АТОМНЫЕ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

НЕЯВНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ СОХРАНЕНИЯ ДВУХЖИДКОСТНОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТНОГО КОДА КОРСАР

Ю. В. Юдов[a, *], **И. Г. Данилов**[a]

[a] *Научно-исследовательский технологический институт им. А.П. Александрова (НИТИ), Копорское шоссе, д. 72, г. Сосновый Бор, 188540 Россия*

**e-mail: yudov@niti.ru*

Поступила в редакцию 10.10.2023 г.
После доработки 31.10.2023 г.
Принята к публикации 01.11.2023 г.

Представлен безытерационный неявный метод решения дискретных уравнений сохранения двухжидкостной модели расчетного кода (РК) КОРСАР/ГП (далее КОРСАР). Код КОРСАР/ГП является совместной разработкой сотрудников НИТИ и ОКБ “Гидропресс”. Он был аттестован в 2021 г. в Ростехнадзоре применительно к расчетному обоснованию безопасности реакторных установок с водо-водяным энергетическим реактором. В коде заложена полунеявная численная схема, которая ограничивает временной шаг интегрирования условием Куранта по скорости двухфазного потока. Для ускорения расчетов длительных переходных режимов реакторных установок разработан неявный численный метод без ограничения временного шага условием Куранта, основанный на методе SETS (stability-enhancing two-step). Он базируется на полунеявной схеме. Предварительно перед ее использованием на каждом шаге по времени решаются дискретные уравнения сохранения количества движения фаз для неявного выражения конвективных членов. После полунеявного этапа на новом временном слое вычисляются удельные (на единицу объема) массы и энергии фаз, которые являются донорными величинами в конвективных членах уравнений переноса. В отличие от SETS-метода, в неявном методе, разработанном для РК КОРСАР, используется полунеявная схема с линеаризацией нестационарных членов изменения удельных массы и энергии двухфазного потока, что позволяет проводить безытерационное решение дискретных уравнений. Однако реализация этой процедуры требует определения неизвестных скалярных переменных в расчетных ячейках: удельных энтальпий фаз, объемного паросодержания, давления – и согласования полей скоростей фаз с новым полем давления. Поэтому повторно применяется полунеявная схема с линеаризацией нестационарных членов в конце временного шага с перевычисленными донорными величинами. Работоспособность и эффективность разработанного неявного метода подтверждены путем решения по коду КОРСАР тестовой задачи с течением двухфазного потока под перепадом давления в обогреваемой горизонтальной трубе.

Ключевые слова: межфазный тепломассообмен, двухжидкостная модель, донорные величины, полунеявная схема, неявный метод, расчетный код, условие Куранта, нестационарные члены, временной слой

DOI: 10.56304/S0040363624040076

Один из инструментов обоснования безопасности водо-водяных энергетических реакторов в России – аттестованный Ростехнадзором в 2021 г. расчетный код КОРСАР, разработанный совместно специалистами НИТИ и ОКБ “Гидропресс” [1]. Код КОРСАР, как и все современные системные теплогидравлические расчетные коды, базируется на одномерной модели двухфазного потока в двухжидкостном приближении [2].

В двухжидкостной модели каждая фаза характеризуется параметрами, усредненными по сечению каналов, и описывается уравнениями сохранения массы, энергии и количества движения. Процессы, которые являются следствием поперечных градиентов, такие как тепловые и механические межфазные взаимодействия, а также тепловые и механические взаимодействия фаз со стенками каналов, учитываются в источниковых членах уравнений. Члены, представляющие межфазный обмен, записываются как функции, пропорциональные отклонению от состояния равновесия с коэффициентами, зависящими от режимов течения двухфазного потока. Межфазный тепломассообмен считается пропорциональным разности температур фаз и температуры насыщения (рассматривается модель без учета неконденсирующихся газов), а межфазное трение – пропорциональным разности скоростей фаз.

Для численного интегрирования уравнений сохранения в РК КОРСАР используется полунеявная численная схема, которая разработана применительно к американским кодам RELAP5 [3, 4], TRAC [5] и используется в канадском коде CATHENA [6] и в коде TRACE [7], который является развитием кодов RELAP5 и TRAC.

С точки зрения устойчивости численных методов и ограничения, наложенного на временной шаг интегрирования, в двухжидкостной модели можно выделить три класса физических явлений [8]:

звуковые волны;

тепловое и механическое межфазное взаимодействие;

конвективный перенос.

Процессы, связанные со звуковыми волнами, определяются дифференциальными операторами в уравнениях сохранения массы, а также нестационарными и градиентными по давлению членами в уравнениях сохранения количества движения фаз. Явная аппроксимация конвективных членов по скорости для уравнений сохранения массы фаз и градиентных членов по давлению в уравнениях сохранения количества движения накладывает ограничение на временной шаг интегрирования $\Delta\tau$ по условию Куранта

$$\Delta\tau < \Delta z/(|w| + a),$$

где Δz – длина расчетной ячейки, w – скорость двухфазного потока, a – скорость звука.

В полунеявной схеме аппроксимации выполняются неявно. Причем для соблюдения условий консервативности численной схемы неявная аппроксимация конвективных членов по скорости применяется как для уравнений сохранения массы фаз, так и для уравнений сохранения энергии фаз.

