ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР, 2019, том 57, № 3, с. 453–458

УДК 532.529:534.2

ОТРАЖЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН, ПАДАЮЩИХ ПОД ПРЯМЫМ УГЛОМ НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ МНОГОФРАКЦИОННЫХ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

© 2019 г. Д. А. Губайдуллин[1], Е. А. Терегулова[1, *], Д. Д. Губайдуллина[1]

[1]Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань, Россия

*E-mail: teregulova@inbox.ru

Поступила в редакцию 22.06.2018 г.
После доработки 28.09.2018 г.
Принята к публикации 10.10.2018 г.

Изучены особенности отражения и преломления акустической волны, проходящей через границу двух многофракционных газовзвесей под прямым углом. Получены формулы для вычисления импеданса многофракционной газовзвеси, коэффициентов отражения и преломления. Построены зависимости модулей и аргументов коэффициента преломления и коэффициента отражения от безразмерной частоты.

DOI: 10.1134/S0040364419030049

ВВЕДЕНИЕ

Исследование акустических волн в дискретно-слоистых средах является актуальной задачей, что обусловлено широким распространением таких сред в природе и технологических процессах. С основными моделями и некоторыми результатами исследования акустических волн в многофазных средах можно ознакомиться в [1–12]. Проблемам изучения двухфазных течений с твердыми частицами, каплями и пузырями посвящены работы [13–15]. В [16–19] исследуется отражение и преломление акустических волн от границы раздела между чистым газом и смесью газа с различными включениями. Падение акустической волны под прямым углом на границу между чистым и запыленным воздухом изучалось в [16], под произвольным углом – в [17–19]. Установлено, что в случае падения волны на границу раздела со стороны парогазокапельной среды существует критический угол падения, при котором волна полностью отражается от границы. Также показано, что при определенном выборе объемного содержания включений и угла падения волны на границу раздела как со стороны газа, так и со стороны смеси в дисперсной системе наблюдается полное прохождение акустической волны через среду.

В данной работе изучаются особенности отражения и преломления акустической волны, падающей под прямым углом на границу раздела двух многофракционных газовзвесей.

ИМПЕДАНС МНОГОФРАКЦИОННОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

При описании движения многофракционных газовзвесей методами механики сплошной среды принимаются справедливыми следующие допущения [1]:

– размеры включений в смеси многократно превышают молекулярно-кинетические размеры, т.е. включения содержат большое количество молекул;

– размеры включений во много раз меньше расстояний, на которых осредненные или макроскопические параметры смеси или фаз меняются существенно, т.е. много меньше характерных длин рассматриваемых волн (акустическая однородность);

– непосредственным взаимодействием и столкновением включений друг с другом и эффектами хаотического (в том числе броуновского) и внутреннего движения включений (вращения, деформации) можно пренебречь;

– отсутствуют процессы слипания (коагуляции), дробления и образования новых включений.

Предполагается также, что

– дисперсные включения являются твердыми (несжимаемыми и недеформируемыми) сферическими частицами;

– вязкость и теплопроводность проявляются лишь в процессе межфазного взаимодействия и не проявляются в макроскопических процессах переноса импульса и энергии;

– основными силами, действующими на частицу, являются силы Стокса и Бассэ;

– отсутствует массообмен между частицами и несущей средой;

– несущая среда – калорически совершенный газ;

– принята трехтемпературная схема теплообмена. Тепловые потоки извне $q_{1\Sigma}$ и изнутри $q_{2\Sigma}$ включения к его поверхности задаются соотношениями

$$q_{1\Sigma} = 2\pi r\lambda_1 \mathrm{Nu}_1(T_1' - T_\Sigma'), \quad \mathrm{Nu}_1 = 2r\beta_1^T/\lambda_1,$$

$$q_{2\Sigma} = 2\pi r\lambda_2 \mathrm{Nu}_2(T_2' - T_\Sigma'), \quad \mathrm{Nu}_2 = 2r\beta_2^T/\lambda_2,$$

где r – радиус частицы, T_1 – температура несущей фазы, T_Σ – температура в приповерхностном Σ-слое включения, T_2 – температура включений, Nu_1 и β_1^T – безразмерный (число Нуссельта) и размерный коэффициенты теплообмена несущей фазы с границей раздела частицы, Nu_2 и β_2^T – безразмерный (число Нуссельта) и размерный коэффициенты теплообмена частицы с границей раздела, λ – коэффициент теплопроводности.

