УДК 532.529:534.2

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В МНОГОФРАКЦИОННЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ С ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

© 2019 г. Д. А. Губайдуллин^{1,} *, Р. Р. Зарипов^{1,} **

¹Институт механики и машиностроения — ОСП ФГБУН "Федеральный исследовательский центр "Казанский НЦ РАН"", Казань, Татарстан, Россия *E-mail: gubaidullin@imm.knc.ru **E-mail: rinat_zaripov.imm@mail.ru Поступило в редакцию 14.03.2018 г. После доработки 18.12.2018 г. Принято к публикации 25.12.2018 г.

Исследовано распространение акустических волн в многофракционных газовзвесях с полидисперсными включениями. Дисперсная фаза состоит из N фракций, отличающихся между собой размерами, функциями распределения включений по размерам и материалами. Получено дисперсионное соотношение, которое определяет зависимость комплексного волнового числа от частоты возмущений. Построены зависимости относительной скорости звука и декремента затухания от безразмерной частоты возмущения. Проанализировано влияние теплообмена.

DOI: 10.1134/S0040364419030062

введение

Значительный интерес представляют проблемы волновой динамики многофазных сред. Связано это с широким распространением таких сред в природе и в промышленности. Особенности динамики многофазных сред представлены в известных монографиях [1–3]. Распространение акустических волн в монодисперсных газовзвесях рассмотрены в [4, 5]. Однако реальные газовзвеси являются полидисперсными, распространение звуковых волн в полидисперсных средах рассмотрено в [2, 6]. Особенности двухфазных сред с различными включениями представлены в [7-10]. В настоящей работе впервые исследуется распространение акустических волн в многофракционных газовзвесях с полидисперсными включениями, различающимися размерами и материалами. Широкое применение акустических методов в технологических процессах подчеркивает актуальность данного исследования.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим плоское одномерное движение многофракционной газовзвеси, дисперсная фаза которой включает N фракций. Фракции состоят из разных материалов, имеют разные размеры и описываются своими функциями распределения включений по размерам. Линеаризованные уравнения для плоского одномерного движения следуют из общих уравнений двухфазной смеси [1] и имеют вид [8], но с учетом N полидисперсных

фракций уравнения запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial \dot{\rho_1'}}{\partial t} + \rho_{10} \frac{\partial v_1'}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \dot{\rho_{2j}}}{\partial t} + \int_{\Delta r_j} \frac{\partial v_{2j}'}{\partial x} N_0^j(r_j) g_0^j(r_j) dr_j = 0,$$

$$\rho_{10} \frac{\partial v_1'}{\partial t} + \frac{\partial \dot{\rho_1'}}{\partial x} + \sum_{j=1}^N \int_{\Delta r_j} f_j N_0^j(r_j) dr_j = 0,$$

$$g_0^j(r_j) \frac{\partial v_{2j}'}{\partial t} = f_j, \quad j = \overline{1, N}.$$
(1)

Здесь и далее штрихи обозначают возмущения параметров, а начальное невозмущенное состояние отмечено нижним индексом 0.

С учетом *N* фракций уравнения для внутренней энергии несущей фазы, включений и их межфазной поверхности примут следующий вид:

$$\rho_{10}c_{p1}\frac{\partial T_{1}'}{\partial t} - \alpha_{10}\frac{\partial p_{1}'}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N}\int_{\Delta r_{j}}q_{1j}N_{0}^{j}(r_{j})dr_{j} = 0,$$

$$\rho_{10}c_{p1}\frac{\partial T_{1}'}{\partial t} - \alpha_{10}\frac{\partial p_{1}'}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N}\int_{\Delta r_{j}}q_{1j}N_{0}^{j}(r_{j})dr_{j} = 0, \quad (2)$$

$$g_{0}^{j}(r_{j})c_{2j}\frac{\partial T_{2j}'}{\partial t} = -q_{2j}, \quad q_{1j} + q_{2j} = 0, \quad j = \overline{1, N}.$$

Выражения для силы f и тепловых потоков q определим аналогично [9]. Для несущей фазы линеаризованное уравнение состояния запишем в виде

$$p'_{1} = \frac{C_{1}^{2}}{\gamma_{10}\alpha_{10}}\rho' + \frac{p_{10}}{T_{10}}T'_{1}.$$
(3)

Здесь ρ – плотность, v – скорость, p – давление, T – температура, γ – показатель адиабаты, α – объемное содержание, c_p – теплоемкость, C_1 – скорость звука в чистом газе, N_0 – функция распределения включений по размерам, g_0 – масса частицы, r – радиус включений, Δr – диапазон изменения радиуса включений. Индекс 1 относится несущей фазе, 2 – к дисперсной.

ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ

Решение системы уравнений (1)–(3) будем искать в виде прогрессивных волн для возмущений:

$$\phi' = A_{\phi} \exp[i(K_* x - \omega t)], \quad K_* = K + iK_{**}, \\ C_p = \omega/K, \quad \sigma = 2\pi K_{**}/K,$$
(4)

где K_* — комплексное волновое число, K_{**} — линейный коэффициент затухания, C_p — фазовая скорость, σ — декремент затухания на длине волны, ω — частота возмущений, *i* — мнимая единица, A_{ϕ} — амплитуда.

Дисперсионное соотношение, которое определяет зависимость комплексного волнового числа от частоты возмущений, получим при решении системы уравнений (1)–(3) с учетом (4):

$$\left(\frac{C_{1}K_{*}}{\omega}\right)^{2} = V(\omega)D(\omega),$$

$$V(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^{N} m_{j} \left\langle \frac{1}{1 - i\omega\tau_{vj}^{*}} \right\rangle_{j},$$

$$D(\omega) = 1 + (\gamma_{1} - 1)\frac{t_{d}}{1 + t_{d}},$$

$$t_{d} = \sum_{j=1}^{N} m_{j}\frac{c_{2j}}{c_{p1}} \left\langle \frac{1}{1 - i\omega\tau_{Tj}^{*}} \right\rangle_{j},$$

$$\tau_{vj}^{*} = \tau_{vj} \left[1 - \frac{1 - i}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\tau_{\mu 1j}} \right]^{-1},$$

$$\tau_{vj} = \frac{2}{9}\frac{\rho_{2j}^{0}r_{j}^{2}}{\mu_{1}}, \quad \tau_{\mu 1j} = \frac{\rho_{1}^{0}r_{j}^{2}}{\mu_{1}},$$

$$\tau_{Tj}^{*} = \tau_{T2j}^{*} + m_{j}\frac{c_{p2j}}{c_{p1}}\tau_{T1j}^{*},$$

$$\begin{split} \tau_{T1j}^{*} &= \frac{1}{3} \frac{\alpha_{1}}{\alpha_{2j}} \frac{\tau_{\lambda 1j}}{1 + z_{1j}}, \\ \tau_{T2j}^{*} &= \frac{1}{3} \tau_{\lambda 2j} \frac{3 z_{2j} - \left(3 + z_{2j}^{2}\right) \operatorname{th}(z_{2j})}{z_{2j}^{2} \left(\operatorname{th}(z_{2j}) - z_{2j}\right)}, \\ z_{k} &= \frac{1 - i}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \tau_{\lambda k}}, \quad k = 1j, 2j, \\ \tau_{\lambda 1j} &= \frac{r_{j}^{2} \rho_{1}^{0} c_{p1}}{\lambda_{1}}, \quad \tau_{\lambda 2j} = \frac{r_{j}^{2} \rho_{2j}^{0} c_{p2j}}{\lambda_{2j}}, \\ \langle h \rangle_{j} &= \frac{1}{\rho_{20}^{j}} \int_{\Delta r_{j}} N_{0}^{j}(r_{j}) g_{0}^{j}(r_{j}) h_{j} dr_{j}, \quad j = 1, \dots, N \end{split}$$

Здесь *т* – массовое содержание, τ_v^* и τ_T^* – комплексные времена релаксации скорости и температуры соответственно [1], λ – коэффициент теплопроводности, $\langle h \rangle$ – линейный оператор осреднения [6], ρ_{20} – плотность дисперсной фазы.