Межфазные взаимодействия – это, как правило, интенсивные процессы с малой постоянной времени порядка 10^{-3}–10^{-5} с. Члены, описывающие эти взаимодействия, представляются в полунеявных схемах неявно относительно отклонений от состояния равновесия. Разности температур фаз и температуры насыщения для интенсивности межфазного теплообмена дополнительно линеаризуются на новом временном слое с использованием разложения в ряд Тейлора относительно приращений за шаг удельных энтальпий фаз и давления.

В полунеявной численной схеме остается ограничение на шаг интегрирования по времени, наложенное условием Куранта $\Delta\tau < \Delta z/|w|$, что определяется явным представлением величин, переносимых конвективным способом, в уравнениях сохранения массы и энергии фаз и явной аппроксимацией конвективных членов в уравнениях сохранения количества движения. При достаточно больших скоростях потока и мелком разбиении расчетных ячеек по координате явное определение этих величин приводит к порождению численных волн вдоль координаты по паросодержанию, температуре фаз и т.д.

Полунеявная численная схема значительно упрощает решение систем конечно-разностных уравнений. Однако для ускорения расчетов длительных переходных режимов реакторных установок (например, с маневром мощности) требуется разработка численного метода без ограничения значения допустимого временного шага, наложенного условием Куранта по скорости двухфазного потока.

В настоящей работе предлагается безытерационный численный метод, снимающий ограничения на шаг интегрирования по времени, – его условно можно назвать неявным методом. Он базируется на методе SETS, используемом в кодах TRAC [5] и TRACE [7], и реализован в РК КОРСАР. Основополагающие моменты численных схем и алгоритмов в статье рассматриваются применительно к моделированию процессов в одиночном канале. В этом случае вычисление переменных на новом временном слое сводится к системам линейных уравнений с трехдиагональными матрицами, которые решаются методом прогонки. Для разветвленного контура эти системы решаются с помощью мономатричного алгоритма.

ДВУХЖИДКОСТНАЯ ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Система дифференциальных уравнений сохранения двухжидкостной модели РК КОРСАР имеет следующий вид:

уравнения сохранения массы фаз

$$\frac{\partial(\varphi_p\rho_p)}{\partial\tau} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_p\rho_p w_p A) = R_{m,p}; \qquad (1)$$

уравнения сохранения энергии фаз

$$\frac{\partial(\varphi_p\rho_p h_p)}{\partial\tau} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_p\rho_p h_p w_p A) = R_{e,p}; \qquad (2)$$

уравнения сохранения количества движения фаз

$$\varphi_p\rho_p\frac{\partial w_p}{\partial\tau}+\varphi_p\rho_p w_p\frac{\partial w_p}{\partial z}+\varphi_p\frac{\partial p}{\partial z}=R_{mom,p}, \qquad (3)$$

где общим индексом p обозначена фаза: жидкая (индекс f) или газообразная (индекс g); φ, h, p, w, ρ – объемная доля, удельная энтальпия, давление, скорость и плотность фазы соответственно (неизвестные переменные системы); τ – время; z – координата; A – площадь проходного сечения; $R_{m,p}$, $R_{e,p}$ – источниковые члены, характеризующие изменение массы и энергии фазы вследствие межфазного тепломассообмена, теплообмена со стенкой каналов, а также внешнего по отношению к моделируемой системе подвода массы и энергии; $R_{mom,p}$ – источниковый член, моделирующий силы межфазного механического взаимодействия трением и путем обмена импульсом при массообмене, а также трение фаз со стенкой канала и объемные силы.

Чтобы сократить записи дискретных аналогов при дальнейшем изложении численных схем, в источниковые члены $R_{e,p}$ были добавлены дифференциальные операторы, моделирующие силы сжатия: $\varphi_p\left(\partial p/\partial\tau+w_p\partial p/\partial z\right)$.

Для замыкания системы уравнений (1)–(3) используются термодинамические соотношения

$$\rho_p=\rho_p\left(p,h_p\right) \qquad (4)$$

и условие полного заполнения сечения канала двухфазным потоком $\varphi_f+\varphi_g=1$.

ПОЛУНЕЯВНАЯ ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА

Система уравнений сохранения (1)–(3) интегрируется по времени в полунеявной схеме на шахматной сетке. Фрагмент шахматной сетки для произвольного канала представлен на рис. 1. На каждом шаге по времени рассчитываются удельные энтальпии фаз $\left(h_g,h_f\right)$, объемная доля газовой фазы $\left(\varphi_g,\varphi_f=1-\varphi_g\right)$, давление p в расчетных ячейках k и скорости фаз $\left(w_g,w_f\right)$ в соединениях j.

В полунеявной численной схеме дискретные аналоги уравнений записываются следующим образом. В расчетных ячейках $k=\overline{1,N}$ (N – количество ячеек в канале) уравнения сохранения массы и энергии фаз имеют вид

$$\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}}{\partial\tau}+\frac{1}{A}\partial\left[\left(\varphi_p\rho_p\right)^n w_p^{n+1}A\right]\Big/\partial z= \\ =R_{m,p}\left(p^{n+1},h_f^{n+1},h_g^{n+1}\right); \qquad (5)$$

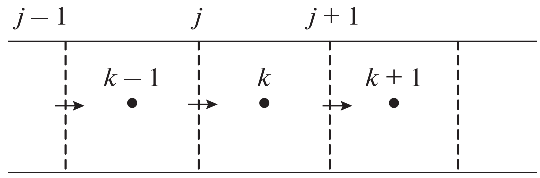

Рис. 1. Фрагмент шахматной сетки

$$\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}}{\partial\tau}+\frac{1}{A}\partial\left[\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^n w_p^{n+1}A\right]\Big/\partial z= \\ =R_{e,p}\left(p^{n+1},h_f^{n+1},h_g^{n+1}\right). \qquad (6)$$

