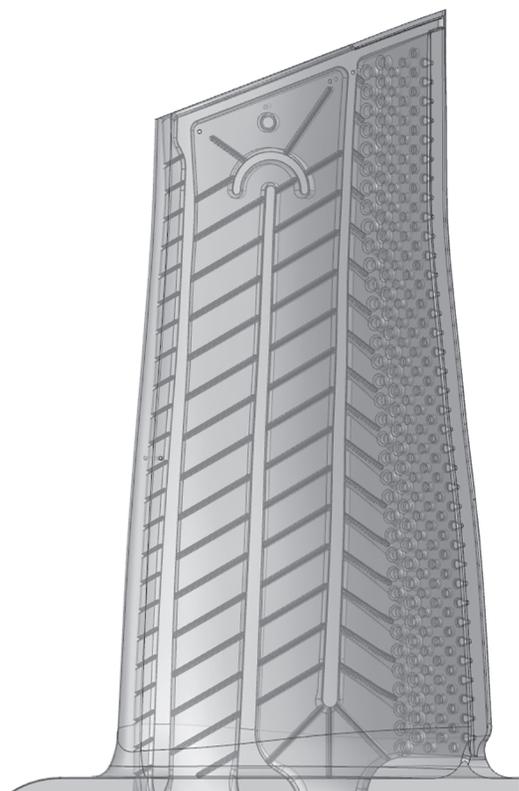


Рис. 1. Оребренные каналы внутри лопатки газовой турбины

180° (рис. 1). Для интенсификации теплообмена на стенках каналов устанавливают короткие ребра с равным шагом. Наибольшая интенсификация теплоотдачи достигается, если ребра наклонены относительно оси канала на угол от 45 до 60°. Для стационарных газовых турбин мощностью 300 МВт и более размеры лопаток и расход охлаждающего воздуха в каналах таковы, что значения числа Рейнольдса превосходят 10^5 .

Исследования турбулентного течения и теплообмена в каналах с поперечным оребрением проводятся с начала 60-х годов прошлого столетия [2] по настоящее время [3]. В книге [4] подробно отражены результаты систематического изучения влияния на интенсификацию теплоотдачи и гидравлические потери таких показателей, как число Рейнольдса, параметр вращения, а также геометрические характеристики каналов и оребрения. Большинство исследований предыдущих лет было выполнено для диапазона значений числа Рейнольдса в экспериментальных и численных моделях охлаждающих каналов от 10^4 до 8×10^4 , что объясняется необходимостью снижения тепловых нагрузок на лопатки путем их охлаждения вентиляцией через внутренние петлевые каналы с оребренными стенками при создании газовых турбин мощностью до 100 МВт. В последние десятилетия в связи с разработкой энергетических

газовых турбин мощностью до 500 МВт с увеличенным расходом охлаждающего воздуха в лопатках было проведено несколько исследований оребренных каналов при значениях числа Рейнольдса 10^5 и выше [5–8]. В работе [8] содержатся документированные экспериментальные данные об интенсификации теплоотдачи и увеличении гидравлических потерь в оребренных каналах прямоугольного сечения при значениях числа Рейнольдса в диапазоне от 1.0×10^5 до 1.8×10^5 .

Область применения оребренных поверхностей в каналах не исчерпывается конвективно-петлевыми системами охлаждения лопаток газовых турбин. Так, широкое распространение получили воздухонагреватели, в которых используется солнечное излучение. Проточная часть таких воздухонагревателей – протяженные каналы с плоскими стенками. Для интенсификации теплообмена поглощающая излучение стенка канала оснащается ребрами, имеющими разную конфигурацию [9].

В рамках исследования, часть результатов которого представлена в настоящей работе, авторы выполнили расчет развитого турбулентного течения и стабилизированного теплообмена в оребренном канале в диапазоне больших значений числа Рейнольдса – от 0.5×10^5 до 2.0×10^5 . Геометрические характеристики канала и оребрения, параметры среды и тепловые условия приняты такими же, как в работе [8].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Турбулентное течение воздуха с постоянными теплофизическими свойствами моделируется в канале прямоугольного сечения: размеры сторон составляют $W \times H = 150 \times 100$ мм (рис. 2), гидравлический диаметр канала равен $D_h = 120$ мм. По-

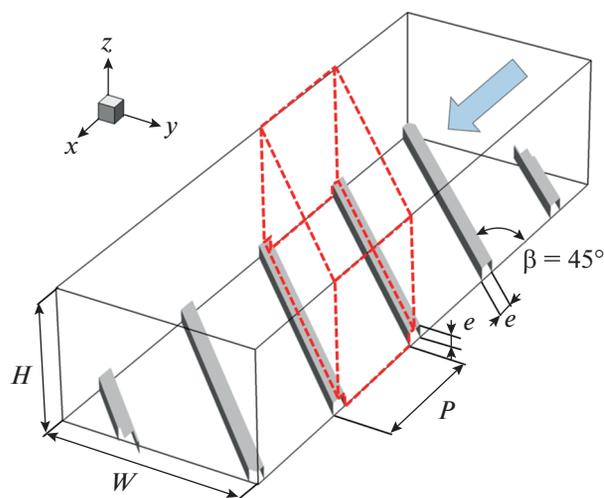


Рис. 2. Канал с оребренной нижней стенкой

перек одной из широких стенок канала (нижней, см. рис. 2) под углом 45° к продольной оси канала с некоторым шагом расположены ребра квадратного сечения $e \times e = 10 \times 10$ мм. Относительный шаг установки ребер P/e равен 10 (P – расстояние между ребрами), загромождение ребром поперечного сечения e/H составляет 0.1.