В рамках принятых предположений для изучения распространения акустических волн в многофракционных газовзвесях используется модель многоскоростного континуума [1]. Линеаризованная система уравнений возмущенного движения многофракционной газовзвеси с твердыми частицами разных материалов и размеров в декартовой системе координат, относительно которой невозмущенная среда покоится, записывается в виде [10]

$$\frac{\partial\rho_1'}{\partial t} + \rho_{10}\frac{\partial v_1'}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial\rho_j'}{\partial t} + \rho_{j0}\frac{\partial v_j'}{\partial z} = 0 \ \left(j = \overline{s1, sN}\right),$$

$$\frac{\partial v_1'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{10}}\frac{\partial p_1'}{\partial z} + \sum_{j\in s1,sN}\frac{m_j}{\tau_{vj}}\left(v_1' - v_j' + \sqrt{\frac{\tau_{\mu 1j}}{\pi}}\ \times\right.$$

$$\left.\times\int_{-\infty}^{t}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(v_1' - v_j'\right)\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial v_j'}{\partial t} = \frac{1}{\tau_{vj}}\left(v_1' - v_j' + \sqrt{\frac{\tau_{\mu 1j}}{\pi}}\int_{-\infty}^{t}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(v_1' - v_j'\right)\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}\right)$$

$$\left(j = \overline{s1, sN}\right), \quad \frac{\partial T_1'}{\partial t} = \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}_{10}c_{p1}}\frac{\partial p_1'}{\partial t} - \sum_{j\in s1,sN}\mathrm{Nu}_{1j}\frac{T_1' - T_{\Sigma j}'}{\tau_{T1j}},$$

$$\frac{\partial T_j'}{\partial t} = -\mathrm{Nu}_{2j}\frac{T_j' - T_{\Sigma j}'}{\tau_{T2j}},$$

$$\frac{c_{p1}}{m_j}\mathrm{Nu}_{1j}\frac{T_1' - T_{\Sigma j}'}{\tau_{T1j}} + c_j\mathrm{Nu}_{2j}\frac{T_j' - T_{\Sigma j}'}{\tau_{T2j}} = 0\left(j = \overline{s1, sN}\right), \quad (1)$$

$$p_1' = \frac{C_1^2}{\gamma_1\alpha_{10}}\rho_1' + \frac{p_0}{T_0}T_1',$$

$$\rho_{j0} = \alpha_{j0}\overset{\circ}{\rho}_{j0}, \quad \alpha_{j0} = \frac{4}{3}\pi r_j^3 n_{j0}, \quad \left(j = \overline{s1, sN}\right),$$

$$\alpha_{10} + \sum_{j\in s1,sN}\alpha_{j0} = 1, \quad m = \sum_{j\in s1,sN} m_j,$$

$$m_j = \frac{\rho_{j0}}{\rho_{10}}, \quad \tau_{\mu 1j} = \frac{\overset{\circ}{\rho}_{10} r_j^2}{\mu_1}, \quad \tau_{vj} = \frac{2}{9}\frac{\overset{\circ}{\rho}_j r_j^2}{\mu_1} \quad \left(j = \overline{s1, sN}\right),$$

$$\tau_{T1j} = \frac{2}{3}\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{j0}}\tau_{\lambda 1j}, \quad \tau_{T2j} = \frac{2}{3}\tau_{\lambda 2j}, \quad \tau_{\lambda 1j} = \frac{\overset{\circ}{\rho}_{10} r_j^2 c_{p1}}{\lambda_1},$$

$$\tau_{\lambda 2j} = \frac{\overset{\circ}{\rho}_j r_j^2 c_j}{\lambda_j}, \quad \overset{\circ}{m}_j = \frac{\overset{\circ}{\rho}_{10}}{\overset{\circ}{\rho}_j} \quad \left(j = \overline{s1, sN}\right).$$

Переменные с индексом 1 относятся к несущей фазе, с индексом $j\left(j = \overline{s1, sN}\right)$ – к частице j-го типа. Штрихи вверху используются для обозначения возмущения параметров, индекс 0 соответствует начальному невозмущенному состоянию, индекс Σ – к поверхности раздела. Здесь n_{j0} – число частиц j-го типа в единице объема, ρ – приведенная плотность, ρ° – истинная плотность, v – скорость, α – объемное содержание, p – давление, C_1 – скорость звука в чистом газе, c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении, c_j – теплоемкость частиц j-го типа, m_j – массовое содержание частиц j-го типа, m – суммарное массовое содержание всех частиц, τ_T – время релаксации температур, τ_v – время релаксации скорости, μ_1 – коэффициент динамической вязкости несущей среды.