нения [6], ρ_{20} — плотность дисперсной фазы. Стоит отметить, что в частном случае, когда рассматриваются две фракции, дисперсионное соотношение совпадает с [8].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим распространение акустической волны в трехфракционной смеси газа с каплями воды, частицами песка и частицами алюминия. Расчеты проведены с помощью дисперсионного соотношения (5) при следующих значениях параметров смеси: $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 320$ К. Массовые содержания капель воды $m_a = 0.3$, частиц песка $m_b = 0.3$ и частиц алюминия $m_c = 0.3$. Функции распределения включений по размерам составляли для капель воды $N_0^a(r_a) = r_a^{-3}$, для частиц песка $N_0^b(r_b) = r_b^{-3}$ и для частиц алюминия $N_0^c(r_c) = r_c^{-3}$. Радиус включений изменялся в диапазоне для капель воды $r_a \in [5 \times 10^{-4}, 10^{-3}]$ м, для частиц песка $r_b \in [5 \times 10^{-5}, 10^{-4}]$ м и для частиц алюминия $r_c \in [5 \times 10^{-6}, 10^{-5}]$ м.

На рис. 1 приведена зависимость относительной скорости звука C_p/C_1 от безразмерной частоты возмущения $\Omega_{5,3} = \omega \tau_{va}^{(5,3)}$, где $\tau_{va}^{(5,3)}$ – время релаксации скорости для среднего радиуса $r_a^{(5,3)} = (\langle r_a^5 \rangle / \langle r_a^3 \rangle)^{\frac{1}{2}}$ [2]. Наличие трех фракций с различными размерами включений приводит к трем характерным перегибам относительной скорости звука в зависимости от безразмерной частоты возмущения. При низких частотах $\Omega_{5,3} < 10^{-1}$ относительная скорость звука принимает некоторое равновес-

ное значение. При высоких же частотах $\Omega_{5,3} > 10^4$

(5)



Рис. 1. Зависимость относительной скорости звука от безразмерной частоты возмущения.



Рис. 2. Зависимость декремента затухания от безразмерной частоты возмущения.

относительная скорость звука стремится к единице, т.е. фазовая скорость стремится к скорости звука в чистом газе.

На рис. 2 приведены зависимости декремента затухания на длине волны σ от безразмерной частоты возмущения $\Omega_{5,3}$, кривая 1 - c учетом теплообмена, 2 - без учета теплообмена. Наличие трех фракции с разными теплофизическими свойствами приводит к трем локальным максимумам декремента затухания в зависимости от безразмерной частоты возмущения. Когда теплообмен между фракциями и несущей средой не учитывается, то декремент затухания уменьшается во всем диапазоне изменения частот возмущения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено распространение звука в многофракционных газовзвесях с полидисперсными включениями. Установлено, что наличие трех фракций с разными размерами включенияй приводит к трем характерным перегибам в зависимости относительной скорости звука от безразмерной частоты возмущения. Наблюдаются три локальных максимума в зависимости декремента затухания от безразмерной частоты, связанные с различными радиусами и теплофизическими свойствами включений разных фракций. В случае, когда теплообмен не учитывается, затухание волн меньшее во всем диапазоне рассматриваемых частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Нигматуллин Р.И*. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.
- Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казан. матем. обва, 1998. 153 с.
- 3. *Temkin S.* Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspension. N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2005. 398 p.
- 4. Губайдуллин Д.А., Терегулова Е.А., Губайдуллина Д.Д. Распространение акустических волн в многофракционных газовзвесях // ТВТ. 2015. Т. 53. № 5. С. 942.
- 5. *Marble F.E.* Dynamics of Dusty Gases // Ann. Rev. Fluid Mech. 1970. V. 2. P. 1.
- 6. *Гумеров Н.А., Ивандаев А.И.* Распространение звука в полидисперсных газовзвесях // ПМТФ. 1988. № 5. С. 115.
- 7. *Вараксин А.Ю*. Влияние частиц на турбулентность несущего потока газа // ТВТ. 2015. Т. 53. № 3. С. 441.
- 8. Губайдулин Д.А., Федоров Ю.В Распространение акустических волн в двухфракционных газовзвесях с полидисперсными частицами разных материалов и размеров // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2011. № 5-6. С. 3.
- 9. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // ТВТ. 2012. Т. 50. № 5. С. 659.
- 10. *Вараксин А.Ю*. Обтекание тел дисперсными газовыми потоками // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 282.