Воздух проходит по каналу в направлении оси x (на рис. 2 показано стрелкой). Условия развитого течения и стабилизированной теплоотдачи в канале с оребрением достигаются тогда, когда устанавливается пространственная периодичность всех параметров потока с шагом равным P . Режим течения и теплообмена можно определить, используя число Рейнольдса: $Re = U_b D_h / \nu$, где U_b – среднемассовая скорость; ν – кинематический коэффициент вязкости воздуха. Течение рассмотрено при четырех значениях числа Re : 0.5×10^5 , 1.0×10^5 , 1.5×10^5 и 2.0×10^5 . Теплоотдача моделируется при постоянной температуре стенок $T_w = 293$ К и входной среднемассовой температуре потока $T_{b_{вх}} = 333$ К [8]. Свойства воздуха считаются постоянными и соответствующими среднемассовой температуре (температура воздуха близка к комнатной), число Прандтля $Pr_b = 0.7$.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Расчетная область включает в себя участок канала длиной равной шагу установки ребер P . На рис. 2 контур расчетной области, имеющей форму косоугольного параллелепипеда, показан штриховыми линиями. Продольное направление канала совпадает с осью абсцисс, поперечное – с осью ординат, направление по высоте – с осью аппликата.

Численно проинтегрированы осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса и энергии для статистически стационарного турбулентного течения несжимаемой среды с постоянными теплофизическими свойствами. Для определения турбулентных напряжений применялась гипотеза Буссинеска, а для турбулентной вязкости – k - ω SST-модель турбулентности. Все решения получены со вторым порядком точности по пространственным переменным с помощью пакета программ ANSYS Fluent 2021 R1.

На твердых границах поставлены условия прилипания и постоянства температуры T_w . На входной границе задавались среднемассовая температура $T_{b_{вх}}$ и расход воздуха G , который обеспечивал необходимое значение числа Re . Уровень давления в расчетной области 10^5 Па.

В пакете Fluent условия периодичности для течения и теплообмена в каналах с периодическим в

продольном направлении изменением формы поперечного сечения реализованы в соответствии с методикой, описанной в работе [10]. Согласно ей, рассчитанные поля скорости и турбулентных характеристик на входной и выходной границах должны быть одинаковыми. Для расчета давления в уравнение движения, спроецированное на продольное направление (на ось x), вводится дополнительная объемная сила $(p_{вх} - p_{вых})/P$, значение которой уточняется в ходе расчета ($p_{вх}$, $p_{вых}$ – средние значения давления на входной и выходной поверхностях). По параметру $\Delta p_{пот} = p_{вх} - p_{вых}$ определяется коэффициент гидравлических потерь для заданного расхода. Найденные при расчете входное и выходное поля давления связаны соотношением $p_{вх}(x, y, z) = p_{вых}(x + P, y, z) + \Delta p_{пот}$.

При решении уравнения энергии на входной границе расчетной области задается среднемассовая температура среды $T_{b_{вх}}$. Уравнение энергии решается с источниковым членом в конвективной части, построенным таким образом, чтобы значения температуры удовлетворяли условию периодичности. Выходное и входное поля температуры связаны соотношением $T_{вх}(x, y, z) = T_{вых}(x + P, y, z) + \Delta T_b$, где ΔT_b – разность между входным и выходным значениями температуры, возникающая вследствие теплообмена потока со стенкой. Стоит отметить, что во всех рассчитанных вариантах значение ΔT_b не превышало 1 К. Полученные в результате расчета удельные тепловые потоки: локальные q_w и средние по поверхности Q_w/S – использовались для вычисления коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта ($q = Q_w/S$ – средний для площади поверхности всех стенок S удельный тепловой поток; Q_w – суммарный тепловой поток на всех стенках).

Из-за отсутствия в литературе расчетных и экспериментальных данных для развитого течения и теплообмена в каналах прямоугольного сечения с внутренним оребрением повышенное внимание было уделено получению численного решения с контролируемой точностью. Для $Re = 2.0 \times 10^5$ численное решение найдено на четырех квазиструктурированных сетках, составленных из гексаэдров. Как указано в [11], для гарантированного убывания погрешности численного решения расчетные сетки формировались последовательным от сетки к сетке дроблением ячеек надвое по каждому направлению. Размерность сеток, их обозначение, средний размер первой пристенной ячейки в “координатах стенки”, интегральные характеристики течения и их относительное отличие от данных, полученных на самой подробной сетке SF , приведены в табл. 1. Вид расчетной сетки M и ее фрагмента показан на рис. 3.

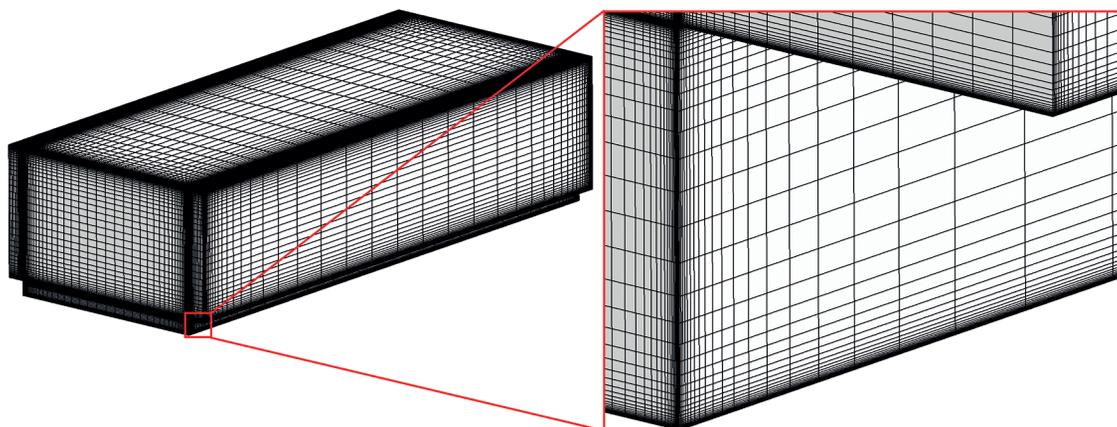


Рис. 3. Вид расчетной сетки *M* и ее фрагмента на гранях ребра.