В соединениях $j=\overline{1,N+1}$ уравнения сохранения количества движения фаз представляются в форме

$$\left(\varphi_p\rho_p\right)^n\left(\frac{\partial w_p^{n+1}}{\partial\tau}+w_p^n\,\partial w_p^n\Big/\partial z\right)+\varphi_p^n\,\partial p^{n+1}\Big/\partial z= \\ =R_{mom,p}\left(w_p^{n+1},w_g^{n+1}-w_f^{n+1}\right). \qquad (7)$$

В разностных уравнениях (5)–(7) верхние индексы n и $n+1$ обозначают предыдущий и новый временной слой соответственно.

Аппроксимация дифференциальных членов осуществляется по соотношениям

$$\partial\Phi/\partial\tau\approx\left(\Phi-\Phi^n\right)\Big/\Delta\tau; \qquad (8)$$

$$\left[\frac{1}{A}\partial\left(\Phi wA\right)/\partial z\right]_k\approx\frac{1}{V_k}\left[\left(\underline{\Phi}wA\right)_{j+1}-\left(\underline{\Phi}wA\right)_j\right]_k; \qquad (9)$$

$$\left(\partial w/\partial z\right)_j=0.5A_j\left(1/A_{k-1}+1/A_k\right)\times \\ \times\left(w_mA_m/A_k+w_{m-1}A_{m-1}/A_{k-1}\right); \\ \left(\partial p/\partial z\right)_j=\left(p_k-p_{k-1}\right)/\Delta z_j, \qquad (10)$$

где Φ – произвольная скалярная величина (нижняя черта означает донорную величину, рассчитываемую по схеме против потока); V – объем ячейки; $m=j$, если $w_j>0$; $m=j+1$, если $w_j<0$.

В формуле (10) при вычислении конвективных членов в уравнениях сохранения количества движения учитывается изменение площади проходного сечения вдоль канала [5, 8]. Источниковые члены $R_{m,p}$, $R_{e,p}$, $R_{mom,p}$ представляют собой линейную комбинацию переменных на новом временном слое, коэффициенты в которых определяются по параметрам с предыдущего временного слоя.

Из уравнений сохранения количества движения (7) можно получить линейные зависимости скоростей фаз в соединениях канала от перепадов давления на новом временном слое. Эти зависимости подставляют в конвективные члены уравнений сохранения массы и энергии фаз в расчетных ячейках. В итоге дискретные аналоги уравнений (5), (6) превращаются в линейные функции [далее в соотношениях обозначаются как *lin*] нелинейных нестационарных членов $\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}\big/\partial\tau$, $\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}\big/\partial\tau$ от удельных энтальпий фаз и давления в ячейке с номером k, а также давлений в соседних ячейках $k-1$, $k+1$:

$$\begin{gathered}\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)_k^{n+1}}{\partial\tau}=lin\left(p_{k-1}^{n+1},p_k^{n+1},p_{k+1}^{n+1},h_{f,k}^{n+1},h_{g,k}^{n+1}\right);\\ \frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)_k^{n+1}}{\partial\tau}=lin\left(p_{k-1}^{n+1},p_k^{n+1},p_{k+1}^{n+1},h_{f,k}^{n+1},h_{g,k}^{n+1}\right).\end{gathered} \tag{11}$$

Далее в полунеявных схемах используются два варианта решения уравнений (11). В первом варианте, разработанном применительно к коду RELAP5 [3, 4] и реализованном в кодах CATHENA [6], КОРСАР [2], осуществляется дополнительная линеаризация нестационарных членов относительно параметров на предыдущем временном слое, включая линеаризацию зависимостей плотностей фаз от давления и удельной энтальпии (4):

$$\begin{gathered}\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}}{\partial\tau}\approx\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)_L^{n+1}}{\partial\tau}=\varphi_p^n\frac{\rho_p^{n+1}-\rho_p^n}{\Delta\tau}+\\ +\rho_p^n\frac{\varphi_p^{n+1}-\varphi_p^n}{\Delta\tau};\\ \frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}}{\partial\tau}\approx\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)_L^{n+1}}{\partial\tau}=\\ =\varphi_p^n\rho_p^n\frac{h_p^{n+1}-h_p^n}{\Delta\tau}+\varphi_p^n h_p^n\frac{\rho_p^{n+1}-\rho_p^n}{\Delta\tau}+\rho_p^n h_p^n\frac{\varphi_p^{n+1}-\varphi_p^n}{\Delta\tau};\\ \rho_p^{n+1}\approx\rho_p^L=\rho_p^n+\left(\frac{\partial\rho_p}{\partial p}\right)^n\left(p^{n+1}-p^n\right)+\\ +\left(\frac{\partial\rho_p}{\partial h_p}\right)^n\left(h_p^{n+1}-h_p^n\right).\end{gathered} \tag{12}$$

В этом случае решаются системы из четырех линейных уравнений для каждой расчетной ячейки канала относительно p^{n+1}, h_f^{n+1}, h_g^{n+1} и φ_g^{n+1}. В конечном итоге алгоритм сводится к нахождению сначала поля давления в канале на новом временном слое, затем скоростей фаз в соединениях. После этого рассчитываются удельные энтальпии фаз и объемные паросодержания. Данная процедура для кода КОРСАР подробно изложена в работах [2, 8, 9].