Дисперсионное соотношение, определяющее распространение акустических волн в многофракционных газовзвесях, получено в работе [10] и имеет вид

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega)\,D(\omega),$$

где

$$K_* = K + iK_{**}, \quad V(\omega) = 1 + \sum_{j\in s1,sN}\frac{m_j}{1 - i\omega\tau_{vj}^*},$$

$$D(\omega) = 1 + (\gamma_1 - 1)\frac{\displaystyle\sum_{j\in s1,sN}\frac{m_j\bar{c}_j}{1 - i\omega\bar{\tau}_{Tj}^*}}{1 + \displaystyle\sum_{j\in s1,sN}\frac{m_j\bar{c}_j}{1 - i\omega\bar{\tau}_{Tj}^*}},$$

$$\bar{c}_j = \frac{c_j}{c_{p1}}, \quad \tau_{vj}^* = \tau_{vj}\left[1 + \frac{1-i}{\sqrt{2}}(\omega\tau_{\mu 1j})^{1/2}\right]^{-1},$$

$$\tau_{T1j}^* = \frac{1}{\mathrm{Nu}_{1j}^*}\tau_{T1j}, \quad \tau_{T2j}^* = \frac{1}{\mathrm{Nu}_{2j}^*}\tau_{T2j}.$$

Здесь K_* – комплексное волновое число. Числа Нуссельта $\mathrm{Nu}_{1j}^*(\omega)$ и $\mathrm{Nu}_{2j}^*(\omega)$ определяются из решения сферически-симметричной задачи о теплообмене сферической частицы с газом в монохроматической волне и имеют вид [3]

$$\mathrm{Nu}_{1j}^* = 2\left(1 + z_{1j}\right), \quad \mathrm{Nu}_{T2j}^* = \frac{2z_{2j}^2(\mathrm{th}z_{2j} - z_{2j})}{3z_{2j} - (3 - z_{2j}^2)\mathrm{th}z_{2j}},$$

где $z_{1j} = \dfrac{1-i}{\sqrt{2}}(\omega\tau_{\lambda 1j})^{1/2}$, $z_{2j} = \dfrac{1-i}{\sqrt{2}}(\omega\tau_{\lambda 2j})^{1/2}$.

Для монохроматической волны, удовлетворяющей уравнению (1), справедливо соотношение

$$v_1'(t,z) = \frac{1}{i\omega\rho_{10}V(\omega)}\frac{\partial p'}{\partial z}.$$

Импеданс (волновое сопротивление) определяется следующим образом:

$$Z = \frac{p'(t,z)}{v'(t,z)}.$$

Следовательно, при распространении звуковой волны в однородном пространстве импеданс имеет вид

$$Z(\omega) = \rho_{10}V(\omega)\frac{\omega}{K_*}.$$

Импеданс $Z(\omega)$ зависит от частоты ω и является комплексной величиной. Его можно переписать следующим образом:

$$Z(\omega) = \rho_{10}C_p(\omega)\frac{V(\omega)}{1 + i\dfrac{1}{2\pi}\sigma(\omega)},$$

$$C_p = \frac{\omega}{K}, \quad \sigma = 2\pi\frac{K_{**}}{K},$$

где C_p – фазовая скорость звука, σ – декремент затухания на длине волны.

Для чистого газа $C_p(\omega) = C_1$, $V(\omega) \equiv 1$, $\sigma(\omega) \equiv 0$, тогда $Z(\omega) = \overset{\circ}{\rho}_{10}C_1$.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Пусть на границу раздела $z = 0$ двух многофракционных газовзвесей падает акустическая волна под прямым углом (рис. 1). Индекс f относится к падающей волне, t – к прошедшей волне, r – к отраженной волне, 1 – к среде, из которой падает волна, 2 – к среде, в которую проходит волна.

