ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА, 2024, № 4, с. 71–81

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН, СВОЙСТВА РАБОЧИХ ТЕЛ И МАТЕРИАЛОВ

ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ПЛЕНОЧНОМ ТЕЧЕНИИ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. П. Солодов*

Национальный исследовательский университет “Московский энергетический институт”, Красноказарменная ул., д. 14, Москва, 111250 Россия

**e-mail: solodovap@mpei.ru*

Поступила в редакцию 10.08.2023 г.
После доработки 04.10.2023 г.
Принята к публикации 01.11.2023 г.

Методом численного моделирования решена задача трения и теплообмена при пленочных ламинарных, переходных и турбулентных течениях вдоль твердых проницаемых поверхностей. Используется современная версия модели турбулентности Колмогорова – Прандтля с одним дифференциальным уравнением сохранения (уравнением турбулентной энергии), чтобы получить компактное математическое описание, ориентированное на инженерные приложения в энергетике и других теплотехнологиях. Математическая модель представлена системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для распределений по толщине пленки скорости течения, напряжений трения, температуры, турбулентной энергии и плотности потока. Обсуждена проблема сингулярности математического описания на твердой стенке. Получены актуальные интегральные гидродинамические и тепловые характеристики пленочных течений, такие как число Рейнольдса пленки и число Стантона. Установлены актуальные для инженерных приложений функциональные зависимости между безразмерными параметрами, в том числе для специальных режимов пленочных течений с рециркуляцией и поперечным потоком массы на проницаемых конструкционных поверхностях. Числа Рейнольдса пленки и Стантона определены как функции безразмерных параметров, при которых задаются относительные значения толщины пленки, действующих сил и поперечного потока массы. Полученные зависимости могут применяться при конструировании и оптимизации конденсационных и парогенерирующих устройств в энергетике, создании установок испарительного охлаждения высоконапряженных элементов конструкций в газотурбинной и ракетной технике, моделировании гидравлической шероховатости, в технологиях тонкопленочных материалов.

Ключевые слова: теплообмен, гидродинамика, пленочные течения, турбулентные пленочные течения, модель турбулентности Колмогорова – Прандтля, проницаемая поверхность, пористая поверхность, поперечный поток массы

DOI: 10.56304/S0040363624040064

Термин “пленочное” течение принят для представления одномерного стабилизированного течения в слое жидкости толщиной δ вдоль твердой (вообще говоря, проницаемой, пористой) поверхности. Скорость и температура существенно переменны по нормали к стенке (по оси y в дальнейших формулировках), в то время как продольные (вдоль оси x) изменения весьма малы и могут быть учтены в рамках *интегральных* моделей, как для пограничных слоев.

Инженерные приложения пленочных течений весьма актуальны в энергетике и других теплотехнологиях. Прежде всего это конденсационные и испарительные установки различного назначения. Применяемые в настоящее время методы расчета базируются на классических решениях для предельных режимов гравитационной или сдвиговой, ламинарной или турбулентной пленки, в то время как на практике всегда актуальны различные сочетания действующих факторов и режимов [1, 2]. С помощью предложенной расчетной модели решается проблема обобщенного представления локальных характеристик пленочных течений. Актуальны результаты численного моделирования в области ламинарно-турбулентного перехода, полученные с учетом возможных сильных деформаций профиля основного течения при различных воздействиях, включая эффекты вдува/отсоса на проницаемых поверхностях.

Значительные проблемы вызывают сложные режимы пленочных течений с *рециркуляцией* – возвратным течением под действием разнонаправленных сил (трения на поверхности, гравитации, давления). Такое сочетание сил естественно для пленочных испарителей со стекающей пленкой жидкости и подъемным движением парового потока, а также для парогенератора АЭС, работающего в конденсационном режиме в системе пассивного отвода тепла при гипотетической аварии с потенциальной опасностью возникновения "захлебывания" ("flooding") [3].

Возможными приложениями могут стать разработка способов устранения гидравлической шероховатости технических поверхностей, технологии создания тонкопленочных материалов или, например, в области больших линейных масштабов, моделирование некоторых природных катастрофических явлений, таких как селевые потоки и сходы лавин.

Математическое описание представлено системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для распределений по толщине пленки турбулентной энергии, плотности потока турбулентной энергии, скорости течения, напряжений трения, температуры. Моделируются явления ламинарно-турбулентного перехода, особые режимы с рециркуляцией в пленочных течениях с учетом значительных поперечных потоков массы при проницаемых границах раздела.

Выведены функциональные соотношения между интегральными характеристиками пленочных течений. Число Рейнольдса пленки и число Стантона определены как функции безразмерных параметров, с помощью которых задаются относительные значения толщины пленки, действующих сил и поперечного потока массы.

Представленная модель с уравнением турбулентной энергии перспективна для анализа феномена возмущений на межфазной границе раздела [4]. Возможны расширения модели для учета сильной переменности теплофизических свойств в специальных областях термодинамического состояния, представления более широкого круга обобщенных течений Куэтта – Пуазейля.

Центральное место в математическом описании занимает модель турбулентности Колмогорова – Прандтля с одним дифференциальным уравнением сохранения для турбулентной энергии (в низкорейнольдсовой версии, с необходимыми корректировками для слабой турбулентности в пристенной области [5]). Для задачи с точно определенным единственным линейным масштабом (толщиной пленки δ) указанная формулировка дает адекватное представление турбулентности. В результате получены компактное математическое описание, программная и компьютерная реализация, которые соответствуют сложности рассматриваемого феномена и ориентированы на инженерные приложения.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка определяет распределения по толщине пленки турбулентной энергии (и коэффициентов турбулентного переноса), скорости течения, температуры. Формулировки безразмерных величин представлены в традиционных "переменных стенки" с динамической скоростью ("скоростью трения") в качестве характерного масштаба.

С помощью специальных процедур численного интегрирования можно эффективно решить нелинейную систему дифференциальных уравнений со свойством сингулярности в начале координат. Распределения характерных величин по толщине пленки демонстрируют весьма сложные структуры пленочных течений при вариациях определяющих параметров.

Таким образом, формулируется и решается задача обобщенного представления гидродинамики и теплообмена пленочных течений для ламинарного, турбулентного и переходного режимов течения при различных сочетаниях эффектов трения на межфазной поверхности, гравитации и продольного градиента давления с учетом поперечного потока массы через проницаемые поверхности.

ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН ПЛЕНОЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ

В одномерной модели тонкой пленки (рис. 1) предполагается установившееся плоское течение (вдоль продольной оси x) под действием:

сдвиговых (касательных) напряжений $\tau(y)$, где y – нормальная к стенке координата;

продольного градиента давления $p'_{\infty}(x)$ (заданного во внешнем потоке);

архимедовой силы $(\rho - \rho_{\infty})\, g_x$, где ρ, ρ_{∞} – соответственно плотность теплоносителя в пленке и во внешней среде; g_x – проекция силы тяжести на направление течения, так что суммарная действу-

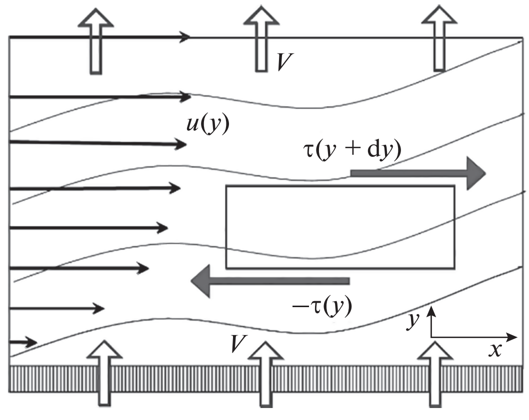

Рис. 1. Схема потока

ющая сила f_x составит $f_x = -p'_\infty(x) + (\rho - \rho_\infty) g_x$, Н/м^3 (величина g_x может включать эффект ускоренного движения системы в целом);

поперечного потока продольного импульса $\rho v u(y)$, где v — постоянная по толщине пленки поперечная составляющая скорости (скорость вдува/отсоса на проницаемых поверхностях раздела); $u(y)$ — продольная составляющая скорости как функция расстояния от стенки.

Разность поперечных потоков продольного импульса $[\rho v u(y),\ v = \text{const}]$ через границы $(y, y + \mathrm{d}y)$ дифференциально малого контрольного объема, эффекты трения $\tau(y)$ на этих границах, суммарное действие (действующая сила f_x) гравитации и градиента внешнего давления уравновешиваются следующим образом в соответствии с законом сохранения импульса:

$$\rho v \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\tau(y) + f_x, \quad v = \text{const}, \tag{1}$$

где

$$f_x \equiv -p'_\infty(x) + (\rho - \rho_\infty) g_x;$$
$$\tau(y) = [\mu + \mu_\text{т}(y)]\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y};$$

μ, $\mu_\text{т}$ — молекулярная и турбулентная вязкость соответственно.

Уравнение движения (1) представляется как система обыкновенных дифференциальных уравнений для скорости потока и напряжения трения

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y} u(y) = \dfrac{\tau(y)}{\mu + \mu_m(y)}; \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\tau(y) = \rho v \dfrac{\tau(y)}{\mu + \mu_\text{т}(y)} - f_x \end{cases} \tag{2}$$

или в безразмерной форме в принятых далее “динамических” переменных (или “переменных стенки”) с напряжением трения на стенке $\tau_w > 0$ и динамической скоростью u_τ $\left(u_\tau = \sqrt{\tau_\text{w}/\rho}\right)$ как характерными масштабами

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\,Tens(Y)}{\mathrm{d}Y} = -F_x + V\dfrac{Tens(Y)}{1 + N_\text{т}(Y)}; \\ \dfrac{\mathrm{d}U(Y)}{\mathrm{d}Y} = \dfrac{Tens(Y)}{1 + N_\text{т}(Y)}, \end{cases} \tag{3}$$

где

$$\begin{cases} Tens(Y) \equiv \dfrac{\tau(y)}{\tau_w}; \quad Y \equiv \dfrac{u_\tau y}{\nu}; \quad F_x \equiv \dfrac{f_x}{\left(\dfrac{u_\tau \tau_w}{\nu}\right)}; \\ V = \dfrac{v}{u_\tau}; \quad U = \dfrac{u}{u_\tau}; \quad D \equiv \dfrac{u_\tau \delta}{\nu}; \quad N_\text{т} \equiv \dfrac{\nu_\text{т}}{\nu}; \\ Tens(D) \equiv \dfrac{\tau(y = \delta)}{\tau_w} \equiv \dfrac{\tau_s}{\tau_w} \equiv R_{sw}; \\ Tens(0) \equiv \dfrac{\tau(y = 0)}{\tau_w} \equiv \dfrac{\tau_w}{\tau_w} \equiv 1; \end{cases} \tag{4}$$

ν, $\nu_\text{т}$ — кинематическая и турбулентная кинематическая вязкость соответственно; τ_s — трение на внешней границе; V — безразмерный параметр вдува/отсоса; U — безразмерная скорость; D — безразмерная толщина пленки; $N_\text{т}$ (Y) — относительное значение турбулентной вязкости; переменная $Tens(Y)$ — относительное значение напряжения трения.

При интерпретации результатов вычислений удобно полагать, что трение на стенке τ_w фиксировано (как характерный масштаб) и варьируются трение на внешней границе τ_s и толщина пленки δ. Результатом будут распределения скорости и температуры по толщине пленки, а также интегральные характеристики (расход жидкости в пленке, тепловая проводимость пленки).

Распределение скоростей непосредственно у стенки (при $Y \to 0$) в принятой системе безразмерных переменных выглядит универсальным: $U(0) = 0$, $U'(0) = 1$, $Tens(0) = 1$. Трение на внешней границе $Tens(Y{=}D)$ определяет характерный внутренний параметр R_{sw} как соотношение напряжений трения на внешней границе течения и на стенке. Для непроницаемых поверхностей $R_{sw} = 0$ соответствует пленочному течению со свободной поверхностью (или половине стабилизированного течения в канале), $R_{sw} = 1$ определяет сдвиговую пленку с постоянным по сечению напряжением трения. Большие положительные значения характерны для течений с противодавлением, отрицательные значения — для течений с рециркуляцией (обратным течением по некоторой части сечения потока). Существенны следующие определения и соотношения для безразмерных параметров:

$$\begin{cases} VU_D = F_x D + R_{sw} - 1; \\ \mathrm{Re}_f \equiv \dfrac{\overline{u}\delta}{\nu} = \dfrac{1}{\nu}\displaystyle\int_0^\delta u(y)\,\mathrm{d}y = \int_0^D U(Y)\,\mathrm{d}Y, \end{cases} \tag{5}$$

где U_D — безразмерная скорость на поверхности пленки; Re_f — число Рейнольдса пленки; $\overline{u}$ — средняя скорость в пленке.

Предполагая отсутствие внутренних источников тепла в пленке, *уравнение энергии* представляют как условие постоянства поперечного (нормального к стенке) потока энтальпии, обусловленного переносом, с поперечным потоком массы и теплопроводностью (молекулярной и турбулентной):

$$v\rho c_p\vartheta - (\lambda + \lambda_т)\frac{d\vartheta}{dy} = -\lambda\left.\frac{d\vartheta}{dy}\right|_{y=0} \equiv q_w; \quad \vartheta \equiv t - t_w,$$

где избыточная температура в пленке ϑ отсчитывается от характерного значения на стенке t_w; t – температура в пленке; c_p – удельная теплоемкость; q_w – плотность теплового потока на стенке; λ, $\lambda_т$ –молекулярная и турбулентная теплопроводность пленки соответственно.