Следует отметить, что линеаризация нестационарных членов приводит к численным дисбалансам массы и энергии фаз. Для сохранения консервативности схемы требуется коррекция полунеявной схемы в данном варианте исполнения. Применительно к коду КОРСАР численные дисбалансы вычисляются на каждом временном шаге по соотношениям, предложенным разработчиками кода, и используются на следующем временном шаге в качестве дополнительных источников в уравнениях сохранения [9].

В другом варианте, который применяется в кодах TRAC [5] и TRACE [7], осуществляется итерационное решение дискретных уравнений (11) с исходными нелинейными нестационарными членами. При этом линеаризация нестационарных членов (12) производится внутри итерационных циклов по методу Ньютона относительно значений переменных с предыдущей итерации.

НЕЯВНЫЙ МЕТОД

Основная задача неявного метода – снятие ограничения на временной шаг интегрирования уравнений сохранения двухжидкостной модели условием Куранта по скорости двухфазного потока. Для этого необходимо неявное представление донорных величин конвективных членов в дискретных уравнениях (5), (6) и конвективных членов в уравнениях сохранения количества движения (7).

SETS-метод

Полунеявная схема остается базовой для SETS-метода. Перед ее использованием предварительно на каждом шаге по времени в целях неявного представления конвективных членов $w_p\partial w_p\big/\partial z$ выполняется решение дискретных уравнений сохранения количества движения в два этапа:

этап предиктор

$$\begin{gathered}\left(\varphi_p\rho_p\right)^n\left(\frac{\partial\hat{w}_p^{n+1}}{\partial\tau}+\hat{w}_p^{n+1}\,\partial w_p^n\big/\partial z\right)+\varphi_p^n\,\partial p^n\big/\partial z=\\ =R_{mom,p}\left(\hat{w}_p^{n+1},\hat{w}_g^{n+1}-\hat{w}_f^{n+1}\right);\end{gathered} \tag{13}$$

стабилизирующий этап:

$$\begin{gathered}\left(\varphi_p\rho_p\right)^n\left(\frac{\partial\overline{w}_p^{n+1}}{\partial\tau}+\hat{w}_p^{n+1}\,\partial\overline{w}_p^{n+1}\big/\partial z\right)+\varphi_p^n\,\partial p^n\big/\partial z=\\ =R_{mom,p}\left(\overline{w}_p^{n+1},\hat{w}_g^{n+1}-\hat{w}_f^{n+1}\right).\end{gathered} \tag{14}$$

На первом этапе конвективные члены представляются неявно в линейной форме $\hat{w}_p^{n+1}\,\partial w_p^n\big/\partial z$, на втором этапе – в виде $\hat{w}_p^{n+1}\,\partial\overline{w}_p^{n+1}\big/\partial z$.

Далее следует этап решения базовой полунеявной схемы с неявным выражением конвективного члена $\overline{w}_p^{n+1}\,\partial\overline{w}_p^{n+1}\big/\partial z$. Полученные после полунеявной схемы на временном шаге скалярные переменные $\tilde{\varphi}_g^{n+1}$, $\tilde{h}_f^{n+1}$, $\tilde{h}_g^{n+1}$ принимаются как промежуточные, а давление $\tilde{p}^{n+1}$ и скорости фаз $\tilde{w}_p^{n+1}$ – как окончательные.

После этого наступает заключительный этап SETS-метода – решение уравнений сохранения массы и энергии фаз для расчета комплексов $\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}$, $\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}$ при неявном представлении донорных величин:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}}{\partial\tau}+\frac{1}{A}\partial\left[\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}\tilde{w}_p^{n+1}A\right]\Big/\partial z=\\&\qquad=R_{m,p}\left(\tilde{p}^{n+1},\tilde{h}_f^{n+1},\tilde{h}_g^{n+1}\right);\end{aligned}\tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}}{\partial\tau}+\frac{1}{A}\partial\left[\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}\tilde{w}_p^{n+1}A\right]\Big/\partial z=\\&\qquad=R_{e,p}\left(\tilde{p}^{n+1},\tilde{h}_f^{n+1},\tilde{h}_g^{n+1}\right).\end{aligned}\tag{16}$$

Для канала уравнения (14)–(16) решаются методом прогонки.

Модификация SETS-метода для кода КОРСАР

Поскольку на этапе полунеявной схемы в РК КОРСАР производится линеаризация нестационарных членов (12), вместо комплексов $\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}$, $\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}$ требуется вычислить поля φ_g^{n+1}, h_f^{n+1}, h_g^{n+1} и p^{n+1}, которые используются на следующем временном шаге в качестве переменных на временном слое n. Поэтому после решения разностных уравнений (15) и (16) повторно производится этап реализации полунеявной схемы с известными донорными величинами в конвективных членах уравнений сохранения массы и энергии фаз на новом временном слое. При этом снова осуществляется линеаризация (12), которая приводит к изменению полей переменных, что вызывает необходимость поправки полей давления $\delta p^{n+1}=p^{n+1}-\tilde{p}^{n+1}$ и скоростей фаз $\delta w_p^{n+1}=w_p^{n+1}-\tilde{w}_p^{n+1}$:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)_L^{n+1}}{\partial\tau}+\frac{1}{A}\partial\left[\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}\left(\delta w_p^{n+1}\right)A\right]\Big/\partial z=\\&\qquad=\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p\right)^{n+1}}{\partial\tau};\end{aligned}\tag{17}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)_L^{n+1}}{\partial\tau}+\frac{1}{A}\partial\left[\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}\left(\delta w_p^{n+1}\right)A\right]\Big/\partial z=\\&\qquad=\frac{\partial\left(\varphi_p\rho_p h_p\right)^{n+1}}{\partial\tau};\end{aligned}\tag{18}$$

$$\left(\varphi_p\rho_p\right)^n\frac{\partial\left(\delta w_p^{n+1}\right)}{\partial\tau}+\varphi_p^n\,\partial\left(\delta p^{n+1}\right)\Big/\partial z=0.\tag{19}$$