Давление и скорость имеют вид

– в падающей волне

$$p_f(t,z) = A_2\exp\left[i\left(-K_{*2}z - \omega t\right)\right],$$
$$v_f(t,z) = -\frac{K_{*2}}{\omega\rho_{20}V_2(\omega)}p_f(t,z);$$

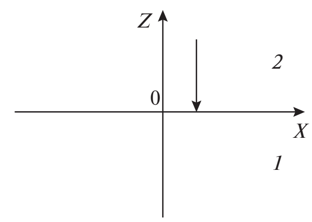

Рис. 1. Падение акустической волны на границу раздела двух сред.

– в отраженной волне

$$p_r(t,z) = B_2\exp\left[i\left(K_{*2}z - \omega t\right)\right],$$
$$v_r(t,z) = \frac{K_{*2}}{\omega\rho_{20}V_2(\omega)}p_r(t,z);$$

– в прошедшей волне

$$p_t(t,z) = A_1\exp\left[i\left(-K_{*1}z - \omega t\right)\right],$$
$$v_t(t,z) = -\frac{K_{*1}}{\omega\rho_{10}V_1(\omega)}p_t(t,z).$$

На границе раздела давление и нормальная составляющая скорости непрерывны [20]:

$$\begin{cases} p_f(t,0) + p_r(t,0) = p_t(t,0), \\ v_f(t,0) + v_r(t,0) = v_t(t,0). \end{cases} \tag{2}$$

Далее граничные условия (2) переписываются в эквивалентной форме [21]

$$\begin{cases} p_f(t,0) + p_r(t,0) = p_t(t,0), \\ \tilde{Z}_2(t,0) = Z_1, \end{cases}$$

где $\tilde{Z}_2(t,z) = -\dfrac{p_f(t,0) + p_r(t,0)}{v_f(t,0) + v_r(t,0)}$ – импеданс суммарного звукового поля в верхней полуплоскости. Второе условие означает непрерывность импеданса на границе раздела. Откуда получаем выражения для коэффициента отражения и коэффициента преломления

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad W = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}. \tag{3}$$

Поскольку Z_1 и Z_2 являются комплексными величинами, зависящими от ω, то и коэффициенты отражения (R) и преломления (W) – комплексные величины, зависящие от ω.

При $Z_1 = Z_2$ коэффициент отражения $R = 0$, а коэффициент преломления $W = 1$, т.е. происходит полное прохождение акустической волны через границу сред. Условие $Z_1 = Z_2$ означает, что

$$\rho_{10}C_{p1}(\omega)\frac{V_1(\omega)}{1 + i\dfrac{1}{2\pi}\sigma_1(\omega)} = \rho_{20}C_{p2}(\omega)\frac{V_2(\omega)}{1 + i\dfrac{1}{2\pi}\sigma_2(\omega)}.$$

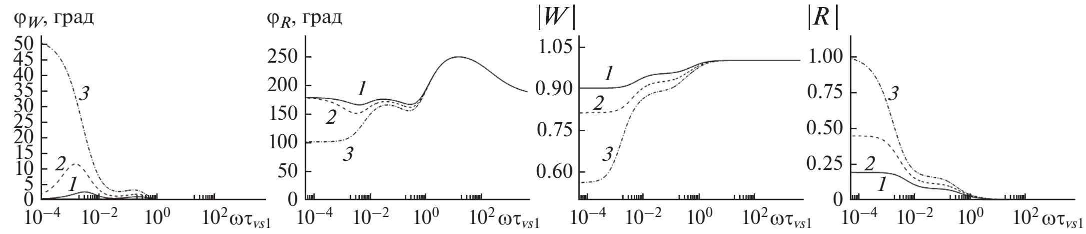

Рис. 2. Зависимости модулей и аргументов коэффициента отражения $(|R|, \varphi_R)$ и коэффициента преломления $(|W|, \varphi_W)$ от безразмерной частоты $\omega\tau_{vs1}$ при падении акустической волны под прямым углом со стороны воздуха на границу двухфракционной смеси воздуха с частицами пороха и бериллия при разном массовом содержании частиц.