В безразмерном представлении с использованием плотности теплового потока на стенке q_w при определении характерного масштаба для разности температур уравнение энергии будет иметь следующий вид:

$$\frac{dTeta}{dY} = \frac{VTeta - 1}{\frac{1}{\Pr} + N_т(Y)}; \quad Teta \equiv \frac{\vartheta}{q_w/(\rho c_p u_\tau)}; \quad Teta \le 0; \quad Teta_{Y=0} = 0, \tag{6}$$

где *Teta* – безразмерная избыточная температура; Pr – число Прандтля.

Число Стантона St как мера интенсивности теплопереноса вычисляется через перепад температур:

$$Teta_{Y=D} \equiv \frac{t_s - t_w}{\vartheta_{mas}} \equiv \frac{t_s - t_w}{q_w/(\rho c_p u_\tau)} \equiv -\frac{1}{\mathrm{St}}, \tag{7}$$

где t_s – температура поверхности пленки; ϑ_{mas} – характерный масштаб для разности температур, определенный через значение плотности теплового потока на стенке.

Адекватным описанием турбулентности для рассматриваемой задачи с точно определенным единственным линейным масштабом (толщиной пленки δ) может быть модель с одним дифференциальным уравнением для турбулентной энергии k единичной массы жидкости (модель Колмогорова – Прандтля). В современной модификации [5] с необходимыми корректировками для слабой турбулентности в пристенной области низкорейнольдсова *kl*-модель может быть представлена следующими соотношениями (для одномерной стационарной задачи с поперечным потоком массы):

$$\begin{cases} \vartheta\dfrac{dk}{dy} = \nu_т\left(\dfrac{du}{dy}\right)^2 - \left(C_D f_\mu \dfrac{k^{3/2}}{l_{mix}} + 2\nu\dfrac{k}{y^2}\right) + \\ + \dfrac{d}{dy}\left[\left(\nu + \dfrac{\nu_т}{\Pr_т}\right)\dfrac{dk}{dy}\right]; \\ \nu_т = C_\mu f_\mu l_{mix}\sqrt{k}; \quad \mathrm{Re}_т \equiv \dfrac{l_{mix}\sqrt{k}}{\nu}; \\ f_\mu = 1 - \exp(-0.029\,\mathrm{Re}_т); \\ l_{mix} = \min(\kappa y, \lambda\delta); \quad C_\mu = 0.09^{1/4}; \quad C_D = 0.09^{3/4}; \\ \Pr_т = 1; \quad \kappa = 0.41; \quad \lambda = 0.085, \end{cases} \tag{8}$$

или в безразмерном виде

$$\begin{cases} V\dfrac{dK}{dY} = N_т\left(\dfrac{dU}{dY}\right)^2 - \left(C_D f_\mu \dfrac{K^{3/2}}{L_{mix}} + 2\dfrac{K}{Y^2}\right) - \\ - \dfrac{d}{dY}\left[\underbrace{-(1 + N_т)\dfrac{dK}{dY}}_{J_K}\right]; \\ Y \equiv \dfrac{yu_\tau}{\nu}; \quad U \equiv \dfrac{u}{u_\tau}; \quad K \equiv \dfrac{k}{u_\tau^2}; \quad D \equiv \delta\dfrac{u_\tau}{\nu}; \\ L_{mix} \equiv l_{mix}\dfrac{u_\tau}{\nu}; \quad L_{mix} = \min(\kappa Y, \lambda D); \\ \mathrm{Re}_т = L_{mix}\sqrt{K}; \quad N_т \equiv \dfrac{\nu_т}{\nu} = C_\mu f_\mu L_{mix}\sqrt{K}; \\ f_\mu = 1 - \exp(-0.029\,\mathrm{Re}_т). \end{cases} \tag{9}$$

В принятой далее форме представления модели как системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка уравнение турбулентной энергии (9) записывают следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{dK}{dY} = -\dfrac{J_K}{1 + N_т}; \\ \dfrac{dJ_K}{dY} = N_т\left(\dfrac{\partial U}{\partial Y}\right)^2 - \left(C_D f_\mu \dfrac{K^{3/2}}{L_{mix}} + 2\dfrac{K}{Y^2}\right) + V\dfrac{J_K}{1 + N_т}, \end{cases} \tag{10}$$

где K, J_K – безразмерные значения турбулентной энергии и диффузионного потока турбулентной энергии.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Дифференциальные уравнения (3), (6), (10) составляют математическую модель гидродинамики и теплообмена пленочных течений в форме нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) относительно безразмерных значений скорости U, напряжений трения *Tens*, турбулентной энергии K, плотности диффузионного потока турбулентной энергии J_K

и избыточной (по отношению к стенке) температуры *Teta*:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}Y}=\dfrac{Tens}{1+N_{\text{т}}(Y,K)};\\ \dfrac{\mathrm{d}Tens}{\mathrm{d}Y}=-F_x+V\dfrac{Tens}{1+N_{\text{т}}(Y,K)};\\ \dfrac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}Y}=-\dfrac{J_K}{1+N_{\text{т}}(Y,K)};\\ \dfrac{\mathrm{d}J_K}{\mathrm{d}Y}=N_{\text{т}}(Y,K)\left(\dfrac{\partial U}{\partial Y}\right)^2-\\ -\left(C_D f_{\mu}\dfrac{K^{3/2}}{L_{mix}}+2\dfrac{K}{Y^2}\right)+V\dfrac{J_K}{1+N_{\text{т}}(Y,K)};\\ \dfrac{\mathrm{d}Teta}{\mathrm{d}Y}=\dfrac{VTeta-1}{\dfrac{1}{\mathrm{Pr}}+N_{\text{т}}(Y,K)}.\end{cases} \quad (11)$$

Система (11) решается далее численным методом при нулевых условиях на стенке для скорости, избыточной температуры, турбулентной энергии. Эта процедура осложняется наличием *особой точки* (сингулярности) системы ОДУ на твердой поверхности при $Y = 0$ (см. уравнение для плотности потока турбулентной энергии J_K). Асимптотические разложения предполагаемых решений системы (11) вблизи стенки ($Y \to 0$) приводят к следующим предельным выражениям для турбулентной энергии и ее диффузионного потока:

$$K(Y)\approx C_K Y^2;\;\; J_K(Y)\approx -2C_K Y, \quad (12)$$

где C_K — неопределенная константа.