В уравнении сохранения количества движения (19) учитывается только поправка скоростей по градиенту давления для согласования полей скоростей фаз и давления на новом временном слое.

Расчет дисбалансов массы и энергии фаз для их компенсации на следующем временном шаге осуществляется только в процессе повторного этапа с полунеявной схемой. В неявном методе РК КОРСАР исключен этап предиктор (13), поскольку в полунеявной схеме конвективные члены в дискретных уравнениях сохранения количества движения представлены неявно по скорости фаз $w_p^{n+1}\,\partial w_p^n/\partial z$.

Блок-схема неявного метода на временном шаге интегрирования показана на рис. 2.

ТЕСТИРОВАНИЕ НЕЯВНОЙ СХЕМЫ

Для демонстрации работоспособности и эффективности неявного численного метода РК КОРСАР выбрана следующая задача, расчетная схема которой приведена на рис. 3. Рассматривается горизонтальная обогреваемая труба (на расчетной схеме это элемент “Канал”) длиной 3 м и диаметром 10^{-2} м под перепадом давления. Обогрев осуществляется посредством элемента кода “Теплопроводящая конструкция” с внутренним равномерным энерговыделением мощностью 2.5×10^4 Вт, которая моделирует металлическую стенку трубы толщиной 2×10^{-3} м, теплоизолированную снаружи. Канал и теплопроводящая конструкция разбивались по длине на 40 одинаковых расчетных ячеек. Канал подключен к элементам расчетной схемы “Граничная ячейка”. В “Граничной ячейке 2” фиксируется давление 10^6 Па. Перепад давления до 3.5×10^4 Па обеспечивается посредством увеличения давления в “Граничной ячейке 1”. В этой ячейке задается вода температурой 420 K. На входе в трубу расположен дроссель с коэффициентом местного сопротивления 10.

При начальных условиях в трубе находится вода температурой 420 K в неподвижном состоянии. В сценарии расчетов сначала за 100 с линейно возрастает перепад давления, затем также линейно с 200-й секунды за 100 с повышается мощность энерговыделения. Вычисления проводились с максимальным шагом интегрирования по времени 0.05 с.

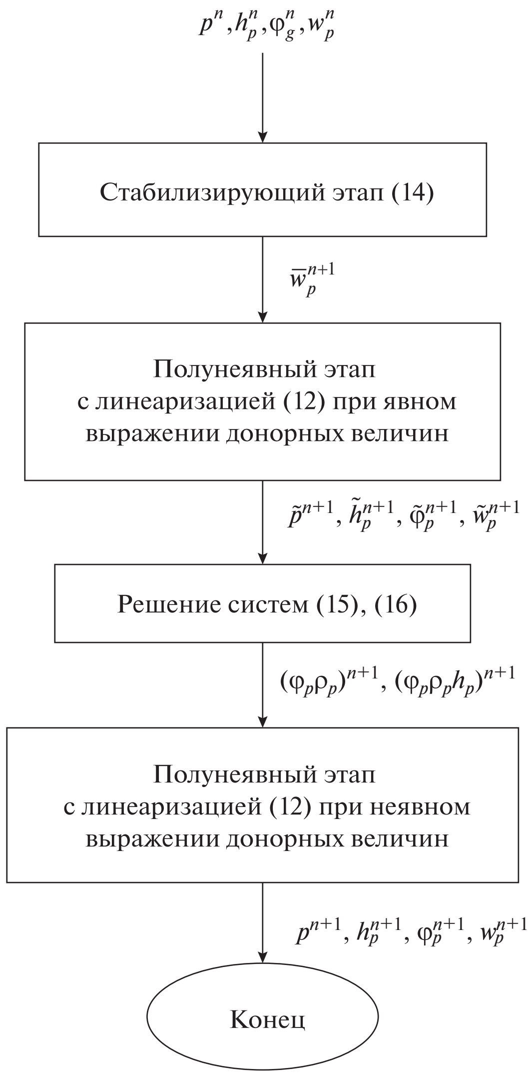

Рис. 2. Блок-схема неявного метода РК КОРСАР

Проведены расчеты задачи с помощью РК КОРСАР для трех вариантов:

по предлагаемому неявному методу (вариант I);

по полунеявной схеме с ограничением временного шага условием Куранта (вариант II);

по полунеявной схеме без ограничения временного шага условием Куранта (вариант III).