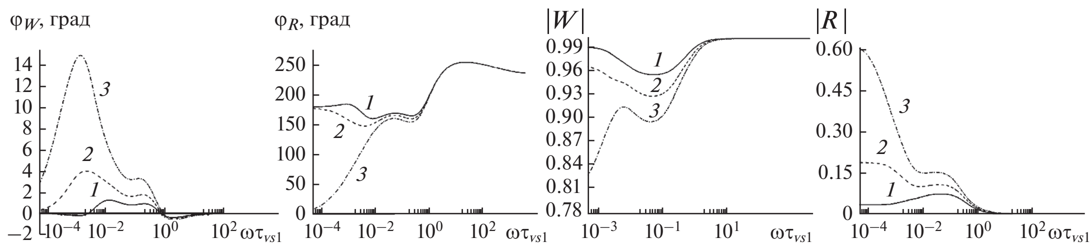

Рис. 3. Зависимости модулей и аргументов коэффициента отражения $(|R|, \varphi_R)$ и коэффициента преломления $(|W|, \varphi_W)$ от безразмерной частоты $\omega\tau_{vs1}$ при падении акустической волны под прямым углом со стороны монодисперсной смеси воздуха с частицами пороха на границу двухфракционной смеси воздуха с частицами пороха и бериллия при разном массовом содержании частиц.

При $\omega \to 0$

$$R = \frac{\rho_{10}C_{e1} - \rho_{20}C_{e2}}{\rho_{10}C_{e1} + \rho_{20}C_{e2}}, \quad W = \frac{2\rho_{10}C_{e1}}{\rho_{10}C_{e1} + \rho_{20}C_{e2}},$$

где C_{ei} $(i = 1,\ 2)$ – равновесная скорость звука, вычисляемая по формулам [10]

$$C_{ei} = C_i\left(\frac{\gamma_{ei}}{M_i\gamma_i}\right)^{1/2}, \quad M_i = 1 + \sum_{j\in s1,sN_i} m_{ij},$$

$$\gamma_{ei} = \frac{1 - \sum\limits_{j\in s1,sN_i} \overline{c}_{ij}m_{ij}}{\dfrac{1}{\gamma_i} - \sum\limits_{j\in s1,sN_i} \overline{c}_{ij}m_{ij}}, \quad \overline{c}_{ij} = \frac{c_{ij}}{c_{pi}}, \quad (i = 1,2).$$

При $\omega \to \infty$

$$R = \frac{\rho_{10}C_1 - \rho_{20}C_2}{\rho_{10}C_1 + \rho_{20}C_2}, \quad W = \frac{2\rho_{10}C_1}{\rho_{10}C_1 + \rho_{20}C_2}.$$

где C_i $(i = 1,\ 2)$ – скорость звука в чистом газе.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера рассмотрены особенности отражения и преломления акустических волн, падающих под прямым углом на границу раздела между следующими средами:

1) воздухом и двухфракционной смесью воздуха с частицами пороха и бериллия;

2) монодисперсной смесью воздуха с частицами пороха и двухфракционной смесью воздуха с частицами пороха и бериллия;

3) гелием и двухфракционной смесью воздуха с частицами пороха и бериллия;

4) монодисперсной смесью гелия с частицами пороха и двухфракционной смесью воздуха с частицами пороха и бериллия;

5) двухфракционной смесью гелия с частицами пороха и бериллия и двухфракционной смесью воздуха с частицами пороха и бериллия.

На рис. 2–6 построены зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения и преломления от безразмерной частоты $\omega\tau_{vs1}$ (кривые *1* – $m = 0.3$, *2* – 0.4, *3* – 0.5). Расчеты выполнены с помощью формул (3) при следующих теплофизических параметрах: для воздуха – $\overset{\circ}{\rho}_{10} = 1.19$ кг/м^3, $C_1 = 343$ м/с, $c_{p1} = 1007$ м^2/с^2 К, $\lambda_1 = 0.0258$ кг м/с^3 К, $\mu_1 = 1.81\times10^{-5}$ кг/м с, $\gamma_1 = 1.4$; для гелия – $\overset{\circ}{\rho}_{10} = 0.164$ кг/м^3, $C_1 = 1005$ м/с, $c_{p1} = 5190$ м^2/с^2 К, $\lambda_1 = 0.149$ кг м/с^3 К, $\mu_1 = 1.94\times10^{-5}$ кг/м с, $\gamma_1 = 1.67$; для частиц пороха – $r_{s1} = 10^{-4}$ м, $\rho_{s1} = 1780$ кг/м^3, $c_{s1} = 1460$ м^2/с^2 К, $\lambda_{s1} = 0.75$ кг м/с^3 К; частиц бериллия – $r_{s2} = 10^{-5}$ м, $\rho_{s2} = 1840$ кг/м^3, $c_{s2} = 1884$ м^2/с^2 К, $\lambda_{s2} = 201$ кг м/с^3 К; массовые содержания частиц пороха и бериллия в двухфракционной газовзвеси равны между собой.