Коэффициент гидравлических потерь (см. табл. 1) определен как $\xi = (D_h/P) [2\Delta p_{\text{пот}} / (\rho U_b^2)]$, а число Нуссельта как $Nu = \alpha D_h / \lambda$, где ρ – плотность воздуха; λ – коэффициент теплопроводности воздуха; $\alpha = q_w / (T_{b\text{вх}} - T_w)$ – коэффициент теплоотдачи.

Из табл. 1 следует, что коэффициент гидравлических потерь ξ и число Нуссельта Nu , полученные на сетке *F*, отличаются от значений, полученных на сетке *SF*, менее чем на 1%, что позволяет считать их точными по сравнению с таковыми для сеток *C* и *M*, а численное решение на сетке *F* – сеточно сошедшимся решением.

Для оценки влияния оребрения стенки на интенсификацию теплоотдачи и увеличение потерь по сравнению с неоребранным каналом был выполнен расчет развитого течения и стабилизированной теплоотдачи в гладком канале с такими же

размерами поперечного сечения. Эта задача для осредненного по Рейнольдсу турбулентного течения является двумерной. Поэтому выбор расчетных сеток для нахождения сеточно сошедшегося решения сводился, по сути, к уменьшению размерности сеток, использованных для оребренного канала, путем сокращения количества сеточных слоев в продольном направлении до двух. Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Вывод для гладкого канала был сделан такой же, как и для канала с оребренной стенкой: численное решение на сетке *F* является сеточно сошедшимся решением. Значения коэффициента гидравлических потерь ξ_{sm} и числа Нуссельта Nu_{sm} для гладкого канала, полученные на сетке *F*, отличаются от значений, полученных на сетке *SF*, менее чем на 1%, что позволяет считать их точными значениями по сравнению со значениями для се-

Таблица 1. Влияние размерности расчетной сетки на характеристики течения и теплообмена в канале с оребренной стенкой ($Re = 2 \times 10^5$)

Сетка	Размер сетки, млн ячеек	y_{av}^+	ξ	$\delta\xi, \%$	Nu	$\delta Nu, \%$
<i>C</i>	0.130	0.197	0.0643	-5.90	432	-9.2
<i>M</i>	1.044	0.091	0.0675	-0.90	463	-2.6
<i>F</i>	8.355	0.046	0.0682	0.13	473	-0.6
<i>SF</i>	66.840	0.023	0.0681	–	476	–

Таблица 2. Влияние размерности расчетной сетки на характеристики течения и теплообмена в гладком канале ($Re = 2 \times 10^5$)

Сетка	Размер сетки, тыс. ячеек	y_{av}^+	ξ_{sm}	$\delta\xi, \%$	Nu_{sm}	$\delta Nu, \%$
<i>C</i>	2.2	0.160	0.0142	-5.8	293	-5.4
<i>M</i>	9.1	0.073	0.0147	-2.4	302	-2.2
<i>F</i>	38.0	0.037	0.0149	0.8	307	-0.7
<i>SF</i>	150.0	0.018	0.0150	–	309	–

Таблица 3. Расчетные и эмпирические данные по коэффициенту гидравлических потерь и теплоотдаче в гладком канале

$Re \times 10^{-5}$	ξ_{sm}	ξ_{emp}	$\delta\xi, \%$	Nu_{sm}	Nu_{emp}	$\delta Nu, \%$
0.5	0.0202	0.0202	0	102	100	1.4
1.0	0.0173	0.0176	-2.1	176	175	0.8
1.5	0.0158	0.0163	-2.9	244	242	0.6
2.0	0.0149	0.0154	-3.3	307	305	0.7

ток C и M , а численное решение на сетке F – сеточно сошедшимся решением для гладкого канала.

В табл. 3 представлены значения коэффициента гидравлических потерь ξ_{sm} и числа Нуссельта Nu_{sm} в гладком канале для всего диапазона изменения числа Re , полученные при расчете на сетке F . Также приведены результаты вычислений этих параметров по эмпирическим формулам Никурадзе [12] $\xi_{emp} = 0.0032 + 0.221 Re^{-0.237}$ и Петухова – Кириллова [13]:

$$Nu_{emp} = \frac{Pr Re (\xi_{emp}/8)}{1 + \frac{900}{Re} + 12.7 (\xi_{emp}/8)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)}$$

Отклонения $\delta\xi$ и δNu в табл. 3 определены как отношения рассчитанных для гладкого канала параметров к экспериментальным значениям с вычетом единицы и переводом полученных результатов в проценты. Сравнивая табличные данные, можно сделать вывод, что расчетные значения коэффициента гидравлических потерь и теплоотдачи весьма хорошо согласуются с данными экспериментов, а теплоотдача в гладком канале, определенная численным методом с использованием $k-\omega$ SST-модели турбулентности, практически совпадает с теплоотдачей, предсказываемой эмпирической формулой.