Изменения отдельных параметров задачи при первых двух вариантах расчетов представлены на рис. 4 (нечетными числами обозначены кривые, соответствующие варианту I, четными – варианту II). Как видно на рисунке, после достижения заданного перепада давления скорость теплоносителя на входе в трубу возрастает до 2.2 м/с, затем после вскипания жидкости в трубе и увеличения гидродинамического сопротивления потоку (см. рис. 4, *г*) уменьшается до 1.6 м/с и далее стабилизируется. На выходе из трубы формируется двухфазный поток с объемным паросодержанием 0.69 и скоростями жидкой и паровой фаз 5.1 и 15.8 м/с соответственно. Различия теплогидравлических параметров, полученных для двух вариантов расчетов, незначительные.

Согласно рис. 4, *а*, число Куранта по неявной схеме достигает значения 10.3 при временном шаге 0.05 с. В расчете по полунеявной схеме в РК КОРСАР число Куранта ограничивается значением 0.95. При этом временной шаг падает на порядок – до 4.7×10^{-3} с. Дополнительно для оценки быстродействия кода были проведены расчеты задачи с вариантами до 50 000 с. Установлено, что затраты машинного времени при расчете по неявному методу в 9.3 раза меньше, чем при применении полунеявной схемы. Данный факт свидетельствует о незначительных дополнительных затратах на временном шаге при переходе с полунеявной схемы на неявный метод (около 15%).

На рис. 5 приведены результаты расчетов по вариантам II (четные числа в обозначении кривых) и III (нечетные числа в обозначении кривых), демонстрирующие неустойчивость полунеявной схемы без ограничения временного шага по условию Куранта. В варианте III наблюдаются многочисленные существенные изменения временного шага, вызванные заложенными в коде КОРСАР условиями его дробления и увеличения, исходя из максимальных абсолютных прираще-