Для фиксации C_K требуется дополнительное условие, в качестве которого принимали разумное предположение о нулевом потоке J_K на внешней границе ($Y = D$).

Необходимое разрешение вблизи стенки (в окрестности сингулярности) обеспечивалось разбиением полного интервала интегрирования ($0 \le Y \le D$) на две части: ($0 \le Y \le Y_w$) и ($Y_w \le Y \le D$). Граница $Y_w = 3$ обеспечивала приемлемые, еще относительно малые значения турбулентной вязкости $N_{\text{т}}$ в *пристенной* области ($0 \le Y \le Y_w$), где применялась стандартная процедура численного интегрирования *частной* системы уравнений для переменных (U, $Tens$, $Teta$) и где величины K и J_K (и, соответственно, значения турбулентного коэффициента переноса $N_{\text{т}}$) определялись приведенными ранее *асимптотическими* выражениями (12).

В основной области ($Y_w \le Y \le D$) производили решение для *полной* формулировки ОДУ (11) с использованием специального алгоритма численного интегрирования системы с *неопределенным* коэффициентом C_K [см. (12)]. Такой алгоритм обеспечил эффективное решение сложной задачи с быстро меняющимися функциями, как это видно на приводимых далее графических иллюстрациях. Следует подчеркнуть, что коэффициент C_K, задающий изменение характеристик турбулентности в непосредственной близости от твердой стенки, не является универсальной константой, вариации особенно значительны (по порядку величины) для проницаемых стенок, т.е. задач со вдувом/отсосом. Уместно отметить, что численная реализация не требует каких-либо дополнительных предположений о характере пристенной турбулентности, кроме заложенных непосредственно в формулировках принятой модели [6], и проблема сингулярности разрешается посредством стандартных математических процедур.

Представленный алгоритм обеспечивал эффективный расчет во всем диапазоне определяющих параметров, от ламинарных течений до развитых турбулентных потоков, с сильными изменениями величин в непосредственной близости от стенки. Полезным свойством модели (11) является следующая простая аналитическая форма представления при ламинарном режиме (использованная также для тестирования компьютерной программы):

$$\begin{cases}U_{lam}(Y)=\dfrac{F_x}{V}Y+\left(1-\dfrac{F_x}{V}\right)\dfrac{1}{V}[\exp(VY)-1];\\ Teta_{lam}(Y)=\dfrac{1-\exp(V\,\mathrm{Pr}\,Y)}{V}.\end{cases} \quad (13)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА: РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО СЕЧЕНИЮ ПОТОКА

Численное интегрирование системы ОДУ (11) дает распределения по поперечной координате Y скорости U, температуры $Teta$, турбулентной энергии K и плотности потока турбулентной энергии J_K, а также коэффициента турбулентного переноса $N_{\text{т}}$. Эти распределения представлены далее для некоторых характерных конфигураций пленочных течений, управляемых параметрами V, F_x, D, включая специальные режимы с рециркуляцией (обратным течением по части поперечного сечения потока).

Следует отметить, что пленочное течение вдоль *непроницаемой* стенки ($V = 0$) с нулевым трением на внешней границе ($R_{sw} = 0$) идентично обобщенному течению Пуазейля, для которого известны результаты DNS-моделирования [7]. Было получено [8] удовлетворительное согласование результатов вычислений по принятой феноменологической *kl*-модели турбулентности с данными прямого численного моделирования (DNS), включая сложную область ламинарно-турбулентного перехода, где эффекты молекулярного и турбулентного переноса соизмеримы.

Далее представлено широкое разнообразие форм течения при вариациях толщины пленки D,

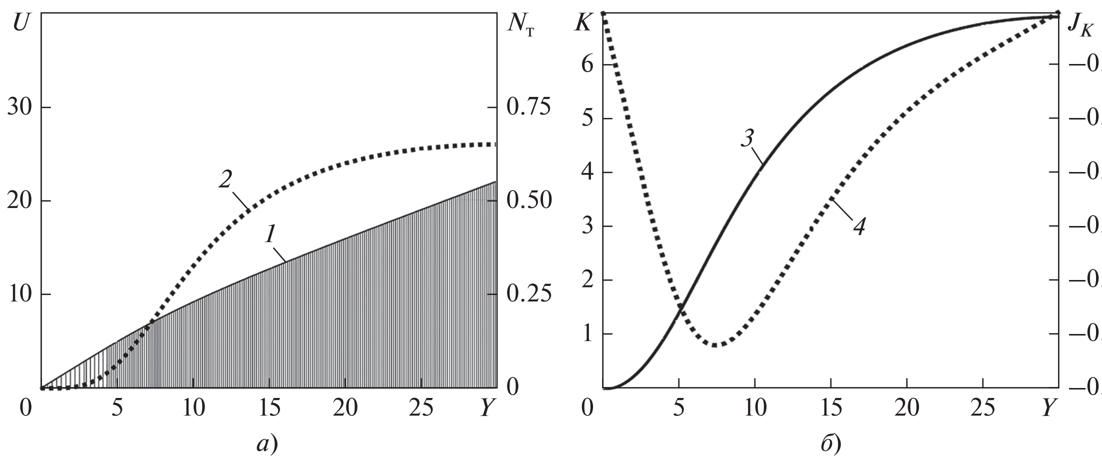

Рис. 2. Распределение скорости U (*1*) и турбулентной вязкости $N_т$ (*2*) (*а*), турбулентной энергии K (*3*) и плотности потока турбулентной энергии J_K (*4*) (*б*) по толщине пленки при течении вдоль непроницаемой поверхности

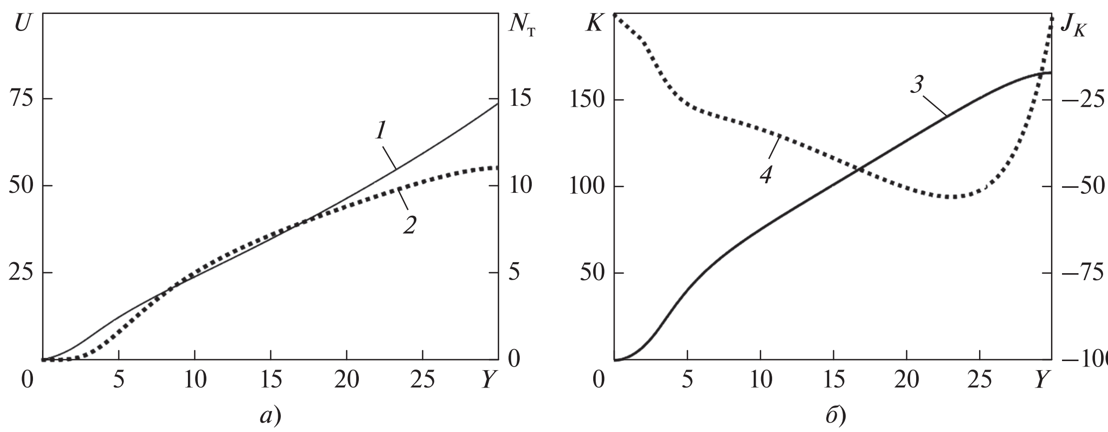

Рис. 3. Распределение скорости U (*1*) и турбулентной вязкости $N_т$ (*2*) (*а*), турбулентной энергии K (*3*) и плотности потока турбулентной энергии J_K (*4*) (*б*) по толщине пленки при течении вдоль проницаемой поверхности с вдувом ($V = 0.5$)