На примере задачи о развитом турбулентном течении в гладком канале было рассмотрено влияние наклона границ периодичности расчетной области и скошенности ячеек расчетной сетки на интегральные параметры. Для этого течение при $Re = 2.0 \times 10^5$ рассчитывалось для двух геометрических моделей: первой, у которой входная и выходная границы наклонены под углом 45° (сетка со скошенными гранями ячеек), и второй, у которой входная и выходная границы перпендикулярны оси канала (сетка с перпендикулярными гранями ячеек). В результате расхождение между значениями коэффициента ξ не превысило 0.1%, а между числами Nu составило не более 0.005%. Это позволило сделать вывод о незначительном влиянии наклона границ периодичности и скошенности ячеек на результаты расчета течения и теплообмена.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВАРИАНТНЫХ РАСЧЕТОВ

Особенности течения и теплоотдачи в оребренном канале можно наглядно показать на примере варианта, рассчитанного на сетке F при $Re = 2.0 \times 10^5$. На рис. 4 в поперечном сечении канала приведены распределения безразмерной продольной скорости $v_x = V_x/U_b$ и безразмерного модуля поперечной скорости $v_{yz} = (V_y^2 + V_z^2)^{0.5}/U_b$, где V_x, V_y и V_z – компоненты вектора скорости \mathbf{V} в декартовой системе координат. Видны на рисунке даны вниз по потоку вдоль оси x .

Можно отметить, что поле продольной скорости в оребренном канале отличается существенной неоднородностью. Если для гладкого канала при больших значениях Re превышение максимальной скорости над среднерасходной составляет около 20% [11] и с увеличением Re максимальная скорость приближается к среднерасходной, то для развитого течения в оребренном канале максимальная скорость в 1.5 раза превосходит среднерасходную (см. рис. 4, а). Как следует из распределений скоростей v_x и v_{yz} , существенный вклад в неравномерность продольной скорости вносят загромождение поперечного сечения ребрами и общая закрутка потока (см. рис. 4, б). На рис. 4 видно, что развитый поток из-за наклонных ребер приобретает сильное вращательное движение с окружной скоростью, постепенно увеличивающейся от центра сечения к периферии, где она достигает $0.6U_b$, а местами становится близкой к U_b . Стоит отметить, что закрученное ребрами течение должно служить одним из факторов интенсификации теплоотдачи.

Главный гидродинамический эффект оребрения – образование на кромке ребра, встречающей направленный вдоль оси канала поток, интенсивного вихря, который распространяется сначала в межреберном пространстве, а далее под действием общей закрутки – вдоль боковой стенки. На рис. 5 вихрь представлен в количественном (см. рис. 5, а) и схематическом (см. рис. 5, б) видах. На рис. 5, а показаны три поперечных сечения вихря, на распределениях изображено безразмерное значение завихренности $R = |\text{rot}\mathbf{V}| D_h/U_b$. На рис. 5, б линиями тока отмечены сошедший с реб-

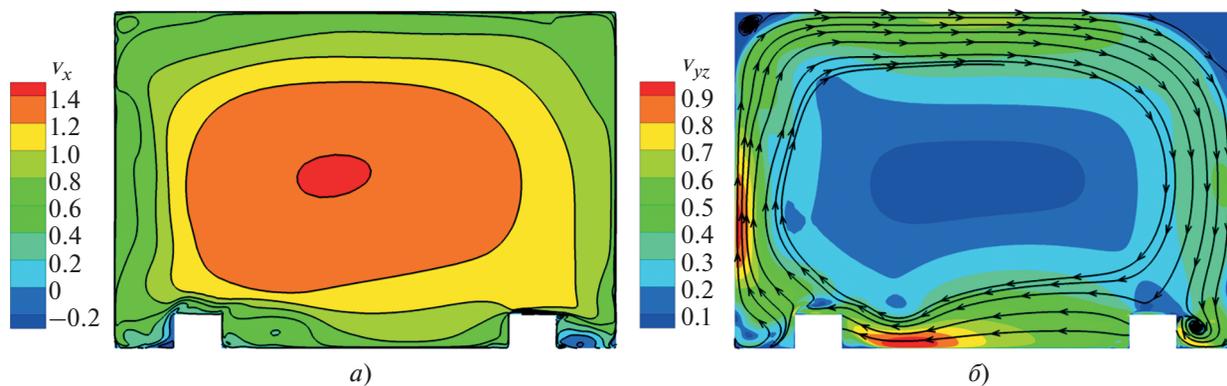


Рис. 4. Распределения скорости в поперечном сечении канала ($Re = 2.0 \times 10^5$). *a* – продольная скорость; *б* – модуль поперечной скорости и линии тока поперечного течения

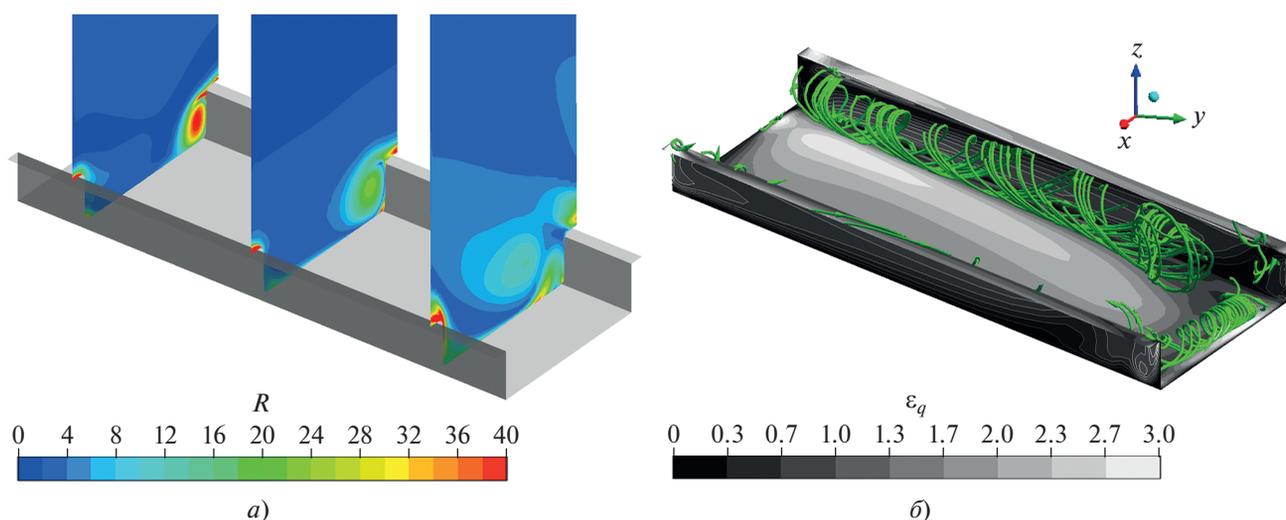


Рис. 5. Структура вихревого течения в межреберном пространстве канала ($Re = 2.0 \times 10^5$). *a* – распределение завихренности в продольных сечениях канала; *б* – линии тока для наиболее интенсивных вихрей в пространстве между ребрами и распределение коэффициента ϵ_q на стенке