Из рис. 2, 3 видно, что коэффициенты отражения и преломления монотонно зависят от массо-

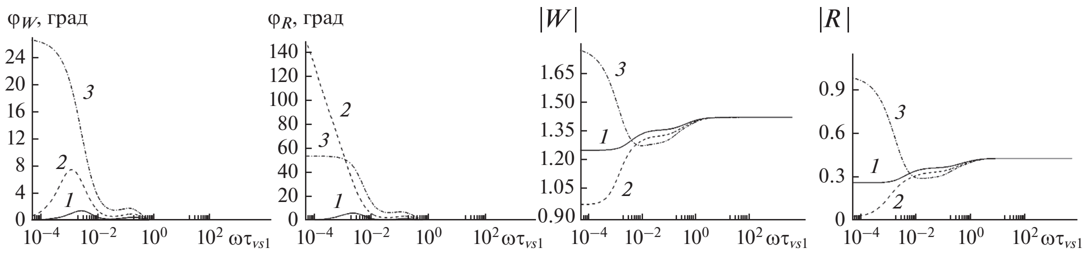

Рис. 4. Зависимости модулей и аргументов коэффициента отражения $(|R|, \varphi_R)$ и коэффициента преломления $(|W|, \varphi_W)$ от безразмерной частоты $\omega\tau_{vs1}$ при падении акустической волны под прямым углом со стороны гелия на границу двухфракционной смеси воздуха с частицами пороха и бериллия при разном массовом содержании частиц.

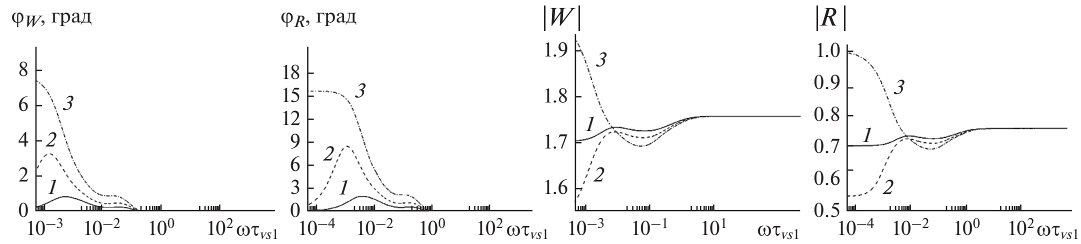

Рис. 5. Зависимости модулей и аргументов коэффициента отражения $(|R|, \varphi_R)$ и коэффициента преломления $(|W|, \varphi_W)$ от безразмерной частоты $\omega\tau_{vs1}$ при падении акустической волны под прямым углом со стороны монодисперсной смеси гелия с частицами пороха на границу двухфракционной смеси воздуха с частицами пороха и бериллия при разном массовом содержании частиц.

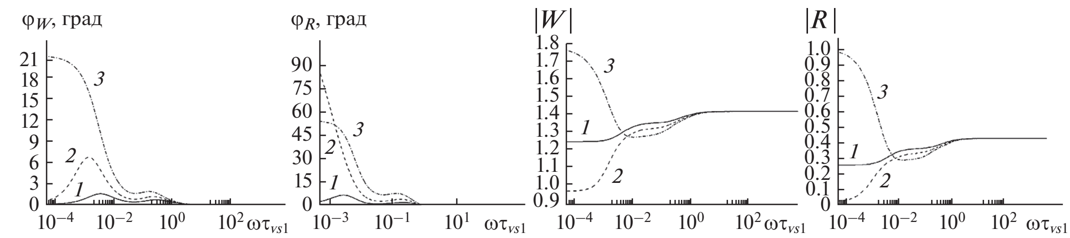

Рис. 6. Зависимости модулей и аргументов коэффициента отражения $(|R|, \varphi_R)$ и коэффициента преломления $(|W|, \varphi_W)$ от безразмерной частоты $\omega\tau_{vs1}$ при падении акустической волны под прямым углом со стороны двухфракционной смеси гелия с частицами пороха и бериллия на границу двухфракционной смеси воздуха с частицами пороха и бериллия при разном массовом содержании частиц.