действующих сил F_x, поперечного потока массы (скорости вдува/отсоса V). Распределения турбулентной энергии $K(Y)$, плотности потока этой величины $J_K(Y)$ и турбулентной вязкости $N_т(Y)$ демонстрируют сложную структуру турбулентности, формирующуюся в процессах ее зарождения, распада и диссипации, диффузионного и конвективного (с поперечным потоком массы) переноса.

Течение относительно тонкой ($D = 30$) пленки вдоль непроницаемой поверхности в режиме "сдвига" (т.е. постоянного по сечению касательного напряжения) демонстрируется на рис. 2. Число Рейнольдса пленки ($\mathrm{Re}_f = 364$) близко к критическому значению (около 400), рекомендуемому для практических расчетов. Эффекты молекулярного и турбулентного переноса соизмеримы ($N_т \approx 1$). Асимптотическое представление (12) обеспечивает хорошее разрешение для характеристик турбулентности в непосредственной близости от стенки.

Кривые на рис. 3 иллюстрируют перестройку структуры течения под действием поперечного потока массы: параметр вдува существенно отличается от нуля ($V = 0.5$). Коэффициент турбулентного переноса (в основном сечении потока) уже на порядок превосходит молекулярный уровень ($N_т \approx 10$). При сопоставлении режимов полезно иметь в виду, что в принятой системе безразмерных переменных масштабной мерой является напряжение трения на стенке (τ_w) или, соответственно, *динамическая* скорость $\sqrt{(\tau_w/\rho)}$, которая при *вдуве* имеет тенденцию к уменьшению.

При изменении знака поперечного потока массы ($V < 0$, рис. 4) вновь радикально перестраивается структура потока: происходит ламинаризация течения, вклад турбулентного переноса существенно уменьшается ($N_т \approx 0.1$).

Следующие примеры относятся уже к области турбулентных пленок значительной толщины. Разнообразие форм течений определяется вариациями параметров проницаемости V и продольной силы F_x. Наблюдается режим с отрицательным

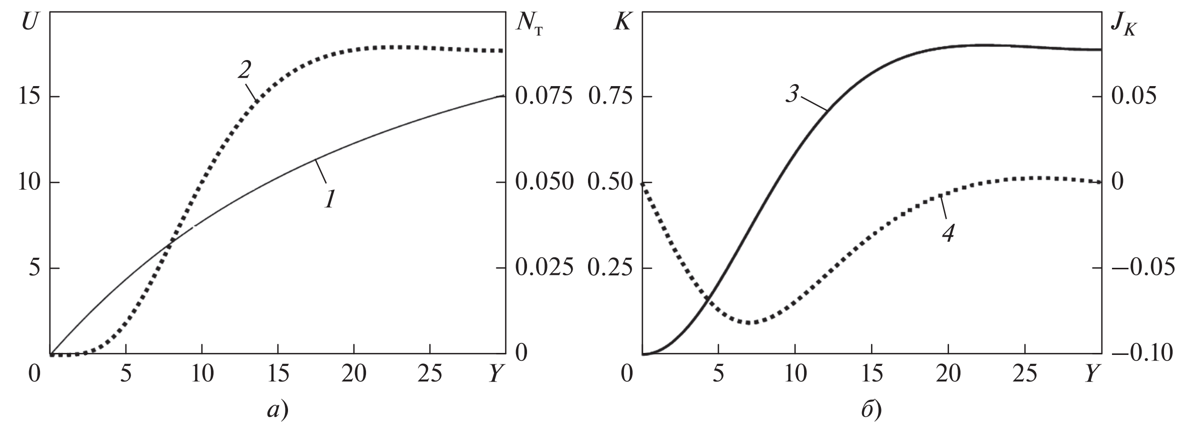

Рис. 4. Распределение скорости U (*1*) и турбулентной вязкости $N_т$ (*2*) (*а*), турбулентной энергии K (*3*) и плотности потока турбулентной энергии J_K (*2*) (*б*) по толщине пленки при течении вдоль проницаемой поверхности с отсосом ($V = -0.05$)

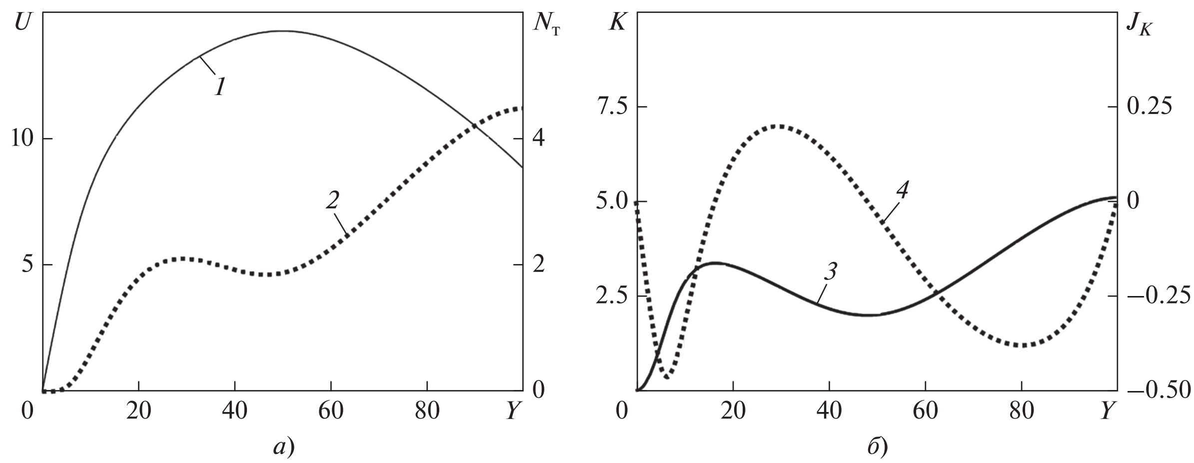

Рис. 5. Распределение скорости U (*1*) и турбулентной вязкости $N_т$ (*2*) (*а*), турбулентной энергии K (*3*) и плотности потока турбулентной энергии J_K (*4*) (*б*) по толщине пленки при течении с градиентом давления ($F_x = 0.02$)

продольным градиентом давления ($F_x > 0$), таким, что к поверхности пленки ($Y = D$) должна быть приложена уравновешивающая сила ($R_{sw} = -1$). Примечателен сложный немонотонный характер изменения турбулентных характеристик по толщине пленки (рис. 5).