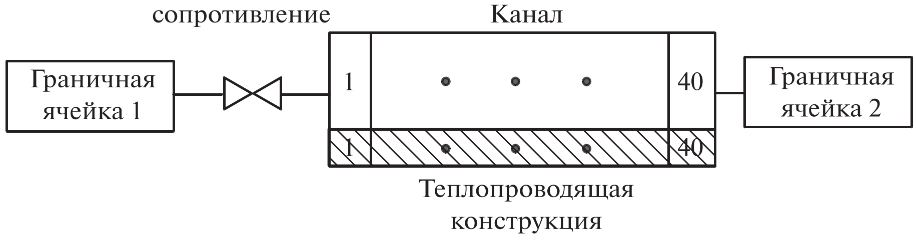

Рис. 3. Расчетная схема тестовой задачи.
1, 40 – первый и последний номера ячеек

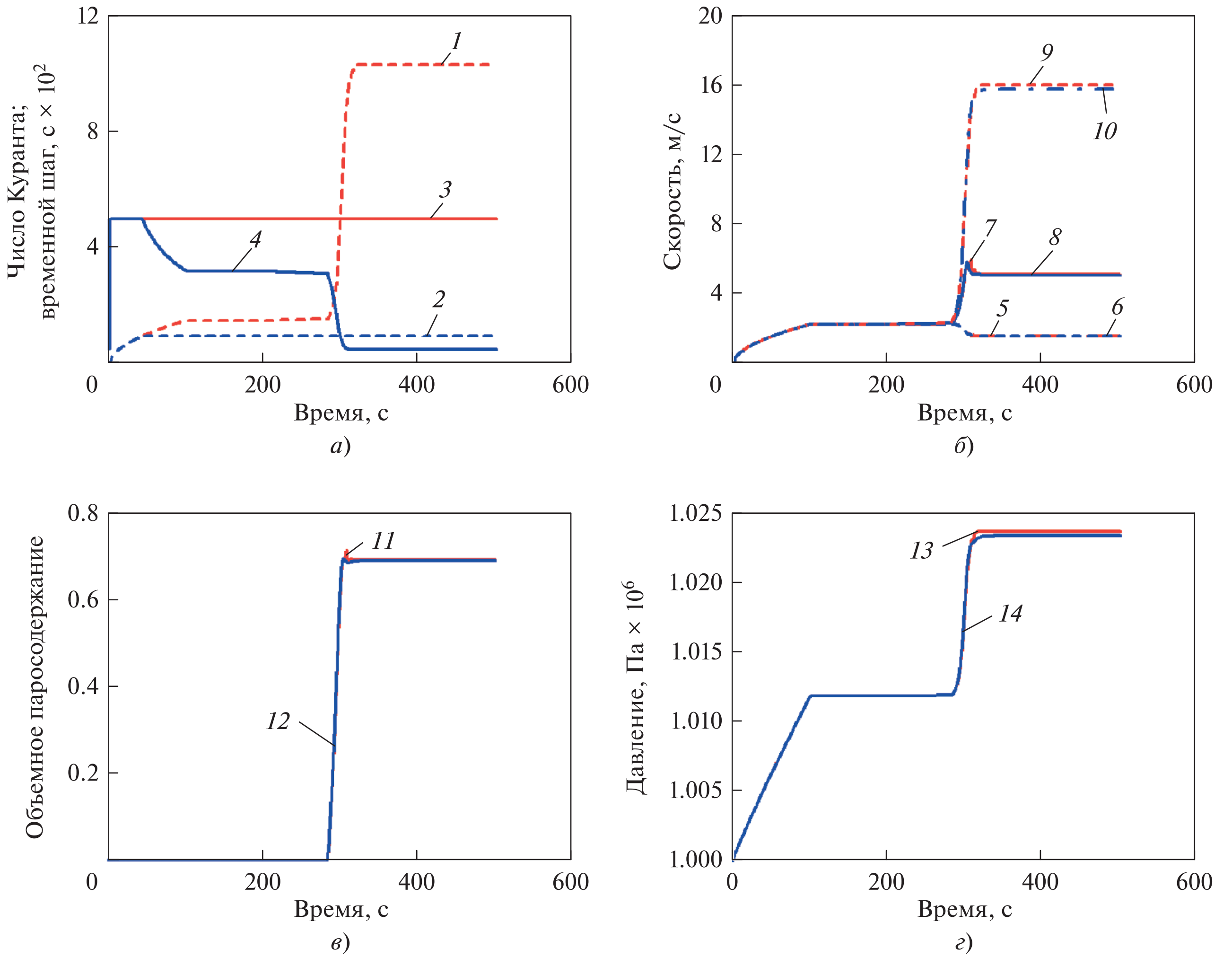

Рис. 4. Изменение во времени параметров для вариантов расчетов I (нечетные кривые) и II (четные кривые). *а* – число Куранта (*1*, *2*) и временной шаг (*3*, *4*); *б* – скорость теплоносителя: *5*, *6* – жидкой фазы на входе в трубу, *7*, *8* – на выходе из нее; *9*, *10* – паровой фазы на выходе из трубы; *в* – объемное паросодержание на выходе из трубы (кривые *11*, *12*); *г* – давление после дросселя (кривые *13*, *14*)

ний за шаг (по всем расчетным ячейкам) давления, удельных энтальпий, дисбалансов массы и энергии фаз.

ВЫВОДЫ

1. На основе SETS-метода, используемого в кодах TRAC и TRACE, применительно к РК КОРСАР разработан безытерационный неявный метод интегрирования уравнений сохранения двухжидкостной модели без ограничения временного шага условием Куранта.

2. В отличие от SETS-метода, в предлагаемом неявном методе в качестве базовой применяется полунеявная схема с линеаризацией нестационарных членов, что позволяет использовать безытерационные алгоритмы решения дискретных уравнений сохранения. На шаге по времени производится двухэтапное вычисление по полунеявной схеме, что обеспечивает согласование полей скоростей фаз и давления в конце временного шага. На первом этапе переносимые донорные величины в уравнениях сохранения массы и энергии фаз рассчитываются по параметрам с предыдущего временного слоя, а на втором этапе – по параметрам на новом временном слое. Дополнительно в неявном методе РК КОРСАР исключен этап предиктор SETS-метода, поскольку неявная аппроксимация конвективного члена по скорости в уравнениях сохранения количества движения фаз этого этапа реализована в полунеявной схеме.

3. Работоспособность и эффективность разработанного неявного метода подтверждены реше-