ра вихрь и распределение коэффициента интенсификации теплоотдачи ϵ_q (здесь ϵ_q – отношение локального удельного теплового потока на гладкой части оребренной стенки к среднему удельному тепловому потоку на стенках гладкого канала). Также следует отметить, что еще один вихрь, схожей интенсивности, расположен между ребрами в углу, где оребренная поверхность примыкает к боковой стенке.

На рис. 6 для числа Рейнольдса, равного 2.0×10^5 , показано влияние оребрения нижней стенки канала на турбулентные характеристики (кинетическую энергию турбулентности k и коэффициент турбулентной вязкости μ_t) по сравнению с этими же параметрами для гладкого канала (k_{sm} , $\mu_{t,sm}$). Распределения локальных значений отношений k/k_{sm} и $\mu_t/\mu_{t,sm}$ представлены в плоскости попе-

речного сечения, параллельной ребрам и расположенной по середине между ребрами. Вид сечения дан так же, как и на рис. 4, – вниз по потоку вдоль оси x . Анализируя рис. 6, *a*, можно сделать вывод, что в целом уровень кинетической энергии турбулентности в оребренном канале существенно больше, чем в гладком. Самое высокое значение ($k/k_{sm} \approx 7$) кинетическая энергия турбулентности имеет в ядре закрученного течения, сформировавшегося под действием наклонных ребер (область *I*), а также там, где вихрь, образовавшийся вследствие срыва потока с ребра, вовлекается в основное закрученное течение (область *II*). Увеличение турбулентной вязкости в оребренном канале по сравнению с гладким каналом не столь значительно, как рост кинетической энергии турбулентности (см. рис. 6, *б*). Области наибольшего увеличения турбулентной

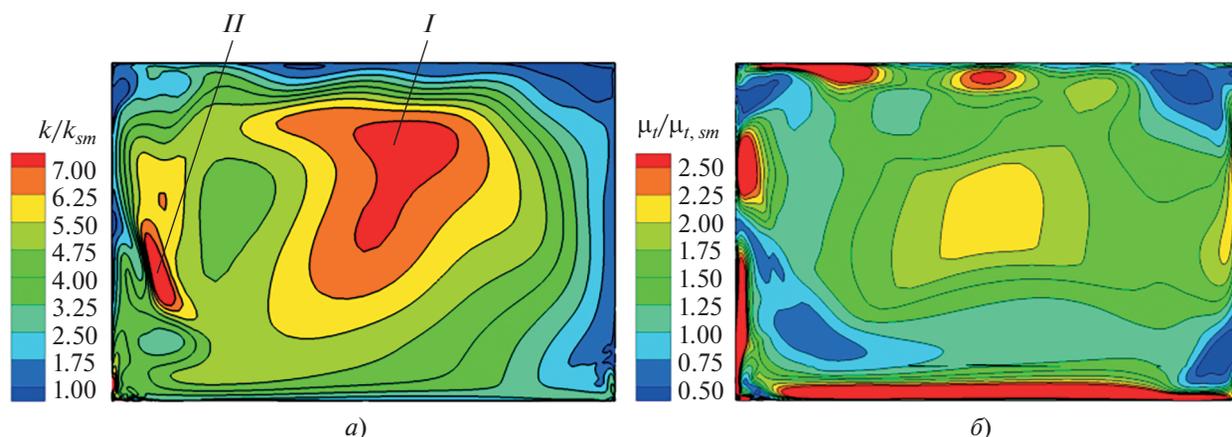


Рис. 6. Распределения локальных отношений кинетической энергии турбулентности (а) и турбулентной вязкости (б) в оребренном (k, μ_t) и гладком ($k_{sm}, \mu_{t,sm}$) каналах при $Re = 2.0 \times 10^5$