Увеличивающаяся деформация течения под действием градиента давления и трения на поверхности приводит к изменению профиля и рециркуляции течения, так что суммарный расход жидкости в пленке становится нулевым (рис. 6).

Можно предполагать, что специфический профиль скорости с областью рециркуляции непосредственно у твердой стенки формируется при обтекании шероховатых поверхностей. Простейшей моделью [8] такого течения может быть *составной* поток, образованный *пристенным рециркуляционным* течением, таким, как показан на рис. 6, и основным турбулентным *внешним* потоком.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА: ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Обобщенный образ гидродинамики и теплообмена пленочных течений создают 3D-представления интегральных характеристик: числа Рейнольдса пленки Re_f как количественной меры расхода жидкости и числа Стантона St как количественной меры интенсивности теплопереноса (7):

$$\begin{cases} \mathrm{Re}_f \equiv \dfrac{\overline{u}\delta}{\nu_l} = \dfrac{1}{\nu_l}\displaystyle\int_0^{\delta} u(y)\,\mathrm{d}y = \int_0^{D} U(Y)\,\mathrm{d}Y; \\ \mathrm{Re}_f = \mathrm{Re}_f(D, F_x; V); \\ \mathrm{St} = -\dfrac{1}{Teta_{Y=D}}; \quad \mathrm{St} = \mathrm{St}(D, F_x; V, \mathrm{Pr}). \end{cases} \tag{14}$$

Важным результатом будет также нахождение граничных значений параметров течения, при которых расход и, следовательно, число Рейнольдса

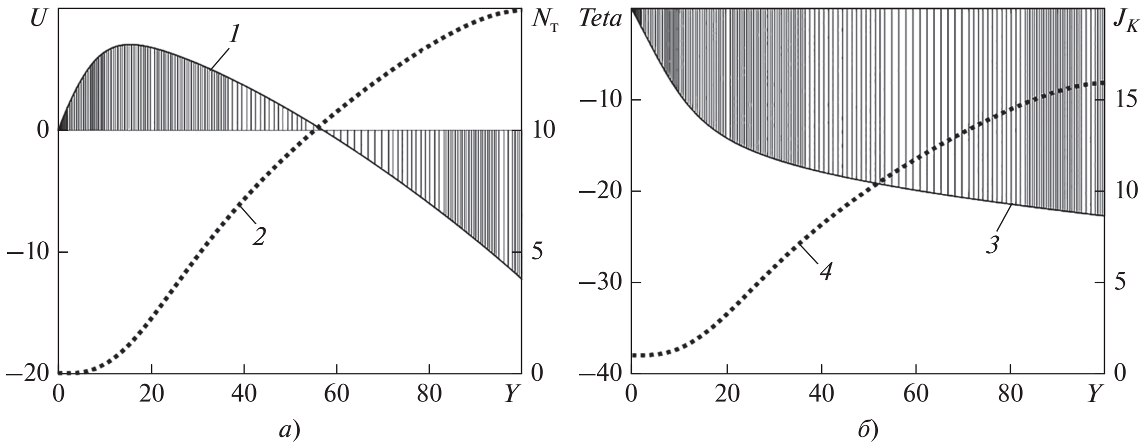

Рис. 6. Распределение скорости U (*1*) и турбулентной вязкости $N_т$ (*2*) (*а*), турбулентной энергии K (*3*) и плотности потока турбулентной энергии J_K (*4*) (*б*) по толщине пленки при течении с рециркуляцией ($F_x = 0.0645$)

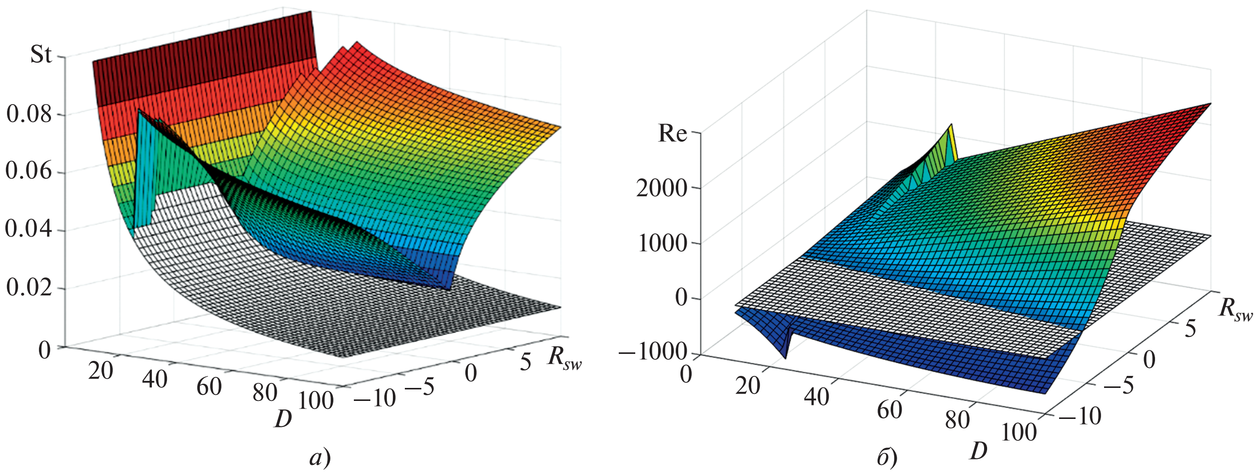

Рис. 7. Обобщенное представление пленочного течения на непроницаемой поверхности ($V = 0$).
а – St $= f(D, R_{sw})$; *б* – $\mathrm{Re}_f = f(D, R_{sw})$

пленки Re_f (как *расходная* характеристика) становятся *нулевыми* при некотором конечном значении толщины пленки D (14). Эти граничные значения соответствуют режиму "захлебывания" – предельному и, возможно, опасному режиму в некоторых теплотехнологиях. Они могут быть использованы, например, при анализе работы парогенератора АЭС с ВВЭР в конденсационном режиме при наличии системы пассивного отвода тепла при гипотетической аварии [3] или прогнозировании ухудшенных режимов работы устройств с конденсацией парогазовой смеси в вертикальных и наклонных трубах [1].