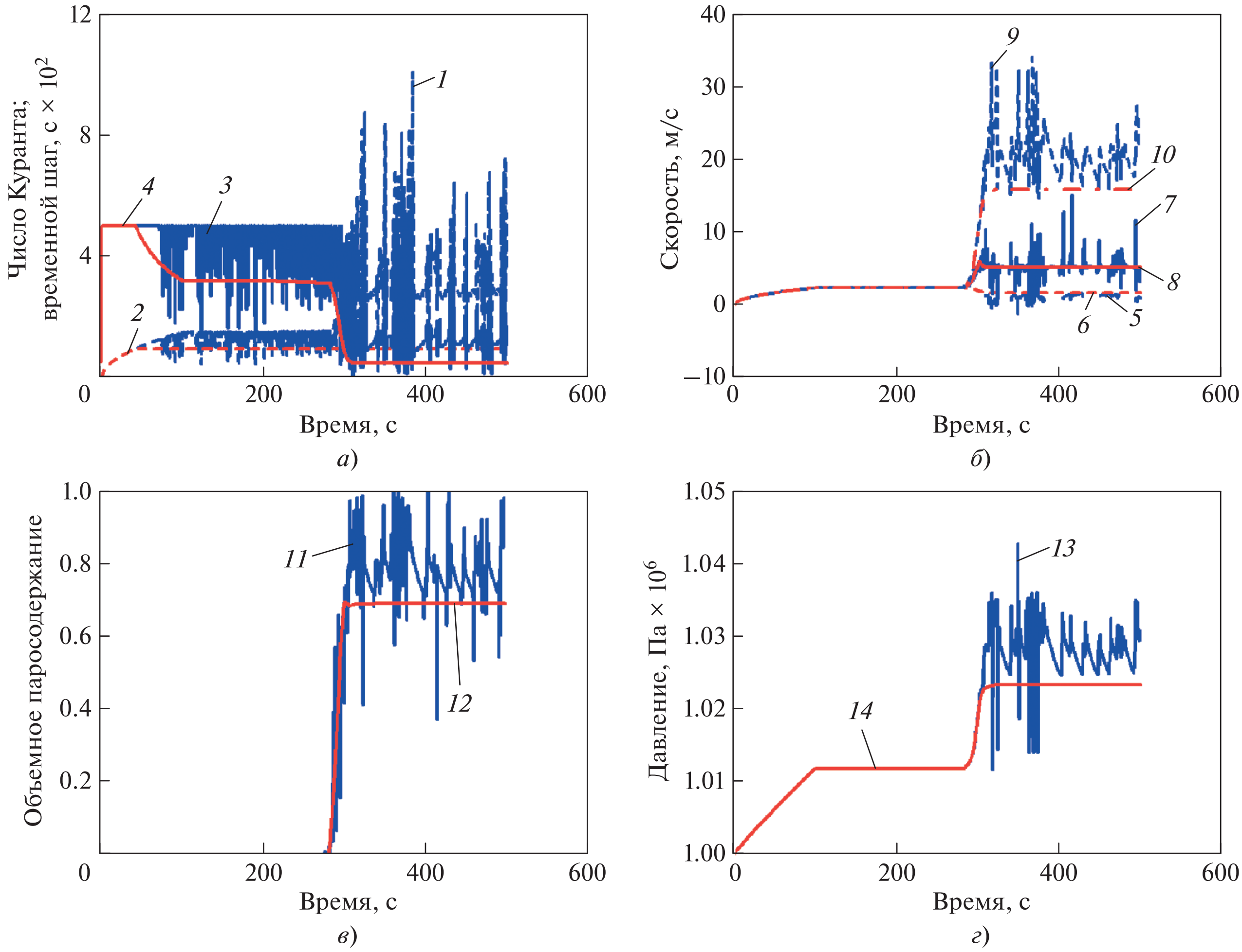

Рис. 5. Изменение во времени параметров для вариантов расчетов II (четные кривые) и III (нечетные кривые). Обозначения см. рис. 4

нием по коду КОРСАР тестовой задачи с течением двухфазного потока под перепадом давления в обогреваемой горизонтальной трубе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Опыт** создания и основные характеристики теплогидравлического расчетного кода нового поколения КОРСАР / В.А. Василенко, Ю.А. Мигров, С.Н. Волкова, Ю.В. Юдов, И.Г. Данилов, В.Г. Коротаев, В.В. Кутьин, Б.Р. Бондарчик, Д.В. Бенедиктов // Теплоэнергетика. 2002. № 11. С. 11–16.
2. **Юдов Ю.В.** Двухжидкостная модель нестационарной контурной теплогидравлики и ее численная реализация в расчетном коде КОРСАР // Теплоэнергетика. 2002. № 11. С. 17–21.
3. **RELAP5/MOD2.** Code manual, volume I: Code structure, system models and solution methods. NUREG/CR-4312-V1. Idaho, 1985.
4. **RELAP5/MOD3.3.** Code manual, volume I: Code structure, system models and solution methods. NUREG/CR-5535/Rev1-V1. Idaho, 2001.
5. **TRAC-PF1/MOD2.** Theory manual. NM 87545. Los Alamos, 1993.
6. **Hanna B.** CATHENA: a thermalhydraulic code for CANDU analysis // Nucl. Eng. Des. 1998. V. 180. P. 113–131.
7. **TRACE V5.0.** Theory manual: Field equations, solution methods and physical models. DC 20555-0001. Washington, 2012.
8. **Юдов Ю.В.** Разработка двухжидкостной модели контурной теплогидравлики реакторных установок с водяным теплоносителем: дис. ... канд. техн. наук. Сосновый Бор: НИТИ, 2001.
9. **Юдов Ю.В.** Коррекция полунеявной численной схемы двухжидкостной модели кода КОРСАР // Теплоэнергетика. 2019. № 1. С. 75–84. https://doi.org/10.1134/S0040363619010090

An Implicit Numerical Method for Integration of the Conservation Equations Incorporated into the KORSAR Code Two-Fluid Model

Yu. V. Yudov[a, *] **and I. G. Danilov**[a]

[a] *Aleksandrov Research Institute of Technology, Sosnovyi Bor, 188450 Russia*

**e-mail: yudov@niti.ru*

Abstract—A noniterative implicit method for solving the discrete conservation equations of the KORSAR/GP computer code (hereinafter referred to as KORSAR) two-fluid model is presented. The KORSAR/GP code has been developed jointly by specialists of the Federal State Unitary Enterprise Aleksandrov Research Institute of Technology (NITI) and the special design bureau OKB Gidropress. In 2009, the code was certified at the Federal Service for Environmental, Technological, and Nuclear Supervision (Rostekhnadzor) as applied to numerical safety assessment of VVER-type power reactor plants. The code uses the semi-implicit numerical scheme, which limits the integration time step by the Courant condition with respect to the velocity of a two-phase flow. To cut down the time it takes to calculate prolonged transients in reactor plants, an implicit numerical method, which does not limit the time step by the Courant condition, has been developed on the basis of the SETS (stability-enhancing two-step) method. It is based on the semi-implicit scheme. Prior to its application, discrete phase momentum conservation equations with the convective terms written in implicit form are solved at each time step. After the semi-implicit step, the specific (per unit volume) mass and energy of the phases, which are donor quantities in the convective terms of the transport equations, are calculated at the new time layer. Unlike the SETS method, the implicit method developed for the KORSAR code employs a semi-implicit scheme with linearization of unsteady terms describing the change in the specific mass and energy of a two-phase flow. This approach enables us to solve discrete equations in a noniterative manner. However, the implementation of this procedure requires that the unknown scalar variables, such as the phase specific enthalpies, the vapor volume fraction, and the pressure, be determined in the computational cells. Therefore, the semi-implicit scheme with linearization of unsteady terms with recalculated donor quantities at the end of the time step is reused. The performance and effectiveness of the developed implicit method have been confirmed by solving, using the KORSAR code, a test problem of a two-phase flow in a heated horizontal tube driven by a pressure difference.

Keywords: interfacial heat transfer, two-fluid model, donor quantities, semi-implicit scheme, implicit method, computer code, Courant condition, unsteady terms, time layer