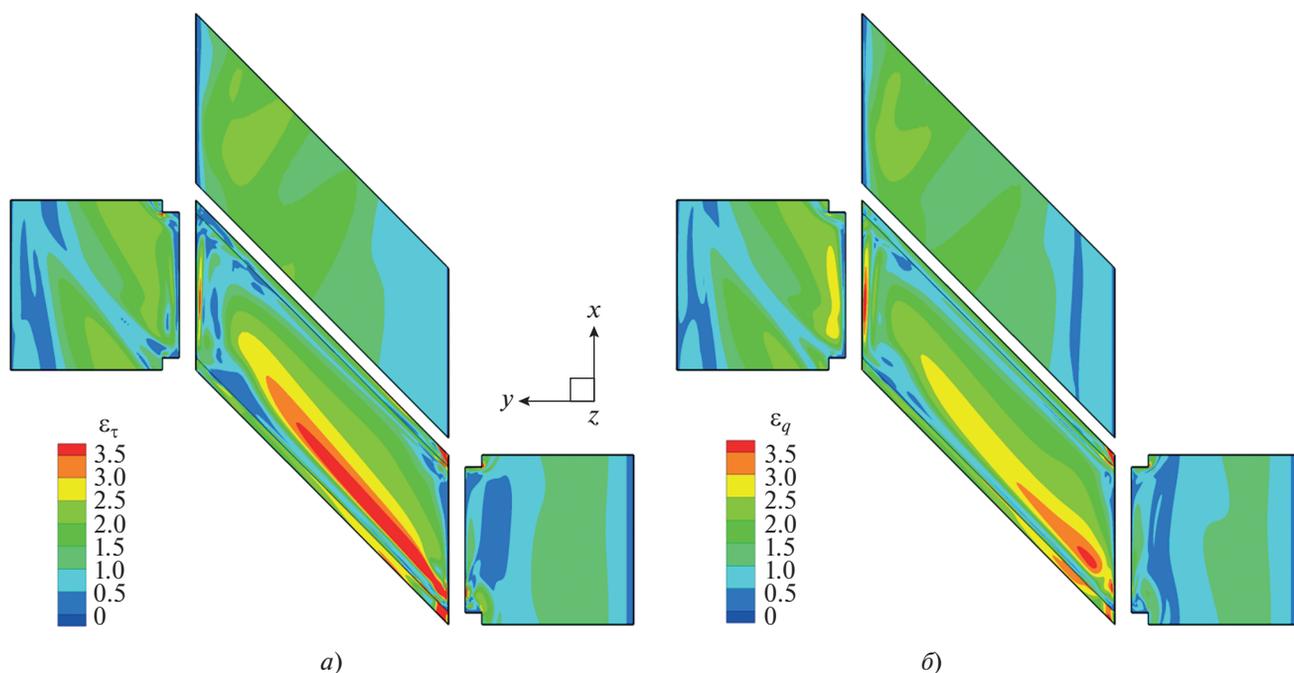


Рис. 7. Распределения коэффициентов увеличения трения ϵ_τ (а) и интенсификации теплоотдачи ϵ_q (б) на стенках канала ($Re = 2.0 \times 10^5$)

вязкости располагаются вдоль стенок, а самая протяженная область – вдоль нижней оребренной стенки. Также можно отметить двукратное возрастание турбулентной вязкости в ядре основного закрученного течения.

Распределения коэффициентов увеличения трения ϵ_τ (ϵ_τ – отношение локального напряжения трения к среднему напряжению трения в неоребренном канале) и интенсификации теплоотдачи ϵ_q по всем стенкам оребренного канала в пределах расчетной области приведены на рис. 7. Стенки изображены таким образом, что течение в

канале направлено снизу вверх. Над оребренной нижней стенкой показана гладкая верхняя стенка. Вид верхней и нижней стенок дан в направлении оси z . Распределения трения и теплоотдачи свидетельствуют о том, что вихри, изображенные линиями тока на рис. 5, б, резко увеличивают трение и теплоотдачу на нижней стенке. Влияние вихря, сошедшего с косого ребра, распространяется практически на всю гладкую межреберную поверхность, а влияние вихря, образовавшегося в углу между нижней и левой боковой стенками, ограничено узкой областью, вытянутой вдоль од-

Таблица 4. Гидравлические потери и теплоотдача в оребренном канале в сравнении с гладким каналом

$Re \times 10^{-5}$	ξ	ϵ_p	Nu	ϵ_q	ϵ_Q
0.50	0.076	3.8	149	1.5	1.6
1.00	0.071	4.1	265	1.5	1.6
1.50	0.069	4.4	371	1.5	1.6
2.00	0.068	4.6	473	1.5	1.7

ной из граней этого двугранного угла, на нижней стенке. Стоит отметить совпадение положения областей с увеличенными коэффициентом гидравлических потерь и теплоотдачей на рис. 7 с положением пристенных областей с повышенной турбулентной вязкостью на рис. 6, б.

На рис. 7, а, б видно, что основной вклад в увеличение гидравлических потерь и теплоотдачи вносит нижняя оребренная стенка канала. Обширные области с повышенными трением и теплоотдачей присутствуют также на левой боковой и верхней стенках. На правой боковой стенке заметно увеличения трения и теплоотдачи по сравнению со средними значениями в гладком канале не наблюдается. На верхней стенке слева имеются пятна, свидетельствующие о повышенных трении и теплоотдаче и возникшие вследствие пришедшего на эту стенку от нижней стенки кромоного вихря. Полученное для этого режима течения и показанное на рис. 7 общее (суммарное по всем стенкам) приблизительно двукратное возрастание трения и теплоотдачи связано с общей закруткой потока.

Интегральные параметры для рассчитанного диапазона числа Рейнольдса представлены в табл. 4, 5. В табл. 4 приведены значения коэффициента гидравлических потерь, числа Нуссельта, рассчитанного по средней плотности теплового потока на всех стенках оребренного канала, коэффициентов увеличения гидравлических потерь $\epsilon_p = \Delta p_{\text{пот}} / \Delta p_{sm} \equiv \xi / \xi_{sm}$ (Δp_{sm} – гидравлические потери в гладком канале) и интенсификации теплоотдачи $\epsilon_q = q / q_{sm} \equiv Nu / Nu_{sm}$ (q_{sm} и q – средние удельные тепловые потоки на стенках гладкого и оребренного каналов). Значения ξ_{sm} и Nu_{sm} даны в табл. 3. Коэффициент $\epsilon_Q = Q / Q_{sm}$ – отношение полных (суммарных по всем стенкам) тепловых потоков в оребренном (Q) и гладком (Q_{sm}) кана-

лах, он более значим для практических расчетов по сравнению с ϵ_q , так как учитывает дополнительный теплосъем в оребренном канале с поверхности ребра.