Базовое течение вдоль *непроницаемой* поверхности показано на рис. 7, течение с *сильным вдувом* – на рис. 8. Горизонтальная сетчатая поверхность на диаграммах для Re_f представляет нулевое число Рейнольдса пленки, т.е. течение с нулевым суммарным расходом по сечению пленки. В пересечении с поверхностью Re_f (D, F_x; V) определяется соотношение между параметрами (D, F_x, V), обеспечивающее эту особую конфигурацию течения с рециркуляцией.

Актуальными проблемами в расчетной практике остаются диагностика ламинарно-турбулентного перехода и расчет трения и теплопереноса в этой области. На диаграммах (см. рис. 7), построенных для задачи с непроницаемой стенкой ($V = 0$) в системе определяющих параметров (D, R_{sw}), явления перехода и захлебывания отображаются особенно наглядно.

Представленные ранее результаты позиционируются как локальная модель пленочного течения на *проницаемой* твердой поверхности в широком диапазоне чисел Рейнольдса при ламинарном, переходном и турбулентном режимах

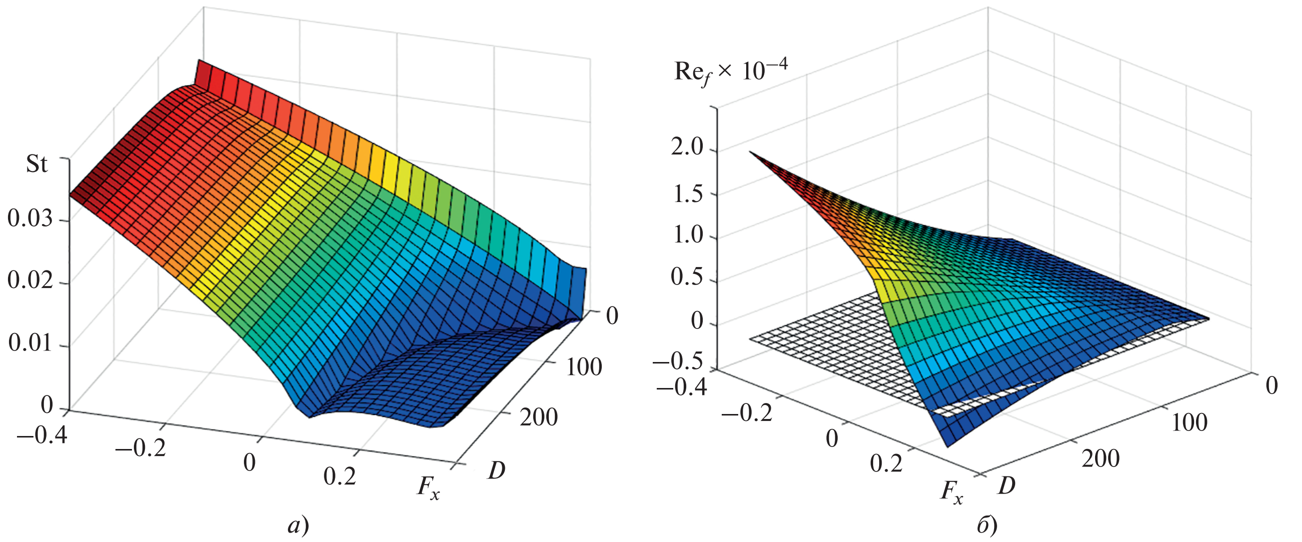

Рис. 8. Обобщенное представление пленочного течения на проницаемой поверхности со вдувом ($V = 0.4$).
а – $\mathrm{St} = f(D, F_x)$; *б* – $\mathrm{Re}_f = f(D, F_x)$

течения. Уместно отметить, что моделирование с применением уравнения турбулентной энергии представляется перспективным в связи с проблемой межфазного взаимодействия. Действительно, в более общей – сопряженной двухфазной – постановке *межфазное трение* τ_s должно быть определено [4] как функция особых форм движения на межфазной границе – с учетом эффектов турбулентности, поверхностного натяжения и поперечного потока массы при фазовых превращениях. Решение такой сопряженной двухфазной задачи может стать дальнейшим обобщением предложенной в этой статье базовой простой модели.

Результаты одномерного анализа с достаточной точностью применимы для описания относительно *медленно развивающихся* в продольном направлении пленочных течений – описания в рамках *интегральных* моделей, как для пограничных слоев, поскольку определены все необходимые функциональные соотношения для *локальных* характеристик (таких как массовый расход и термическая проводимость пленки).

ГРАВИТАЦИОННАЯ ПЛЕНОЧНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ

Дифференциальная модель (11), представляющая класс пленочных течений, может быть основой для обобщенной модели локального теплообмена при пленочной конденсации. Полученные ранее результаты численного интегрирования системы (11) приведены далее в традиционной, принятой для задач гравитационной пленочной конденсации, системе безразмерных параметров (см., например, [1, 2]) и отображены на рис. 9.

Линия *2* соответствует ламинарной конденсатной пленке Нуссельта, линии *5*, *7* воспроизводят модель Д.А. Лабунцова [9]. Остальные кривые суть результаты расчетов по представленной в статье модели (11). Согласование моделей оценивается как удовлетворительное в соответствующих областях определения и при умеренных значениях числа Прандтля. Для теплоносителей с числами Прандтля, существенно отличными от единицы, когда распределения температур и скоростей весьма различны, получаются результаты, требующие комментариев.

Парадоксально выглядят распределения теплоотдачи для теплоносителей с малыми числами Прандтля, т.е. для жидких металлов. Предсказываемая теорией Нуссельта теплоотдача при ламинарном режиме (линия *2* на рис. 9) оказывается более интенсивной, чем при турбулентном режиме (при одинаковых значениях числа Рейнольдса пленки как меры расхода). Однако это означает лишь то, что при относительно слабой турбулентности (в области перехода) ее влияние на *теплоперенос* незначительно, поскольку теплопроводность и без того весьма высока ($\mathrm{Pr} \ll 1$). В то же время эффективная *вязкость* существенно возрастает вследствие возникающей турбулентности, поэтому заметно увеличивается толщина пленки (при фиксированном расходе) и, следовательно, ее термическое сопротивление. Обратный эффект наблюдается при больших числах Прандтля, т.е. для вязких жидкостей с низкой теплопроводностью: некоторое увеличение эффективной вязкости за счет перехода остается несущественным, в то время как эффективная теплопроводность значительно возрастает.