вого содержания. При стремлении $\omega \to \infty$ коэффициент отражения $R \approx 0$, а коэффициент прохождения $W \approx 1$, т.е. акустическая волна проходит практически полностью через границу раздела. Это происходит потому, что при $\omega \to \infty$ скорость звука в монодисперсной газовзвеси и многофракционной газовзвеси стремится к скорости звука в чистом газе (для рассмотренного примера – в воздухе).

Из рис. 4–6 видно, что коэффициенты отражения и преломления немонотонно зависят от массового содержания. При $\omega \to \infty$ коэффициент отражения $R \neq 0$, а коэффициент прохождения $W \neq 1$, т.е. существует отражение акустической волны от границы раздела двух сред.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучены особенности отражения и преломления акустической волны, проходящей через границу двух многофракционных газовзвесей под прямым углом. Построены зависимости модулей коэффициентов отражения и преломления от безразмерной частоты при разных массовых содержаниях включений.

Установлена монотонная зависимость коэффициентов отражения и преломления от массового содержания частиц при падении акустической волны под прямым углом на границу раздела чистого газа и многофракционной газовзвеси, на границу раздела монодисперсной смеси газа с твердыми частицами и многофракционной газовзвеси при условии, что несущие среды – один и тот же газ.

Если же несущими средами являются газы с разными теплофизическими свойствами, то коэффициенты отражения и преломления немонотонно зависят от массового содержания частиц при падении акустической волны под прямым углом на границу раздела чистого газа и многофракционной газовзвеси, на границу раздела монодисперсной смеси газа с твердыми частицами и многофракционной газовзвеси, а также на границу раздела двух многофракционных газовзвесей.

Работа выполнена при финансовом содействии Российского научного фонда (проект № 15-11-10016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматуллин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. *Temkin S.* Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspension. Cambridge: Univ. Press, 2005. 398 p.
3. *Губайдуллин Д.А.* Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 1998. 153 с.
4. *Нигматуллин Р.И., Ивандаев А.И., Губайдуллин Д.А.* Эффект немонотонной зависимости диссипации звука от концентрации капель в акустике газовзвесей // ДАН. 1991. Т. 316. № 3. С. 601.
5. *Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И.* Влияние фазовых превращений на распространение звука в туманах. Сопоставление теории с экспериментом // ПМТФ. 1990. № 6. С. 27.
6. *Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И.* Распространение акустических возмущений в полидисперсных туманах // ТВТ. 1992. Т. 30. № 5. С. 935.
7. *Гумеров Н.А.* Длинные волны конечной амплитуды в полидисперсных газовзвесях // ПМТФ. 1990. № 4. С. 157.
8. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Уткина Е.А.* Акустические волны в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров при наличии фазовых превращений // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 1. С. 95.
9. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Уткина Е.А.* Влияние фазовых превращений на распространение акустических волн в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров // ТВТ. 2011. Т. 49. № 6. С. 942.
10. *Губайдуллин Д.А., Терегулова Е.А., Губайдуллина Д.Д.* Распространение акустических волн в многофракционных газовзвесях // ТВТ. 2015. Т. 53. № 5. С. 942.
11. *Cole J.E., Dobbins R.A.* Measurements of Attenuation and Dispersion of Sound by a Warm Air Fog // J. Atmospheric Sci. 1971. V. 28. № 2. P. 202.
12. *Davidson G.A.* Sound Propagation in Fogs // J. Atmospheric Sci. 1975. V. 32. № 11. P. 2201.
13. *Вараксин А.Ю.* Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения // ТВТ. 2013. Т. 51. № 3. С. 421.
14. *Вараксин А.Ю.* Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых двухфазных потоках // ТВТ. 2014. Т. 52. № 5. С. 777.
15. *Вараксин А.Ю.* Влияние частиц на турбулентность несущего потока газа // ТВТ. 2015. Т. 53. № 3. С. 441.
16. *Ishii R., Matsuhisa H.* Steady Reflection, Absorption and Transmission of Small Disturbances by as Creen of Dusty Gas // J. Fluid Mech. 1983. V. 130. P. 259.
17. *Шагапов В.Ш., Сарапулова В.В.* Особенности преломления звука в атмосфере при тумане // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. № 6. С. 683.
18. *Шагапов В.Ш., Сарапулова В.В.* Особенности отражения и преломления акустических волн на границе раздела между газом и дисперсной системой // ПМТФ. 2015. Т. 56. № 5. С. 119.
19. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Особенности отражения акустических волн от границы или слоя двухфазной среды // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 162.
20. *Ландау Л.Д.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
21. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.