Видно, что коэффициент гидравлических потерь слабо зависит от числа Рейнольдса: во всем диапазоне изменения числа Re уменьшение ξ составляет около 10%, а в диапазоне от 10^5 до 2×10^5 – лишь 4%. Для всего указанного диапазона Re зависимость имеет вид

$$\xi = 0.183Re^{-0.0815}. \tag{1}$$

В работе [8] для канала с 12 ребрами и в том же диапазоне чисел Re значение ξ меняется очень слабо (в пределах ± 0.002) относительно 0.075. Очевидно, что если по Блазиусу для гладкого канала $\xi_{sm} \sim Re^{-0.25}$, то рассчитанная авторами настоящей статьи зависимость ξ для оребренного канала приводит к заметному росту коэффициента $\epsilon_p = \xi / \xi_{sm}$ с увеличением числа Рейнольдса (см. табл. 4). В исследованном диапазоне значений числа Re коэффициент ϵ_p возрос на 21%. В целом, можно заключить, что для данного диапазона изменение потерь давления ($\Delta p_{\text{пот}} \sim U_b^{1.92}$) в оребренном канале не сильно отличается от квадратичного закона, характерного для шероховатых каналов и местных сопротивлений.

Значения числа Нуссельта для оребренного канала в условиях развитого течения и стабилизированной теплоотдачи, представленные в табл. 4, хорошо аппроксимируются формулой

$$Nu = 0.0182Re^{0.833}. \tag{2}$$

Стоит еще раз упомянуть, что формула (2) справедлива для числа Прандтля, равного 0.7. Из данных табл. 4 следует, что оребрение одной стенки канала приводит в среднем к четырехкратному увеличению потерь давления и лишь к полуторакратной интенсификации теплоотдачи. Значение коэффициента ϵ_q оказалось практически постоянным – его рост составил 4.8%. С увеличением числа Re слабо меняется и ϵ_Q – прирост составил 5.1%. Вклад теплосъема с поверхности ребра в интенсификацию теплоотдачи можно оценить отношением ϵ_Q / ϵ_q , которое находится в диапазоне 1.074–1.078.

Таблица 5. Теплоотдача на оребренной стенке в сравнении с гладким каналом

$Re \times 10^{-5}$	ϵ_{Qr}	Nu_{rw}	ϵ_{q1}	ϵ_{q2}
0.50	2.19	185	1.81	1.77
1.00	2.16	314	1.78	1.76
1.50	2.17	435	1.78	1.77
2.00	2.17	550	1.79	1.79

Изменение коэффициента гидравлических потерь и числа Нуссельта с ростом числа Re обусловлено влиянием сравнимых между собой потерь на трение и “вихревых” потерь, тогда как число Нуссельта зависит от толщины пристенных слоев, т.е. должно коррелировать с трением на стенке. Обработка результатов расчета показала, что доля потери давления на трение в полной потере давления уменьшается от 38% при $Re = 5 \times 10^4$ до 27% при $Re = 2 \times 10^5$. При этом коэффициент аналогии Рейнольдса $2St/C_f$ остается близким к единице, меняясь от 0.9 до 1.1. Здесь число Стэнтона $St = Nu/(Re Pr)$ и коэффициент трения $C_f = 2\tau_w/(\rho U_b^2)$ определены по средним значениям плотности теплового потока и напряжения трения τ_w для всех стенок оребренного канала.

В некоторых практических приложениях, в частности для каналов систем охлаждения лопаток газовых турбин, важным оказывается не общая интенсификация теплообмена, а интенсификация на оребренной стенке, которую надо охлаждать в первую очередь, так как она омывается снаружи горячим потоком. Это же относится и к солнечным воздухонагревателям, в которых также с помощью ребер стремятся увеличить теплоотдачу на стенке, наружная поверхность которой поглощает солнечную радиацию.

В табл. 5 собраны данные о теплоотдаче и интенсификации теплоотдачи на оребренной стенке. Число Нуссельта на оребренной стенке, определенное как $Nu_{rw} = (Q_{rw}/S_{rw})(D_h/\lambda)$, удовлетворяет следующей зависимости от числа Рейнольдса при $Pr = 0.7$:

$$Nu_{rw} = 0.038 Re^{0.785}. \quad (3)$$

Формулы (1)–(3) дают значения параметров с погрешностью, не превышающей 1% по сравнению с данными, полученными при численном решении.

Коэффициент $\epsilon_{Q_r} = Q_{Q_r}/Q_{S_w}$ представляет собой отношение теплового потока Q_{Q_r} на оребренной стенке к тепловому потоку Q_{S_w} на стенке гладкого канала. Видно, что его значения существенно превосходят значения коэффициента ϵ_Q в табл. 4, отражающего увеличение теплового потока для оребренного канала в целом. Также стоит отметить высокую степень постоянства ϵ_{Q_r} при изменении числа Re (см. табл. 5). Это означает, что интенсифицированная теплоотдача на оребренной стенке изменяется вслед за числом Re по такому же закону, что и в гладком канале, но при меньшей толщине пристенного слоя. Сокращение же толщины пристенного слоя происходит из-за “смыывающего” действия вихрей, сформировавшихся в межреберном пространстве. На

аналогию теплоотдачи в оребренном канале с теплоотдачей, характерной для гладких каналов и турбулентного пограничного слоя, указывает показатель степени числа Re в формулах (2) и (3), значение которого близко к 0.8.

Коэффициенты ϵ_{q_1} (эквивалентно равный Nu_{rw}/Nu_{sw}) и ϵ_{q_2} представляют собой отношения удельных тепловых потоков, в которых знаменатель – средний удельный тепловой поток на стенках гладкого канала. Числителем для ϵ_{q_1} является средний удельный тепловой поток на оребренной стенке, включая поверхность ребер, а для ϵ_{q_2} – средний удельный тепловой поток на гладкой части оребренной стенки. Значения коэффициента ϵ_{q_2} можно сравнить с данными, приведенными в [8]. В этой работе получено, что при изменении числа Re от 1.2×10^5 до 1.8×10^5 коэффициент интенсификации теплоотдачи ϵ_{q_2} на гладкой части оребренной стенки уменьшается от 1.74 до 1.60. Такая тенденция ослабления интенсификации теплообмена в оребренных каналах с ростом числа Рейнольдса отмечается и в других исследованиях, например в [4].