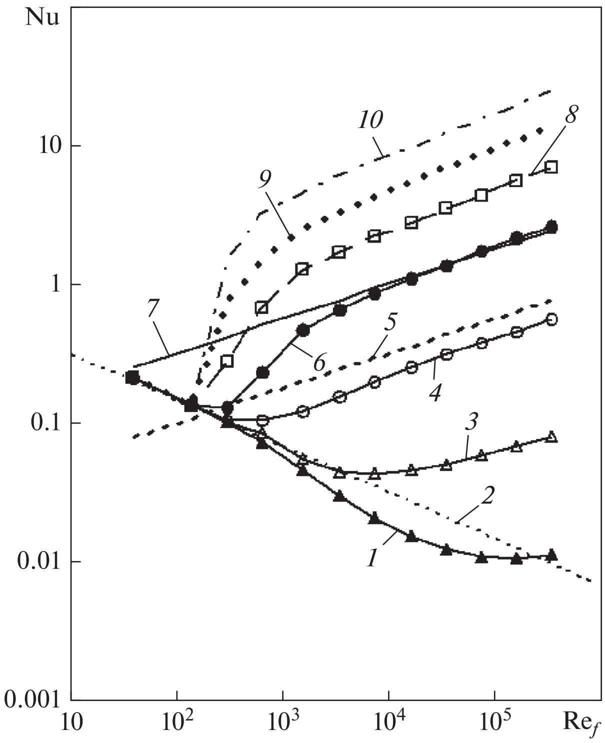

Рис. 9. Зависимость числа Нуссельта Nu от числа Рейнольдса пленки Re_f при гравитационной пленочной конденсации.
Pr: *1* – 0.01; *2* – модель Нуссельта ламинарной пленки; *3* – 0.1; *4* – 1.0; *5* – 1.0; *6*, *7* – 10; *8* – 100; *9* – 1000; *10* – 10 000; *5*, *7* – модель Д.А. Лабунцова турбулентной пленки

Следует отметить, что обобщенная локальная пленочная модель может служить базой при описании гидродинамики и теплопереноса пленочных течений в разнообразных приложениях, выходящих за рамки конденсационных установок, в том числе, например, связанных с защитой от высокотемпературных воздействий (см., например, [10]).

ВЫВОДЫ

1. Предельные режимы гравитационных или сдвиговых, ламинарных или турбулентных пленок жидкости исследовались достаточно подробно. Однако на практике, в инженерных приложениях, обычно рассматриваются смешанные или переходные режимы. Поэтому актуальным является предложенное обобщенное решение, при котором перечисленные эффекты полагаются априори соизмеримыми, а режимы течения остаются внутренними, автоматически фиксируемыми характеристиками процесса. Существенным обобщением модели пленочных течений является учет поперечного потока массы на проницаемых поверхностях раздела.

2. Представленная модель с уравнением турбулентной энергии перспективна для анализа феномена возмущений на межфазной границе раздела. Возможны и достаточно просто реализуемы расширения модели в случае сильной переменности теплофизических свойств в специальных областях состояния, при действии внутренних источников, для представления более широкого круга обобщенных течений Куэтта – Пуазейля.

3. Актуальность проблематики пленочных течений связана и с расширением сферы их применения – достаточно указать на альтернативную схему парогенерации в энергетике, когда вместо пузырькового кипения используются тонкопленочные испарители, или на важную проблему защиты от высокотемпературных воздействий в целом ряде отраслей новой техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Горпиняк М.С., Солодов А.П.** Конденсация парогазовой смеси в трубах // Теплоэнергетика. 2019. № 6. С. 17–26. https://doi.org/10.1134/S0040363619060031
2. **Solodov A.P., Sidenkov D.V., Kutakov I.I.** Physical and mathematical model, algorithm and program for computation of heat mass transfer and resistance in steam condensation in inclined tubes // Proc. of the Engineering. Foundation Conf. on Condensation and Condenser Design. St. Augustine, Florida, 2–7 March 1993. P. 569–580.
3. **De Santi G.F., Mayinger F.** Steam condensation and liquid holdup in steam generator U-tubes during oscillatory natural circulation // Exp. Heat Transfer. 1993. V. 6. P. 367–387. https://doi.org/10.1080/08916159308946465
4. **Solodov A.P.** Phase interface perturbations in phase transitions // High Temperature. 2017. V. 55. No. 2. P. 253–262. https://doi.org/10.1134/S0018151X17020195
5. **Rahman M., Lampinen M., Siikonen T.** An improved k-equation turbulence model // J. Energy Power Eng. 2014. V. 8. No. 11. P. 1895–1907.
6. **Гогонин И.И.** Тонкопленочные парогенераторы бинарных геотермальных электростанций // Холодильная техника. 2022. Т. 111. № 2. С. 273–288.
7. **http**://murasun.me.noda.tus.ac.jp/turbulence/
8. **Solodov A.P.** Film flows with recirculation: hydrodynamics and heat transfer // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1683. No. 2. P. 022001. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1683/2/022001
9. **Лабунцов Д.А.** Физические основы энергетики. Избранные труды по теплообмену, гидродинамике, термодинамике. М.: Изд-во МЭИ, 2000.
10. **Review** of advanced effusive cooling for gas turbine blades / W. Wang, Y. Yan, Y. Zhou, J. Cui // Energies. 2022. V. 22. No. 15. P. 8568. https://doi.org/10.3390/en15228568

A One-Dimensional Model of Hydrodynamics and Heat Transfer in a Film Flow on a Permeable Surface

A. P. Solodov*

National Research University Moscow Power Engineering Institute (NRU MPEI), Moscow, 111250 Russia

**e-mail: solodovap@mpei.ru*

Abstract—The problem of friction and heat transfer in a laminar, transition, or turbulent flow along solid permeable surfaces has been solved using a numerical simulation technique. To derive a compact mathematical description intended for engineering applications in the power industry and other thermal processes, a modern version of the Kolmogorov—Prandtl model with one differential equation (namely, the turbulent kinetic energy conservation equation) was employed. The mathematical model is represented by a system of first-order nonlinear ordinary differential equations for the distributions of flow velocity, friction stress, temperature, turbulent energy, and turbulent energy flux density across the film thickness. The problem of singularity of the mathematical description on a solid wall is discussed. The integral hydrodynamic and thermal characteristics of film flows currently receiving a lot of interest, such as the film Reynolds number and the Stanton number, were obtained. Functional correlations among dimensionless parameters that are relevant for engineering applications, including those for special regimes of film flows with recirculation and mass crossflow on permeable surfaces of structural materials, have been established. The film Reynolds and Stanton numbers are defined as functions of dimensionless parameters at which the relative values of the film thickness, acting forces, and mass crossflow are specified. The obtained correlations can be used in the design and optimization of condensation and steam-generating facilities in the power industry, for elaboration of evaporative coolers for high-stress structural elements in gas turbine and rocket equipment, simulation of hydraulic roughness, and in thin-film materials technology.

Keywords: heat transfer, hydrodynamics, film flows, turbulent film flows, Kolmogorov—Prandtl turbulence model, permeable surface, porous surface, mass crossflow