ВЫВОДЫ

1. В диапазоне значений критериев Рейнольдса $Re = (0.5–2.0) \times 10^5$ и Прандтля $Pr = 0.7$ получены точные, сошедшиеся по сетке численные решения задачи о развитом, пространственно периодическом турбулентном течении и стабилизированном теплообмене в канале прямоугольного сечения с одной оребренной стенкой.

2. Выведены и проанализированы аналитические зависимости, позволяющие рассчитывать потери давления и теплоотдачу при $Pr = 0.7$ в исследованном диапазоне значений числа Рейнольдса. Результаты решения, не зависящие от входных и выходных условий, сопоставлены с экспериментальными данными [8], определенными для того же диапазона значений критериев Re и Pr в канале, состоящем из входного и выходного участков и 12 межреберных секций, аналогичных рассчитанной секции. Совпадение результатов можно считать удовлетворительным, если учитывать разницу граничных условий в расчетах и лабораторном эксперименте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Shih T., Yang V.** Turbine aerodynamics, heat transfer, materials, and mechanics // Progress in Astronautics and Aeronautics. V. 243. Atlanta, Georgia, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014.
<https://doi.org/10.2514/4.102660>

2. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1972.
3. Alsaleem S.M., Wright L.M., Han J.-C. Effect of the number of ribbed walls on the thermal performance in rectangular channels with 45-deg parallel or criss-cross ribs // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2023. V. 207. P. 123982.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.123982>
4. Han J.-C., Dutta S., Ekkad S. Gas turbine heat transfer and cooling technology. CRC Press, 2013.
5. Rallabandi A.P., Alkhamis N., Han J.-C. Heat transfer and pressure drop measurements for a square channel with 45 deg round-edged ribs at high Reynolds numbers // *J. Turbomach.* 2011. V. 133. Is. 3. P. 031019.
<https://doi.org/10.1115/1.4001243>
6. On flow structure, heat transfer and pressure drop in varying aspect ratio two-pass rectangular channel with ribs at 45° / W. Siddique, I.V. Shevchuk, L. El-Gabry, N.B. Hushmandi, T.H. Fransson // *Heat Mass Transfer*. 2013. V. 49. P. 679–694.
<https://doi.org/10.1007/s00231-013-1111-5>
7. Baybuzenko I. Local heat transfer and friction measurements in ribbed channel at high Reynolds numbers // *Proc. of the ASME Turbo Expo 2021: Turbomachinery Technical Conf. and Exposition*. 7–11 June 2021. Virtual, online.
<https://doi.org/10.1115/GT2021-00259>
8. Байбузенко И.Н. Совершенствование воздушно-конвективных систем охлаждения лопаток турбин с внутриканальным оребрением для энергетических газотурбинных установок большой мощности: дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019.
9. Dwivedi M.K., Choudhary M. Effect of various rib geometries on the heat transfer and friction characteristics of solar air heater: A review // *Mater. Today: Proc.* 2022. V. 63. P. 272–282.
<https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.03.072>
10. Patankar S.V., Liu C.H., Sparrow E.M. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area // *J. Heat Transfer*. 1977. V. 99. Is. 2. P. 180–186.
<https://doi.org/10.1115/1.3450666>
11. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2 т. Т. 1 / пер. с англ. М.: Мир, 1991.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд. М.: Дрофа, 2003.
13. Петухов Б.С., Кириллов В.В. К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах // *Теплоэнергетика*. 1958. № 4. С. 63–68.

Numerical Investigation of a Developed Turbulent Flow and Heat Transfer in a Rectangular Channel with Single-Sided Internal Ribs

V. V. Ris^{a, *}, S. A. Galaev^a, A. M. Levchenya^a, and I. B. Pisarevskii^a

^a*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, 195251 Russia*

^{*}*e-mail: vvris@yandex.ru*

Abstract—The problem of a fully developed turbulent flow and developed heat transfer was solved numerically at a Reynolds number ranging from 5×10^4 to 2×10^5 for a spatially periodic model of a one-sided ribbed channel as a prototype of the flow path of an internal convective cooling system for a gas turbine blade. The flow and heat transfer were investigated at the Prandtl number of 0.7. The channel has a rectangular cross-section with an aspect ratio of 1.5. Square ribs with a 10% rib-to-channel height ratio are installed on one of the wide channel walls at an angle of 45° to the longitudinal axis of the channel. To quantify the effect of ribs on the flow and heat transfer, the integral parameters, such as hydraulic resistance factor and Nusselt number determined from the grid-converged solutions, are compared with the integral parameters for a fully developed flow and heat transfer in a smooth channel predicted by the same numerical method. The results of numerical simulation for the ribbed channel are also compared with published experimental data obtained under partly similar conditions. The predicted hydraulic resistance factor agrees well with the experiment. The predicted heat transfer agrees with the experiment within 11%, but the trends in heat transfer with increasing Reynolds number obtained using numerical and physical simulation are different. This difference may be caused by the fact that fully developed heat transfer could not be attained in the short experimental channel. Analytical power-law dependences on the Reynolds number are obtained for the hydraulic resistance factor and the Nusselt number pertaining to all channel walls and only to the ribbed wall. It is pointed out that the hydraulic resistance factor depends weakly on the Reynolds number, which is typical for local resistances, and the dependences for Nusselt numbers corrected for the specifics of the problem are close to the dependences for near-wall layers and flows in smooth channels.

Keywords: cooled blade, channel, internal rib-roughened surface, turbulent flow, hydraulic losses, hydraulic resistance factor, heat-transfer enhancement, numerical simulation, quasistructured grids